

有限要素法による地盤の応力・変形を考慮した浸透流解析

COUPLED STRESS-FLOW FINITE ELEMENT ANALYSIS OF SOIL

大西 有三*・村上 毅**

By Yuzo OHNISHI and Takeshi MURAKAMI

1. ま え が き

土質工学ならびに岩盤工学の分野において、浸透流の影響を正しく評価することはきわめて重要なことであり、ダムや矢板などの設計だけでなく、基礎構造物や地盤の沈下、トンネルや斜面の安定問題についても浸透水を無視すると大きな誤りを犯す危険性があるとされてきた。そのうえ、近年、アースダムの崩壊や地盤沈下など浸透水と土構造物の相互作用に関連して起こると考えられる問題に対して社会的関心が高くなり、環境保全や安全性の面から構造物の挙動を的確に推定しようとする試みがなされつつある。しかし、従来の浸透解析といえ、地盤の変形を無視し（地盤を剛体と考える）、浸透水の動きのみを問題にするものが主流をなしていた。井戸の揚水解析やアースダム堤体内の浸透流解析などはその代表的なものであるが、この場合地盤中の間隙水圧が主として問題の対象となり、地盤の応力-ひずみ関係をも考慮することはきわめて少ない。したがって、従来の浸透流解析に基づいて土構造物の安定を論ずる場合には、地盤の応力あるいは変形に基づいた破壊条件によらず、主として限界流速や限界動水勾配によるといった方法がとられている。また、従来の手法を一部変更して、地盤と水の相互作用を解析する場合、浸透解析と地盤の応力・変形解析を個々に実施し、その結果をどちらかへの入力として繰り返し計算し、収束するときの値を解とする手法も利用されることがあった¹⁾。しかし、この手法はきわめて複雑で実用性に劣るとされており、ダム本体の圧力により岩盤が圧縮され、透水係数の低下から予期せぬほどの水圧が基礎岩盤にかかったために起こったとされるマルパッセダムの破壊²⁾の解析などに適用することは非常に困難であるとされている³⁾。そこで、より

現実に近い浸透現象を取り扱うことができ、構造物の安全性を的確に論ずるための手法が望まれてきたが、最近注目を浴びつつあるのが応力と変形を考慮した浸透流の解析手法、すなわち地盤骨格と水のカップリングの問題の解析 (Coupled stress-flow analysis) 手法である。古くからの有名な圧密論はもちろんこの範ちゅうに入る。圧密論の基礎は Terzaghi によるが、このカップリング問題に取り組み、その理論を整然と展開したのは Biot⁴⁾ である。本論文ではこの Biot の考えを不飽和浸透領域に拡張して適用することを試み、地盤の応力と変形を考慮した飽和-不飽和浸透流の支配方程式を誘導する。さらに、この方程式を有限要素法により定式化し数値解析する手法について述べるとともに、いくつかのモデル計算の結果を例示し、手法の適用性について検討を加える。

2. 地盤の応力・変形を考慮した浸透流解析の問題点

地盤の応力・変形を考慮した浸透流解析では、従来の圧密論における考え方と多少異なった点があるので注意が必要である。まず Fig. 1 に示すような例題を考えてみよう。Fig. 1(a) は水理境界において水位上昇 dh が生じたときの非排水状態の地盤を示し、Fig. 1(b) は水位上昇分 dh に相当する外荷重が載荷されたときの非排水状態の地盤を示すものである。このときの両者の地盤内の全応力分布と有効応力分布および間隙水圧分布はまったく同じである。次に地盤の底部から排水を行い、その水位を地盤と同じ高さに移動させると水が流れ始めるが、定常状態での応力分布は Fig. 1(c) に示すようになる。一方、Fig. 1(d) では同じように浸透が起こるが、その過程も最終状態の応力分布も Fig. 1(c) とはまったく異なったものとなる。すなわち前者が本論文で取り扱う問題であり、後者が従来からの圧密の考え方に基づいたものである。この圧密の考え方によると、常に静水圧

* 正会員 Ph. D. 京都大学助教授 工学部交通土木工学科

** 正会員 工修 大阪府

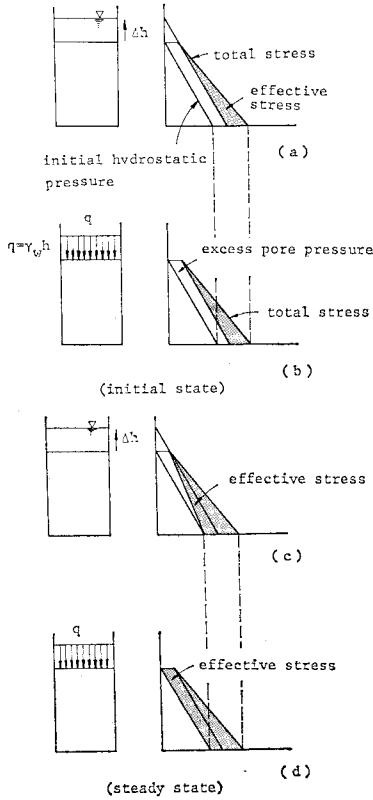


Fig. 1 Comparison of stress distribution.

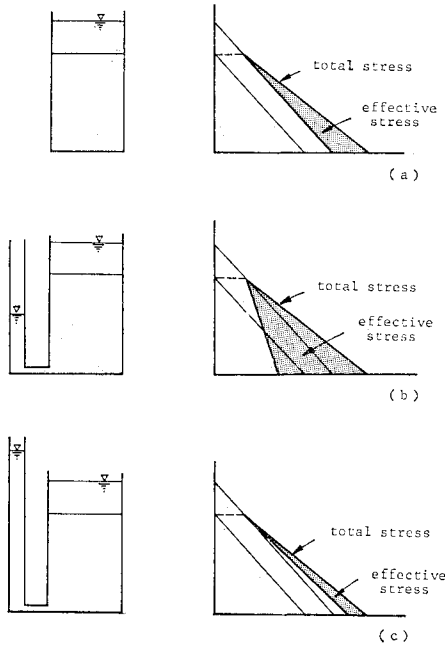


Fig. 2 Illustrative examples of steady state flow.

