

鋼箱桁の終局強度の近似算定法

AN APPROXIMATE METHOD FOR ULTIMATE STRENGTH OF STEEL BOX GIRDERS

三 上 市 蔵*・堂 垣 正 博**・武 田 八 郎***
By Ichizou MIKAMI, Masahiro DOGAKI and Hachiro TAKEDA

1. ま え が き

1969～71 年の鋼箱桁橋の崩壊事故を契機として、箱桁の耐荷力に関する研究が精力的に実施されてきた。その成果が続々と発表されているが、多くは圧縮補剛フランジに関するもので、補剛フランジと補剛腹板よりなる箱桁全体の耐荷力に関する研究は非常に少ない。

箱桁では全断面の不安定、圧縮フランジの座屈、腹板の座屈の 3 種類の不安定問題が重要になるが、箱桁の全体座屈についてはほとんど注意が払われていない。曲げを受ける長方形箱桁の圧縮補剛フランジと補剛腹板の弾性連成座屈を解析した米沢・三上¹⁾の研究のほかは見当たらないようである²⁾。

その後も圧縮フランジの座屈と腹板の座屈に関する研究は着々と進められているが、箱桁の耐荷力が算定できる理論としては Merrison Rules³⁾ と Herzog 理論⁴⁾のみのものである。ここでは、直交異方性板理論に基づいて近似的な箱桁^{注 1)}耐荷力算定法を考える。

2. 直交異方性板の剛度

圧縮フランジや腹板のように縦横に補剛された板を直交異方性板に置換する場合、直交異方性板としての剛度の決定が重要な問題となる。換算剛度の研究は、縦・横補剛材が等間隔に配置された場合は数多くなされている⁵⁾が、箱桁の腹板にみられるように補剛材が不等間隔に配置された場合は Merrison Rules³⁾の他はほとんどなされていないようである。ここでは、補剛材が不等間隔に配置された場合^{注 2)}の簡略な剛度換算式を誘導する。

Fig. 1 に示すような長さ l 、幅 b の補剛板を考える。

* 正会員 工博 関西大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 関西大学助手 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 舞鶴工業高等専門学校助教授 土木工学科
注 1) 左右対称断面とする。

この板（曲げ剛度 D_0 ）は、同一断面の縦補剛材 n_s 本と同一断面の横補剛材 n_r 本で補剛されているものとする。縦補剛材 1 本の曲げおよびねじり剛度をそれぞれ EI_s 、 GJ_s とし、横補剛材 1 本のそれらを EI_r 、 GJ_r とする。一方、直交異方性板の縦および横方向曲げ剛度を D_x 、 D_y 、有効ねじり剛度を H とし、この剛度 D_x 、 D_y 、 H は直交異方性板のひずみエネルギーと補剛材のひずみエネルギーが等しくなるように決定される⁶⁾。

通常、箱桁の圧縮フランジは縦横に等間隔に補剛されており、腹板は不等間隔の水平補剛材と等間隔の垂直補剛材を有しているの、このような場合に対する近似換算剛度を求める。以下、圧縮フランジに対しては F 、腹板に対しては w なる添字を用いて区別する。

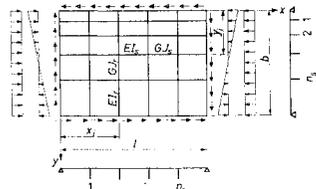


Fig. 1 Plate with unequally spaced stiffeners.

(1) 曲げを受ける腹板

たわみ曲面として、次の関数を仮定する。

$$w = \sin(m\pi x/l) \cdot \sum_{n=1}^2 c_{mn} \sin(n\pi y/b_w) \dots\dots (1)$$

a) 水平方向曲げ剛度 D_{xw} : 直交異方性板のひずみエネルギー Π_0 と補剛材のひずみエネルギー Π_s は次のようになる⁷⁾。

$$\Pi_0 = (lb_w/8) \cdot (m\pi/l)^4 D_{xw} \sum_{n=1}^2 c_{mn}^2 \dots\dots\dots (2)$$

$$\Pi_s = (lb_w/8) (m\pi/l)^4 D_{0w} \sum_{n=1}^2 c_{mn}^2$$

$$+ (l/4) (m\pi/l)^4 EI_{sw}$$

注 2) 現在の慣用の設計法に基づいて補剛材の間隔および剛度が定められているものとする。

$$\cdot \sum_{i=1}^{n_{sw}} \left\{ \sum_{n=1}^2 c_{mn} \sin(n\pi y_i/b_w) \right\}^2 \dots\dots\dots (3)$$

