

連続補剛板の非弾性圧縮座屈*

INELASTIC BUCKLING OF CONTINUOUS STIFFENED
PLATES UNDER COMPRESSION

三上市 蔵**・堂垣 正博***・米 沢 博****

By Ichizou MIKAMI, Masahiro DOGAKI and Hiroshi YONEZAWA

1. ま え が き

圧縮を受ける補剛板の座屈は、1921 年 Timoshenko¹⁾ によって初めて近似的に解析されて以来、多くの研究者によって取り扱われてきた²⁾。Chwalla³⁾、Kromm⁴⁾、Klöppel⁵⁾、Giencke⁷⁾ などの研究が有名であるが、この間の多くは線形座屈理論に基づくもので、DIN 4114⁸⁾、AASHTO⁹⁾、道路橋示方書¹⁰⁾ などの基礎となるほか、長年にわたって補剛板設計に用いられてきた。しかし、1969~1971 年の間に起こった 4 つの長大箱桁橋の崩壊事故¹¹⁾ の結果、線形座屈理論に疑問がさしはさまれ、集中的な研究が英国で、その後西ドイツで、さらに日本やその他の国で開始された。

研究成果として多くの理論が提唱されているが^{12)~14)}、それらを補剛板の解析上の取り扱い法から分類すると次の 3 グループに分けられる。

- (1) 補剛板をその構成に忠実に主板と補剛材とから成り立つものとして解析する方法。
- (2) 補剛板を直交異方性板に置換して取り扱う方法。
- (3) 補剛板を補剛材と板パネルの一部とから構成される T 断面支柱の集合とみなす方法。

また、解析手法の点から分類すると次のようになる。

- (a) 線形弾性座屈理論から得られる座屈強度を実験による知見に基づいて低減する方法で、従来からよく用いられてきた方法。
- (b) 残留応力の影響を考慮して弾塑性座屈強度を求める方法。

(c) 初期たわみおよび大たわみを考慮して弾性有限変位解析を行い、適当な終局基準に基づいて終局強度を決定する方法。

(d) 初期たわみおよび大たわみのほかに残留応力および塑性域の広がり等を考慮に入れた弾塑性有限変位解析によって終局強度を決定する方法。

これら圧縮補剛板の理論的研究はほとんど横補剛材が剛で、補剛板はその間で崩壊するものとしている。横補剛材を含めた直交補剛板の圧縮座屈については、エネルギー法による Klöppel と Möller の研究⁵⁾、直交異方性板理論による Giencke の研究⁷⁾ などがみられるが、いずれも弾性座屈を扱っており、前記分類によればそれぞれ (1-a) および (2-a) に該当する。また、Massonnet と Maquoi¹⁵⁾ は直交異方性板の有限変位解析から直交補剛板の終局強度を推定する方法を示し、Djubeck と Balaz¹⁶⁾ はその改良法を示した。これらは (2-c) に該当する手法である。最近、吉田・前川¹⁷⁾ は有限帯板要素法を用いて弾性座屈および非弾性座屈を解析した (1-b)。

このように理論的研究は十分になされているとはいえ、したがって横補剛材の設計法に関する研究もあまり進んでいない。道路橋示方書¹⁰⁾ では Giencke⁷⁾ の直交異方性板の弾性座屈理論が用いられているが、横補剛材の剛度が不足するために節を形成しない場合には、横補剛材が無視されるという不都合がある。これに対して、Merrison Rules¹⁸⁾ および AASHTO 示方書⁹⁾ は横補剛材が座屈モードの節になることを期待せず、全体座屈を基準にして横補剛材の断面 2 次モーメントを定めている。ただし、Merrison Rules は直交補剛板の線形弾性座屈強度に基づき、AASHTO は横補剛板で支持された縦補剛板を弾性ばね支持された柱に置換し、両端単純支持柱が中央で支持された場合の弾性座屈に基づいている。

一方、長スパン箱桁の場合、圧縮フランジにおいて主板厚を変化させたり、縦補剛材の断面を変化させること

* この論文は、土木学会年次学術講演会 (1973.10, 1974.10) および土木学会関西支部年次学術講演会 (1975.4) で発表した内容に修正・加筆を施したものである。

** 正会員 工博 関西大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 関西大学助手 工学部土木工学科

**** 正会員 工博 関西大学教授 工学部土木工学科

が多い。1969年11月6日に落橋事故を起こしたオーストリアのWienの第4Donau河橋梁の場合、主板厚と縦補剛材断面が急変する箇所を含む横補剛材間の補剛パネルで座屈が生じ、崩壊に至っている^{19)~21)}。圧縮を受ける長方形板の板厚が縦方向に直線的に変化する場合^{22),23)}や急変する場合^{24),25)}の弾性座屈に関する研究は多少見受けられるが、補剛板の主板厚または補剛材断面が縦方向に急変する場合については弾性座屈に関する筆者ら²⁶⁾の研究のみのようである。

本論文では、縦および横補剛材で補剛された板が、いくつかの横方向支持ばりによって支持された、いわゆる連続補剛板が一方向圧縮を受ける場合の弾性および非弾性座屈を解析する。支持ばり間の補剛パネルの剛度はパネルごとに異なっているものと考え、各補剛パネルをそれぞれ直交異方性板に置換し、弾性および非弾性線形座屈応力の厳密解を誘導する。ただし、非弾性域における剛度はBleichの直交異方性手法²⁷⁾に基づいて低減する。

この理論を2種類の連続補剛板に適用し、数値計算を行って、種々のパラメーターが補剛板の座屈応力に及ぼす影響について考察する。第1の連続補剛板は、主板が縦方向に補剛され剛度の急変する板で、剛度の急変位置に横補剛材を有する場合も解析する。第2の連続補剛板は、主板が縦方向に補剛され、適当な間隔で横方向にも補剛された、いわゆる直交補剛板である。この場合の考察において、現行道路橋示方書¹⁰⁾の横補剛材曲げ剛度に関する規定の矛盾点を明らかにする。

なお、2,3の実験に対して理論を適用し、非弾性域における剛度の低減法を含めて理論の妥当性を検討する。

2. 圧縮を受ける補剛板

Fig. 1に示すような長さ a 、幅 b の長方形補剛板が一方向圧縮を受ける場合の弾性あるいは非弾性座屈を考える。この補剛板は縦および横補剛材を有し、横方向支持ばりによって p 個の区間（以下、補剛パネルとよぶ）に分けられているものとする。また、主板の厚さおよび縦・横補剛材の断面は各補剛パネル内では一定である

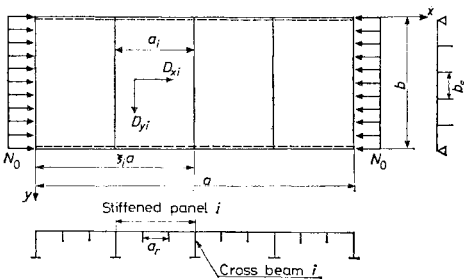


Fig. 1 Continuous stiffened plate under compression;

が、補剛パネルごとには異なるものとする。各補剛パネルを主板と縦・横補剛材とを一体とみなした直交異方性板に置き換えると、Fig. 1の長方形補剛板は p 個の直交異方性板が接合され、接合部に支持ばりのある連続補剛板とみなせる。

両側辺 ($y=0, b$) は単純支持されているものとし、両側辺 ($x=0, a$) では単純支持の場合、固定の場合、および支持ばりによる弾性支持・弾性固定の場合を考える。また、補剛パネルの接合部については、支持ばりによって弾性支持・弾性固定されている場合のほか、無支持の場合および剛支持の場合も取り扱う。

(1) 微分方程式の厳密解

弾性域、非弾性域とも p 個の直交異方性板はともに単位幅当り N_0 なる一様圧縮荷重を受けるものとする。直交異方性連続板が弾性域あるいは非弾性域で座屈する場合、 i 番目 ($1 \leq i \leq p$) の直交異方性板のたわみ曲面の微分方程式は次のようになる。

$$D_{xi}' \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + 2(D_{xi}' + 2D_{xyi}') \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{yi}' \frac{\partial^4 w_i}{\partial y^4} = -N_0 \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 w_i は直交異方性板 i のたわみ、 D_{xi}' 、 D_{yi}' はそれぞれ直交異方性板 i の縦および横方向曲げ剛度、 D_{xi}' 、 D_{xyi}' はねじり剛度で、添字 i は補剛パネル番号を表す。

剛度 D_{xi}' 、 D_{yi}' 、 D_{xi}' 、 D_{xyi}' は弾性域での剛度 D_{xi} 、 D_{yi} 、 D_{xi} 、 D_{xyi} と低減係数 τ_{xi} 、 τ_{yi} 、 τ_{xi} 、 τ_{xyi} を用いて次のように表される。

$$D_{xi}' = \tau_{xi} D_{xi}, \quad D_{yi}' = \tau_{yi} D_{yi}, \quad D_{xi}' = \tau_{xi} D_{xi}, \quad D_{xyi}' = \tau_{xyi} D_{xyi} \dots \dots \dots (2)$$

式(2)を式(1)に代入すると次のようになる。

$$\tau_{xi} D_{xi} \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + 2(\tau_{xi} D_{xi} + 2\tau_{xyi} D_{xyi}) \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^2 \partial y^2} + \tau_{yi} D_{yi} \frac{\partial^4 w_i}{\partial y^4} = -N_0 \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \dots \dots \dots (3)$$

式(3)の解として両側辺 ($y=0, b$) の境界条件（単純支持）を満足する次の関数を仮定する。

$$w_i = \sum_{n=1}^{\infty} X_{ni}(\xi) \sin(n\pi y/b) \dots \dots \dots (4)$$

ただし、 $\xi = x/a$ である。式(4)を式(3)に代入すると、次の常微分方程式が得られる。

$$\tau_{xi} \frac{d^4 X_i}{d\xi^4} + \{k_i - 2(\tau_{xi} d_{1i} + \tau_{xyi} d_{xyi})\} \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} + \tau_{yi} d_{yi} X_i = 0 \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 $k_i = N_0 a^2 / D_{xi}$ 、 $d_{1i} = \phi_n D_{1i} / D_{xi}$ 、 $d_{xyi} = 2\phi_n \cdot D_{xyi} / D_{xi}$ 、 $d_{yi} = \phi_n^2 D_{yi} / D_{xi}$ 、 $\phi_n = (n\pi a/b)^2$ で、簡単のため X_{ni} を X_i と書いた。