を基準圧力とし、外荷重によって生じた間隙水圧を過剰間隙水圧として取り扱っているので、Fig. 2 に示すよ

うな問題を対象とすることはほとんどない。Fig. 2(a) は地盤と同じ高さに水位が存在する初期状態を示している。Fig. 2 (b) と Fig. 2 (c) は地盤の底部からの排水条件により地盤内の有効応力分布が大きく変化することを示している。一般に浸透問題を解析する場合、定常状態の水圧分布が未知であることが多いので、あらかじめ過剰間隙水圧を予測することが不可能であり、過剰間隙水圧を未知数とする従来の圧密の考え方をそのまま適用することは困難である。

3. 地盤の応力・変形を考慮した浸透流の基本方程式

(1) 圧密理論との関連性

地盤の応力・変形を考慮しない場合の従来の浸透問題における支配方程式は、土中水の運動方程式と質量保存則よりなる間隙水圧の挙動だけを対象とするものであった。一方、地盤の変形を考慮する場合には、さらに地盤の応力と変形に関するつり合いおよび適合条件を満足する必要がある。そして、このような土中水の移動と地盤の変形を同時に考える場合には、その両者の相互作用を示す関係がなければならない。飽和土を対象にして用いられる Terzaghi の有効応力の原理がこれにあたる。これらの関係を総合し、構造骨格の変位と間隙水圧とを未知数とする連立偏微分方程式を導いたのが Biot であり、彼の一般的な理論が三次元圧密論である。ある特定の条件のもとではこれらの方程式を一変数の熱伝導型微分方程式に変換することが可能であり、Terzaghi や三笠の一次元圧密論⁶⁾はそれに相当する。

変形を考慮した浸透流解析において、自由水面をもたない完全飽和の被圧滞水層だけを議論する場合は Biot の圧密の式をそのまま転用することが可能である。しかし、より普遍的な、自由水面をもつ流れに対しては不飽和領域も含めて考慮の対象とし、飽和領域とは異なった取り扱い方法が必要になってくる。

(2) 不飽和領域の取り扱い

自由水面をもつ場合の浸透流解析においては、自由水面を境界として完全飽和領域と不飽和領域に分けて考えられる。Biot の圧密論はもともと不飽和領域をも含んだものとして提唱された理論であるが一般的な支持は得ていない⁶⁾。彼は土を土粒子構造骨格と気体・液体混合の圧縮性流体からなるものと考え、二相系の問題として取り扱っている（この流体の圧縮性が無視できるほど小さい場合には飽和状態の圧密方程式となる）。これに対し、Florin⁷⁾ は土を土粒子骨格、間隙水、間隙空気より

なる三相系問題としてとらえ、気体の圧縮性および水への溶解をも考慮した連続式により不飽和土の挙動をとらえている。また、Barden⁶⁾も Bishop⁹⁾の不飽和土に対する有効応力の原理を用いて三相系の圧密を考え、Richards¹⁰⁾は Biot の圧密論の拡張として土の水分保有の変化を考慮し、同じく Narashimhan¹¹⁾も土の飽和度の変化を考慮した土中水の連続式をたて、簡単な問題の差分解析を得ている。しかし、不飽和土を対象とした圧密論には多分に検討の余地が残されており、今後の研究に期待されるが、不飽和圧密論について議論をするのは本論文の主旨と異なるので、他の機会にゆずることとする。したがって、本論文では Bishop と Barden の考えに基づいた式を採用し、地盤の応力と変形を考慮した浸透流の基本方程式を立てるものとする。

完全飽和領域に対しては Terzaghi の有効応力の原理ならびに Darcy の法則が成立するものとし、それぞれ、

$$\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\pi \dots\dots\dots (1)$$

$$v_i = -k_s \frac{\partial h}{\partial x_i} \dots\dots\dots (2)$$

と表される。ここに、 σ_{ij}' は有効応力、 σ_{ij} は全応力、 δ_{ij} は Kronecker delta、 π は間隙水圧、 v_i は流速、 k_s は透水係数、 h は全水頭を示している。

不飽和領域に対しても上述の式 (1),(2) の拡張として、

$$\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \lambda \delta_{ij}\pi \dots\dots\dots (3)$$

$$v_i = -k(\theta) \frac{\partial h}{\partial x_i} \dots\dots\dots (4)$$

が成立するものとする。ここに λ および $k(\theta)$ はそれぞれ体積含水率 θ に依存するパラメーターであり、飽和状態では $\lambda=1$ 、 $k=k_s$ となる。

飽和-不飽和領域において水理境界が変動する問題に対しては、その解析モデル領域の最下部を位置水頭の原点とした全水頭表示が合理的であることは Fig. 1, 2 にて示したところである。自由水面を求めるには、全水頭から位置水頭を差し引いた、圧力水頭が零となる点を捜せばよいことになる。これによって飽和領域では従来の圧密解析と異なり静水圧が考慮されるため、地中の構造物に対して揚圧力が求められる。また Fig. 3 は、水面形の変化に伴う土の密度変化を示したものである。地盤

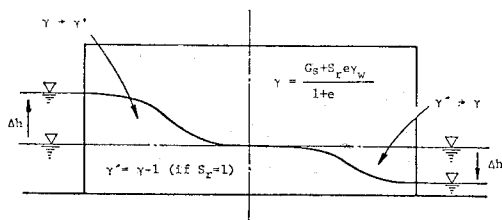


Fig. 3 Variation of density of soil due to water level change.

