

平行弦トラス橋の立体振動特性について*

ON THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF TRUSS BRIDGES
WITH PARALLEL CHORDS

小松定夫**・西村宣男***

By Sadao KOMATSU and Nobuo NISHIMURA

1. ま え が き

近年、港大橋、大島大橋など長大スパンのトラス橋の建設が続いている。また本州四国連絡橋児島-坂出ルートには上層に 6 車線の高速自動車道、下層に複々線の鉄道を設けたダブルデッキトラス橋の建設が計画されている。これらの長大トラス橋やダブルデッキトラス橋においては、弦材、横構および対傾構の断面決定に対して、地震時の応力が支配的になる可能性が強いことがこれまでの研究や実際の設計計算で示唆されている¹⁾。

一般にトラス橋が水平横方向の地震力を受ける場合は、横断面の水平並行変位だけでなく、回転変形やずれ変形が同時に生ずるために、応答値はトラス橋の立体的剛性、特に横つなぎ材の剛性と立体的な質量分布パターンとに大いに影響を受ける。したがって、平面構造解析を用いた慣用法により設計されたトラス橋の各構面の剛性は、耐震工学的見地からは必ずしも合理的ではないように思われる。

トラス橋の立体振動を取扱った研究としては以下の論文が代表的である。會田²⁾は直線立体トラスおよび対傾構が曲率半径方向に配置された曲がりトラスについて自由振動解析を行っている。トラス桁としての力学特性を考慮して断面の変位自由度を必要最小限にとどめ固有方程式の次数の低減を図っている。また数値計算結果から卓越変位を基準としてトラス橋の振動タイプの分類を行っている。林・田中・樋口³⁾は道路、鉄道併用トラス橋を対象として、薄肉ばり理論に基づいて導いた剛性マトリックスと質量マトリックスを用いて自由振動解析ならびに地震力に対する動的応答計算を行っている。港大橋の

地震応答と耐震設計法について述べている笹戸・松本・江見・古池⁴⁾の論文は多節点骨組構造の振動モデルの作成、応答を考慮した修正震度法のカンチレバートラスへの適用など、実橋の耐震設計法の合理化に対して貴重な資料を与えている。笹戸らは振動モデルの作成に際して自由度低減のために直感的な方法を採用している。すなわち、原型トラスの数パネルが解析モデルの 1 パネルに相当するよう腹材を置換し、質量は解析モデルの節点に集中させている。この点に関しては Holze-Boresi¹²⁾ の mass condensation technique を導入している小坪・高西・鳥野・松下³⁾の高橋脚連続トラスの地震応答解析に関する研究によって合理化されている。

これらの研究によって平行弦トラスを中心としてトラス橋の固有振動特性と地震応答特性は多方面から検討されている。すなわち、トラス橋の振動タイプの分類^{1), 4)}、横つなぎ材剛性の固有振動特性および応答特性に及ぼす影響^{2), 3)}、基礎系の影響^{3), 4)}などが検討されている。しかしながら、これらの研究においては計算モデルは特定なものに限定されており、結果に一般性を与えることには重点がおかれていないように思われる。

解析法については汎用性を、計算結果については一般性をもたせることを念頭に置いて、以下に述べる手順により、トラス橋の動的立体解析法、固有振動特性、および水平横方向地震力に対する動的応答特性を明らかにすることを本研究の目的とする。

- ① 本研究ではモーダルアナリシスによってトラス橋の動的応答解析を行う。そのための固有値および固有ベクトルの計算には適用できる構造形式に汎用性をもたせるためにマトリックス変形法を用いているが、縮合 (condensation) や代表化操作 (representation) などの手法を用いて必要最小限の自由度について固有値計算を行うよう工夫している。
- ② 一方、トラスを等価剛性を有する薄肉箱桁に置換して自由振動に関する基礎微分方程式を誘導する。

* 本研究は第 31 回、第 32 回土木学会年次学術講演会において一部発表済である。

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 大阪大学講師 工学部土木工学科

理想的な境界条件のもとで解析的に求めた固有振動数より、トラスの剛性、質量、および幾何学的形状寸法に関連した無次元パラメータを選定する。また薄肉ばりの固有振動特性はトラス橋の振動タイプの分類に利用する。

- ③ 地震応答計算においては平均速度応答スペクトル（建設省 土木研究所 改正応答スペクトル曲線 1970年）を使用する。計算結果に一般性をもたせるために動的応答値はすべて無次元表示し、そして前述の無次元パラメータとの関係を明らかにする。
- ④ ピアー基礎の変形と慣性、床版・床組の付加的剛性の影響については個別に調査しその程度を明らかにする。
- ⑤ 最後に無次元表示した固有振動数と無次元パラメータの関係を表わす特性曲線図、平均応答スペクトル図、および無次元表示した動的応答値と無次元パラメータの関係図などを併用する実用耐震設計プロセスを提案する。これは計画設計段階において有用であると考えられる。

2. グループ変形法によるトラス橋の固有振動解析

(1) グループ分割

変形法により長大トラスの立体振動解析を行う際の振動モデルの系統的な作成法を説明する。

トラス橋では図-1に示すように骨組構成がトポロジカルに同一または類似のパネルが連続している。この種の構造物を2つのレベルのグループに分割し、各グループレベルで変位自由度を低減することにより、任意の変位自由度を有する振動モデルを作成する。

第1レベルのグループは主構の1パネルにとる。このレベルのグループ分割の導入は以下の2つの目的をもっている。

- a. パネル内の骨組構成を分類して各パネルに形状イ

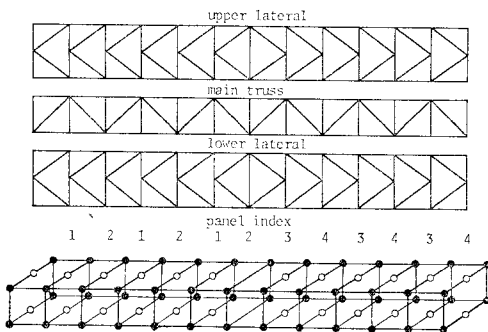


図-1 トラス橋のグループ分割

ンデックス (classification index) を付す。そして形状インデックスの種類についてのみ“節点および部材に関連するデータ”(部材断面積は別途)を入力することによって入力データ量を削減する。

- b. トラスの1横断面における節点変位自由度を第1レベルのグループ剛性マトリックスおよび質量マトリックスにおいて低減することによって、全体系の固有値計算の効率を高める。

もしパネル数が非常に多くて、単にトラスの横断面内において変位自由度を低減するだけでは効率的な振動解析を達成できない場合には、第2レベルのグループ分割を導入する。このレベルのグループにおいては数パネルをまとめて1グループとして取扱い、ブロック両端の変位ベクトル^{*}を残し、中間断面の変位ベクトルを両端断面の変位ベクトルの従属量とみなし、このレベルのグループ剛性マトリックスおよび質量マトリックスから対応する要素を消去する。

このような2種のグループ分割と変位自由度の低減手法を組合せて、変位自由度を任意に選択できるプログラムを作成している。

(2) グループ剛性マトリックスおよび質量マトリックス

トラス橋の変位自由度を工学的見地から最小限にとどめ固有振動解析および動的応答解析の効率化を図る考え方は、會田¹⁾、林ら²⁾、小坪³⁾らの研究と軌を一にするものである¹⁴⁾。本研究におけるグループ変形法の特色は、計算機の記憶容量とトラス橋の立体構造特性とを考慮して任意の変位自由度レベルを選択できること、および取扱い得るトラス橋の構造形式が任意であるという一般性を有する点である。

トラス橋は軸力部材のみから構成されているものとし、形状インデックスの種類ごとにレベル1のグループの剛性マトリックスを一般の変形法による汎用プログラムと同様の手法によって組立てる。

レベル1のグループ質量マトリックスは以下の仮定に基づいて誘導される。

- a. 橋軸方向に分布する質量はランプトマスとして取扱い対傾構位置に集中させる。
- b. 横断面方向に関しては、単に4隅の節点に距離に反比例配分しランプトマスとして取扱いと横断面の回転変形が卓越した振動モードに誤差が含まれる。そこで横断面方向の質量分布はコンシステントマスとして取扱い、断面4隅の節点の変位ベクトルに対応させる。

* この変位グループにおいてはすでに第1レベルグループにおいて適当な自由度低減が施されている。

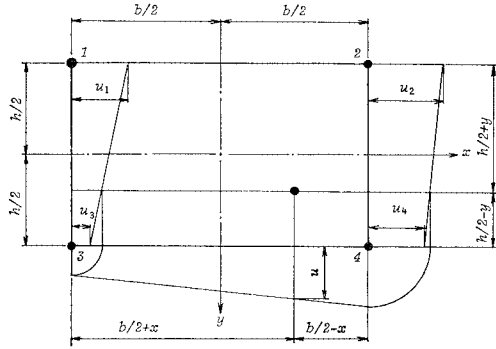


図-2 任意点の質量の節点への分配

c. 断面内任意点の任意方向変位は4隅の節点変位の線形関数として与えられる。

以上の仮定により、図-2 に示す任意点 $P(x, y)$ の変位 $\{u; v; w\}$ を4隅の節点1, 2, 3 および4の変位を用いて表わす。

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} (1-\bar{x})(1-\bar{y}) & (1+\bar{x})(1-\bar{y}) \\ (1-\bar{x})(1+\bar{y}) & (1+\bar{x})(1+\bar{y}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 & v_1 & w_1 \\ u_2 & v_2 & w_2 \\ u_3 & v_3 & w_3 \\ u_4 & v_4 & w_4 \end{pmatrix} \dots (1)$$