式 (5) の特性方程式は,

$$A_i^4 + \Omega_i A_i^2 + \Omega_{2i} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

となる. ただし, $\Omega_i = \{k_i - 2(\tau_{xi} d_{xi} + \tau_{xyi} d_{xyi})\} / \tau_{xi}$, $\Omega_{2i} = d_{yi} \tau_{yi} / \tau_{xi}$ である. 式 (6) の根は,

$$A_{i,1-4} = \pm \sqrt{(-\Omega_i \pm \sqrt{\Omega_i^2 - 4\Omega_{2i}}) / 2} \dots\dots\dots (7)$$

となるので, 式 (5) の一般解として Ω_i , $\Omega_i^2 - 4\Omega_{2i}$ の正負によって以下に示す 6 種類の解を考えるとよい.

a) $\Omega_i < 0, \Omega_i^2 - 4\Omega_{2i} < 0$ の場合

$$X_i(\xi) = K_{1i} \sin \varphi_i \xi \sinh \psi_i \xi + K_{2i} \sin \varphi_i \xi \cosh \psi_i \xi + K_{3i} \cos \varphi_i \xi \sinh \psi_i \xi + K_{4i} \cos \varphi_i \xi \cosh \psi_i \xi \dots\dots\dots (8)$$

ただし, $\varphi_i = \sqrt{(2\sqrt{\Omega_{2i} + \Omega_i}) / 4}$, $\psi_i = \sqrt{(2\sqrt{\Omega_{2i} - \Omega_i}) / 4}$ である.

b) $\Omega_i < 0, \Omega_i^2 - 4\Omega_{2i} = 0$ の場合

$$X_i(\xi) = (K_{1i} + K_{2i}\xi) \sinh \varphi_i \xi + (K_{3i} + K_{4i}\xi) \cosh \varphi_i \xi \dots\dots\dots (9)$$

ただし, $\varphi_i = \sqrt{-\Omega_i / 2} = \sqrt[4]{\Omega_{2i}}$ である.

c) $\Omega_i < 0, \Omega_i^2 - 4\Omega_{2i} > 0$ の場合

$$X_i(\xi) = K_{1i} \sinh \varphi_i \xi + K_{2i} \cosh \varphi_i \xi + K_{3i} \sinh \psi_i \xi + K_{4i} \cosh \psi_i \xi \dots\dots\dots (10)$$

ただし,

$$\varphi_i = \sqrt{(-\Omega_i + \sqrt{\Omega_i^2 - 4\Omega_{2i}}) / 2}$$

$$\psi_i = \sqrt{(-\Omega_i - \sqrt{\Omega_i^2 - 4\Omega_{2i}}) / 2}$$

である.

d) $\Omega_i > 0, \Omega_i^2 - 4\Omega_{2i} < 0$ の場合

$$X_i(\xi) = K_{1i} \sin \varphi_i \xi \sinh \psi_i \xi + K_{2i} \sin \varphi_i \xi \cosh \psi_i \xi + K_{3i} \cos \varphi_i \xi \sinh \psi_i \xi + K_{4i} \cos \varphi_i \xi \cosh \psi_i \xi \dots\dots\dots (11)$$

ただし, $\varphi_i = \sqrt{(2\sqrt{\Omega_{2i} + \Omega_i}) / 4}$, $\psi_i = \sqrt{(2\sqrt{\Omega_{2i} - \Omega_i}) / 4}$ である.

e) $\Omega_i > 0, \Omega_i^2 - 4\Omega_{2i} = 0$ の場合

$$X_i(\xi) = (K_{1i} + K_{2i}\xi) \sin \varphi_i \xi + (K_{3i} + K_{4i}\xi) \cos \varphi_i \xi \dots\dots\dots (12)$$

ただし, $\varphi_i = \sqrt{\Omega_i / 2} = \sqrt[4]{\Omega_{2i}}$ である.

f) $\Omega_i > 0, \Omega_i^2 - 4\Omega_{2i} > 0$ の場合

$$X_i(\xi) = K_{1i} \sin \varphi_i \xi + K_{2i} \cos \varphi_i \xi + K_{3i} \sin \psi_i \xi + K_{4i} \cos \psi_i \xi \dots\dots\dots (13)$$

ただし,

$$\varphi_i = \sqrt{(\Omega_i + \sqrt{\Omega_i^2 - 4\Omega_{2i}}) / 2}$$

$$\psi_i = \sqrt{(\Omega_i - \sqrt{\Omega_i^2 - 4\Omega_{2i}}) / 2}$$

である.

以上の式 (8)~(13) において $K_{1i} \sim K_{4i}$ は積分定数である.

(2) 境界条件式

両端辺 ($\xi=0, 1$) の境界条件は次のようになる.

a) 単純支持の場合

$$X_i = d^2 X_i / d\xi^2 = 0 \dots\dots\dots (14)$$

b) 固定の場合

$$X_i = dX_i / d\xi = 0 \dots\dots\dots (15)$$

c) はり支持の場合
端辺の支持ばりによって弾性支持され, かつ弾性回転拘束されている場合, 次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{B_{rj}}{aD_{xi}} \phi_n^2 X_i &= \mp \left\{ \tau_{xi} \frac{d^3 X_i}{d\xi^3} \right. \\ &\quad \left. - (\tau_{xi} d_{xi} + 2\tau_{xyi} d_{xyi}) \frac{dX_i}{d\xi} \right\} \\ - \frac{C_{rj}}{aD_{xi}} \phi_n \frac{dX_i}{d\xi} &= \mp \left(\tau_{xi} \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} - \tau_{xi} d_{xi} X_i \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ただし, B_{rj} , C_{rj} はそれぞれ支持ばり j の曲げ剛度およびねじり剛度で, 複号は $\xi=0$ 端の場合-を, $\xi=1$ 端の場合+を用いる.

式 (14)~(16) において $\xi=0$ 端の場合 $i=1, j=0$, $\xi=1$ 端の場合 $i=j=p$ である.

(3) 連続条件式

i 番目 ($1 \leq i \leq p-1$) の補剛パネルの接合部 ($\xi = \xi_i$) における連続条件は次のようになる.

a) はり支持の場合 (無支持の場合を含む)
支持ばりによって弾性支持され, かつ弾性回転拘束されている場合, 次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} X_i &= X_{i+1} \\ \frac{dX_i}{d\xi} &= \frac{dX_{i+1}}{d\xi} \\ \frac{B_{ri}}{aD_{xi}} \phi_n^2 X_i &= \tau_{xi} \frac{d^3 X_i}{d\xi^3} - (\tau_{xi} d_{xi} + 2\tau_{xyi} d_{xyi}) \\ &\quad \cdot \frac{dX_i}{d\xi} - \frac{D_{x(i+1)}}{D_{xi}} \left[\tau_{x(i+1)} \frac{d^3 X_{i+1}}{d\xi^3} \right. \\ &\quad \left. - \{\tau_{1(i+1)} d_{1(i+1)} + 2\tau_{xy(i+1)} d_{xy(i+1)}\} \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{dX_{i+1}}{d\xi} \right] \\ - \frac{C_{ri}}{aD_{xi}} \phi_n \frac{dX_i}{d\xi} &= \tau_{xi} \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} - \tau_{xi} d_{xi} X_i \\ &\quad - \frac{D_{x(i+1)}}{D_{xi}} \left\{ \tau_{x(i+1)} \frac{d^2 X_{i+1}}{d\xi^2} \right. \\ &\quad \left. - \tau_{1(i+1)} d_{1(i+1)} X_{i+1} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ただし, 無支持の場合は $B_{ri} = C_{ri} = 0$ と置けばよい.

b) 剛支持の場合
接合部において剛な支持ばりでたわみが防止されているが, 回転は拘束されていない場合は, $B_{ri} = \infty$, $C_{ri} = 0$ の支持ばりに該当する.

$$\left. \begin{aligned} X_i &= X_{i+1} = 0 \\ \frac{dX_i}{d\xi} &= \frac{dX_{i+1}}{d\xi} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xi} \frac{d^2 X_i}{d\xi^2} - \tau_{1i} d_{1i} X_i &= \frac{D_{x(i+1)}}{D_{xi}} \\ &\cdot \left\{ \tau_{x(i+1)} \frac{d^2 X_{i+1}}{d\xi^2} - \tau_{1(i+1)} d_{1(i+1)} X_{i+1} \right\} \\ &\dots\dots\dots (18) \end{aligned} \right\}$$

(4) 座屈荷重方程式

($p-1$) か所の接合部を有する直交異方性連続板を解析することになるが、その際 p 個の補剛パネルに対して式 (5) の一般解 (式 (8)~(13) のいずれか) が p 個得られ、それぞれ4個の積分定数 ($K_{1i} \sim K_{4i}$) を含んでいる。一方、境界条件式は両端辺で2個 (式 (14)~(16) のいずれか) ずつ計4個、連続条件式は各接合部で4個 (式 (17) か (18)) ずつ計 $4(p-1)$ 個が成立する。合計 $4p$ 個の境界および連続条件式に一般解を代入し、 $4p$ 個の積分定数の係数行列式を0と置けば、次の座屈荷重方程式が得られる。

$$\left| \begin{array}{cccc} S_{0,1} & & & 0 \\ S_{1,1} & S_{1,2} & & \\ & S_{i,i} & S_{i,i+1} & \\ & & & S_{p-1,p-1} & S_{p-1,p} \\ 0 & & & & S_{p,p} \end{array} \right| = 0 \dots\dots\dots (19)$$