式 (2), (3) から D_{xw} が次のように求まる.

$$D_{xw} = D_{0w} + 2(EI_{sw}/b_w) \sum_{i=1}^{n_{sw}} \{ \sin(\pi y_i/b_w) + (c_{m2}/c_{m1}) \sin(2\pi y_i/b_w) \}^2 / \{ 1 + (c_{m2}/c_{m1})^2 \} \dots\dots\dots (4)$$

ただし, c_{m2}/c_{m1} は定数で座屈モードから決定される. 簡単のため座屈モードとして, 式 (1) のたわみ曲面を仮定した場合の等方性板の座屈モードを用いることにする. $l/b_w = 2/3$ (注3) の場合を考えると, $c_{m2}/c_{m1} = 0.52$ となるので, 次式が得られる.

$$D_{xw} = D_{0w} + (EI_{sw}/b_w) \sum_{i=1}^{n_{sw}} \{ \sin(\pi y_i/b_w) + 0.52 \sin(2\pi y_i/b_w) \}^2 / 0.6352 \dots\dots\dots (5)$$

b) 垂直方向曲げ剛度 D_{yw} : 等間隔に補剛されていることを考慮に入ると, よく知られた次式が得られる. 隔板間の座屈に対しては,

$$D_{yw} = D_{0w} + (n_{rw} + 1) EI_{rw} / l \dots\dots\dots (6)$$

で, 垂直補剛材間の座屈に対しては $EI_{rw} = 0$ とすればよい.

c) 有効ねじり剛度 $H_w (= D_{1w} + 2 D_{xyw})$: D_{xw} と同様に考えると, H_w が次のように求まる. 隔板間の座屈に対しては,

$$H_w = D_{0w} + (GJ_{sw}/b_w) \sum_{i=1}^{n_{sw}} \{ \cos(\pi y_i/b_w) + 1.04 \cos(2\pi y_i/b_w) \}^2 / 2.08 + (n_{rw} - 1) GJ_{rw} / (2l) \dots\dots\dots (7)$$

垂直補剛材間の座屈に対しては $GJ_{rw} = 0$ とすればよい.

(2) せん断を受ける腹板

たわみ曲面として, 次の関数を仮定する.

$$w = \sum_{n=1}^2 c_{nn} \sin(n\pi x/l) \sin(n\pi y/b_w) \dots\dots\dots (8)$$

a) 水平方向曲げ剛度 D_{xw} : 直交異方性板および補剛板のひずみエネルギーを等置し, 定数 c_{nn} を簡単のため式 (8) のたわみ曲面を仮定した場合の等方性正方形板注4) の座屈モードを用いて求めると, $c_{22}/c_{11} = 0.25$ となり, 結局, D_{xw} が次のように得られる.

$$D_{xw} = D_{0w} + (EI_{sw}/b_w) \sum_{i=1}^{n_{sw}} \left\{ \sum_{n=1}^2 \sin(n\pi y_i/b_w) \right\}^2 \dots\dots\dots (9)$$

b) 垂直方向曲げ剛度 D_{yw} : 同様に次式を得る.

$$D_{yw} = D_{0w} + (EI_{rw}/l) \sum_{i=1}^{n_{rw}} \left[\sum_{n=1}^2 \sin(n\pi i/(n_{rw} + 1)) \right]^2 \dots\dots\dots (10)$$

c) 有効ねじり剛度 H_w : 同様に次式を得る.

$$H_w = D_{0w} + (GJ_{sw}/2b_w) \sum_{i=1}^{n_{sw}} \left\{ \sum_{n=1}^2 \cos(n\pi y_i/b_w) \right\}^2 + (GJ_{rw}/2l) \sum_{i=1}^{n_{rw}} \left[\sum_{n=1}^2 \cos(n\pi i/(n_{rw} + 1)) \right]^2 \dots\dots\dots (11)$$