ここに、 $\bar{x}=2x/b$, $\bar{y}=2y/h$ 。

点 P の質量を $4m$ とし、式 (1) の変位を考慮すると4隅の節点に分配される慣性力 P_{xi}, P_{yi}, P_{zi} ($i=1, 2, 3, 4$) は次式で与えられる。

$$P = A \cdot \ddot{d}$$

ここに、

$$P = \begin{pmatrix} P_{x1} & P_{y1} & P_{z1} \\ P_{x2} & P_{y2} & P_{z2} \\ P_{x3} & P_{y3} & P_{z3} \\ P_{x4} & P_{y4} & P_{z4} \end{pmatrix}, \quad \ddot{d} = \begin{pmatrix} \ddot{u}_1 & \ddot{v}_1 & \ddot{w}_1 \\ \ddot{u}_2 & \ddot{v}_2 & \ddot{w}_2 \\ \ddot{u}_3 & \ddot{v}_3 & \ddot{w}_3 \\ \ddot{u}_4 & \ddot{v}_4 & \ddot{w}_4 \end{pmatrix}$$

$$A = -\frac{4m}{16} \begin{pmatrix} (1-\bar{x})^2(1-\bar{y})^2 & (1-\bar{x}^2)(1-\bar{y})^2 & (1-\bar{x})(1-\bar{y}^2) & (1-\bar{x}^2)(1-\bar{y}^2) \\ (1+\bar{x})^2(1-\bar{y})^2 & (1-\bar{x}^2)(1-\bar{y}^2) & (1+\bar{x})(1-\bar{y}^2) & (1-\bar{x}^2)(1-\bar{y}^2) \\ \text{Sym.} & & (1-\bar{x})^2(1+\bar{y})^2 & (1-\bar{x}^2)(1+\bar{y}^2) \\ & & & (1+\bar{x})^2(1+\bar{y})^2 \end{pmatrix} \dots (2)$$

実用的には図-3 に示すような線分布質量に対して、マトリックス A を次のような公式で与えておくことと便利である。分布質量 q_b について、

$$A = -\frac{q_b b^*}{16} \begin{pmatrix} (1+\epsilon_1)(1-\bar{y}^*)^2 & (1-\epsilon_1)(1-\bar{y}^*)^2 & (1+\epsilon_1)(1-\bar{y}^{*2}) & (1-\epsilon_1)(1-\bar{y}^{*2}) \\ \text{Sym.} & & (1-\epsilon_1)(1-\bar{y}^{*2}) & (1+\epsilon_1)(1-\bar{y}^{*2}) \\ & & (1+\epsilon_1)(1+\bar{y}^{*2}) & (1-\epsilon_1)(1+\bar{y}^{*2}) \\ & & & (1+\epsilon_1)(1+\bar{y}^{*2}) \end{pmatrix} \dots (3)$$

ここに、 $\epsilon_1 = \frac{1}{3} \left(\frac{b^*}{b}\right)^2$, $\bar{y}^* = \frac{2y^*}{h}$ 。

同様に分布質量 q_h について、

$$A = -\frac{q_h h^*}{16} \begin{pmatrix} (1+\epsilon_2)(1-\bar{x}^*)^2 & (1+\epsilon_2)(1-\bar{x}^*)^2 & (1-\epsilon_2)(1-\bar{x}^*)^2 & (1-\epsilon_2)(1-\bar{x}^*)^2 \\ \text{Sym.} & & (1-\epsilon_2)(1-\bar{x}^*)^2 & (1-\epsilon_2)(1+\bar{x}^*)^2 \\ & & (1+\epsilon_2)(1-\bar{x}^*)^2 & (1+\epsilon_2)(1-\bar{x}^*)^2 \\ & & & (1+\epsilon_2)(1+\bar{x}^*)^2 \end{pmatrix} \dots (4)$$

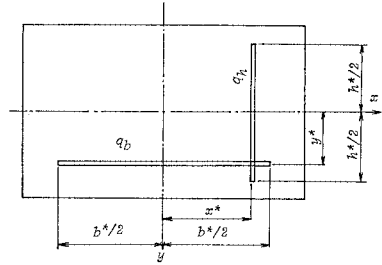


図-3 線分布質量

ここに、 $\epsilon_2 = \frac{1}{3} \left(\frac{h^*}{h}\right)^2$, $\bar{x}^* = \frac{2x^*}{b}$ 。

(3) 変位自由度の低減手法

本研究における振動解析法の特長は、condensation (substructuring) および representation などの手法を用いて変位自由度を低減し、固有振動解析および動的応答解析における計算上の効率化を図っているところにある。condensation (substructuring) はマトリックス構造解析において一般的に用いられている手法である。レベル1のグループにおいては対傾構の内部節点(図-4に○印で表わされた節点)や横構にしばしば用いられるKトラスの中間節点(●印)などブロック内部の節点とのみ、部材で結合された節点(dependent joint or clos-

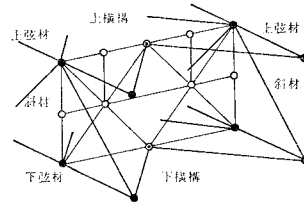


図-4 Master Joint と Dependent Joint

ed node) の変位に対応する 剛性マトリックス要素を掃出して、残りの節点 (master joint or open node ●印) の変位に対応する剛性マトリックス要素に吸収する。前述のごとく質量マトリックスは closed node の弾性変形とは無関係に横断面の 4 隅の節点変位ベクトルのみと関係づけられているので、以上の変位自由度の低減は質量マトリックスとは無関係にグループ剛性マトリックスだけを対象として進められる。したがって、断面 4 隅の節点の各 3 個の変位ベクトル合計 12 変位自由度をトラス橋の 1 横断面の基本自由度と考える。

1 横断面の変位自由度をさらに低減するために次のような低減手法を導入する。たとえばトラスの同一横断面内にある 4 隅の節点 i と j の $\bar{i}\bar{j}$ 方向変位を相等しいとみなす。一般的にいえば、複数の変位ベクトルをそのうちの一部分の変位ベクトルで代表することから、この自由度低減法を代表化操作 (representation) と称する¹³⁾。

いまブロックの片側断面 (基本変位自由度 12) の $(r+s)$ 次元の変位ベクトル u_0 を 2 つに分離して、 r 次元の変位ベクトル u_r を残りの s 次元の変位ベクトルの線形結合で与えられるものとする。

$$u_r = Ru_s \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 R は r 行、 $(12-r)$ 列の変換マトリックスで、構造物の形状、質量分布、支持条件などについての物理的および工学的判断から後述のごとく系統的に与えられる。

グループの振動方程式

$$Q_0 = K_0 u_0 + M_0 \ddot{u}_0 \dots\dots\dots (6)$$

の外力項 Q_0 、剛性マトリックス K_0 および質量マトリックス M_0 を変位ベクトル u_s および u_r に対応するように分割して表わすと、

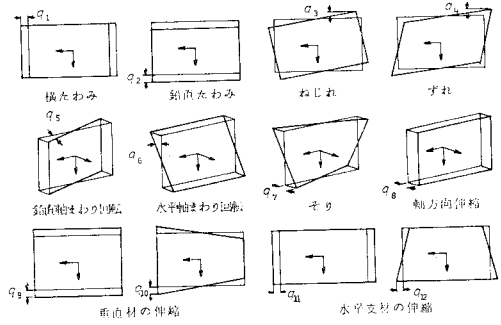
$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \\ q_{10} \\ q_{11} \\ q_{12} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ r & s & 0 & r & -s & 0 & -r & s & 0 & -r & -s & 0 \\ -r & s & 0 & -r & -s & 0 & r & s & 0 & r & -s & 0 \\ 0 & 0 & 2s & 0 & 0 & -2s & 0 & 0 & 2s & 0 & 0 & -2s \\ 0 & 0 & -2r & 0 & 0 & -2r & 0 & 0 & 2r & 0 & 0 & 2r \\ 0 & 0 & -4t & 0 & 0 & 4t & 0 & 0 & 4t & 0 & 0 & -4t \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ w_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ w_4 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $r=1/h, s=1/b, t=1/bh$ 。

いま変換マトリックスをブロック両端 ij で分割し、

$$\begin{pmatrix} u_{ri} \\ u_{rj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_m & 0 \\ 0 & R_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{si} \\ u_{sj} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

とする。1 断面 12 D.O.F. の基本自由度は representa-



図—5 断面の一般化変位成分

$$\begin{pmatrix} Q_s \\ Q_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_s & K_{rs} \\ K_{rs}^T & K_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_s \\ u_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_s & M_{rs} \\ M_{rs}^T & M_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{u}_r \end{pmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

式 (5) の関係を式 (7) に代入すると、

$$\begin{pmatrix} Q_s \\ Q_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_s + K_{rs}R \\ K_{rs}^T + K_rR \end{pmatrix} u_s + \begin{pmatrix} M_s + M_{rs}R \\ M_{rs}^T + M_rR \end{pmatrix} \ddot{u}_s \dots\dots\dots (8)$$

さらに変位ベクトル u_s に対応する等価節点力

$$\hat{Q} = Q_s + R^T Q_r \dots\dots\dots (9)$$

を考えるとグループの振動方程式は次式で与えられる。

$$\hat{Q} = (K_s + K_{rs}R + R^T K_{rs}^T + R^T K_r R) u_s + (M_s + M_{rs}R + R^T M_{rs}^T + R^T M_r R) \ddot{u}_s \dots\dots\dots (10)$$

ところで変換マトリックス R は、対象としているトラスについては以下のように与えられる。1 横断面の基本自由度 12 の変位ベクトル u_0 に対応した 図—5 に示す横断面の一般化変位 q を介して R の要素を見出す。

1 断面の節点変位 $\{u_i; v_i; w_i\} (i=1, 2, 3, 4)$ と一般化変位 $q_i (i=1 \sim 12)$ の間に次の関係が与えられる。

tion により 表—1 のような各変位自由度レベルに低減される。ここでは考慮される節点変位 u_{si} に対応する一般化変位 q_i を掲げている。変換マトリックス R_m の要素については文献 13) を参照されたい。

表-1 トラス橋の振動解析における断面の変位自由度

断面変位自由度	適用範囲		考慮される一般化変位
	振動タイプ	トラス形式	
12	任意	任意	$q_1 \sim q_{12}$
10			$q_1 \sim q_{10}$
8			ワレントラス
6	鉛直面外振動	任意	$q_1, q_3, q_4, q_5, q_7, q_{10}$
5		ワレントラス	q_1, q_3, q_4, q_5, q_7
4	鉛直面内振動	任意	q_2, q_6, q_8, q_9
3		ワレントラス	q_2, q_6, q_8

トラス形式は/断面の master joint 数の場合

(4) Mass condensation

前項までの処理によって1横断面の変位自由度を最小限に低減しても、長大トラス橋や高橋脚上の連続トラス橋の動的解析の効率化のためには、さらに変位自由度を低減することが望まれる。マトリックス振動解析における変位自由度の低減法としては、Guyan¹⁰⁾、Hurty¹¹⁾、Holze-Boresi¹²⁾らの研究がある。また、小坪ら³⁾は平行弦トラス橋の substructuring を導入した立体振動解析において巧みに mass condensation を行っている。本論文における第2レベルのグループにおける変位自由度の低減は小坪らの考え方と同様でグループ内の closed node の質量 (consistent mass) を open node の変位ベクトルに対応する質量マトリックスに吸収している。