ただし、 $S_{0,1}$ は $\xi=0$ 端の境界条件式に補剛パネル1の一般解を代入した場合の積分定数 ($K_{11} \sim K_{41}$) の係数行列で、 $S_{p,p}$ は $\xi=1$ 端の境界条件式に補剛パネル p の一般解を代入した場合の積分定数 ($K_{1p} \sim K_{4p}$) の係数行列で、ともに2行4列の部分行列である。その他の要素 $S_{i,i}$ および $S_{i,i+1}$ ($1 \leq i \leq p-1$) は接合部 i における連続条件式に補剛パネル i と $i+1$ の一般解を代入した場合に得られる4行4列の部分行列であり、 $S_{i,i}$ は補剛パネル i に関する積分定数 ($K_{1i} \sim K_{4i}$) の係数行列で、 $S_{i,i+1}$ は補剛パネル $i+1$ に関する積分定数 ($K_{1(i+1)} \sim K_{4(i+1)}$) の係数行列である。

式 (19) の正の最小固有値を求めれば、座屈荷重 N_0 が決定される。

3. 座屈応力の数値計算法

(1) 換算剛度

縦横に補剛された板を直交異方性板に置き換える場合、直交異方性板としての剛度の決定が重要な問題になる。この換算剛度に関する研究は、Pflüger²⁸⁾、Huffington²⁹⁾、Hoppman ら³⁰⁾、Lekhnitskii³¹⁾、Henning³²⁾、Giencke⁷⁾ などによってなされており、AISC 設計便

覧³³⁾や Merrison Rules¹⁸⁾ などの設計示方書はこれらの研究成果を踏まえてそれぞれ別個な決定法を定めている。ここでは、次のように考える。

$$\left. \begin{aligned} D_{xi} &= D_i + EI_{si}/b_{si} \\ D_{yi} &= D_i + EI_{ri}/a_{ri} \\ D_i &= \nu D_i \\ 2 D_{xyi} &= (1-\nu) D_i + GJ_{si}/2 b_{si} + GJ_{ri}/2 a_{ri} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ただし、 D_i は補剛パネル i の主板の曲げ剛度、 EI_{si} 、 EI_{ri} はそれぞれ縦および横補剛材1本の曲げ剛度、 GJ_{si} 、 GJ_{ri} はそれぞれ縦および横補剛材1本のねじり剛度、 b_{si} 、 a_{ri} はそれぞれ縦および横補剛材の間隔、 ν は主板のポアソン比である。

(2) 換算板厚と作用応力

直交異方性板に作用する単位幅当りの圧縮力 N_0 は、次のように表される。

$$N_0 = \sigma_0 \bar{h}_i \dots\dots\dots (21)$$

ただし、 σ_0 は補剛パネル i の平均圧縮応力、 \bar{h}_i は直交異方性板の換算板厚で次のようにとる。

$$\bar{h}_i = h_i + A_{si}/b_{si} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 h_i は主板の厚さ、 A_{si} は縦補剛材1本の断面積である。

(3) 低減係数

式 (2) で用いた低減係数 τ について考える。等方性板の非弾性座屈に関しては、Timoshenko³⁴⁾ の理論、Bleich²⁷⁾ の理論、Chwalla や Ros と Eichinger の等方性等価係数理論、Bijlaard、Ilyushin、Stowell の塑性変形理論、Handelman と Prager、Pearson、Haaijer と Thürlimann の塑性流れ理論、山本の等方性接線係数理論、藤田の直交異方性接線係数理論など種々の理論による研究がある²⁷⁾、³⁵⁾、³⁶⁾。残留応力を考慮した研究としては、塑性流れ理論に基づく Ueda と Tall の研究³⁷⁾、Bijlaard の塑性変形理論に基づく Nishino と Tall の研究³⁸⁾ などがある。

一方、直交異方性板の非弾性域での低減係数についてはよくわかっていないようである。ここでは、等方性板に対する Bleich の理論²⁷⁾を準用する。すなわち、圧縮応力が比例限度を超えて作用する場合、圧縮応力の作用している方向では弾性係数 E は接線弾性係数 E_t が有効となり、圧縮応力の作用していない方向では弾性域における弾性係数 E がそのまま有効であると仮定すると、低減係数は次のようになる。

$$\tau_{xi} = \tau_i, \tau_{yi} = 1, \tau_{xyi} = \sqrt{\tau_i} \dots\dots\dots (23)$$

ただし、 τ_i は接線弾性係数と弾性係数との比 E_t/E を表す。この値は、Richard と Blacklock³⁹⁾、Gerard と

Becker³⁵⁾, Hsu と Bertels⁴⁰⁾, Betten^{41, 42)}, Ramberg と Osgood⁴³⁾ の応力-ひずみ関係式から定めることもできるが, ここでは Bleich²⁷⁾ の与えた次式で定める.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{oi} \leq \sigma_P : \tau_i = 1 \\ \sigma_{oi} \geq \sigma_P : \tau_i = (\sigma_Y - \sigma_{oi}) \sigma_{oi} / \{ (\sigma_Y - \sigma_P) \sigma_P \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ただし, σ_Y, σ_P はそれぞれ降伏応力および比例限度力である.

(4) 数値計算法

式 (19) の固有値の計算法には種々の方法があるが, ここでは係数行列 [S] の各要素の値が固有値 N_0 の関数になっていることを考慮して擬点法により,

$$|S| = 0 \dots\dots\dots (25)$$

を満足する固有値 N_0 を求める.

4. 剛度が急変する補剛板

長大スパンの箱桁橋の場合, その補剛フランジが長さ方向にわたって変断面となることが多い. 実際に架設された箱桁橋のフランジについて調査してみると, 断面変化は主板の厚さを変えたり, 縦補剛材の突出幅を変えたりする方法で行われているようである. ここでは, 長さ方向に剛度が急変する補剛板の座屈を 2. の理論を用いて解析する.

Fig. 2 に示す剛度の異なる 2 枚の補剛パネルが連続している場合 ($p=2$) を考える. この板は縦方向にのみ補剛されているものとし, $D_{y1}=D_{y2}=D$ (D は主板の曲げ剛度) とする. パラメーターとして, 補剛パネル 1 および 2 における曲げ剛度 $D_{x1}/D, D_{x2}/D$ および縦補剛材の総断面積と主板断面積との比 $A_1/bh, A_2/bh$, 縦横比 a/b , 主板の幅厚比 b/h , 剛度の急変位置 a_1/a を考える. また, 降伏応力 $\sigma_Y=2400 \text{ kg/cm}^2$, 比例限度力 $\sigma_P=0.75 \sigma_Y$, ポアソン比 $\nu=0.3$ とする.

数値計算を行い, これらのパラメーターが剛度の急変する補剛板の弾性あるいは非弾性圧縮座屈に及ぼす影響

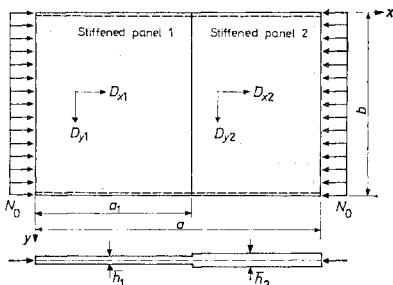


Fig. 2 Stiffened plate with abruptly varying rigidity under compression.

について考察する. 以下では, 座屈応力 σ_{cr} として補剛パネル 1 の座屈応力を用いる. また, この剛度の急変する補剛板を変剛板とよび, 比較のため考える全長 a にわたって一定剛度の補剛板を等剛板とよぶことにする.

a) 変剛板と等剛板の相違

変剛板を 2 枚の補剛パネルに分離すると, 剛度の小さい補剛パネル (補剛パネル 1) と剛度の大きい補剛パネル (補剛パネル 2) に分けられる. この場合, 補剛パネル 1 と剛度の等しい等剛板を弱等剛板, 補剛パネル 2 と剛度の等しい等剛板を強等剛板とよぶことにする.

変剛板と等剛板の座屈応力と縦横比の関係を Fig. 3 に示す. この図から明らかなように, 変剛板の座屈応力 (実線) は, 弱等剛板の座屈応力 (1 点鎖線) と強等剛板の座屈応力 (2 点鎖線) との間で, その平均値よりかなり低い.

次に座屈モードを調べてみよう. Fig. 4 に種々の縦横比に対する縦方向座屈モードを示す. 例にあげた等剛板の場合 (破線), 座屈波形の半波数 m は, $a/b \leq 3.2$ では $m=1, a/b$ が 3.2 を超えると $m=2$, というように, 縦横比が大きくなるにつれて m が増す. これに対

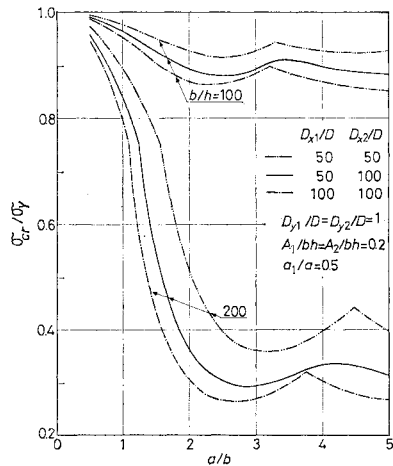


Fig. 3 Buckling-stress curves.

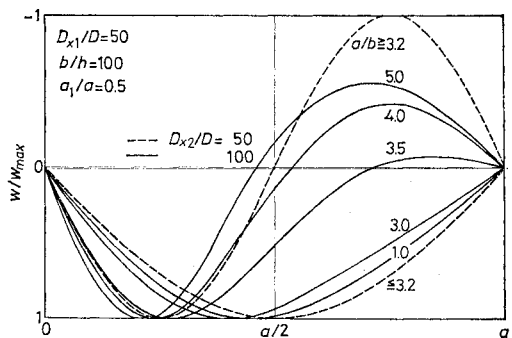


Fig. 4 Longitudinal buckling-modes

して変剛板の場合(実線),縦横比が異なると座屈モードはすべて異なり,縦横比の増加とともに $m=1$ の波形から $m=2$ の波形に徐々に変化する.ただし, $m=2$ の波形の場合,剛度の小さい補剛パネル1での変形が大きく,補剛パネル2での変形は小さい.

b) 変剛比 D_{x2}/D_{x1}

補剛パネル1の剛度 D_{x1} に対する補剛パネル2の剛度 D_{x2} の比 D_{x2}/D_{x1} を変剛比とよぶことにする.変剛比を変化させた場合の座屈応力曲線を Fig. 5 に示す.図からわかるように補剛パネル1の剛度が一定の場合,補剛パネル2の剛度が増加すると座屈応力は増大するが,増加の割合は徐々に減少していく傾向にある.