の応力・変形を考慮した浸透流解析では水面形の変化により土の密度変化による荷重増減が生じ、圧密もしくは膨潤が引き起こされ透水係数が変化するため、さらに圧力水頭が変化することになり、こうした過程を繰り返しながら定常状態へと移行していく。このとき、飽和領域に対して透水係数の変更には、よく知られている次の関係¹²⁾を用いることにした。

$$e = a \log_{10} k + b \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 e は空隙比、 k は透水係数、 a は片対数表示の直線の勾配であり、 b は e 軸の切片として与えられる。

また、不飽和領域においては、Fig. 4 に示した透水特性を用いて透水係数を更新した。

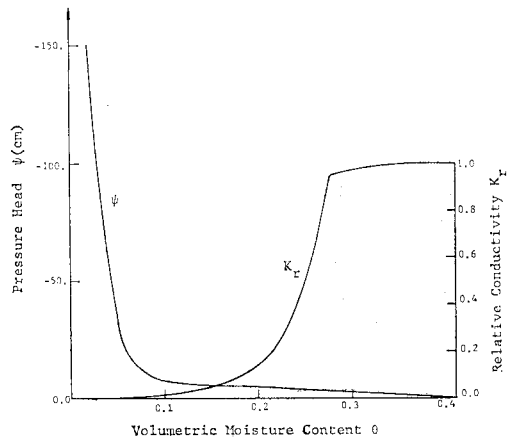


Fig. 4 Unsaturated property of soil.

(3) 基本方程式の誘導

飽和-不飽和領域における応力と変形を考慮した浸透流解析の基本方程式は浸透水の質量保存則を満たすとともに、応力のつり合いおよびひずみの適合条件を満たす必要がある。

まず、全応力に対するつり合い式は次式にて示される。

$$\sigma_{ij,j} + \rho_s b_i = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 σ_{ij} は全応力、 ρ_s は地盤材料の密度、 b_i は物体力である。有効応力の定義として前述の式 (3) を用いると、

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}' + \lambda \delta_{ij}\pi = \sigma_{ij}' + \lambda \delta_{ij}\tau_w \psi \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 ψ は圧力水頭、 τ_w は水の単位体積重量を示す。式 (7) を式 (6) に代入すると、

$$(\sigma_{ij}' + \lambda \delta_{ij}\tau_w \psi)_{,j} + \rho_s b_i = 0 \dots\dots\dots (8)$$

となり、この式 (8) が飽和-不飽和領域における応力のつり合い式となる。

一方、不飽和領域も含んだ浸透水の連続式は、質量保存則より導かれた Richards の方程式を用いて、

$$-(\rho_f v_i)_{,i} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f \theta) \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 v_i は流速、 ρ_f は間隙流体の密度、 θ は体積含水率（土の単位体積中に含まれる水の体積）であり、 θ は、

$$\theta = n S_r \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 n は間隙率、 S_r は飽和度である。また土中水の運動方程式は、Darcy-Backingham の方程式より、

$$v_i = -k(\theta) \cdot h_{,i} \dots\dots\dots (11)$$

で表される。ここで式 (10)、(11) を式 (9) に代入すると、

$$[\rho_f k(\theta) \cdot (\psi + z)_{,i}]_{,i} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f n S_r) \dots\dots\dots (12)$$

となる。間隙流体の密度変化は無視し得るほど小さいと仮定すると、

$$[k(\theta) \cdot (\psi + z)_{,i}]_{,i} = \frac{\partial}{\partial t} (n S_r) = S_r \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} + c(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \dots\dots\dots (13)$$

と表される。ここに、 u_i は変位、 $c(\psi)$ は比水分容量 (= $n \cdot dS_r/d\psi$) とよばれるものである。式 (13) の右辺第1項は土の変形による水分排出量であり、第2項は圧力水頭の変化によって土の貯留される土中水の量的な変化を示している注)。

次に土の構造骨格の構成関係として弾性体を仮定すると、その応力-ひずみ関係は、

$$\sigma_{ij}' = c_{ijkl} \epsilon_{kl} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 c_{ijkl} は弾性定数、 ϵ_{kl} はひずみテンソルを示している。また微小ひずみを仮定すると、ひずみ-変位関係は、

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \dots\dots\dots (15)$$

と表される。ここに u_i は変位ベクトルである。

ここで式 (14)、(15) を式 (8) に代入すると、

$$\left[\frac{1}{2} c_{ijkl} (u_{k,l} + u_{l,k}) + \chi \delta_{ij} \gamma_w \psi \right]_{,j} + \rho_s b_i = 0 \dots\dots\dots (16)$$

したがって、式 (13) および式 (16) を連立させ、 (u_i, ψ) について解くことにより飽和-不飽和領域における浸透現象と応力・変位の相互作用の問題（いわゆる Coupled stress-flow problem）の解を得ることができ。すなわち支配方程式は、

注) 式 (13) の誘導において2つの物理的近似を用いる操作を行っている。1つは、間隙流体が不飽和領域では圧縮性であるのに、圧縮性流体の状態方程式を用いずに、無視し得るほど小さいとしていることであり、他の1つは、 $c(\psi)$ の ψ 依存性が $n \frac{dS_r}{d\psi}$ の変化すべてを包含しているものと考え $n \frac{dS_r}{d\psi} = c(\psi)$ と近似していることである。

$$\left. \begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} c_{ijkl} (u_{k,l} + u_{l,k}) + \chi \delta_{ij} \gamma_w \psi \right]_{,j} + \rho_s b_i = 0 \\ & [k(\theta) \cdot (\psi + z)_{,i}]_{,i} - \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} S_r - c(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ここで水の流れが、全水頭分布に従うことを考慮して式 (17) を全水頭にて表示すると、

$$\left. \begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} c_{ijkl} (u_{k,l} + u_{l,k}) + \chi \delta_{ij} \gamma_w (\psi + z) \right]_{,j} \\ & + \bar{\rho}_s b_i = 0 \\ & [k(\theta) \cdot (\psi + z)_{,i}]_{,i} - \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} S_r \\ & - c(\psi) \frac{\partial (\psi + z)}{\partial t} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、

$$\bar{\rho}_s = \rho_s - \chi \delta_{ij} \gamma_w \delta_{is}$$

この式 (18) を解くには次の初期条件および境界条件が必要である。それらを列挙すると、

(i) 初期条件

$$u_i(x, t) = u_i(x, 0), \quad h(x, t) = h(x, 0) \dots\dots (19)$$

ここに、 x はその点の位置ベクトルを示し、 h は全水頭を示す ($h = \psi + z$)。

(ii) 境界条件

① 変位既知の境界 S_1 :

$$u_i(x, t) = \hat{u}_i(x, t) \dots\dots\dots (20)$$

② 応力既知の境界 S_2 :

$$\sigma_{ij}(x, t) n_j(x) = \hat{T}_i(x, t) \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 \hat{T}_i は既知の表面トラクション、 n_j は法線ベクトルを示す。