(3) 圧縮を受けるフランジ

たわみ曲面として, 次の関数を仮定する.

$$w = c_{m1} \sin(m\pi x/l) \sin(\pi y/b_F) \dots\dots\dots (12)$$

a) 縦方向曲げ剛度 D_{xF} :

$$D_{xF} = D_{0F} + (n_{sF} + 1) EI_{sF} / b_F \dots\dots\dots (13)$$

b) 横方向曲げ剛度 D_{yF} : 隔板間の座屈に対して,

$$D_{yF} = D_{0F} + (n_{rF} + 1) EI_{rF} / l \dots\dots\dots (14)$$

となり, 横補剛材間の座屈に対しては $EI_{rF} = 0$ とすればよい.

c) 有効ねじり剛度 H_F : 隔板間の座屈に対しては,

$$H_F = D_{0F} + \{ (n_{sF} - 1) GJ_{sF} / b_F + (n_{rF} - 1) GJ_{rF} / l \} / 2 \dots\dots\dots (15)$$

となり, 横補剛材間の座屈に対しては $GJ_{rF} = 0$ とすればよい. 式 (20) において, Giencke⁶⁾ は $GJ_{sF} = GJ_{rF} = 0$ とし, Merrison Rules³⁾ は第2項を

$$\{ (n_{sF} + 1) GJ_{sF} / b_F + (n_{rF} + 1) GJ_{rF} / l \} / 2$$

としている.

3. 箱桁の近似耐力算定法

(1) 圧縮補剛フランジの弾性座屈応力

圧縮フランジの座屈に対する腹板の拘束はほとんど期待できない^{1), 8)} ので, 圧縮補剛フランジが周辺単純支持され, 一様な圧縮応力を受けるものとすれば, 弾性圧縮座屈応力 σ^e_{crF} は次のようになる⁹⁾.

$$\sigma^e_{crF} = k_c \pi^2 \sqrt{D_{xF} D_{yF}} / \{ b_F^2 t_F (1 + \delta_F) \} \dots (16)$$

ただし, $k_c = (1/\bar{\alpha}_F)^2 + 2\kappa_F + \bar{\alpha}_F^2$

$$\alpha_F^* < 1 : \bar{\alpha}_F = \alpha_F^*$$

$$\alpha_F^* \geq 1 : \bar{\alpha}_F = 1$$

$$\alpha_F^* = l \sqrt[4]{D_{yF} / D_{xF}} / b_F$$

$$\kappa_F = D_{0F} / \sqrt{D_{xF} D_{yF}}$$

$$\delta_F = (n_{sF} + 1) A_{sF} / (b_F t_F)$$

t_F は圧縮フランジの主板厚, A_{sF} は圧縮フランジの縦補剛材1本の断面積である. なお, 隔板間の座屈と横補剛材間の座屈の両方を考える.

(2) 補剛腹板の弾性曲げ座屈応力

腹板の座屈に対するフランジの拘束は期待できる^{1), 8)} が, 腹板の補剛材で囲まれた板パネルの局部座屈による

注3) 最小座屈荷重を与える縦横比

注4) $l/b_w \leq 1$ の場合が多いと思われるが, その範囲で座屈荷重が最小となる $l/b_w = 1$ を用いた.

補剛板としての曲げ剛度の縮小を無視することを勘案し、補剛腹板が周辺単純支持されているものとする、弾性曲げ座屈応力 σ_{crw}^e は次のようになる⁹⁾。

$$\sigma_{crw}^e = k_b \pi^2 \sqrt{D_{xw} D_{yw}} / (b_w^2 t_w) \dots\dots\dots (17)$$