また,縦方向座屈モードを調べると Fig. 6 のようになり,変剛比が増加すると補剛パネル2の変形は小さくなる.特に長い板 ($a/b=5$) の場合,変剛比が大きくなると補剛パネル2はほとんど変形しない.

c) 縦補剛材の断面積 $A_1/bh, A_2/bh$

補剛パネル1および2の剛度をそれぞれ $D_{x1}/D=50$, $D_{x2}/D=100$ とし,縦補剛材の断面積 $A_1/bh=A_2/bh$ を変化させると座屈応力曲線は Fig. 7 のようになる.図

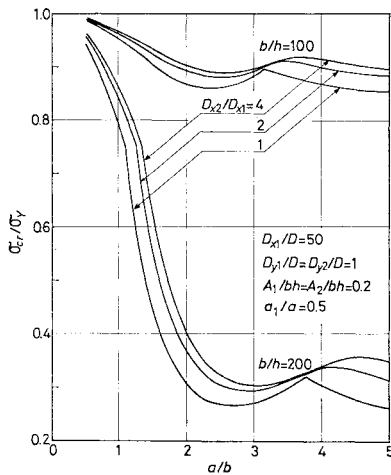


Fig. 5 Buckling-stress curves for various values of D_{x2}/D_{x1} .

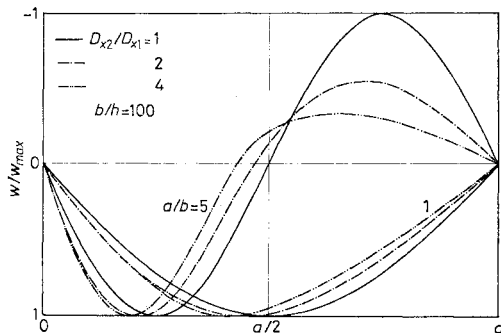


Fig. 6 Longitudinal buckling-modes.

から明らかのように縦補剛材断面積が増加すると座屈応力は下がる.しかし,補剛板の座屈荷重 (N_{cr}) の大きさはかなり増す.

d) 剛度の急変する位置 a_1/a

Fig. 8 に補剛パネル1と2の長さの割合を変化させた場合の座屈応力の変化を示す.縦横比の値によって多少異なるが, $a_1/a \leq 0.2$, すなわち,補剛パネル2の占める割合が大の場合,変剛板の座屈応力は強等剛板のそれにほぼ一致する.逆に,補剛パネル1の占める割合が大の場合 ($a_1/a \geq 0.8$) には,変剛板の座屈応力は弱等剛板のそれにほぼ等しい.また, $0.2 \leq a_1/a \leq 0.8$ の範囲で a_1/a の値は座屈応力にかなり影響を及ぼし,特に $0.2 \leq a_1/a \leq 0.5$ の範囲では a_1/a の増加に伴う座屈応

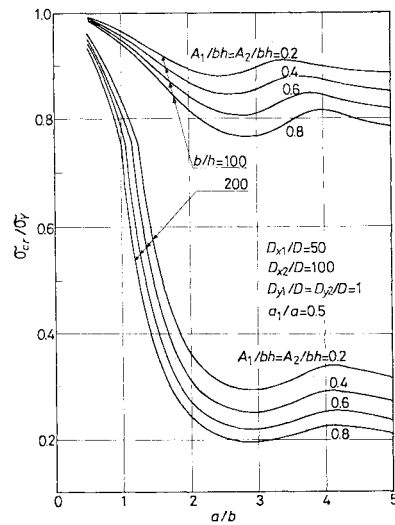


Fig. 7 Buckling-stress curves for various values of A_1/bh and A_2/bh .

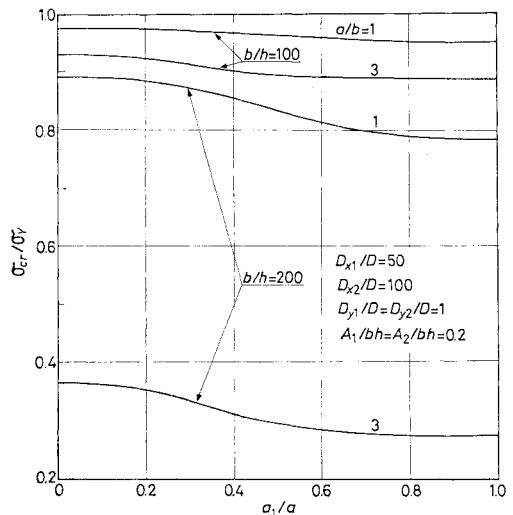


Fig. 8 Relationship between σ_{cr}/σ_Y and a_1/a .

力の減少が激しいようである。

e) 支持条件

以上の考察に用いた数値計算結果は、両端辺が単純支持され、剛度の急変位置が無支持の場合に対するものである。ここでは、両端辺および剛度変化位置がともにはり支持された場合について考察する。縦補剛材の曲げ剛度が比較的小さい場合 ($D_{x1}/D=50$) と大きい場合 ($D_{x1}/D=500$) に対して、支持ばりの曲げ剛度 B_r/bD と座屈応力との関係を Fig. 9 に示す。同図には比較のため、両端辺および剛度変化位置がともに単純支持された場合の解を破線で示した。

Fig. 9 によれば、縦補剛材の曲げ剛度が比較的小さい場合には、 $B_r/bD=100$ までは B_r/bD の増加に伴って座屈応力が急増する。これは座屈モード (Fig. 10) と密接な関係がある。 $B_r/bD < 100$ では $m=1$ に近いモードで、両端辺もたわんでおり、 B_r が増すと支持ばりのたわみが小さくなり座屈応力を増大させる。 $B_r/bD > 100$ では 3本の支持ばりが徐々に節を形成し始め、 $m=2$ の座屈モードが生じる。このため、 B_r が増加しても座屈応力はあまり増加しない。

縦補剛材の曲げ剛度が大きい場合には、 B_r/bD の値が増加しても座屈応力はほとんど増加しない。この場合の

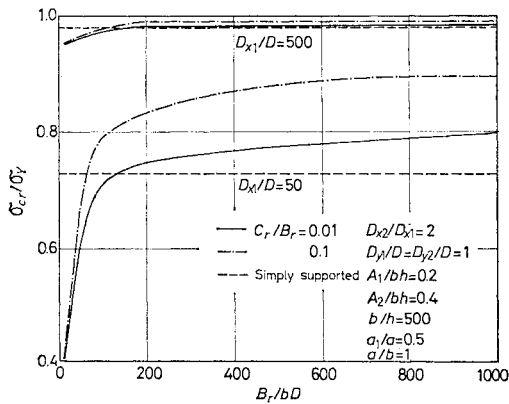


Fig. 9 Relationship between σ_{cr}/σ_Y and B_r/bD .

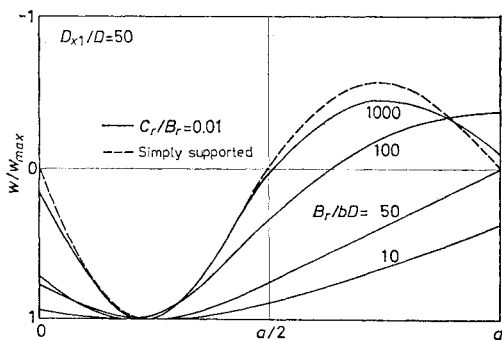


Fig. 10 Longitudinal buckling-modes.

座屈モードは Fig. 10 とほぼ同じであり、むしろ座屈応力が降伏応力に近い増大の余地がなく、 B_r/bD の値にほとんど無関係な結果が得られたものと考えられる。

また、Fig. 9 には支持ばりのねじり剛度が異なる場合と支持ばりの位置で単純支持された場合との座屈応力が比較されているが、 $D_{x1}/D=50$ の場合、ねじり剛度の影響がかなりあることがわかる。

f) 第 4 Donau 河橋梁の推定崩壊応力との比較

変剛板に対する実験は見当らないので、横補剛材間で断面が急変する Wien の第 4 Donau 河橋梁の下フランジの座屈応力を計算する。同フランジの崩壊箇所では主板厚および縦補剛材断面が横補剛材間で急変し、その位置は $a_1/a=0.625$ である。理論座屈応力*は $\sigma_{cr}/\sigma_Y=0.783$ と求めたが、同フランジは死荷重応力、および温度応力のもと $\sigma_{cr}/\sigma_Y=0.772$ で崩壊したものと推測されている⁴⁾。推定崩壊応力と理論座屈応力との比は 0.99 となり、両者はよく一致している。

5. 縦横に補剛された板

縦補剛材を有するとともに、横方向にも補剛された板の一方方向圧縮座屈を解析する。横補剛材を支持ばりとみなし、支持ばり間で縦方向にのみ補剛された板を直交異方性板に置換する。すなわち、 $p=n_r+1$ 個の直交異方性板が接続され、接合部に支持ばり n_r 本が配置された場合の非弾性圧縮座屈を 2. の理論を用いて解析する。この場合、 $D_y=D$ と置けばよい。