③ 水頭既知の境界 Γ_1 :

$$h(x, t) = \hat{h}(x, t) \dots\dots\dots (22)$$

④ 流量既知の境界 Γ_2 :

$$[k(\theta) \cdot h_{,i}] \cdot n_i = -\hat{Q}(x, t) \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 $\hat{h}(x, t)$ 、 $\hat{Q}(x, t)$ は x の位置における既知水頭と既知流量をそれぞれ示す。

以上、式 (19)~(23) の条件のもとで式 (18) を満たす解 (u_i, h) を求める問題が、飽和-不飽和領域における土の挙動に対する一般的な境界値問題である。

(4) 有限要素法による定式化

境界値問題を有限要素法により定式化する方法としては汎関数法あるいは重みつき残差法がよく用いられる。ここでは、重みつき残差法の1つである Galerkin 法を用い、前節で述べた境界値問題の有限要素定式化を行う。

まず場の変数 (u_i, h) を、それぞれ内挿関数 N_n, \bar{N}_n を用いて、分割された要素の節点値 (\bar{u}_i^n, \bar{h}^n) で表す

(ここで、上指標 n は節点番号を示し、下指標 i は変位方向を示している。たとえば \bar{u}_i^n は n 節点における i 方向の変位のことである)。

$$\left. \begin{aligned} u_i(x, t) &= N_n(x) \bar{u}_i^n(t) \\ h(x, t) &= \bar{N}_n(x) h^n(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ここに、

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, 3 \\ n &= 1, 2, 3, \dots, N_0 \text{ (節点総数)} \end{aligned}$$

式 (24) をもとに、Galerkin 法の手法に従って操作をし、Green-Gauss の定理を援用して整理すると次の式 (25) と式 (26) が導かれる。

$$K_{nm}{}^{ik} \bar{u}_k^m + C_{nm}{}^i \bar{h}^m = F_n^i \dots\dots\dots (25)$$

$$A_{nm} \bar{h}^m + B_{nm}{}^i \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_i^m + D_{nm} \frac{\partial}{\partial t} \bar{h}^m = E_n \dots\dots\dots (26)$$

ここに、

$$\begin{aligned} K_{nm}{}^{ik} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_{n,i} c_{ijkl} N_{m,l} dV \\ C_{nm}{}^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_{n,j} \delta_{ij} z \bar{\gamma}_w \bar{N}_m dV \\ F_n^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n \bar{\rho}_s b_i dV + \sum_{a=1}^{N_0} \oint_{S_a} N_n N_m \hat{T}_i^m dS \\ A_{nm} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} \bar{N}_{n,i} k(\theta) \bar{N}_{m,i} dV \\ B_{nm}{}^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} \bar{N}_n S_r \bar{N}_{m,i} dV \\ D_{nm} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} \bar{N}_n c(\psi) \bar{N}_m dV \\ E_n &= \sum_{a=1}^{N_0} \oint_{S_a} \bar{N}_n \bar{N}_m \hat{Q}^m dS \end{aligned}$$

そして、 V_a : a 番目の要素の体積

$$N_0 : \text{要素総数} \left(\sum_{a=1}^{N_0} V_a = V \right)$$

S_a : a 番目の要素の表面積

\hat{T}_i^m : 表面トラクション

\hat{Q}^m : 節点流量

式 (25), (26) を連立させ、 (\bar{u}_i^m, \bar{h}^m) について解けば問題が解析されることになる。ここで時間微分に対し中央差分を用い、マトリックス表示すると、

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c|c} \underline{K} & \underline{C} \\ \underline{B} & \underline{D} \end{array} \right] \frac{dt}{2} \left[\begin{array}{c} \underline{A} + \underline{D} \\ \underline{A} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{u}_{t+\Delta t} \\ \underline{h}_{t+\Delta t} \end{array} \right\} \\ & = \left\{ \begin{array}{c} \underline{F}_{t+\Delta t} \\ \underline{E}_{t+\Delta t} + \underline{E}_t + \underline{B} \underline{u}_t + \left(\underline{D} - \frac{dt}{2} \underline{A} \right) \underline{h}_t \end{array} \right\} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

このマトリックス方程式を初期条件の式 (19) および境界条件の式 (20)~(23) のもとで未知数 $(u_{t+\Delta t}, h_{t+\Delta t})$ について解くことにより、浸透現象と地盤の応力・変形の相互作用を知ることができる。マトリックス \underline{K} , \underline{C} , \underline{B} ,

\underline{A} , \underline{D} と荷重項ベクトルおよび流量荷重項は初期条件と境界条件から求められ、それ以後の計算値は逐次 1 ステップ前の $(\underline{u}_t, \underline{h}_t)$ により定まるから、必要とされる Δt 時間後の解 $(\underline{u}_{t+\Delta t}, \underline{h}_{t+\Delta t})$ は式 (27) より計算できることになる。

4. 解析結果と検討

地盤変形を伴う浸透問題のうち飽和領域のみを解析する場合の例として重力ダムなどの揚圧力・ダム安定の問題⁽³⁾や被圧地下水の揚水問題が考えられるが、ここでは揚水問題を取り上げる。さらに飽和-不飽和領域を対象とする砂模型実験のシミュレーションを例にとり、地盤変形と浸透現象の相互作用について検討を行うとともに、アースダムの堤体内浸透を解析例として示し、実際問題への応用について考察を加える。

(1) 飽和領域のみを対象とする解析例

a) 揚水モデル (円筒島モデル)