ただし、 $k_b = 9 \pi^2 \sqrt{R_{11} R_{12}} / \{1 + (27/25)^2 R_{11} / R_{13}\} / 32$

$$R_{1n} = (1/\bar{\alpha}_w)^2 + 2 n^2 \kappa_w + n^4 \bar{\alpha}_w^2$$

$$\alpha_w^* < 2/3 : \bar{\alpha}_w = \alpha_w^*$$

$$\alpha_w^* \geq 2/3 : \bar{\alpha}_w = 2/3$$

$$\alpha_w^* = l \sqrt[4]{D_{yw} / D_{xw}} / b_w$$

$$k_s = 9 \pi^2 \sqrt{R_{11} R_{22}} / \{1 + (27/25)^2 R_{11} / R_{33} + (3/5)^2 (R_{11} / R_{31} + 9 R_{11} / R_{13})\} / (64 \alpha_w^*)$$

$$R_{mn} = (m/\alpha_w^*)^2 + 2 n^2 \kappa_w + n^4 (\alpha_w^*/m)^2$$

で、 D_{xw} 、 D_{yw} は式 (9)、(10) から求められる。なお、隔板間の座屈のみを考える。

(4) 補剛材のねじり剛度

圧縮、曲げ、せん断に対する弾性座屈応力の計算に用いる κ_F 、 κ_w はそれぞれ圧縮フランジおよび腹板のねじり剛度を与える無次元パラメーターで、式 (16)~(18) では補剛材のねじり剛度が無視されている。ねじり剛度を考慮するには、式 (7)、(11)、(15) を用いて

$$\kappa_F = H_F / \sqrt{D_{xF} D_{yF}}, \quad \kappa_w = H_w / \sqrt{D_{xw} D_{yw}} \dots\dots\dots (19)$$

とすればよい。

(5) 非弾性座屈の取扱い

座屈応力が比例限度 σ_P を超えた場合には、AISC 設計便覧¹⁰⁾で補剛板に対して適用されている Bleich¹¹⁾ の低減係数を用い、 $\sigma_P = 0.5 \sigma_Y$ (σ_Y : 降伏応力) とする。非弾性圧縮座屈応力および非弾性曲げ座屈応力は次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda \leq \sqrt{2} : \sigma_{cr} / \sigma_Y = 1 - \lambda^2 / 4 \\ \lambda \geq \sqrt{2} : \sigma_{cr} / \sigma_Y = 1 / \lambda^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ただし、 λ は弾性座屈応力 σ_{cr}^e を用いて次の関係式から求める。

$$\sigma_{cr}^e / \sigma_Y = 1 / \lambda^2 \dots\dots\dots (21)$$

非弾性せん断座屈応力は σ_{cr} の代りに τ_{cr} 、 σ_{cr}^e の代りに τ_{cr}^e 、 σ_Y の代りに $\sigma_Y / \sqrt{3}$ と置いて、式 (20)、(21) から求められる。

(6) 曲げ耐荷力

圧縮フランジの座屈が先行する場合には、それが極限であると考え、腹板の座屈が先行する場合には、それ以上の荷重に対して腹板の分担する応力は増加しないので上下フランジのみが分担する⁸⁾と考える。

a) 腹板の座屈が先行する場合：座屈モーメント M_{cr} およびフランジ降伏モーメント M_{YF} は近似的に次のように表せる。

$$\kappa_w = D_{3w} / \sqrt{D_{xw} D_{yw}}$$

t_w は腹板の主板厚、 D_{xw} 、 D_{yw} は式 (5)、(6) から求める。なお隔板間の座屈と垂直補剛材間の座屈を考える。

(3) 補剛腹板の弾性せん断座屈応力

補剛腹板が周辺単純支持されているものとすれば、弾性せん断座屈応力 τ_{crw}^e は次のようになる⁹⁾。

$$\tau_{crw}^e = k_s \pi^2 \sqrt[4]{D_{xw} D_{yw}^3} / (b_w^2 t_w) \dots\dots\dots (18)$$

ただし、

$$M_{cr} = \frac{b_w^2 t_w}{3} \left\{ \sigma_{crw} + \frac{3 b_F t_F (1 + \delta_F)}{b_w t_w} \sigma_{crF} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$M_{YF} = \sigma_{YF} \frac{b_w^2 t_w}{3} \left\{ 1 + \frac{3 b_F t_F (1 + \delta_F)}{b_w t_w} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