(1) 非弾性座屈応力

補剛材の剛度、断面積および本数が座屈応力に及ぼす影響を検討するために、縦補剛材の本数 $n_s=1\sim 15$ 、曲げ剛度 $EI_s/b_sD=100\sim 300$ 、断面積 $A_s/b_s h=0.1\sim 0.4$ 、横補剛材の本数 $n_r=1\sim 9$ 、曲げ剛度 $B_r/bD=50\sim 400$ 、補剛板全体の縦横比 $a/b=0.5\sim 10$ に対して数値計算を行う。ただし、縦補剛材のねじり座屈は生じないものとし、また、縦・横補剛材のねじり剛度 GJ を無視する。また、縦補剛材間の板パネルで局部座屈が生じないように、板パネルの幅厚比 $b_s/h=20\sim 40$ とし、降伏応力 $\sigma_Y=2400 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、比例限度力は残留応力の影響を考慮して $\sigma_P=0.5 \sigma_Y$ とする。

a) 横補剛材の曲げ剛度 B_r/bD

$B_r/bD=50, 100, 200, 400$ に対する補剛板の縦横比と座屈応力との関係を Fig. 11 に示す。 $B_r/bD=50$ の場合の縦方向座屈モードを Fig. 12 に示す。Fig. 11, 12 からわかるように、縦横比の増加とともに座屈応力は減少

* $\sigma_P=0.5 \sigma_Y$ とした。

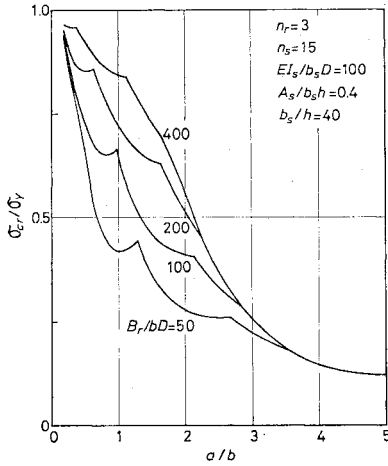


Fig. 11 Buckling-stress curves for various values of B_r/bD .

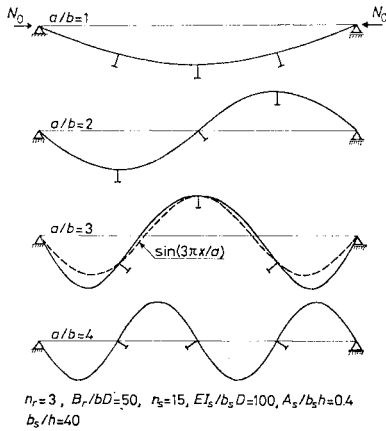


Fig. 12 Longitudinal buckling-modes of stiffened plate with three transverse stiffeners.

し、縦方向座屈モードの半波数 m が 1 から 4 へと変化する。一般に横補剛材が n_r 本の場合、縦横比により $m = 1 \sim n_r + 1$ となる。Fig. 11 から明らかなように、 $m = 1 \sim n_r$ の範囲では横補剛材剛度 B_r が增大すると、座屈応力は増大するが、 $m = n_r + 1$ の場合、座屈応力は B_r に無関係になる。この関係をわかりやすくするために Fig. 13 に B_r/bD と座屈応力の関係を示す。Fig. 13 において m が同一の場合、剛度と座屈応力は線形関係にあり、剛度の増加とともに座屈応力が増大する。しかし剛度が一定値に達すると、 $m = n_r + 1$ で横補剛材が節となり、剛度をそれ以上増しても座屈応力は増大しない。また、 $m = n_r + 1$ の部分座屈が生ずるために必要な最小剛度は縦横比が大きいかほど小さくなることがわかる。

b) 横補剛材本数 n_r

Fig. 14 に $B_r/bD = 200$ の場合の横補剛材本数 n_r による座屈応力-縦横比曲線の相違を示す。この図から明

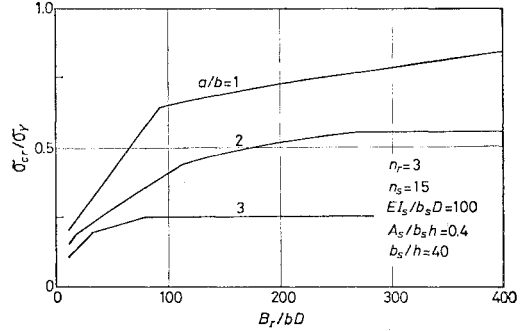


Fig. 13 Relationship between σ_{cr}/σ_Y and B_r/bD .

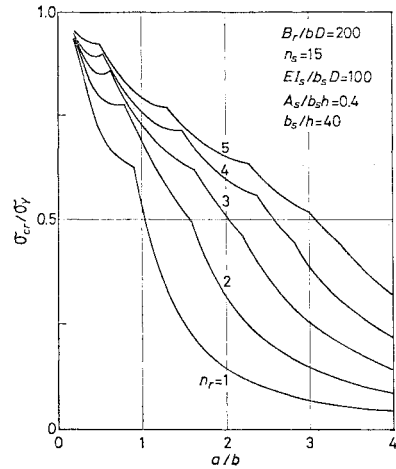


Fig. 14 Buckling-stress curves for various values of n_r .

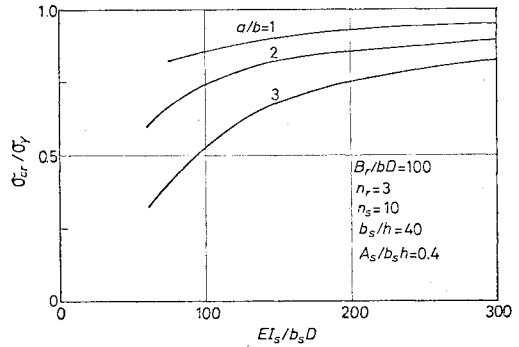


Fig. 15 Relationship between σ_{cr}/σ_Y and $EI_s/b_s D$.

らかなように、 n_r が増すと座屈応力が増大する。また、横補剛材がすべて節となる縦横比 a/b の最小値は n_r が増すと大きくなる。

c) 縦補剛材の曲げ剛度 $EI_s/b_s D$

Fig. 15 に縦補剛材剛度と座屈応力の関係を示す。 $EI_s/b_s D$ が増加すると座屈応力は増大するが、その増大の割合は徐々に減少する。

d) 縦補剛材の断面積 $A_s/b_s h$

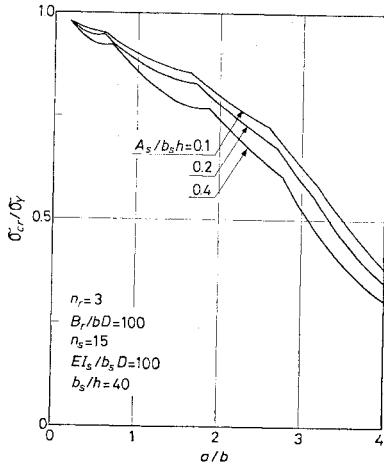


Fig. 16 Buckling-stress curves for various values of $A_s/b_s h$.

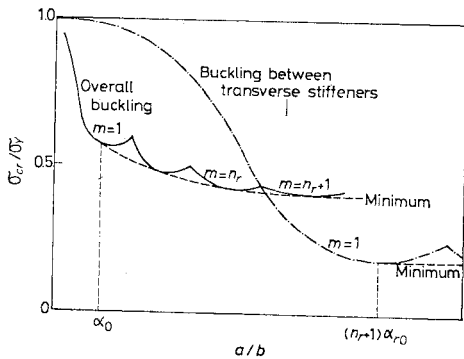


Fig. 17 Typical buckling-stress curve.

縦補剛材の剛度を一定にしたまま断面積を増加させた場合の座屈荷重曲線は Fig. 16 のようになる。図から明らかなように、補剛板の有効率¹⁵⁾ (圧潰荷重に対する座屈荷重の割合) は、補剛材断面積の増加によって低下する。しかし、縦補剛材断面積が増えるので補剛板の座屈荷重としてはかなり増大する。

(2) 座屈応力の近似算定式

(1) の数値計算結果の座屈応力を簡単に算定できる近似式を直交異方性板理論に基づいて誘導する。(1) で明らかになったように、座屈応力と縦横比の関係は縦方向座屈モードの半波数 m によって $1 \leq m \leq n_r$ と $m \geq n_r + 1$ の2つの領域に区分される。Fig. 17 に示すように、 $1 \leq m \leq n_r$ の範囲では、縦横の補剛材と主板が一体となって補剛板の全体座屈が生じるので、周辺単純支持された長さ a 、幅 b の直交異方性板 (D_x, D_y)^{*} の圧

* 横補剛材の曲げ剛度 B_r 、とその本数 n_r を一定として a/b を変化させる。したがって、式 (20) による D_y は a/b の増加とともに減少する。

縮座屈 (実線) を考える。また、 $m \geq n_r + 1$ の範囲では横補剛材がすべて節として作用するので、周辺単純支持された長さ a_r 、幅 b の直交異方性板 (D_x, D) の圧縮座屈 (一点鎖線) を考えればよい。

ところで、直交異方性板の弾性座屈応力は、次式²¹⁾で与えられる。

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \sqrt{D_x D_y}}{b^2 h} \left\{ \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \left(\frac{m}{\alpha}\right)^2 + \frac{2(D_1 + 2D_{xy})}{\sqrt{D_x D_y}} + \sqrt{\frac{D_y}{D_x}} \left(\frac{\alpha}{m}\right)^2 \right\} \dots (26)$$

ただし、 $\alpha = a/b$ である。

非弾性座屈応力は、Bleich²²⁾ の無補剛板に対する手法を適用し、式 (2) の低減係数と式 (23) を用いると次のように表される。

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \sqrt{\tau D_x D_y}}{b^2 h} \left\{ \sqrt{\frac{\tau D_x}{D_y}} \left(\frac{m}{\alpha}\right)^2 + \frac{2(D_1 + 2D_{xy})}{\sqrt{D_x D_y}} + \sqrt{\frac{D_y}{\tau D_x}} \left(\frac{\alpha}{m}\right)^2 \right\} \dots (27)$$

式 (27) は次のように簡略化される。

$$\alpha \leq \alpha_0 : \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \sqrt{\tau D_x D_y}}{b^2 h} \left\{ \sqrt{\frac{\tau D_x}{D_y}} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \frac{2(D_1 + 2D_{xy})}{\sqrt{D_x D_y}} + \sqrt{\frac{D_y}{\tau D_x}} \alpha^2 \right\} \dots (28)$$

$$\alpha \geq \alpha_0 : \sigma_{cr} = \frac{2\pi^2 \sqrt{\tau D_x D_y}}{b^2 h} \left(1 + \frac{D_1 + 2D_{xy}}{\sqrt{D_x D_y}} \right) \dots (29)$$