被圧地下水の揚水モデルは地下水の汲み上げによる地盤の沈下変形の様子を検討するのに用いることが可能である。ここに示す解析では前述した静水圧の考慮はせず、位置水頭の原点は地盤の上端としている。Fig. 5 に示すような左端を中心とする円筒形の島モデルを考える。この地盤は上下両面を不透水層ではさまれた被圧層であり、中央に半径 50 cm の井戸を有し、揚水により外水位との間に水頭差を与えるものである。境界条件としては、井戸の中の全水頭が既知、そして上下面は流量既知の境界を設定する。また変位境界としては外周面が水平方向固定、下面が鉛直方向固定とし、その他は自由に動くことができると仮定している。

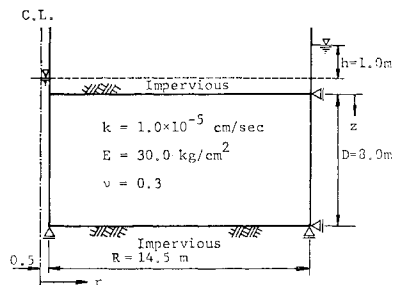


Fig. 5 Schematic modeling of draw-down in well.

以下、揚水により井戸水位を外水位より 1.0 m だけ低い水位に維持した場合の地盤変形および間隙水圧の分布とそれらの時間的変化を示すことにする。Fig. 6 は滞水層上端の鉛直変位を時間経過とともに表したものである。揚水直後は鉛直変位はほとんど認められないが、時間が進むにつれて上端面は次第に井戸を中心とした円

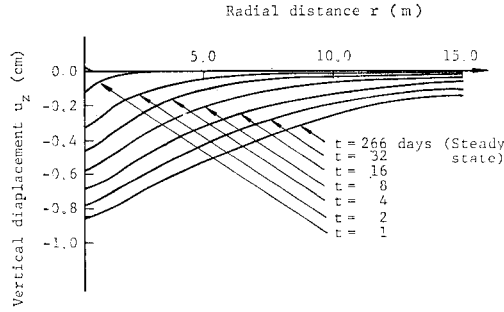


Fig. 6 Vertical displacement at upper boundary.

錐状に沈下していき、266 日でほぼ沈下はおちついている。

Fig. 7 は同じく地盤の上端面における水平変位を示したものである。水平変位はすべて井戸の中心方向にむかって起こり、揚水を始めた初期においては、鉛直変位の場合と同様に井戸付近にて変位が生じ、外周に向かうにつれてその量は小さくなっている。しかし、鉛直変位の場合とは異なり、時間経過とともに井戸から 2m ほど離れた部分で水平変位量が極値を示している。これは、円筒モデルにおいて水位低下のための応力減少と、間隙水圧低下に伴う有効応力の増加が釣り合う状態になったものと考えられる。

Fig. 8 には同じく滞水層上端の間隙水圧分布を示しており、左端および右端はそれぞれ井戸および外周に対応している。揚水直後は井戸の周辺においてのみ急激な

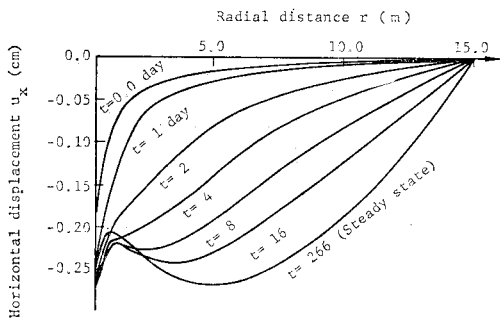


Fig. 7 Horizontal displacement at upper boundary.

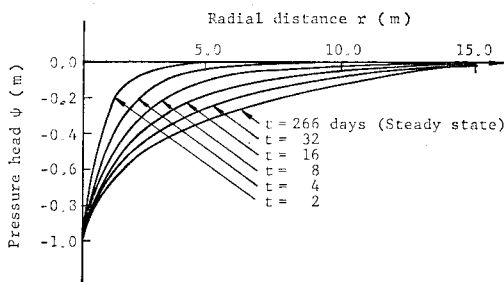


Fig. 8 Pore pressure distribution at upper boundary.

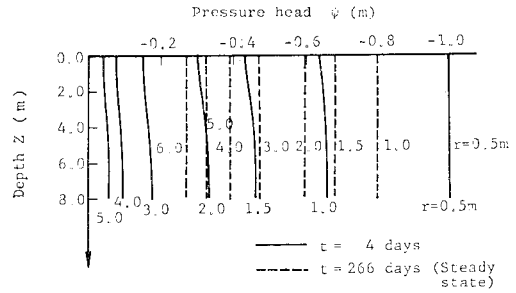


Fig. 9 Pore pressure distribution in vertical direction.

間隙水圧の低下が起こり、動水勾配は井戸を中心とした円錐状に分布するが、時間の経過とともに動水勾配は領域全体に緩やかなものとなり定常状態に至っている。

Fig. 9 では間隙水圧の鉛直方向の分布に注目し、揚水初期（4日）と定常時（266日）とを比較している。

Fig. 8 で示した間隙水圧の時間的変化とは別に、Fig. 9 においては揚水初期に間隙水圧の鉛直方向の変化が認められるのに対し、定常時においてその変化がまったく認められない。しかし、動水勾配を考えるとこの初期の鉛直方向の変化量も水平方向に比べれば微小であり、鉛直方向の水の移動はほとんど無視できるものである。

以上の揚水問題の結果をまとめると、揚水による間隙水圧の低下により井戸周辺に大きな動水勾配が発生し、間隙水が流出して地盤沈下が井戸を中心とした円錐状に進行することになる。そして水圧低下による応力解放と、間隙水圧の低下に伴う有効応力の増加、それに浸透力とが釣り合った状態で、揚水量と体積の変化量の関係を満足しながら変形および応力変化が生じ、定常浸透状態に至り地盤変形も収束に向かう。