したがって、

$$\frac{M_{cr}}{M_{YF}} = \frac{\sigma_{crF}}{\sigma_{YF}} \left\{ 1 - \frac{1 - \sigma_{crw} / \sigma_{crF}}{1 + 3 b_F t_F (1 + \delta_F) / (b_w t_w)} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

である。式 (22) の座屈モーメント M_{cr} の算出にあたって、水平補剛材が負担する直応力を考えていないので、これを考慮した終局モーメント M_{ult} を次式のように考える。

$$M_{ult} = M_{YF}^* M_{cr} / M_{YF} \dots\dots\dots (25)$$

ただし、 M_{YF}^* は腹板の水平補剛材を含めた箱桁全断面に対する断面係数を用いて計算した圧縮フランジが降伏するモーメントである。

b) 圧縮フランジの座屈が先行する場合：終局モーメントは次のようになる。

$$M_{ult} = M_{YF}^* \sigma_{crF} / \sigma_{YF} \dots\dots\dots (26)$$

(7) せん断耐荷力

腹板の補剛材に囲まれた板パネルが局部座屈したのち、後座屈強度が期待できる。補剛材の配置と剛度が適当であれば、局部座屈の影響を無視した補剛板の座屈強度を求めることで補剛腹板の耐荷力がほぼ評価できるものと考え、隔板間の座屈を対象とする。

せん断力は腹板のみによって負担されると仮定すると、箱桁のせん断耐荷力は次のようになる。

$$V_{ult} = 2 b_w t_w \tau_{crw} \dots\dots\dots (27)$$

(8) 曲げ・せん断耐荷力

曲げとせん断が作用する場合には、圧縮フランジの圧縮座屈で崩壊する場合と腹板の曲げ・せん断座屈で崩壊する場合とがある。

a) 圧縮フランジの座屈が先行する場合：終局モー

ントは式 (26) から求められる。

b) 腹板の曲げ・せん断座屈が先行する場合：まず，補剛腹板の曲げ座屈応力 σ_{crw} とせん断座屈応力 τ_{crw} を求める。無補剛板の場合，曲げ・せん断座屈に対する相関式については検討されている¹²⁾。補剛板に対しては圧縮・せん断座屈の相関式について若干の研究がなされている¹³⁾が，曲げ・せん断についての資料は見当たらないようである。ここでは，次の無補剛板の曲げ・せん断相関式が成立つものとする。

$$(\sigma/\sigma_{crw})^2 + (\tau/\tau_{crw})^2 = 1 \dots\dots\dots (28)$$

ただし， σ および τ は腹板が曲げ・せん断座屈する場合の縁応力およびせん断応力である。式 (28) は弾性座屈に対する相関式であるが，圧縮・せん断座屈の場合，弾性座屈の相関式が非弾性座屈に対して安全側の相関を与える¹²⁾ので，式 (28) を非弾性座屈の場合にも適用する。

応力 σ, τ は箱桁に作用する曲げモーメント M とせん断力 V で表され， M および V は荷重 P の関数になる。したがって，式 (28) は P の 2 次式となり，それを解き，曲げ・せん断座屈が生ずる場合の縁応力 σ_{cr} を計算すれば，終局モーメントは次式で与えられる。

$$M_{ult} = M_{YF} * \sigma_{cr} / \sigma_{YF} \dots\dots\dots (29)$$

実際にはせん断が作用する場合，曲げが長さ方向に変化する。Dwight-Little¹³⁾ は圧縮フランジ強度の算定に際して，最大応力端から有効座屈長の 0.4 倍の位置の応力を用いて等圧縮の取扱いをするように決めている。Merrison Rules³⁾ は最大応力端からの距離として， $l/b_F \leq 1$ のとき $0.5l$ ， $l/b_F > 1$ のとき $0.5 b_F/l$ を決

めている。ここでは，最大モーメント端から $l/4$ の断面^{注5)}における曲げモーメントを用いる。

4. 理論値と実験値の比較

大型鋼箱桁模型に対する 関西大学¹⁴⁾、¹⁵⁾、京都大学¹⁶⁾ および Imperial College¹⁷⁾、¹⁸⁾ の実験結果と理論値を比較すると **Table 1** のようになる。おおむね理論値は妥当であるが，腹板の曲げ・せん断強度の算定にあたっての照査断面位置は検討の余地があるようである。