(5) 計算過程

以上略述したグループ変形法によるトラス橋の固有振動解析の計算過程を図-6に示す。図中の制御変数は次のような値である。

- N: パネル数 (第1レベルのグループ数)
- NBL: 第2レベルのグループ数
- NIB: 第2レベルのグループ内のパネル数
- ISN: 拘束された変位ベクトル数

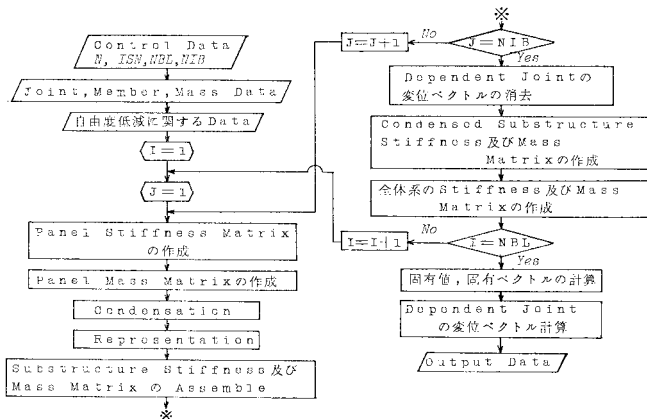


図-6 計算過程

3. 立体振動特性を表わす無次元パラメーター

トラス橋の振動特性をより詳細かつ体系的に把握する目的で、トラスを等価剛性を有する薄肉ばりに置換して、その固有振動解析結果と前章のグループ変形法による解析結果とを比較する。

(1) 鉛直たわみ振動

トラスにはり理論を適用してたわみ振動解析を行う場合には、トラス斜材、あるいは鉛直材の伸縮、すなわち置換ばりのせん断変形を考慮しなければならない。したがって振動方程式は、Timoshenko ばり⁵⁾とよばれる回転慣性とせん断変形を含む次式を採用する。

$$EI_x v^{IV} + \frac{W}{g} \ddot{v} - \left(\frac{\tilde{I}_x}{g} + \frac{\kappa EI_x}{GA_y} \frac{W}{g} \right) [\ddot{v}]'' + \frac{\kappa W \tilde{I}_x}{GA_y g^2} \ddot{v} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 v^{IV} , $[v]''$ は空間座標 x に関する微分を、 \ddot{v} , \ddot{v} は時間 t に関する微分を表わす。断面内のせん断応力の分布に関する形状係数 κ には、文献7)の表-1に掲げる換算板厚式に対しては $\kappa=1$ となる。 EI_x , GA_y はそれぞれ換算曲げ剛性およびせん断剛性を表わす。また \tilde{I}_x , g はそれぞれ回転慣性および重力加速度を表わす。

スパン長 l の単純ばりについて式 (13) より基本固有円振動数を求め無次元表示すると、

$$\omega \sqrt{\frac{Wl^4}{gEI_x}} = \frac{\pi^2}{\sqrt{1 + \xi_1^* \pi^2}} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $\xi_1^* = \xi_1 + \zeta_1$, $\xi_1 = EI_x / GA_y l^2$, $\zeta_1 = \tilde{I}_x / Wl^2$ 。

式 (14) においては振動方程式 (13) の左辺第4項は省略している。たわみ振動に関係する無次元パラメーターは曲げ剛性とせん断剛性の比に関係する ξ_1 と回転慣性と単位長さ当たり重量に関する ζ_1 である。実橋 (橋梁計画案を含む) におけるこれらのパラメーターの分布範囲は図-11に示すとおりである。式 (14) で与えられる無次元化した固有円振動数と ξ_1 , ζ_1 の関係を

図-7に示す。実橋のパラメーター分布範囲を考慮すると固有円振動数に対する回転慣性の影響は僅少であり、もっぱら ξ_1 の影響が重要であることがわかる。

トラスの水平たわみ振動についても同様なパラメーター $\xi_2 = EI_y / GA_x l^2$, $\zeta_2 = \tilde{I}_y / Wl^2$ が関係しているが、一般にトラス橋の水平たわみ振動にはねじれ変形や断面変形が連成するので別途に取扱う。

(2) 断面変形を含むねじれ振動

一般にトラス橋においては、ねじれ変形や水

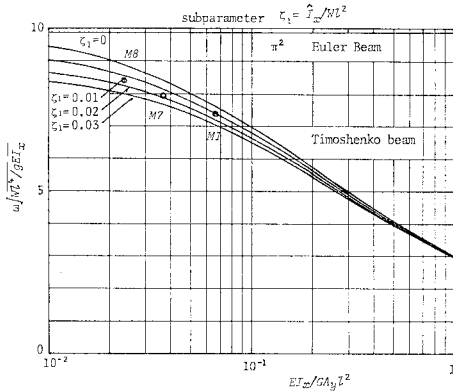


図-7 鉛直たわみ振動の基本固有円振動数

平曲げ変形に伴って、支点上も含めて対傾構にせん断変形を生ずる。主として支点上対傾構のせん断変形によってトラスの断面変形を含むねじれ振動と水平たわみ振動とが連成して生ずる。しかし、ここではねじり振動に関係する主要なパラメータを見出すことを目的として、支点上で対傾構のせん断変形を生じないと仮定した理想的な境界条件のもとで、水平たわみと分離したねじり振動を考える。Vlasov⁶⁾の一般化座標法に基づいて誘導された2軸対称箱型断面ばりのねじりに関する振動方程式は次のとおりである⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} -\alpha w'' + b_1 w + b_2 \varphi' + b_1 \theta' &= -\frac{W_w}{g} \ddot{w} \\ -b_2 w' - b_1 \varphi'' - b_2 \theta'' &= -\frac{W_\varphi}{g} \ddot{\varphi} - \frac{W_\theta}{g} \ddot{\theta} \\ -b_1 w' - b_2 \varphi'' - b_1 \theta'' + r \theta &= -\frac{W_\theta}{g} \ddot{\varphi} - \frac{W_\varphi}{g} \ddot{\theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 w, φ および θ はそれぞれ単位そり、ねじれ角および横断面のずれ角を表わす。 h, b, t_1, t_2, A_c および E をそれぞれトラス高、主構幅、主構換算板厚、横構換算板厚、弦材断面積および弾性係数とすれば、

$$\begin{aligned} a &= EA_c b^2 h^2 / 4, \quad b_1 = Gbh(bt_1 + ht_2) / 2, \\ b_2 &= Gbh(bt_1 - ht_2) / 2 \end{aligned}$$

また r は中間対傾構のずれ剛性をスパン方向に平均化した分布させたものである。さらに慣性項の係数はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} W_w &= \int_A x^2 y^2 \rho_s dA, \quad W_\varphi = \int_A (x^2 + y^2) \rho_s dA, \\ W_\theta &= \int_A (x^2 - y^2) \rho_s dA \end{aligned}$$

ここに、 ρ_s は要素の単位体積重量を表わす。そりに関する慣性力 $-\frac{W_w}{g} \ddot{w}$ が低次のねじれ固有振動に与える影響はきわめて小さいので、式(15)においてこれを省略し、剛な端対傾構を設けた単純ばり(両端で $\varphi=0, \theta=0, w'=0$ なる境界条件)の基本振動数を求め無次元

表示すると、

$$\omega \sqrt{\frac{W_\varphi l^2}{g G J}} = \pi \sqrt{\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、

$$\begin{aligned} A &= \left\{ 1 + \rho \left(\frac{\pi}{\mu l} \right)^2 \right\} (1 - \eta^2) \\ B &= 2 \left\{ 1 + \rho \left(\frac{\pi}{\mu l} \right)^2 \right\} \left(\frac{rl}{\pi} \right)^2 \\ &\quad + 2 \left(\frac{\pi}{\mu l} \right)^2 (1 - \eta \sqrt{1 - \rho}) + 1 \\ C &= \left(\frac{\pi}{\mu l} \right)^2 \left\{ 1 + 2 \left(\frac{rl}{\pi} \right)^2 \right\} + 2 \left(\frac{rl}{\pi} \right)^2 \end{aligned}$$

ねじり剛性： $GJ = \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_1}$

$$\begin{aligned} \rho &= GJ / b_1, \quad (\mu l)^2 = GJ l^2 / a, \quad (rl)^2 = r l^2 / 2 GJ, \\ \eta &= W_\theta / W_\varphi \end{aligned}$$

上式よりトラスの固有ねじり振動に関する4つの無次元パラメータ $\rho, \mu l, rl, \eta$ を見出すことができる。このうち $\rho, \mu l$ および rl はトラスの静力学的立体挙動に対しても共通のパラメータでありすでに文献7)においてその力学的意義を明らかにしておいた。これらのパラメータの実橋における値を図-11に示す。

固有ねじり円振動数に対するパラメータ rl の影響を図-8に示す。図中の実線は式(16)で与えられる2つの固有円振動数、破線は式(15)においてずれ角 θ を省略した場合(剛な断面の曲げねじり振動)の固有円振動数、また一点鎖線は式(15)において $b_2=0$ として、 w と φ を分離した場合の θ と w に関する固有円振動数(ずれ振動)を表わしている。 rl が大きい場合、式(16)で与えられる2つの円振動数のうち、複号の \oplus はずれ角が卓越した振動、 \ominus はねじれ角が卓越した振動である。 rl 値が小さくなると \ominus はずれ角が卓越した振動になる。トラス橋の固有振動を分類するうえで \ominus をねじり振動第1種、 \oplus をねじり振動第2種と称する。

(3) 支点上対傾構の変形を考慮した横たわみ振動

トラス橋の横たわみ振動には支点上対傾構のせん断変

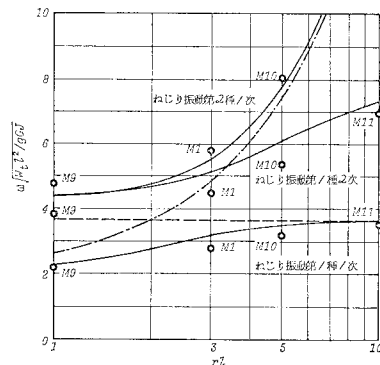


図-8 固有ねじり円振動数と rl の関係

形に起因して、断面変形やねじれ変形が連成する。支点上対傾構のずれ剛性を評価するためのパラメーターが必要となるが、図-9 に示すような振動モデルを考えて、このパラメーターを明らかにする。