ただし、 $\alpha_0 = \sqrt[4]{\tau D_x / D_y}$ である。

$1 \leq m \leq n_r$ の場合、式 (28)、(29) は次のように書き換えられる。

$$\alpha \leq \alpha_0 : \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{1+\delta_s} \left\{ \frac{\tau r_s}{\alpha^2} + (n_r + 1) r_r \alpha + \left(\frac{\sqrt{\tau}}{\alpha} + \alpha \right)^2 \right\} \dots (30)$$

$$\alpha \geq \alpha_0 : \sigma_{cr} = \frac{2\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2} \frac{\sqrt{\tau}}{1+\delta_s} \cdot \left[1 + \sqrt{(1+r_s)(1+r_r/\alpha_r)} \right] \dots (31)$$

ただし、 $\alpha_0 = \sqrt[4]{\tau(1+r_s)/(1+r_r/\alpha_r)}$ 、 $\alpha_r = \alpha/(n_r + 1)$ 、 $\beta = b/h = (n_s + 1)\beta_s$ 、 $\beta_s = b_s/h$ 、 $r_s = EI_s/b_s D$ 、 $\delta_s = A_s/b_s h$ 、 $r_r = B_r/bD$ である。

$m \geq n_r + 1$ の場合、式 (28)、(29) において $D_y = D$ 、 $\alpha = \alpha_r$ と置けばよいことから次式が得られる。

$$\alpha \leq (n_r + 1) \alpha_{r0} : \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{\beta^2(1+\delta_s)} \cdot \left\{ \frac{\tau r_s}{\alpha_r^2} + \left(\frac{\sqrt{\tau}}{\alpha_r} + \alpha_r \right)^2 \right\} \dots (32)$$

$$\alpha \geq (n_r + 1) \alpha_{r0} : \sigma_{cr} = \frac{2\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{\sqrt{\tau}}{\beta^2(1+\delta_s)}$$

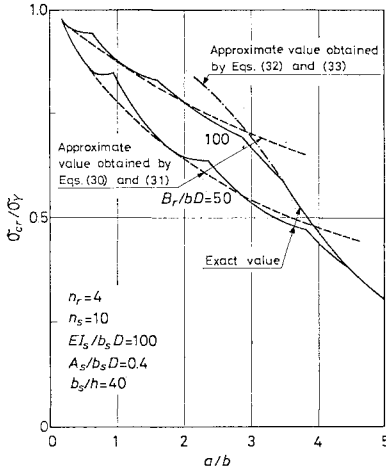


Fig. 18 Comparison between exact solution and approximate solution.

$$\cdot (1 + \sqrt{1 + r_s}) \dots \dots \dots (33)$$

ただし、 $\alpha_{r0} = \sqrt[4]{\tau(1+r_s)}$ である。

以上の式 (30)~(33) から求められた近似座屈応力と (1) で計算された座屈応力の厳密解との比較が Fig. 18 に示される。図中、実線が厳密解、破線が式 (30), (31) による近似値、一点鎖線が式 (32), (33) による近似値を示す。 $m \geq n_r + 1$ の場合、 $\alpha \leq (n_r + 1)\alpha_{r0}$ の範囲では式 (32) による近似値は厳密解と完全に一致し、 $\alpha \geq (n_r + 1)\alpha_{r0}$ の範囲では式 (33) による近似値は厳密解の最小値と一致する。式 (30) による $\alpha \leq \alpha_0$ に対する近似値は厳密解と一致し、式 (31) による近似値は $1 \leq m \leq n_r - 1$ の範囲では厳密解の最小値にほぼ一致しているが、 $m = n_r$ では厳密解より若干高く見積られる。

以上のように、縦横に補剛された板の弾性・非弾性座屈応力は式 (30)~(33) により十分な精度で算定できる。

(3) 座屈応力の実用算定式

補剛板の近似座屈応力算定式 (30)~(33) が求められたが、これらの式には低減係数 τ が含まれており、座屈応力の算出には繰返し計算が必要になる。また、座屈応力を高く見積ることもある。そこで、簡略でかつ安全側の实用算定式を考える。

式 (30)~(33) において、 $\tau = 1$ を代入すると弾性座屈応力が次のように得られる。

$$\alpha \leq \alpha_0 : \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{E}{\sigma_Y} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{1+\delta_s} \cdot \left\{ \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^2 + (n_r + 1)r_r \alpha + \frac{r_s}{\alpha^2} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

$$\alpha \geq \alpha_0 : \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{2\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{E}{\sigma_Y} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{1+\delta_s} \cdot \{1 + \sqrt{(1+r_s)(1+r_r/\alpha_r)}\} \dots (35)$$

$$\alpha \leq (n_r + 1)\alpha_{r0} : \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{E}{\sigma_Y} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{1+\delta_s} \cdot \left\{ \left(\alpha_r + \frac{1}{\alpha_r} \right)^2 + \frac{r_s}{\alpha_r^2} \right\} \dots \dots \dots (36)$$

$$\alpha \geq (n_r + 1)\alpha_{r0} : \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{2\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{E}{\sigma_Y} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{1+\delta_s} \cdot (1 + \sqrt{1+r_s}) \dots \dots \dots (37)$$

ただし、 $\alpha_0 = \sqrt[4]{(1+r_s)/(1+r_r/\alpha_r)}$ 、 $\alpha_{r0} = \sqrt[4]{1+r_s}$ である。

いま、次のようなパラメーター λ を導入する。

$$\alpha \leq \alpha_0 : \lambda = R \sqrt{\alpha^2 / \{r_s + (n_r + 1)r_r \alpha^3 + (1 + \alpha^2)^2\}} \dots \dots \dots (38)$$

$$\alpha \geq \alpha_0 : \lambda = R \sqrt{1/2 \{1 + \sqrt{(1+r_s)(1+r_r/\alpha_r)}\}} \dots \dots \dots (39)$$

$$\alpha \leq (n_r + 1)\alpha_{r0} : \lambda = R \sqrt{\alpha_r^2 / \{r_s + (1 + \alpha_r^2)^2\}} \dots \dots \dots (40)$$

$$\alpha \geq (n_r + 1)\alpha_{r0} : \lambda = R \sqrt{1/2 (1 + \sqrt{1+r_s})} \dots \dots \dots (41)$$

ただし、 $R = \beta \sqrt{\{12(1-\nu^2)\sigma_Y / (\pi^2 E)\} (1+\delta_s)}$ である。この λ を用いると、式 (34)~(37) の弾性座屈応力は次式にまとめられる。

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y} = \frac{1}{\lambda^2} \dots \dots \dots (42)$$

非弾性座屈に対する低減係数を定めるために、(1) で得られた広範囲の数値計算結果をパラメーター λ で整理すると、すべての結果が Fig. 19 に示す斜線部内に分布することが判明した。この結果から、斜線部の下限値を与える曲線を考えて、次の実用式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda \leq \sqrt{1.8} : \sigma_{cr}/\sigma_Y = 1 - \lambda^2/3.6 \\ \lambda \geq \sqrt{1.8} : \sigma_{cr}/\sigma_Y = 0.9/\lambda^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (43)$$

ここで、 λ は式 (38)~(41) から求められるが、式 (38) の λ は α の関数であり、式 (39)~(41) の λ は α_r の関数である。式 (38) の代りに式 (39) を用いることにすれば、補剛パネル 2 区間のみを考え、 $\alpha_r \leq \alpha_{r0}$ の場合には式 (39)、(40) の λ のうち大きい方を、 $\alpha_r \geq \alpha_{r0}$ の場合には式 (41) の λ を用いて式 (43) から座屈応力を計算すればよい。

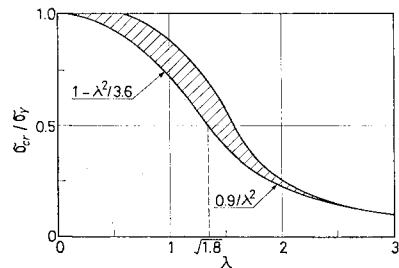


Fig. 19 σ_{cr}/σ_Y - λ curves.

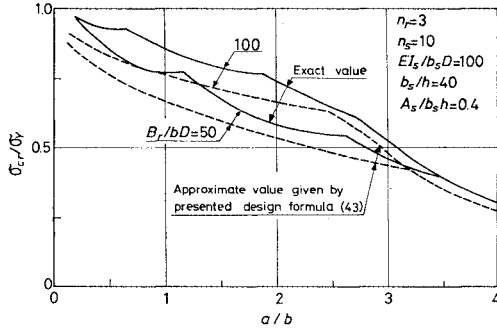


Fig. 20 Comparison between calculated buckling stresses and buckling stresses given by presented design formula.