(2) 飽和-不飽和領域を対象とする解析例

a) 砂模型実験との対比

自由水面を有する飽和-不飽和領域の解析例として、赤井・宇野¹⁴⁾が行った砂模型実験を比較の対象として選んだ。解析では透水性基盤上 10 cm の高さに初期水位が存在し、瞬時に 20 cm 水位上昇するものと仮定している。解析領域は、35 cm×315 cm の長方形の飽和-不飽和領域であり、その左端で水位上昇が行われる。境界条件としては変位に関して地表面は拘束がなく、両側面は水平方向固定、下面是鉛直方向固定としている。応力境界としては上端および両側面の水浸しない部分が全応力既知の境界、また両側面の水浸している部分および下面是水頭既知の境界となっている。流量境界としては上端および両側面の水浸しない部分が不透水面となっている。このモデルを用いて、瞬時水位上昇による非定常浸透現象に対応して、水面形の時間的変化とともに砂模型の変形および応力状態がどのように推移するかを検討す

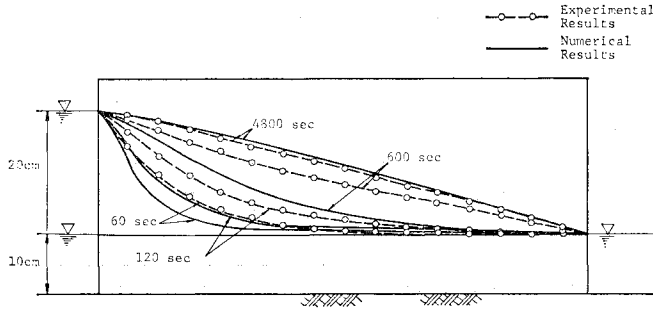


Fig. 10 Comparison of numerical and experimental results.

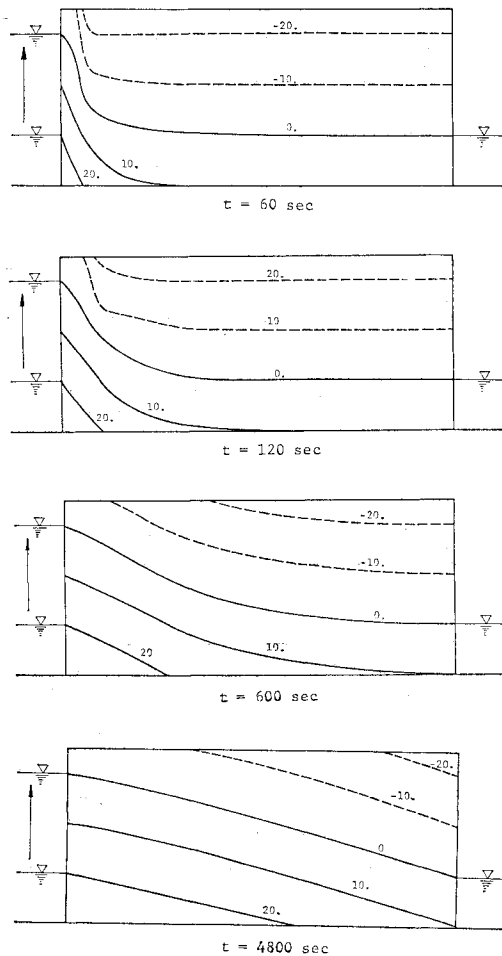


Fig. 11 Distribution of pressure head.

ることとする。なお不飽和領域に対して透水係数および比水分容量の値の更新を Fig. 4 に示す透水特性曲線を用いて行い、飽和領域に対しては $e = a \log_{10} k + b$ の関係を用いている。

Fig. 10 は、初期水位 (10 cm の位置) から水位が瞬時に 20 cm 上昇した場合の水面形の時間的な変化を示している。図中に破線で示した曲線は、前述の実験結果で

ある。これと計算結果を比較すると水面形の形状および定常時の水面形は妥当と考えられるが、初期において浸透流の進行は遅れる傾向がある。これは、初期の地盤内応力を与えるための自重圧密計算段階で飽和領域の透水係数がやや小さくなっていることも一因であるが、つり合い式を満足するように自重圧密計算が行われる際に、不飽和領域に対して式 (3) の α を領域の平均値としてただ 1 つ設定 (ここでは $\alpha = 0.7$)

しているため、初期状態 (自重圧密終了時) のサクション分布が実際より大きな値として計算され透水係数および比水分容量に影響を与えることが原因と考えられるので、サクションを含む初期応力状態が入力でき計算が継続できるようにすればよい結果が得られるであろう。

Fig. 11 は各時間段階の圧力水頭分布を示している。 $t = 60$ 秒において非排水状態に近い形で変形したときの圧力水頭分布と新たに水理境界となった部分で固定された水頭が示されている。 $t = 120$ 秒においては動水勾配が水位上昇した部分に近いほど急になっており定常状態には達していないが、 $t = 4800$ 秒ではほぼ定常といえる圧力水頭分布になっている。

Fig. 12 は表面鉛直変位を示したもので、破線は初期応力状態を作るための自重圧密段階での沈下を示している。水位上昇後、水面形が変化するのに伴って初期では領域の左側で隆起を生じ、次第に領域全体が隆起を起こしている。この現象は有効鉛直応力 σ'_z の時間的変化を表した Fig. 13 からも説明される。すなわち水位上昇後、 σ'_z は水位上昇が起こった部分の近傍で急激に減少し始め、時間経過とともに連続式およびつり合い式を満足しながら、領域全体にこの応力変化が広がっていく。そして最後に定常浸透状態に達して、応力状態も平衡状態となる。有効水平応力 σ'_x も K_0 状態から σ'_z と同様の挙動を示す。

b) アースフィルダムの解析

浸透流が土構造物の安定性に及ぼす影響については前述したが、特にフィルダムでは貯水時に浸透水の作用で間隙水圧や揚圧力が発生することによりパイピングやせん断強度の低下などダムの安定を脅かす場合や水位急降下時に残留間隙水圧の影響で斜面の安定が損なわれる場合が多分に予想される。したがって、フィルダムの設計・施工には浸透流に対する安定性を十分検討しておく必要がある。