このモデルはダブルデッキトラスを想定したもので上下層に大きな質量が分布している。また中間対傾構のずれ剛性はあまり大きくないものとすれば、基本横たわみモードは図-9 のように上下横構が互いに水平に

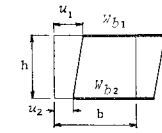


図-9 水平たわみ振動モデル

ずれる形式と考えることができる。この場合の振動方程式は横構のせん断変形を考慮して以下のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} EI_{y1}u_1'''' + k(u_1 - u_2) - \frac{EI_{y1}}{GA_{x1}}k(u_1'' - u_2'') \\ + \frac{W_{b1}}{g}\ddot{u}_1 - \frac{W_{b1}}{g}\frac{EI_{y1}}{GA_{x1}}(\ddot{u}_1)'' = 0 \\ EI_{y2}u_2'''' - k(u_1 - u_2) + \frac{EI_{y2}}{GA_{x2}}k(u_1'' - u_2'') \\ + \frac{W_{b2}}{g}\ddot{u}_2 - \frac{W_{b2}}{g}\frac{EI_{y2}}{GA_{x2}}(\ddot{u}_2)'' = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 EI_{yi} 、 GA_{xi} 、 u_i 、 W_{bi} はそれぞれ横構の換算曲げ剛性、せん断剛性、水平横変位および分布死荷重、添字 $i=1$ は上横構、 $i=2$ は下横構に関する量を表わす。 k は中間対傾構の剛性で前出のずれ剛性 r とは次の関係にある。

$$k = r/4h^2$$

単径間トラスについて、付録に示す近似解法により振動方程式を解いて基本固有円振動数を求めて無次元表示すると次式を得る。ただし簡単のため断面は2軸対称とした。

$$\omega\sqrt{\frac{mb_1l^4}{gEI_{y1}}} = \sqrt{\frac{A_1B_2 + A_2B_1 - \sqrt{(A_1B_2 + A_2B_1)^2 + 4B_1B_2(C_1C_2 - A_1A_2)}}{2B_1B_2}} \dots\dots\dots(18)$$

ここに、

$$\begin{aligned} A_1 &= \varepsilon\pi^4 + UB_1, \quad A_2 = \pi^4 + UB_2 \\ B_1 &= 1 + \varepsilon R + \frac{8\pi^2}{S} + \frac{2\pi^6}{S^2}, \quad B_2 = 1 + R \\ C_1 &= \varepsilon UB_2, \quad C_2 = U(\varepsilon + R) \\ \varepsilon &= 1 + \frac{4\pi^2}{S}, \quad U = \frac{1}{4}(rl)^2(\mu l)^2, \quad S = cU \\ R &= \frac{2\pi^2}{(\mu l)^2}(1 \pm \sqrt{1 - \rho}) \end{aligned}$$

$b_2 \geq 0$ のとき +, $b_2 < 0$ のとき -

$$c = \frac{K}{kl} = \frac{r_0}{rl}, \quad K = r_0/4h^2$$

r_0 : 支点上対傾構のずれ剛性

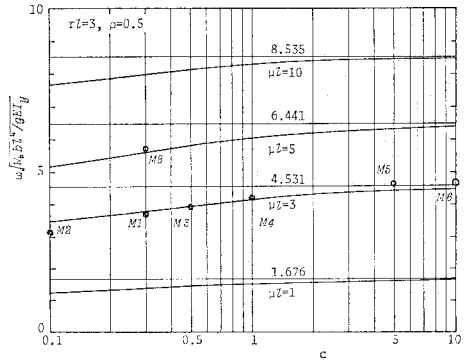


図-10 水平たわみの基本固有円振動数と c の関係

上式より図-9の振動モデルの固有円振動数は4つの無次元パラメーター μl 、 rl 、 ρ および c と関係していることがわかる。パラメーター c の値が大きくなると基本振動は水平横たわみ変形が卓越したモードとなるので固有円振動数は曲げ振動の無次元表示法を取っている。図-11 に c の実橋における分布を、また図-10 に c 値に対する基本固有円振動数の変化を示す。

(4) パラメーターのまとめ

以上、鉛直たわみ振動、ねじり振動、および横たわみ振動について振動特性を支配する無次元パラメーターを列挙したが、一部のパラメーターは独立ではないので整理をしておく。一般にトラス橋では曲げ剛性とせん断剛性の比に関係したパラメーター ε_1 、 ε_2 は μl と ρ に対して、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{EI_x}{GA_y l^2} = \frac{2}{(\mu l)^2}(1 \mp \sqrt{1 - \rho}) \\ \varepsilon_2 &= \frac{EI_y}{GA_x l^2} = \frac{2}{(\mu l)^2}(1 \pm \sqrt{1 - \rho}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

(複号の上段は $b_2 > 0$ 、下段は $b_2 < 0$ の場合)

なる関係で表わされる。結局、トラス橋の振動特性を支配する無次元パラメーターとしては、剛性と幾何学的形状寸法に関する μl 、 rl 、 ρ および c と断面内の質量分布に関する η 、 ζ_1 および ζ_2 である。このうち ζ_1 と ζ_2 は振動特性に与える影響が小さいから以下の考察においてはこれらを省略する。

4. トラス橋の固有振動特性

(1) 計算モデル

2. で述べたグループ変形法により単径間および3径間連続平行弦ダブルデッキトラス橋の固有振動解析を行いその結果を3.の置換ばりの固有振動特性と対比して考察を加える。グループ変形法による振動解析において

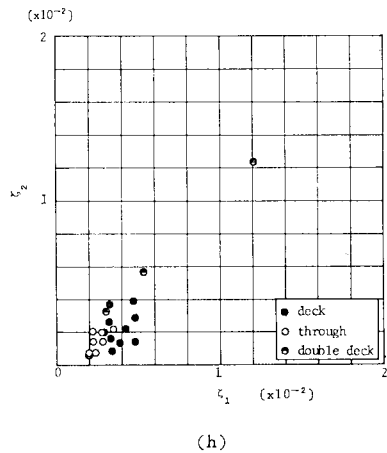
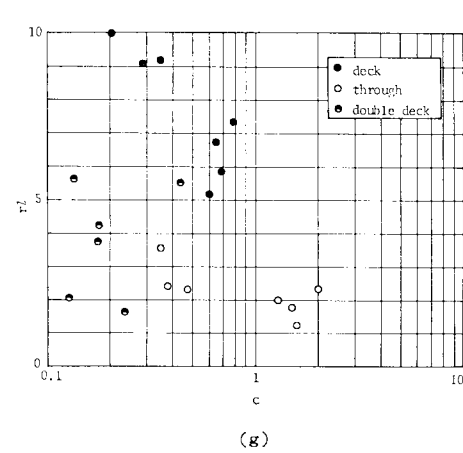
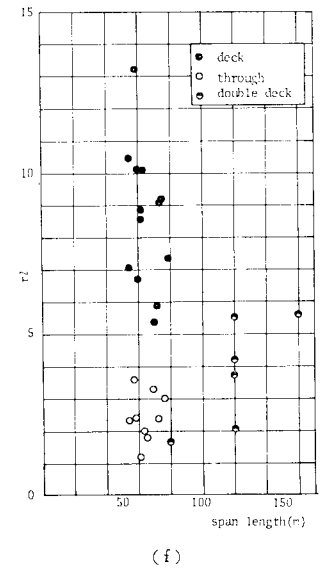
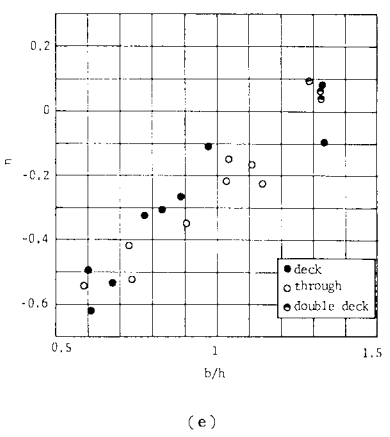
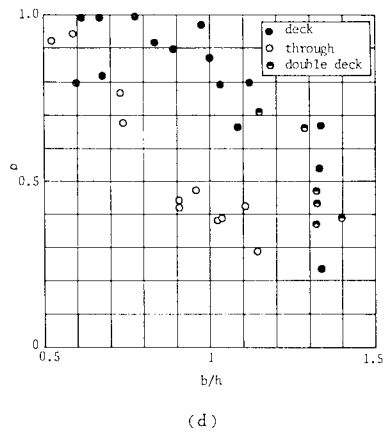
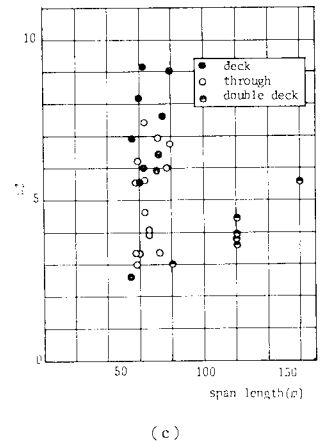
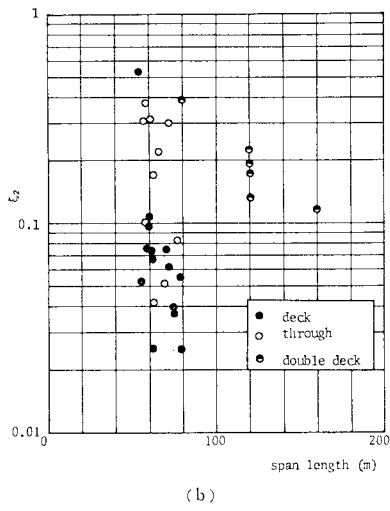
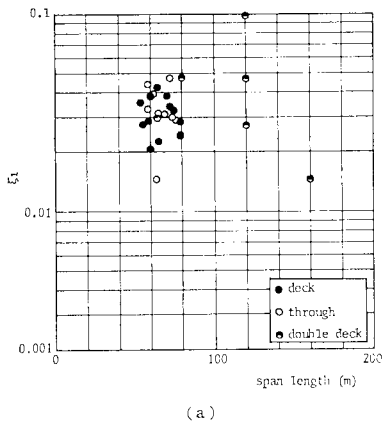