この実用算定法で得られる座屈応力を (1) の計算結果の一例と比較すると、Fig. 20 のようになる。図中、実線が厳密解を、破線が実用式による近似値を示す。実用式は簡略で、やや安全側の妥当な値を与える。

(4) 現行道路橋示方書の矛盾点

現行道路橋示方書¹⁰⁾では、横補剛材上で節になり、その間で $m=1$ のモードで座屈する場合を想定している。すなわち、補剛板の全体座屈が生じないで、補剛パネルの部分座屈が生じるように次の条件を設定している。まず、式 (35) の全体座屈応力が式 (36) の部分座屈応力以上であることで、この条件から横補剛材の剛比は、

$$\tau_r \geq (1 + \tau_s) / (4 \alpha_r^3) - [\alpha_r / 2 - \alpha_r^5 / \{4(1 + \tau_s)\}] \dots\dots\dots (44)$$

となる。次に、部分座屈が生じるために横補剛材が有効に働くためには、横補剛材が、

$$\alpha_r \leq \alpha_{r0} \dots\dots\dots (45)$$

の範囲に配置される必要がある。なお、式 (44) は式 (45) のもとで次のように近似化される。

$$\tau_r \geq (1 + \tau_s) / (4 \alpha_r^3) \dots\dots\dots (46)$$

いいかえると、横補剛材が式 (45) を満足する比較的狭い間隔で設けられていて、その剛比が式 (46) を満足する場合、横補剛材間の 1 半波の部分座屈が生じるものとする。それ以外の場合は縦補剛材のみの無限補剛板として取り扱われる。この考え方を座屈応力の観点から見直すと次のようになる。

- ㉔ 横補剛材が広い間隔 ($\alpha_r \geq \alpha_{r0}$) で設けられている場合、座屈応力は式 (37) で表される。
- ㉕ 横補剛材が狭い間隔 ($\alpha_r \leq \alpha_{r0}$) で設けられていて、その剛比が式 (46) を満足する場合、座屈応力は式 (36) で表される。
- ㉖ 横補剛材が狭い間隔で設けられていても、その剛比が小さい場合、横補剛材は有効でないみなして座屈応力は式 (37) で表される。

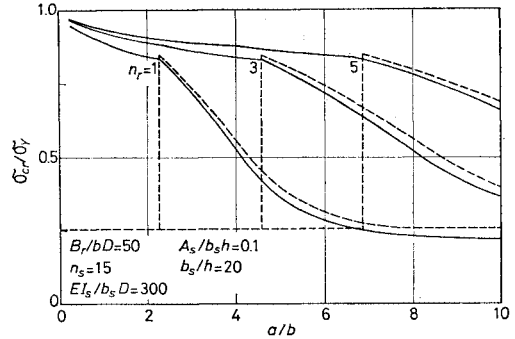


Fig. 21 Buckling-stress curves obtained by presented design formula and design formula of specification.

現行示方書の規定の矛盾は主として㉔にある。この場合、全体座屈を生じるので、座屈応力は本来、式 (34) または式 (35) で求められるにもかかわらず、横補剛材を無視して㉕と同一条件を想定している。この考えに基づいて座屈応力を計算すると、Fig. 21 の破線のようにになる。この図は横補剛材の剛比 τ_r を一定にして、その本数 n_r を増加させた場合の座屈応力曲線である。ただし、非弾性域における低減係数が未定義なので、Bleich²⁷⁾ の低減係数を用いた。図から明らかなように、縦横比が小さくなると急激に座屈応力が減少する。また、必ずしも横補剛材が多いほど座屈応力が大きいとは限らない。縦横比が小さくなるほど横補剛材本数を減少させる方がかえって大きい座屈応力が得られることになる。

現行示方書の規定にみられる以上の矛盾点は、(3) で導いた実用式を用いれば解消される。実用式による座屈応力曲線は Fig. 21 の実線のようにになる。実用式によれば、縦横比が小さくなくても現行示方書によるような急激な座屈応力の減少はなく、 n_r が増しただけ座屈応力は上昇する。

(5) 実験結果との比較

補剛板の圧縮座屈実験は外国およびわが国で特に落橋事故の後、盛んに行われている。この種の実験は補剛パネルに対する実験、柱の要素としての実験、および箱桁フランジとしての実験に分けることができる。わが国における実験に限っても、補剛パネル実験が大阪大学^{45)~47)} で 26 体、名古屋大学⁴⁸⁾ で 27 体、国鉄構造物設計事務所⁴⁹⁾ で 21 体、大阪府立高専⁵⁰⁾ で 9 体、京都大学⁵¹⁾ で 6 体、柱実験が国鉄・鉄道技術研究所⁵²⁾ で 3 体、東京大学⁵³⁾ で 5 体、建設省土木研究所⁵⁴⁾ で 43 体、箱桁実験が京都大学⁵⁵⁾ で 6 体、広島大学⁵⁶⁾ で 3 体、それぞれ実施されている。このように数多くの実験がなされているが、ほとんどの模型が縦方向にのみ補剛されたもので、直交補剛板に対する実験はわずかに大阪大学⁴⁷⁾ の 7 体と大阪

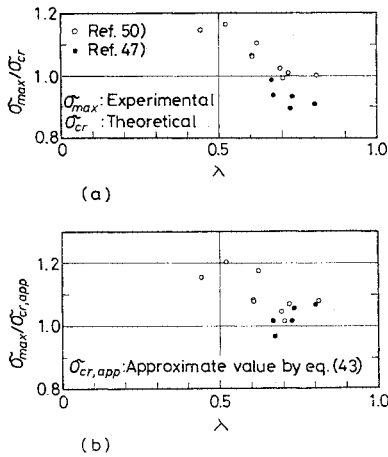


Fig. 22 Comparison between theoretical and experimental buckling stresses.

府立高専⁵⁰⁾の9体のみである。外国においても状況は同じで、直交補剛板を意図した実験としては、Cambridge大学⁵⁷⁾の補剛パネル(12体)および西独の Braunschweig 工科大学⁵⁸⁾の補剛パネル柱(10体)に対する実験のみのものである。ここでは、縦・横補剛材を有する補剛パネルに対する実験のうち、大阪大学の5体および大阪府立高専の9体に対して理論値と実験値とを比較した。

結果を Fig. 22 (a) に示す。横軸には式(39)~(41)のパラメーター λ を、縦軸には実験値と 5. (1) による理論値との比を用いた。 $\lambda=0.6\sim 0.8$ の範囲で実験値が理論値を下回っている。理論値として 5. (3) の実用算定式による値を用いると、Fig. 22 (b) のようになり、式(42), (43) によって十分安全に強度を推定することができる。

6. あとがき

一方向圧縮を受け、縦および横補剛材で補剛された板の弾性および非弾性座屈を解析した。この補剛板はいくつかの横方向支持ばりによって支持され、支持ばり間の補剛パネルの剛度はパネルごとに異なっているものとした。各補剛パネルをそれぞれ直交異方性板に置換し、弾性および非弾性座屈応力の厳密解を求めた。

この理論を2種類の連続補剛板に適用した。まず、第1の連続補剛板は、主板が縦方向に補剛され、剛度が急変する板で、剛度の急変位置が支持される場合と支持されない場合に対して解析した。次に、第2の連続補剛板は、主板が縦方向に補剛され、適当な間隔で横方向にも補剛された、いわゆる縦横に補剛された板である。

2つの補剛板に対して数値計算を行い、種々のパラメーターが補剛板の座屈応力に及ぼす影響を調べ、諸考察

を試みた。そのおもな結果をまとめると、次のようである。

第1の補剛板に対して、

(1) 剛度の異なる2つの補剛パネルをそれぞれ直交異方性板に置換し、弾性および非弾性連成座屈応力の厳密解を求めた。

(2) 2つの補剛パネルの縦方向曲げ剛度の比、縦補剛材の断面積と主板断面積との比、補剛板全体の縦横比、主板の幅厚比、剛度の急変位置、横補剛材の曲げおよびねじり剛度などが座屈応力と理論座屈モードに及ぼす影響を明らかにした。

(3) 剛度が急変する補剛板と一定剛度の補剛板との座屈応力曲線および理論座屈モードを比較し、その相違を明らかにした。

(4) 2つの補剛パネルの縦方向曲げ剛度の比を大きくすると、座屈応力は増加するが、増加の割合はその比が大きくなるほど減少する傾向にある。

(5) 剛度の急変位置は座屈応力に影響を及ぼす。ただし、剛度の小さい方の補剛パネルの占める割合が80%を超えると、剛度の急変する補剛板の座屈応力は、小さい方の剛度と同じ剛度を有する一定剛度の補剛板の座屈応力にほぼ一致する。逆に、剛度の大きい方の補剛パネルの占める割合が80%を超えると、大きい方の剛度と同じ剛度を有する一定剛度の補剛板として扱ってよい。

第2の補剛板に対して、

(1) 縦・横補剛材を有する補剛板に対しては、主板と縦補剛材とを直交異方性板に置換し、横補剛材を支持ばりとみなし、弾性および非弾性座屈応力の厳密解を求めた。

(2) 縦補剛材の本数・曲げ剛度・断面積、横補剛材の本数・曲げ剛度、補剛板の縦横比などが座屈応力および理論座屈モードに及ぼす影響を明らかにした。

(3) 横補剛材の本数および曲げ剛度の相違により、横補剛材も含めた直交補剛板の座屈が生ずる場合と横補剛材間の補剛パネルの座屈が生ずる場合とがあるが、これらの関係を明らかにした。

(4) 数値計算結果から、現行道路橋示方書の横補剛材曲げ剛度に関する規定の矛盾点を指摘した。すなわち、同示方書では、横補剛材の間隔が大きいか剛度が不足するため横補剛材も含めた直交補剛板の座屈が生ずる場合、横補剛材が座屈応力の増大にかなり寄与するにもかかわらず無視されている。

(5) 比較的精度がよく、計算が容易な近似座屈応力算定式を誘導した。さらに、より簡便な実用式も提示した。これらに基づけば、(4)の矛盾は解消される。

また、理論値と実験値との比較を行った。第1の補剛板の実験値としては、第4 Donau 河橋梁の下フランジ

の推定崩壊応力を用いた。理論座屈応力と推定崩壊応力とはよく一致した。第2の補剛板の実験値としては、縦横に補剛された板に対する大阪大学および大阪府立高専における14体の結果を用いた。一部理論値が実験値を上回るものもあるが、実用算定式によれば十分安全に補剛板の強度が推定できることがわかった。

理論の適用にあたって、比例限度力 σ_P の値は溶接残留応力や初期たわみの影響を勘案して決定されるべきである。本論文では実験値との比較はすべて $\sigma_P=0.5\sigma_Y$ で行ったが、妥当なようである。ちなみに、AISCの鋼床版橋設計便覧³³⁾では補剛板の全体座屈に対して $\sigma_P=0.75\sigma_Y$ を用いるとともに、 $\sigma_P=0.5\sigma_Y$ の場合と比較している。