ここでは応用例として貯水池の水位が上昇した場合、その浸透現象と変形がどのように進行していくかを検討するために Fig. 14 に示すモデルを用いて解析した。 Fig. 14 には、変位に関する境界条件、ダムの諸元およ

び材料定数が示してある。飽和領域における透水係数の変更パラメーター a, b は、地盤に対しては砂質土、ダム部に対しては砂質粘土に対応するものを用いた。また粘性土に対する不飽和領域における透水特性が未だ十分明らかにされていないので、土質材料の理論毛管上昇高を参考として Fig. 4 の圧力水頭の値を粘性土に適合するように修正し透水係数および比水分容量を決定した。

基礎地盤の表面に初期水位が存在し、瞬時に 20 m の水位上昇が起こった場合の水面形の推移を示したものが Fig. 15 である。1 200 秒後ではまだ非排水状態に近く、堤体内は水位上昇した上流貯水池側でわずかに飽和領域が現われているが、堤体の他の部分は依然として不飽和のままであり、堤体の上流表面付近では動水勾配がかなり大きいと考えられる。その後時間経過とともに水平方向に水面が進行してゆき、6 日後にほぼ定常状態に達している。

Fig. 16 は浸透水の動きに伴う堤体の変形を表したもので、水位上昇直後の非排水状態を破線で示し、浸透現象が定常状態に至ったときのものを一点鎖線で示している。この場合堤体築造時の自重圧密完了後の変形を基準値としている。初期の水位上昇時の非排水状態では、上流側が沈下し、下流側が隆起して等体積変形が生じていることがわかる。ところが時間が経過し、水が浸透するにつれ、間隙水圧が増加し有効応力が減少するため膨潤が生じる。定常時において Fig. 15 に示した水面形に対応した変形が生じていることがわかる。すなわち、浸透現象による間隙水圧の増大が、堤体を隆起させるとともに、浸透力が堤体を下流方向に変形させていることが堤体の中心線に注目すると明らかである。

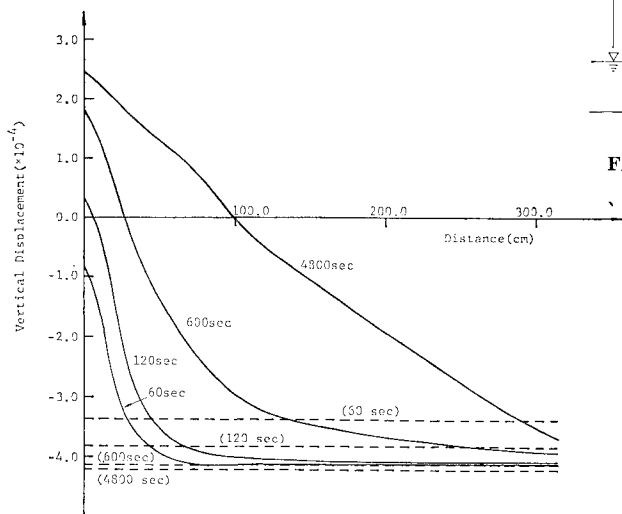


Fig. 12 Vertical displacement at surface.

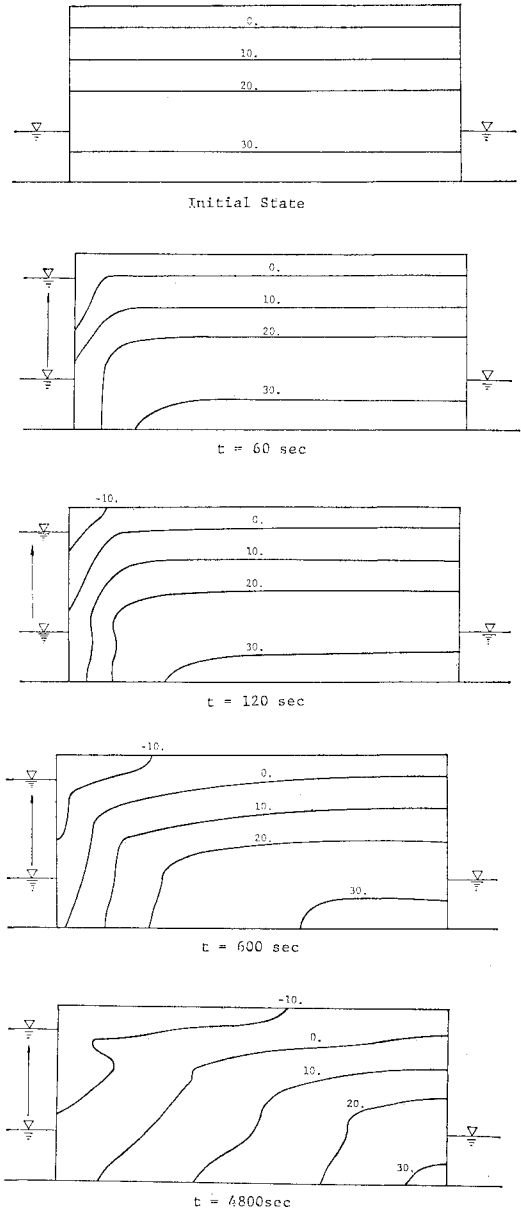


Fig. 13 Distribution of vertical effective stress (σ'_z)

5. 結 論

本論文は地盤中に存在する水と地盤の構造骨格の相互作用を一般的に取り扱う方法を有限要素法を用いて示したものである。浸透流が土構造物の安定に及ぼす影響については古くからいろいろ問題となっているが、これを一般的に解析する手法は限界動水勾配を用いるような方法以外いまだあまり効果的な方法は考えられていなかった。本論文で示した解析手法は地盤を

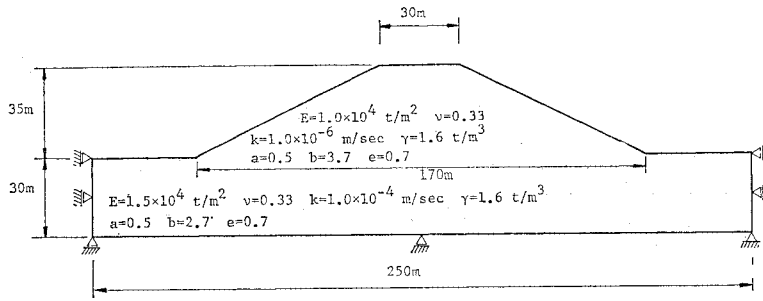


Fig. 14 Schematic modeling of earth-fill dam.