図-11 実橋および橋梁計画案におけるパラメーターの分布

表-2 パラメーターの組合せ

モデル番号	rL	μL	c	共通 パラメーター
M1	3	3	0.3	$\rho=0.5$ $\eta=-0.156$ $\zeta_1=0.010$ $\zeta_2=0.003$
M2	3	3	0.1	
M3	3	3	0.5	
M4	3	3	1.0	
M5	3	3	5.0	
M6	3	3	10.	
M7	3	4	0.3	
M8	3	5	0.3	
M9	1	3	0.3	
M10	5	3	0.3	
M11	10	3	0.3	

は、1断面の変位自由度を単径間トラスでは8 D.O.F.、3径間連続トラスでは計算機容量を考慮して5 D.O.F. (鉛直面外振動)と3 D.O.F. (鉛直面内振動)とに分離している。またレベル2のグループ分割、すなわち mass condensation はこの計算においては導入していない。

無次元パラメーター [$rL=3, \mu L=3, c=0.3, \rho=0.5, \eta=-0.156$]の組合せを基準として表-2に示すように1~2個のパラメーターを変化させ、合計11種のパラメーターの組合せを考える。計算モデルの主要諸元は以下のとおりである。

スパン： $l=120\text{ m}$ (8パネルの単純トラス橋)

$$l_1+l_2+l_3=120\text{ m}+120\text{ m}+120\text{ m}$$

(24パネルの連続トラス橋)

トラス高： $h=17.5\text{ m}$

トラス幅： $b=23\text{ m}$

床重量： $W_{b1}=W_{b2}=21.68\text{ t/m}$

(コンクリート床版の場合)

$W_{b1}=W_{b2}=12.48\text{ t/m}$ (鋼床版の場合)

質量の断面内分布パターンは図-12のように単純化している。ダブルデッキ橋の設計計画案に基づく実際の質量分布を考慮した場合と、図-12のように単純化した質量分布パターンを仮定する場合との比較計算をあらかじめ行ったが、固有値、固有モードにほとんど差が認められなかった。

(2) 単純トラス橋

トラス橋の固有振動特性を整理するために、3.で準備しておいた置換ばりの特性曲線、図-7, 8および図-10と対比してみる。変形法による計算結果から固有モードを描き振動タイプを決定し、対応する固有円振動数を無次元表示

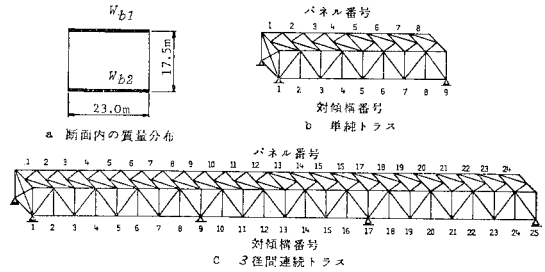


図-12 数値計算モデル

して図-7, 8および図-10に○印 (M_i はモデル表示)で記入した。比較的低下の振動(単径間では各振動タイプについて2~3次まで)については変形法による計算値と置換ばりのそれとはよく一致している。そこで工学的に重要な意味をもつこれら低次振動と前出の無次元パラメーターを関連させることによって、計算結果に一般性をもたせることができるものとする。また振動タイプの分類についても、置換ばりの振動タイプと対応させて考えることができる。

中村⁸⁾は薄肉ばりの各種固有振動を8種のタイプに分類し、各振動タイプに含まれる一般化変位を明らかにしているが、トラスの場合とは支持条件が異なるから、その分類方法はそのままは適用できない。

トラス橋の低次振動は以下の5種に分類できる。

- ① 鉛直たわみ振動, ② 軸方向振動, ③ 水平たわみ振動, ④ ねじり振動第1種, ⑤ ねじり振動第2種

図-13に標準モデルM1の低次振動の固有モードを示した。最低次はずれ変形を含む水平たわみ振動で図-9に示した振動モデルの特徴を備えている。第2次振動

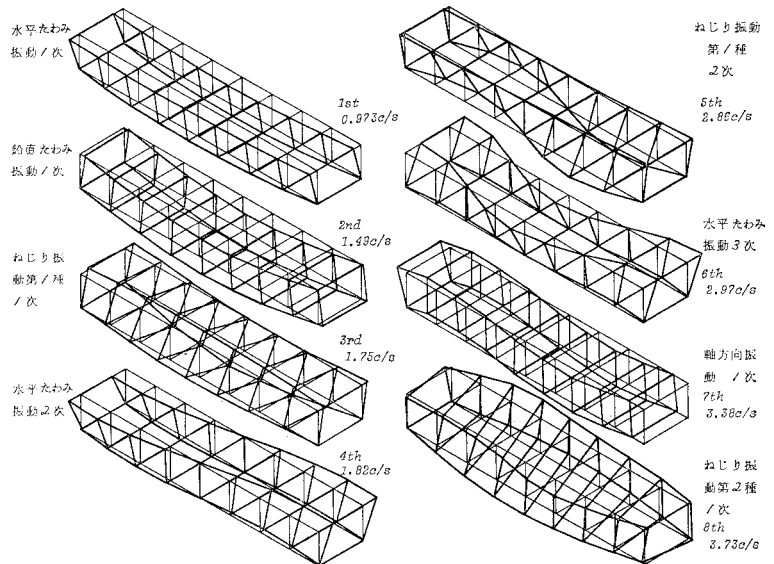


図-13 単純トラス橋の固有振動モードと固有振動数

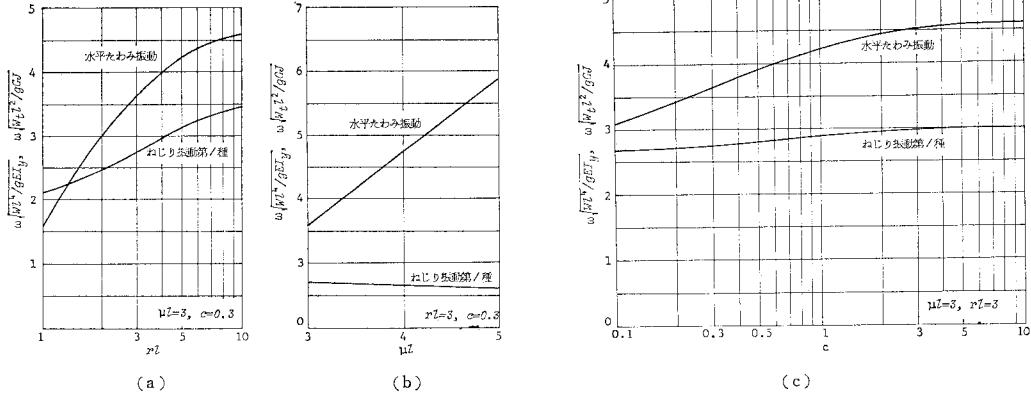


図-14 単純トラス橋の基本固有円振動数とパラメーターの関係

モードは鉛直たわみ振動第1次，第3次振動モードはねじり振動第1種第1次モードが現われている．第4～6次振動モードにはいずれを含む水平たわみ振動第2次，ねじり振動第1種の第2次およびいずれを含む水平たわみ振動第3次モードが現われている．水平たわみ振動とねじり振動においては，横断面方向の一般化変位として水平横方向変位，ねじれ角およびずれ角が混在しているが，上下横構の水平変位が水平たわみ振動では同位相，ねじり振動では逆位相になることから両者の判別は容易である．第7次振動モードに橋軸方向伸縮が卓越したモードが現われている．鉛直変位は鉛直たわみ振動の第2次モードに酷似しているが，橋軸方向変位に比べてかなり小さい．そしてこのモデルの鉛直たわみ振動第2次モードは第11次振動モードに現われており，その振動数は4.22 c/s と高い．第8次振動モードにはねじり振動第2種第1次モードが現われている．

図-14 に鉛直面外振動の低次振動モードについて無次元化した固有振動数とパラメーター rl ， μl および c の関係を示す．ここではトラスの幾何学的形状と主構斜材断面面積を一定として他の部材断面面積を変えてパラメーターを変動させている．図-14 より各振動タイプに対して著しい影響をもつパラメーターを知ることができる．水平たわみ振動については rl ， μl と c ，ねじり振動については rl の影響が顕著である．

(3) 3 径間連続トラス橋

連続トラスについても，単径間トラスと同様に変形法による解析結果と置換ばりのそれとを対比し，固有振動特性を説明する．

鉛直面内振動については付録 A

でパラメーター c と固有円振動数の関係を示すこととし，ここでは鉛直面外振動について考察する．図-15 は標準的なパラメーターを組合せた M1 の鉛直面外低次振動モードである．第1次，第2次および第3次振動モードはそれぞれ Timoshenko ばりの対称第2次，逆対称第1次，および対称第1次曲げ振動モードに相当する．支点上対傾構のせん断変形の影響によって，対称モードの第1次と第2次の固有モードはいわゆる Timoshenko ばりのそれとは順序が逆になっている．さらに第6次および第8次に水平横方向変位の卓越したモードが現われている．これらの振動モードにおいては上下横構の水平横方向変位が卓越しているので，前章の図-9 に示した横たわみ振動モデルが適用できるものと考え，固有値解析を行い変形法による計算値と比較した．図-16 (3) ではこの横たわみ振動特性に重大な影響を与えるパラメーター c に対して無次元化した固有円振動数の関係を示している．