ここに述べた理論は直交異方性挙動が優勢な場合に最も適するが、補剛材突出部は降伏または座屈によって破壊しないように設計されていることを前提としている。また、補剛材間の局部座屈の先行による剛度の減少は無視されているが、その影響を取り入れて理論を修正することは可能である。

なお、数値計算の実施にあたって、一部、渡辺重雄氏(日本技術開発、当時関西大学大学院生)の助力を得た。また、関西大学電子計算機室のFACOM 230-25および230-48と大阪大学大型計算機センターのNEAC 2200-700を用いた。

参考文献

- 1) Timoshenko, S.P.: Über die Stabilität versteifter Platten, Der Eisenbau, Bd. 12, S. 147, 1921.
- 2) Column Research Committee of Japan (ed.): Handbook of Structural Stability, Corona Publishing, Tokyo, 1971.
- 3) Chwalla, E.: Über die Biegebeulung der längsversteiften Platte und das Problem der Mindeststeifigkeit, Stahlbau, Jg. 17, H. 18/20, Sept., 1944.
- 4) Kromm, A.: Zur Frage der Mindeststeifigkeiten von Plattenaussteifungen, Stahlbau, Jg. 17, H. 18/20, Sept., 1944.
- 5) Klöppel, K. und J. Scheer: Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1960.
- 6) Klöppel, K. und K.H. Möller: Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Bd. 2, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1963.
- 7) Giencke, E.: Über die Berechnung regelmässiger Konstruktionen als Kontinuum, Stahlbau, Jg. 33, H. 1, S. 1~6, und H. 2, S. 39~48, 1964.
- 8) DIN 4114 Blatt 1: Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Vorshriften, 1959.
DIN 4114 Blatt 2: Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Richtlinien, 1953.
- 9) AASHTO: Standard Specifications for Highway Bridges, 12th edition, 1977.
- 10) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 1973.2.
- 11) たとえば, 前田幸雄: 海外における最近の落橋事故について, 生産技術, Vol. 25, No. 3, 1973.3.
- 12) Introductory Report of 2nd International Colloquium on Stability, ECCS, 1976.
- 13) Massonnet, Ch. and R. Maquoi: Recent progress in the field of structural stability of steel structures, IABSE Surveys, S-5/78, pp. 1~40, May, 1978.
- 14) Dowling, P.J.: Recent developments on the inelastic analysis and design of plate and box girders, Stability of Structures under Static and Dynamic Loads (Proc. of International Colloquium, Washington, D.C., May 17~19, 1977), ASCE, pp. 407~421, 1977.
- 15) Massonnet, Ch. and R. Maquoi: New theory and tests on the ultimate strength of stiffened box girders, Steel Box Girder Bridges, ICE, pp. 131~143, 1973.
- 16) Djubek, J. and M. Skaloud: Czechoslovak approach to the design of longitudinally stiffened compression flanges of steel box-girder bridges, Preliminary Report of Liege Colloquium on Stability of Steel Structures, Liege, ECCS-IABSE, pp. 249~256, April 13~15, 1977.
- 17) 吉田 博・前川幸次: 縦および横方向に補剛された板の座屈強度解析, 土木学会論文報告集, No. 282, pp. 15~29, 1979.2.
- 18) Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges, Appendix I: Interim Design and Workmanship Rules, Part I~IV, Her Majesty's Stationary Office, London, England, 1973~1974.
- 19) Cicin, P.: Betrachtungen über die Bruchursachen der neuen Wiener Donaubrücke, Tiefbau, Bd. 12, H. 7, S. 665~674, 1970.
- 20) Sattler, K.: Nochmals, Betrachtungen über die Bruchursachen der neuen Wiener Donaubrücke, Tiefbau, Bd. 12, H. 10, S. 948~950, 1970.
- 21) Roik, K.: Nochmals: Betrachtungen über die Bruchursachen der neuen Wiener Donaubrücke, Tiefbau, Bd. 12, H. 12, S. 1152, 1970.
- 22) Wittrick, W.H. and C.H. Ellen: Buckling of tapered rectangular plates in compression, Aeronautical Quarterly, Vol. 13, No. 4, pp. 308~326, 1962.
- 23) Chehil, D.S. and S.S. Dua: Buckling of rectangular plates with general variation in thickness, Jour. of Applied Mechanics, Vol. 40, No. 3, pp. 745~751, Sep., 1973.
- 24) 倉田宗章: 矩形組合板の座屈理論その(一), 建設工学, pp. 19~33, 1947.1.
- 25) 倉田宗章: 矩形組合板の座屈理論その(二), 建設工学, pp. 27~37, 1948.2.
- 26) Mikami, I., M. Dogaki and H. Yonezawa: Elastic buckling of orthotropic plates with abruptly varying rigidities under compression, Theoretical and Applied Mechanics, University of Tokyo Press, Vol. 24, pp. 365~373, 1976.
- 27) Bleich, F.: Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, 1952.
- 28) Pflüger, A.: Zum Beulproblem der anisotropen Rechteckplatte, Ingenieur-Archiv, Bd. 16, S. 111~120, 1947.
- 29) Huffington, N.J.: Theoretical determination of rigidity properties of orthogonally stiffened plates, Jour. of Applied Mechanics, Vol. 23, pp. 15~20, Mar., 1956.
- 30) Hoppman, W.H., N.J. Huffington and L.S. Magness: A study of orthogonally stiffened plates, Jour. of

- Applied Mechanics, Vol. 23, pp. 343~350, Sept., 1956.
- 31) Lekhnitskii, S.G. : Anisotropic Plates, translated by S.W. Tsai and T. Cheron, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1968.
 - 32) Henning, G. : Zur genauen Berechnung konstruktiv orthotroper Platten, Stahlbau, Jg. 41, H. 3, S. 78~86, März, 1972.
 - 33) Design Manual for Orthotropic Steel Plate Deck Bridges, AISC, 1963.
 - 34) Timoshenko, S.P. and J.M. Gere : Theory of Elastic Stability, 2nd ed., McGraw-Hill, 1961.
 - 35) Gerard, G. and H. Becker : Handbook of Structural Stability, Part I—Buckling of flat plates, NACA TN 3781, July, 1957.
 - 36) 藤田 謙・楠田忠雄・川井忠彦 : 塑性設計法, 森北出版, 1966.
 - 37) Ueda, Y. and L. Tall : Inelastic buckling of plates with residual stresses, Publ. IABSE, Vol. 27, pp. 211~254, 1967.
 - 38) Nishino, F. and L. Tall : Residual stress and local buckling strength of steel columns, Proc. JSCE, No. 172, pp. 79~96, Dec., 1969.
 - 39) Richard, R.M. and J.R. Blacklock : Finite element analysis of inelastic structures, AIAA Journal, Vol. 7, No. 3, pp. 432~438, Mar., 1969.
 - 40) Hsu, T.R. and A.W.M. Bertels : Improved approximation of constitutive elastic-plastic stress-strain relationship for finite element analysis, AIAA Journal, Vol. 12, No. 10, 1974.
 - 41) Betten, J. : Bemerkungen zum Versuch von Hohenemser, ZAMM, Bd. 55, S. 149~158, 1975.
 - 42) Betten, J. : Zum Traglastverfahren bei nichtlinearem Stoffgesetz, Ingenieur-Archiv, Bd. 44, S. 199~207, 1975.
 - 43) Ramberg, W. and W.R. Osgood : Description of stress-strain curves by three parameters, NACA TN 902, 1943.
 - 44) Herzog, M. : Die Traglast axial gedrückter Bleche mit einseitigen Längssteifen nach Versuchen, Strasse Brücke Tunnel, Bd. 25, Nr. 4, S. 90~94, 1973.
 - 45) 小松定夫・吉川 紀・牛尾正之 : 80 キロ鋼の補剛板の極限強度に関する実験, 土木学会論文報告集, No. 218, pp. 31~37, 1973.10.
 - 46) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行 : 補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No. 255, pp. 47~61, 1976.11.
 - 47) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行・奈良 敬 : 縦横に補剛された圧縮板の極限強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No. 288, pp. 13~28, 1979.8.
 - 48) Fukumoto, Y., T. Usami and K. Yamaguchi : Inelastic buckling strength of stiffened plates in compression, Proc. IABSE, P-8, pp. 1~15, 1977.
 - 49) 阿部英彦・阪本謙二・寺田博昌 : 補剛材付き板の座屈強度, 構造物設計資料, No. 48, 1976.12.
 - 50) 前田幸雄・日笠隆司 : 補剛板の圧縮耐荷力について (その 1), 土木学会年次学術講演会, I-284, 1977.10.
 - 51) Yamada, Y., E. Watanabe, and R. Ito : Compressive strength of plates with closed-sectional ribs, Proc. JSCE, No. 278, pp. 133~147, Oct., 1978.
 - 52) 伊藤文人・田島二郎 : 補剛材をもった高張力鋼板による溶接角型短柱の圧縮試験, 鉄道技術研究報告, No. 313, 1962.6.
 - 53) 長谷川彰夫・長浜正孝・西野文雄 : 圧縮を受ける補剛された板の座屈強度, 土木学会論文報告集, No. 236, pp. 1~14, 1975.4.
 - 54) 金井道夫・大塚一喜 : 補剛板の設計法, 土木技術資料, Vol. 19, No. 10, 1977.10.
 - 55) Yamada, Y. and E. Watanabe : On the behaviour and ultimate strength of longitudinally stiffened flanges of steel box girders, Proc. JSCE, No. 252, pp. 127~142, Aug., 1976.
 - 56) 吉浪康行・大村 裕 : 補剛圧縮板の耐荷力について, 土木学会年次学術講演会, I-280, 1977.10.
 - 57) Dorman, A.P. and J.B. Dwight : Tests on stiffened compression panels and plate panels, Steel Box Girder Bridges, ICE, pp. 63~75, 1973.
 - 58) Barbré, R., H. Schmidt, E.H.H. Grassel and J. Kruppe : Traglastversuche an Ausschnitten gedrückter Gurte mehrerer Hohlkastenbrücken, Technische Universität Braunschweig, 1976.

(1979.5.2・受付)