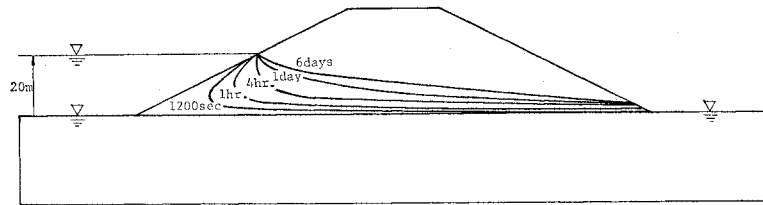


Fig. 15 Progress of free surface.

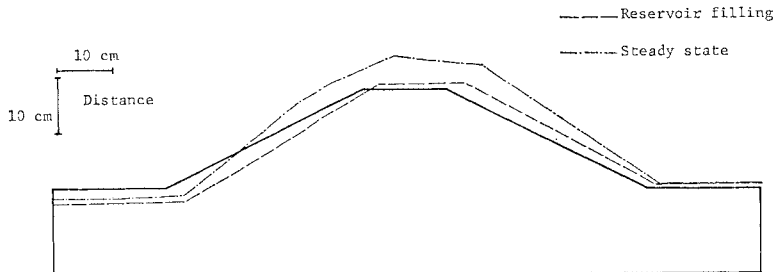


Fig. 16 Deformation of earth-fill dam.

飽和-不飽和領域からなるものと考え、浸透解析と応力・変形解析を一度に行うものであり、フィルダムの安定、トンネル掘削や井戸掘削に伴う水の汲み上げによる地盤の沈下・変形、地下水の変動による斜面の安定などの広範囲な問題の解析に適用可能である。ここに示した結果は地盤の構造骨格を弾性体と仮定して行ったものであるが、さまざまな条件式を加味することにより、塑性域の発達、パイピングやヒドロフラクチャリング現象の発生などの検討を行うことができると考える。

本研究で得られた知見ならびに結果を要約すれば以下のようになる。

(1) 飽和-不飽和領域における浸透現象と応力・変形の相互作用は、式(18)で示される変位と全水頭を未知数とする連立偏微分方程式で表される。

(2) 浸透現象と応力・変形の相互作用を取り扱う場合、水理境界が変動する問題に対しては全水頭表示が合理的であり、水面形の変動に伴う土の密度変化と静水圧の両者を考慮すべきである。

(3) いくつかの例題を解析し、飽和-不飽和領域を

考慮した本解析手法の有効性を検討した。特に砂模型実験の解析では実験結果と比較して解析手法の適用性を確かめ、入力パラメーターの検討を行い、十分実用性のあることを示した。

(4) 本解析手法の最大の問題点是不飽和領域を定義する定数の決め方であると考えられる。地盤中の水分変化に対して水の運動を支配するパラメーターは非線形に変化し、室内・野外を問わず実験で求めることが現在のところ困難であることが多い。また、不飽和領域での有効応力の概念に関してもまだ確立されたものがない状態であるので、今後このような方面の研究が進展し、多くの不明な点が明らかにされることが期待される。

最後に、本研究を遂行するにあたり終始適切な助言をいただいた京都大学 赤井浩一教授に深く感謝するとともに、多大の有益な助言と協力をいただいた徳島大学 堀田政国助手に謝意を表す。

参考文献

1) Eisenstein, Z. and T.C. Law : Analysis of Consolida-

- tion Behavior of Mica Dam, Proc. ASCE, Vol. 103, No. GT 8, 1977.
- 2) Habib, P. and J. Bernaix : La fissuration des roches, 1st Congress ISRM, Lisbon, Vol. 1, 1966.
 - 3) Louis, C., J.L. Dessenne and B. Feuga : Interaction between Water Flow Phenomena and the Mechanical Behavior of Soil or Rock Masses, Finite Elements in Geomechanics, Ch. 14, pp. 479~511, 1977.
 - 4) Biot, M.A. : General Theory of Three-Dimensional Consolidation, J. of Applied Physics, Vol. 12, 1941.
 - 5) 三笠正人 : 圧密現象の見方について——過剰水圧から圧縮歪へ——, 土と基礎, 3月号, 1964.
 - 6) 吉国 洋 : 多次元圧密理論とその軸対称問題への適用, 東京工業大学学位論文, 昭和48年.
 - 7) 赤井浩一監修・大草重康訳編 : フローリンの土質力学, 第II巻, 森北出版, 1968.
 - 8) Barden, L. : Consolidation of Compacted and Unsaturated Clay, Geotechnique, Vol. 14, No. 3, 1964.
 - 9) Bishop, A.W. and G.E. Blight : Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soil, Geotechnique, Vol. 13, No. 3, 1963.
 - 10) Richards, B.G. : Theoretical Transient Behavior of Saturated and Unsaturated Soils under Load and Changing Moisture Conditions, Division of Applied Geomech., Tech. Paper No. 16, CSIRO, Australia, 1973.
 - 11) Narashimhan, T.N. : A Unified Numerical Model for Saturated-Unsaturated Groundwater Flow, Ph.D. Thesis, Univ. of Calif., Berkeley, 1975.
 - 12) Lambe, T.W. and R.V. Whitman : Soil Mechanics, John Wiley & Sons, New York, 1969.
 - 13) Akai, K., Y. Ohnishi, M. Horita and T. Murakami : Coupled Stress Flow Analysis in Saturated-Unsaturated Medium by Finite Element Method, 3rd Int'l Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, 1979
 - 14) 赤井浩一・宇野尚雄 : 土中の準一次元非定常浸透流に関する研究, 土木学会論文集, 第127号, pp. 14~22, 1966.

(1979. 3. 26・受付)