図-15 の第4次，第5次，および第7次にねじれ変形の卓越したモードが現われている．そこで薄肉置換ば

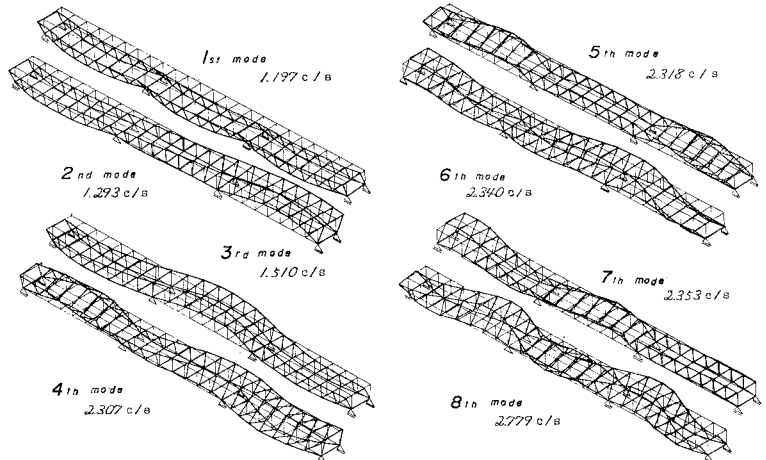


図-15 3 径間連続トラス橋の固有振動モードと固有振動数

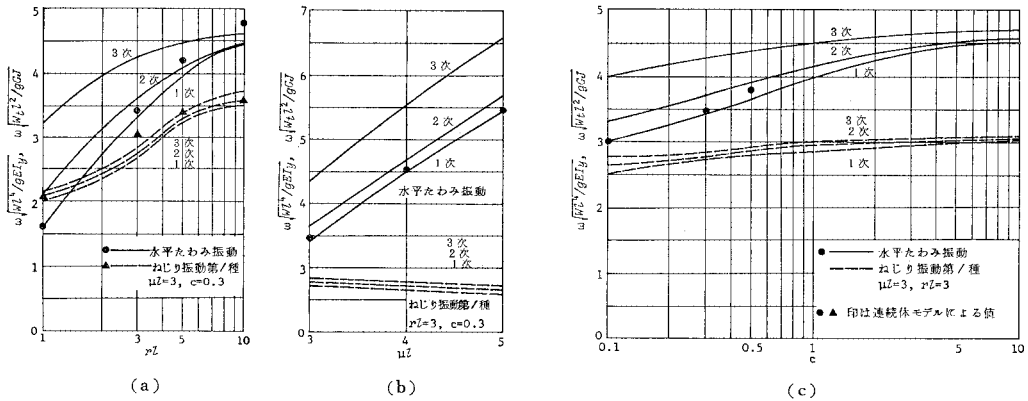


図-16 3 径間連続トラス橋の固有円振動数とパラメーターの関係

りのねじり振動方程式 (15) を 3 径間連続ばりに適用して固有値を求め、変形法による計算値と比べ 図-16 に示した。置換ばりの固有値計算では、支点上対傾構のせん断変形が生じない理想的境界条件を仮定したが、最低次の固有ねじり振動数については両解法の計算値は比較的良好に一致している。しかし高次になるほど支点上対傾構のせん断変形の影響が現われ、理想化した境界条件に対する置換ばりの解は高めの固有値を与える。連続トラスのねじり振動においては各径間のねじれ変形の相互干渉が小さいことが特徴である。図-15 の第 4 次および第 5 次モードは側径間のねじれ変形が、また第 7 次は中央径間のねじれ変形が卓越している。これら 3 つのねじり振動のモードには明らかな差が認められるけれども固有振動数はほとんど大差がない。これらのねじり振動はいずれも第 1 種である。

(4) 床版剛性の影響

トラス橋における床版および床組剛性の主構造への協力効果に関して、山村・多田・横江¹⁶⁾は床版と主構造の弾性結合を考慮したモデルを対象として種々の検討を加えている。トラス橋の立体振動に対する床版剛性の協力効果についても定量的に把握しておく必要がある。たとえば、弦材と鋼床版とが一体として製作された Fuldaahl Brücke¹⁷⁾ や六甲大橋¹⁸⁾ のように設計方針として合成効果を考慮した場合や、一般のトラス橋のように結果的にいくらかの合成効果が期待できる場合などでは構造モデルが相違し合成効果の程度も差が生ずるものと思われるが、ここでは、図-17 に示すごとく鋼床版のせん断剛性の協力効果をおもに期待した構造モデルに限定して、固有振動数に及ぼす床版剛性の影響を調べた*。

解析の対象となるトラス橋は単径間のダブルデッキ橋

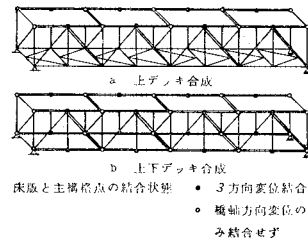


図-17 鋼床版合成モデル

表-3 固有振動数に対する床版の合成効果

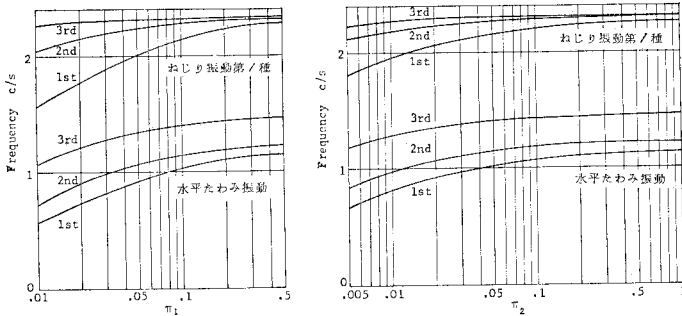
振動タイプ	非合成	上デッキ合成	上下デッキ合成
水平たわみ振動/次	1.279	1.374	1.603
ねじり振動第1種/次	2.299	2.310	3.769
水平たわみ振動2次	2.387	2.824	3.170
ねじり振動第2種/次	3.770	3.794	9.476
水平たわみ振動3次	3.884	7.080	7.264
ねじり振動第2種/次	4.907	4.874	4.906

単位 c/s

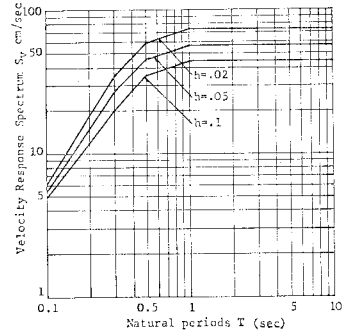
造で、剛性は基準モデルの M1 と同様で鋼床版相当重量を考慮した。そして上デッキ道路下デッキ鉄道の併用橋モデルを想定した場合は上デッキのみ合成するものとし、上下デッキとも道路の場合は両デッキ合成とした。

鋼床版は板厚 10 mm の等方性板として簡単に取扱ったが、そのせん断剛性の効果はかなり顕著である。非合成の場合に横構の水平横方向変位が大きいモードに対して合成床版の補剛効果が大きい。表-3 に鉛直面外の第 6 次までの低次モードの固有振動数を示したが、上デッキ合成の場合は通常の上横構形式では上横構の弾性変形が大きい水平たわみ振動第 2 次、第 3 次に対して合成効果が現われる。また上下デッキとも合成した場合は、下横構形式では弾性変形が大きい水平たわみ振動第 1 次およびねじり振動第 1 種の各モードに対しても顕著な補剛効果が現われている。

* 鋼床版の面内剛性をせん断変形を含むはり要素の剛性で評価し、トラス節点の変位ベクトルに対応させて表-1 の 8 自由度モデルの剛性マトリックスに組込んでいる。



図一18 固有振動数に対する基礎系の影響



図一19 平均速度応答スペクトル

(5) 基礎系の剛性と質量の影響

ここまでの記述に用いたトラス橋振動モデルにおいては基礎系の変形を無視してきた。ところで、峡谷橋や海峡を渡る連絡橋等で高橋脚を有する場合は、トラス橋の動的応答特性に対する基礎系の変形の影響を検討しなければならない。

ここでは基礎系としてはピア・ケーソン構造を考えるが、関与する力学量が多いのでパラメーター解析にあたりすべての1次量を変動させることは得策ではない。そこで立体振動に影響を与えると考えられるピアの曲げ剛性およびケーソンのロックングの影響を詳細に調べた。地盤定数、ケーソン重量などは、あるダブルデキトラス橋計画案の値を参考にして以下のように固定した。

上部総重量 9 000 t, 下部工重量 28 000 t (固定), 8 400 t (可動)

地盤水平ばね定数 $k_h = 1.25 \times 10^6$ t/m (固定), 6×10^5 t/m (可動)

ピアのねじり剛性 $GJ_p = 2.6 \times 10^9$ tm²

そしてピアの曲げ剛性およびロックングに対する剛性を次式のパラメーターで評価することにした。

$$\pi_1 = \frac{k_r}{k_h l_p^2}, \quad \pi_2 = \frac{E_p I_p}{k_h l_p^3} \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 k_r は地盤の回転ばね定数、 $E_p I_p$ はピアの曲げ剛性、 l_p はピアの高さを表わす。ダブルデキトラス橋の一計画案ではこれらのパラメーターはおおよそ $\pi_1 = 0.3$, $\pi_2 = 0.5$ であった。下部工は上の橋梁の固定支点となっているか、可動支点となっているかによって剛性と重量が相違するが、ここではすべてのピア・ケーソンが同一のパラメーター π_1 と π_2 を有するものと仮定した。 $\pi_1 = 0.3$, $\pi_2 = 0.5$ の組合せを基準として個々に

パラメーターを変動させて3径間連続トラス橋の低次の鉛直面外振動に対するこれらのパラメーターの影響を図一18に表わした。なお上部工のパラメーターは基準モデル M1 に固定している。上記の仮定のもとでは $\pi_1 > 0.3, \pi_2 > 0.1$ の範囲において、固有振動特性に対する基礎系の変形の影響は比較的僅少である。

5. 横方向地震力に対する動的応答特性

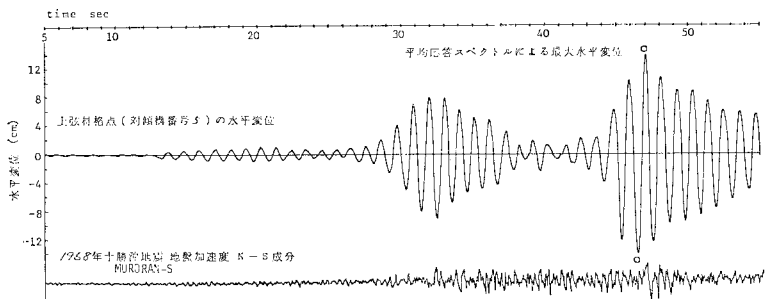
(1) 地震応答解析法に関する検討

横方向地震力に対する動的解析に際しては、2. のグループ変形法による固有振動解析によって求めた固有振動数、およびモードを用いたモーダルアナリシスの一般的な手法を採用した。

地震入力としては強震記録および平均応答スペクトルを用いる。強震記録としては1968年十勝沖地震加速度、MURORAN-S, N-S成分、最大加速度 204.57 gal⁽¹⁵⁾ (図一20 下段) を、また平均応答スペクトルとしては土木研究所改正応答スペクトル曲線、1970年(図一19)を採用した。

そして図一12の3径間連続トラスを対象として、上記の2種の地震入力に対する動的応答値を求めて比較した。ただし、平均応答スペクトルは最大加速度 200 gal, また減衰定数は $h = 0.02$ とした。