なお，Model 7 は曲げ・せん断のほかにおねじりを受けるが，この場合，圧縮フランジの圧縮・せん断座屈または腹板の曲げ・せん断座屈のいずれかで崩壊すると考え，圧縮・せん断座屈の相関式として次式を用いた。

$$\sigma/\sigma_{crF} + (\tau/\tau_{crF})^2 = 1 \dots\dots\dots (30)$$

参 考 文 献

- 1) 米沢・三上:土木学会論文集, No. 120, pp. 8~13, 1965.8.
- 2) Subcommittee on Box Girders of the ASCE-AASHO Task Committee on Flexural Members: Proc. ASCE, Vol. 97, No. ST 4, pp. 1175~1186, April, 1971.
- 3) Inquiry into the Basis of Design and Method of Election of Steel Box Girder Bridges, Appendix I: Interim Design and Workmanship Rules, Part I~IV, Her Majesty's Stationary Office, London, England, 1973.
- 4) Herzog, M.: Bauingenieur, Bd. 52, Nr. 2, S. 57~61, 1977.
- 5) 米沢:補剛板の座屈と後座屈挙動, 骨組構造解析法要覧, 成岡・中村共編, 丸善, pp. 425~442, 1976.
- 6) Giенcke, E.: Stahlbau, Jg. 33, H. 1, S. 1~6, und H. 2, S. 39~48, 1964.
- 7) Timoshenko, S.P. and S. Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells, 2nd ed., McGraw-Hill, 1959.
- 8) 三上: 曲げを受ける薄肉断面げたの座屈に関する研究, 名古屋大学提出学位論文, 1972.12.
- 9) Richmond, B.: Proc. ICE, Vol. 20, pp. 141~150, 1961.
- 10) Design Manual for Orthotropic Steel Plate Deck Bridges, AISC, 1963.
- 11) Bleich, F.: Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, 1952.
- 12) Johnston, B. (ed.): Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd ed., John Wiley & Sons, 1976.
- 13) Dwight, J.B. and G.H. Little: Structural Engineer, Vol. 54, No. 12, pp. 501~509. Dec., 1976,
- 14) 三上・堂垣・宮花・米沢:土木学会関西支部年次学術講演会, I-16, 1979.6.
- 15) 堂垣・三上・米沢:土木学会第34回年次学術講演会, I-113, 1979.10.
- 16) 丹羽・渡辺・西込:土木学会関西支部年次学術講演会, I-18, 1979.6.
- 17) Dowling, P.J., et al.: Steel Box Girder Bridges, ICE, pp. 77~94, 1973.
- 18) Dowling, P.J., F.M. Moolani and P.A. Frieze: Steel Plated Structures, ed. by P.J. Dowling, et al., Crosby Lockwood Staples, pp. 108~141, 1977.

Table 1 Comparison between theoretical and experimental strengths

Loading	Model No.	Theoretical P_{ult} (t)	Experimental P_{max} (t)	P_{max}/P_{ult}	Ref.
Bending	6-1	659	680	1.03	14)
	6-3	703	760	1.08	14)
	2	81.3	64.5*	0.79	17)
	4	84.5	92.0	1.09	17)
	8	57.8	55.5	0.96	17)
Shear	10	208	196	0.97	18)
	6-5	528	535	1.01	16)
	6-6	550	535	0.97	16)
Bending & Shear	6-7	540	581	1.07	16)
	6-8	368	465	1.26	16)
	6-9	394	434	1.10	15)
	6-10	375	469	1.25	16)
	6-11	411	445	1.08	15)
	J	148	120	0.81	17)
	3	210	192	0.91	17)
	5	135	112	0.83	17)
	6	297	266	0.90	17)
Bending, Shear & Torsion	9	436	440	1.01	18)
	7	75.7	82.0	1.08	17)

* Local buckling of a flange plate panel between stiffeners

注5) 不等曲げの場合の座屈モードの最大たわみの断面を想定した。