一例として基準モデル M1 (剛基礎、コンクリート床



図一20 強震記録に対する3径間連続トラス橋の応答変位

版)の対傾構番号5における上弦材格点水平横方向変位の強震記録に対する応答を図-20に示した。その最大応答値に対比して平均応答スペクトルに対する応答変位を○印で記入した。変位については平均応答スペクトルに対する応答値が5%程度安全側になっている。各構面の部材力の応答値についても、平均応答スペクトルに対する応答値は強震記録に対する応答値よりも5~20%程度大きくなっている。その他、鋼床版を有する場合、ならびに基礎系を考慮する場合についても同様の比較を行ったところ、上記の基準モデルの場合とほとんど同じ結果を得た。そこで以下のパラメーター解析においては、数値計算が効率的でしかも安全側の応答値を与える平均応答スペクトルを入力として採用することにした。またモーダルアナリシスに際しては種々検討の結果第10次までの固有モードを採用した。

(2) 平均応答スペクトルに対する応答特性

3径間連続ダブルデッキトラスが水平横方向地震力を受けた場合の応答変位、加速度、および横つなぎ材の動的応答とトラス橋の立体的力学特性を表わすパラメーター(rL , μL , および c)との関係を図-21に示す。ただし、上・下デッキの位置はそれぞれ上・下横構面と同じ高さとして仮定している。無次元量で表わした応答値は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \text{変位 } \bar{u} &= u \frac{EI_y}{ql^3} \\ \text{加速度 } \bar{\ddot{u}} &= \ddot{u} \frac{EI_y}{\omega_0^2 ql^4} \\ \text{横構せん断力 } \bar{Q}_b &= Q_b/ql \\ \text{対傾構せん断力 } \bar{Q}_s &= Q_s/ql \end{aligned} \right\}$$

.....(21)

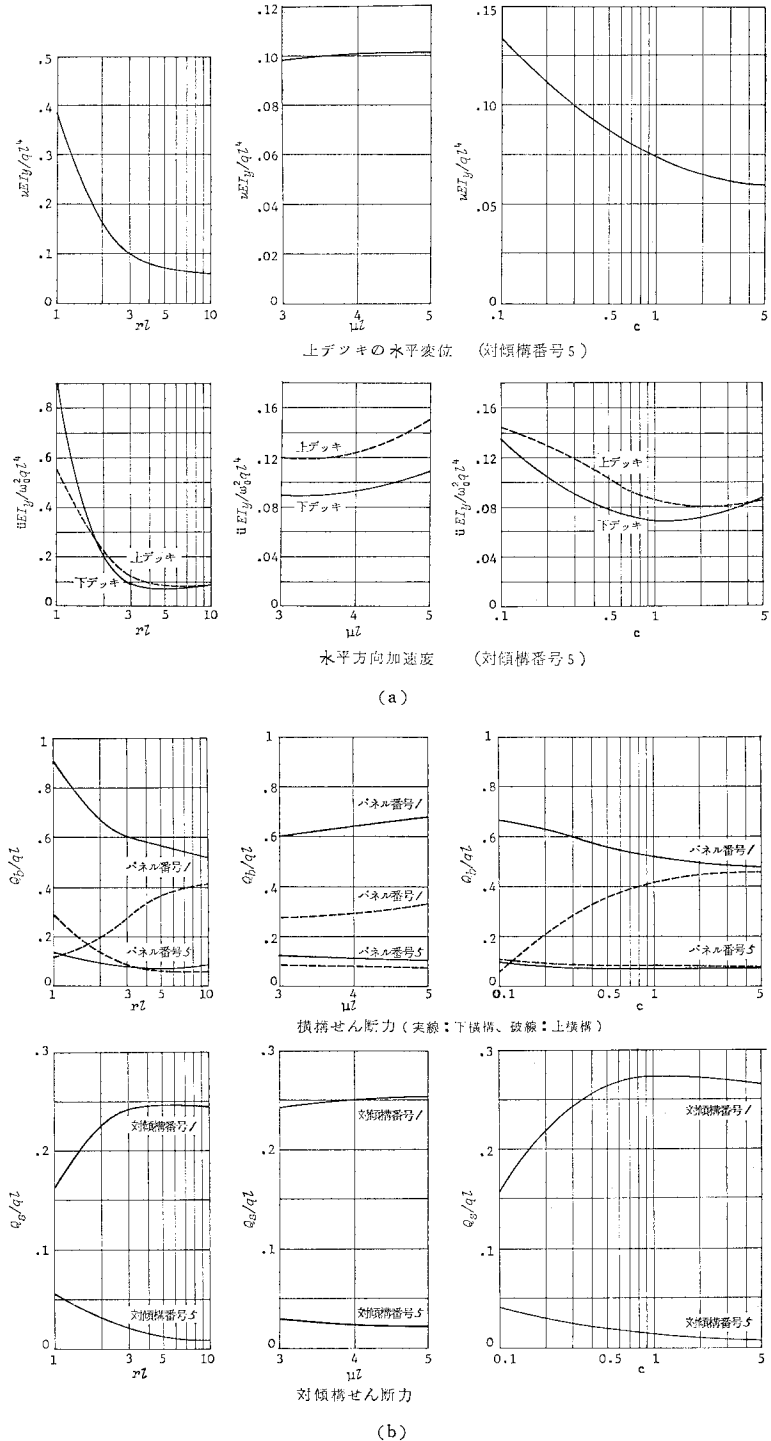


図-21 平均応答スペクトルに対する応答値とパラメーターの関係

ここに、 $q = \frac{W_b}{g} \omega_0 S_D$

式中 ω_0 は水平横たわみ振動の第1次固有円振動数、また S_D は図-19において基本周期 $T_0 = 2\pi/\omega_0$ に対応す

る応答速度を表わす。変位および部材力の応答値に対しては水平たわみ振動第1次モードが卓越しているので、式(21)の無次元表示によって一般性が保証される。

上デッキの水平変位に対しては、パラメーター rl および c の影響が顕著であり、変位を所定の限界値に制限するために構造改善を行う際には、これらのパラメーターを増加させるように対傾構剛性を高めることが最も効果的である。また、横構・対傾構のせん断力に対しても rl および c の影響が著しい。

(3) 耐震設計ルーチンの提案

ダブルデッキトラス橋の計画設計段階における耐震設計の便に供することを目的として、本文で得られた特性曲線を利用した簡便な耐震設計図上計算プロセスを考えた。このプロセスは次の6段階よりなる。

1) パラメーター（初期値）の設定：本プロセスを用いるにあたっては対象とするトラス橋の無次元パラメーターの概略値を知る必要がある。パラメーター初期値としては、慣用設計法により概略設計を行い、断面積、質量、および幾何学的寸法を定め、これらより算出するか、あるいは同一ルート内で荷重条件などが類似のトラス橋の諸元が定まっている場合はその橋のパラメーターを参考にしてスパン長等を考慮して若干の修正を加えたものを用いる。

2) 固有振動数の読取り：水平たわみモードの基本固有振動数と無次元パラメーターの関係 図-16 より無次元化した固有円振動数を読取り、剛性と質量に関する係数を乗じて固有周期 T_0 を求める。

3) 応答速度の読取り：図-19 を用いて T_0 に対応する応答速度 S_0 を読取る。

4) 各応答値の読取り：無次元パラメーターから無次元化した変位、断面力の応答値を 図-21 により読取る。そして剛性、質量および S_0 などを乗じて応答変位および断面力を求める。

5) 変形および応力照査を行い構造改善の必要性の判定をする。

6) 応答特性を表わしている 図-21 を用いて効果的な構造改善策を決定する。

6. あとがき

以上、ダブルデッキトラス橋を中心として、平行弦トラス橋の立体振動解析法、固有振動特性、横方向地震力に対する動的応答特性について考察を加えた。さらに耐震設計図上計算プロセスの提案を行った。その成果を要約すると以下のとおりである。

(1) トラス橋の振動解析の効率化を目的として、変

位自由度の低減法を導入し有効な振動モデルの一般性のある自動作成法を体系化した。

(2) 平行弦トラス橋の離散化モデルならびに薄肉ばりモデルの両方について調査、比較しその固有振動特性を明らかにした。

(3) 横方向地震力に対する応答特性を一般的に無次元量で表現した。そしてそれらの特性曲線を計画設計に利用するための図上計算プロセスについて述べた。

本研究においては単径間トラス橋および3径間連続トラスをいずれも単独橋として取扱っている。しかし基礎系の変形が問題となる高橋脚上の一連のトラス橋群の動的解析にあたっては、基礎を通じた全体の連成効果や地震動の位相差の影響などが検討されなければならない問題として残されている。

なお、本研究に際し電算プログラム作成などについてご協力いただいた大前明末氏（大阪大学大学院工学研究科前期課程卒業生）に対し深謝する次第である。

【付 録 A】 せん断変形を考慮したはりの動力学的3連モーメント公式

3. のたわみ振動方程式 (13) で、回転慣性の項を省略してせん断変形の影響のみ考慮したたわみ振動に関する動力学的3連モーメント公式を導いた。図-A.1 のように隣接する3個の支点上曲げモーメントに対して、

$$\begin{aligned} & \frac{M_{k-1}}{EI_k(\alpha_k^2 + \beta_k^2)} \left\{ -\frac{\alpha_k}{\sin \alpha_k l_k} (1 - \bar{\xi}_k \beta_k^2) \right. \\ & \left. + \frac{\beta_k}{\sinh \beta_k l_k} (1 + \bar{\xi}_k \alpha_k^2) \right\} \\ & + \frac{M_k}{EI_k(\alpha_k^2 + \beta_k^2)} \{ \alpha_k (1 - \bar{\xi}_k \beta_k^2) \cot \alpha_k l_k \\ & - \beta_k (1 + \bar{\xi}_k \alpha_k^2) \coth \beta_k l_k \} \\ & + \frac{M_{k+1}}{EI_{k+1}(\alpha_{k+1}^2 + \beta_{k+1}^2)} \\ & \cdot \{ \alpha_{k+1} (1 - \bar{\xi}_{k+1} \beta_{k+1}^2) \cot \alpha_{k+1} l_{k+1} \\ & - \beta_{k+1} (1 + \bar{\xi}_{k+1} \alpha_{k+1}^2) \coth \beta_{k+1} l_{k+1} \} \\ & + \frac{M_{k+1}}{EI_{k+1}(\alpha_{k+1}^2 + \beta_{k+1}^2)} \\ & \cdot \left\{ -\frac{\alpha_{k+1}}{\sin \alpha_{k+1} l_{k+1}} (1 - \bar{\xi}_{k+1} \beta_{k+1}^2) \right. \\ & \left. + \frac{\beta_{k+1}}{\sinh \beta_{k+1} l_{k+1}} (1 + \bar{\xi}_{k+1} \alpha_{k+1}^2) \right\} = 0 \dots (A.1) \end{aligned}$$

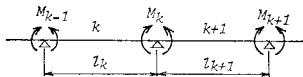
ここに、

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_i &= EI_i / GA_i \\ \alpha_i &= \sqrt{\sqrt{r_i^4 + s_i^4} + r_i^2}, \quad \beta_i = \sqrt{\sqrt{r_i^4 + s_i^4} - r_i^2} \\ r_i^2 &= W_i \omega^2 / 2gGA_i, \quad s_i^4 = W_i \omega^2 / gEI_i \quad (i=k, k+1) \end{aligned}$$

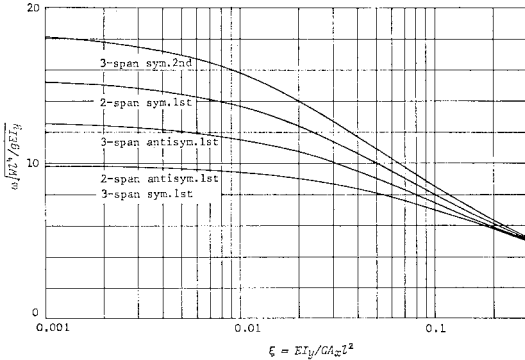
代表的な連続ばりについて振動数方程式を示す。

① 一定剛性等スパン2径間連続ばり：対称振動

$$al\{1 - \xi(\beta l)^2\} \cos al - \beta l\{1 + \xi(al)^2\} \coth \beta l = 0 \dots (A.2)$$



図一A.1 連続ばりの記号



図一A.2 連続トラスの固有たわみ円振動数と ξ の関係

ここに、 $\xi = EI/GAl^2$

② 一定剛性等スパン3径間連続ばり：

対称振動

$$al\{1 - \xi(\beta l)^2\} (2 \cot al - \operatorname{cosec} al) - \beta l\{1 + \xi(\alpha l)^2\} (2 \coth \beta l - \operatorname{cosech} \beta l) = 0 \quad \dots\dots\dots (A.3)$$

逆対称振動

$$al\{1 - \xi(\beta l)^2\} (2 \cot al + \operatorname{cosec} al) + \beta l\{1 + \xi(\alpha l)^2\} (2 \coth \beta l + \operatorname{cosech} \beta l) = 0 \quad \dots\dots\dots (A.4)$$

図一A.2 に2径間および3径間連続ばりの低次の固有振動数と無次元パラメーター ξ の関係を示す。

【付 録 B】 振動方程式 (17) の近似解

図一9 の振動モデルを用いて単径間トラスの基本固有振動数を求める。下横構は両端単純支持、上横構は両端で水平横方向変位が端対傾構のせん断変形に適合し、かつ曲げモーメントが零である条件を満たす近似解として変位モードを次のように仮定する。

$$u_1 = a_1 \left\{ \sin \frac{\pi z}{l} + \frac{EI_y}{K} \left(\frac{\pi}{l} \right)^3 \right\}, \quad u_2 = a_2 \sin \frac{\pi z}{l} \quad \dots\dots\dots (B.1)$$

ここに、 K は端対傾構のばね係数を表わす。

振動方程式 (17) において変位 u_1 および u_2 を変数 t と z について分離して時間 t を消去する。そして式 (B.1) の近似関数を用いてガラーキン公式を適用すると、

$$\left[\left\{ EI_{y1} s^4 + \frac{EI_{y1}}{GA_{x1}} \left(k - \frac{W_{b1}}{g} \omega^2 \right) s^2 \right\} a_1 - k \left(1 + \frac{EI_{y1}}{GA_{x1}} s^2 \right) a_2 \right] \int_0^l \sin sz \left(\sin sz + \frac{EI_{y1}}{K} s^3 \right) dz$$

$$+ \left(k - \frac{W_{b1}}{g} \omega^2 \right) a_1 \int_0^l \left(\sin sz + \frac{EI_{y1}}{K} s^3 \right)^2 dz = 0$$

$$\left[-\frac{EI_{y2}}{GA_{x2}} k s^2 a_1 + \left\{ EI_{y2} s^4 + \left(k - \frac{W_{b2}}{g} \omega^2 \right) \cdot \left(1 + \frac{EI_{y2}}{GA_{x2}} s^2 \right) \right\} a_2 \right] \int_0^l \sin^2 sz dz$$

$$- k a_1 \int_0^l \sin sz \left(\sin sz + \frac{EI_{y1}}{K} s^3 \right) dz = 0 \dots\dots\dots (B.2)$$

ここに、

$$s = \pi/l$$

積分を実行すると、

$$\left[EI_{y1} \varepsilon s^4 + \left(k - \frac{W_{b1}}{g} \omega^2 \right) \left\{ 1 + \frac{EI_{y1}}{GA_{x1}} s^2 \varepsilon + 8 \frac{EI_{y1}}{Kl} s^2 \right. \right.$$

$$\left. + 2 \left(\frac{EI_{y1}}{K} \right)^2 s^6 \right\} a_1 - k \varepsilon \left(1 + \frac{EI_{y1}}{GA_{x1}} s^2 \right) a_2 = 0$$

$$- k \left(\varepsilon + \frac{EI_{y2}}{GA_{x2}} s^2 \right) a_1 + \left\{ EI_{y2} s^4 + \left(k - \frac{m_{b2}}{g} \omega^2 \right) \cdot \left(1 + \frac{EI_{y2}}{GA_{x2}} s^2 \right) \right\} a_2 = 0 \dots\dots\dots (B.3)$$

ここに、

$$\varepsilon = 1 + 4 EI_{y1} s^2 / Kl$$

簡単のため断面は2軸対称とする。式 (B.3) の係数行列式を零とおくと、その根より単径間トラスの横たわみ基本円振動数は次式で表わすことができる。

$$\frac{W_{b1} l^4 \omega^2}{g EI_{y1}} = \frac{A_1 B_1 + A_2 B_1 - \sqrt{(A_1 B_2 + A_2 B_1)^2}}{2 B_1 B_2} + \frac{4(C_1 C_2 - A_1 A_2) B_1 B_2}{\dots\dots\dots} \quad \dots\dots\dots (B.4)$$

ここに、

$$A_1 = \varepsilon \pi^4 + \frac{kl^4}{EI_{y1}} B_1, \quad A_2 = \pi^4 + \frac{kl^4}{EI_{y1}} B_2$$

$$B_1 = 1 + \frac{EI_{y1}}{GA_{x1} l^2} \pi^2 \varepsilon + 8 \frac{EI_{y1}}{K l^3} \pi^2 + 2 \left(\frac{EI_{y1}}{K l} \right)^2 \pi^6$$

$$B_2 = 1 + \frac{EI_{y1}}{GA_{x1} l^2} \pi^2, \quad C_1 = \frac{kl^4}{EI_{y1}} \varepsilon \left(1 + \frac{EI_{y1}}{GA_{x1} l^2} \pi^2 \right)$$

$$C_2 = \frac{kl^4}{EI_{y1}} \left(\varepsilon + \frac{EI_{y1}}{GA_{x1} l^2} \pi^2 \right)$$

式中の無次元パラメーターを 3. のパラメーターを用いて表わすと、以下ようになる。

$$\frac{kl^4}{EI_{y1}} = \frac{1}{4} (rl)^2 (\mu l)^2, \quad \frac{Kl^3}{EI_{y1}} = \frac{1}{4} c (rl)^2 (\mu l)^2$$

$$\frac{EI_{y1}}{GA_{x1} l^2} = \frac{2}{(\mu l)^2} (1 \pm \sqrt{1 - \rho})$$

(複号 ÷ は $b_2 > 0$ 、- は $b_2 < 0$)

参考 文 献

- 1) 會田忠義：トラスげたの自由振動の立体解析，土木学会論文報告集，No. 163, 1969.3.
- 2) 林有一郎・田中美宇・樋口康三：断面変形を考慮した薄肉弾性ばり理論によるトラス橋の立体振動解析，土木学会論文報告集，No. 261, 1977.5.
- 3) 小坪清真・高西照彦・鳥野清・松下淳：高橋脚3スパン連続トラス橋の地震応答特性，土木学会論文報告集，

- No. 266, 1977.10.
- 4) 笹戸松二・松本忠夫・江見 晋・古池正宏：長大カンチレバートラス橋の地震応答と耐震設計法について，土木学会論文報告集，No. 212, 1973.4.
 - 5) Timoshenko, S. and D.H. Young：Vibration Problem in Engineering, 1954.
 - 6) Vlasov, V.Z. 著（奥村敏恵ほか訳）：薄肉弾性ばりの理論，技報堂，1967.
 - 7) 小松定夫・西村宣男：薄肉弾性ばり理論によるトラスの立体解析，土木学会論文報告集，No. 238, 1975.6.
 - 8) 中村秀治：断面変形を考慮した薄肉はりの振動解析，土木学会論文報告集，No. 223, 1974.3.
 - 9) 土木学会編：地震応答解析と実例，技報堂，1973.
 - 10) Hurty, W.C.：Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes, AIAA Jour., 3(4), 1965.
 - 11) Guyan, J.G.：Reduction of Stiffness and Mass Matrices, AIAA Jour., 3, 1965.
 - 12) Holze, G.H. and A.P. Boreci：Free Vibration Analysis Using Substructuring, Proc. of ASCE, Vol. 101, ST 12, 1975.
 - 13) 小松定夫・西村宣男・中川知和：グループ変形法による吊橋の立体解析，土木学会論文報告集，No. 279, 1978.11.
 - 14) 小松定夫・西村宣男・大前明末：トラス橋の立体振動特性について，第31回土木学会年次学術講演会概要集，I-54, 1976.
 - 15) 土田 肇・倉田栄一・須藤克子：1968年十勝沖地震とその余震の港湾地域における強震記録，港湾技研資料 No. 80, 1969.
 - 16) 山村信道・多田和夫・横江 稔：主構造と鋼床版床組をトラス部材で合成した場合の近似計算法，土木学会論文報告集，No. 183, 1970.
 - 17) Rudolph, C.L.：Die Fuldataalbrücke Bergshausen, Stahlbau, JG. 40, 8/9, 1971.
 - 18) 松浦勢一・横山顯二・田外吉則：六甲大橋上部工の設計と架設，土木学会誌，Vol. 61-9, 1976.9.

(1978.10.2・受付)