

## 横荷重を受けるトラス補剛桁をもった 連続吊橋の性状について

STATIC BEHAVIOR OF A LATERALLY LOADED CONTINUOUS  
SUSPENSION BRIDGE WITH STIFFENING TRUSS

倉 西 茂\*・杉 田 一 直\*\*

By Shigeru KURANISHI and Motonao SUGITA

### 1. 緒 言

従来横荷重を受ける吊橋の解析は、Moisseiff-Leinhardt<sup>1)</sup>の解法に代表されるように、補剛桁の鉛直軸まわりの曲げ変形のみが対象となっていた。しかし、一般に、吊橋が横荷重によって水平位を生じると、補剛桁とケーブルの間に水平変位差が生じ、補剛桁はねじりを受けるようになる。長スパンの吊橋において、風荷重に対する強度は、設計上重要な問題の1つとなる。特にトラス補剛材を有する長大吊橋においては、弦材、および横構斜材は静的な風荷重による応力によって断面が決定される場合が多い。また、本州四国連絡橋で計画されているような道路・鉄道併用橋の場合には、横荷重によるねじれ変形が列車の走行性にも関係してくるものと思われる。そこで吊橋の精密な立体解析が必要となる。

横荷重を受ける吊橋の解析で、ねじり変形を考慮した論文に、EBlinger<sup>2)</sup>、島田<sup>3)</sup>、小松・西村<sup>4)</sup>のものが挙げられる。EBlinger は中間対傾構を省略した特殊な吊橋について、伝達マトリックスによる解を与えている。島田は垂直・横荷重を受ける吊橋の立体的挙動に対し、厳密な解析式を求め、一近似解法を示している。小松・西村は、本州・四国連絡吊橋を対象とし、Vlasov<sup>5)</sup>の一般化座標法を用いて基礎方程式を導出し、Galerkin 法を用いて解いている。さらにこの論文では、Tappaloff<sup>6)</sup>、伊藤<sup>7)</sup>らが示した横たわみを支配するパラメーターを参考とし、Backingham の II の定理を用いて、パラメーター解析を行っている。なお、このようなパラメーター解析は、ねじり変形は考慮されていないが、今政・新井<sup>8)</sup>も行っている。

以上の研究では、補剛桁を連続体もしくはトラス補剛

桁を連続体に換算して解析を行っている。鉛直荷重を受ける吊橋の解析でもすでに著者の1人<sup>10)</sup>が述べているようにトラスを連続体に換算することはモデル化において補剛トラスとしての性質が十分に反映されているとはいえない。横荷重を受ける吊橋の解析も同様にトラスとしての性質を加味する必要がある。そこで本論文においては、補剛桁をトラスとしての性質が失われない範囲でモデル化し、横荷重を受ける吊橋について、ねじり-ずれ変形を考慮した解析を行っている。

また、このような解析は変断面補剛桁を有する吊橋の解析にもきわめて有利であろう。解析にあたり普通に行われている変形法をそのまま採用すると、巨大なマトリックスを取扱うことになり、ここでやっているようなパラメーター解析には適当でない。そこで本論文では、吊橋格点断面における、1) 鉛直軸まわりの曲げに関する3連モーメント式（この式ではせん断変形も考慮されている）、2) 縦方向バイモーメントに関する3連モーメント式、3) ケーブルに関する横方向つり合い式、4) 補剛トラスに関するねじりつり合い式、および、5) 対傾構に関するずれのつり合い式を誘導し、これらを基礎方程式として用いている。数値計算は、本四連絡橋で計画されている諸元を参考とし、3径間連続および2ヒンジ吊橋について行い、連続吊橋の断面変形が生じない場合の一般的性質を基本とし、1) 対傾構剛度の影響、2) 中間支点付近で断面剛度を増加させたときの影響、3) 補剛桁の死荷重強度の影響、4) 横構剛度の影響、5) 連続-2ヒンジ吊橋の比較等について論じている。

なお著者の1人は、トラス補剛桁を有する吊橋の平面解析を文献9)において行い、さらにもねじり解析を文献10)において発展させているが、本論文はそれらをさらに発展させた吊橋の側方変形解析である。また、1格間にKトラスを組んだ形のものについても Appendix I において基礎式を与えている。

\* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

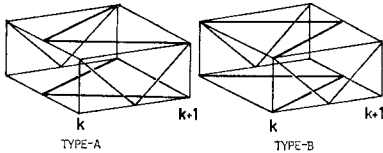
\*\* 正会員 工修 首都高速道路公団

## 2. 基礎方程式の導出

### (1) 仮定

本論文において以下の仮定を設ける。

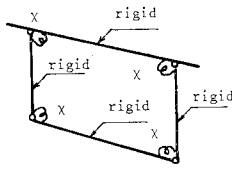
① 補剛トラスの形式は **Fig. 1** に示すとおりとし、文献 10) と同じものとする。



**Fig. 1** Bracing System of the Truss Girder.

② トラス断面は上下左右対称である。

③ 対傾構を構成する各部材は剛体であり、**Fig. 2** に示すとおり四隅は面内変形のみ抵抗する回転ばねで結ばれている。断面変形はこの回転ばねの変形で考慮する。



**Fig. 2** Sway Bracing Model.

④ 塔の曲げ剛性およびねじり剛性は無視する。

⑤ 吊橋の各径間において吊材とケーブルとの接点の座標値は唯一の放物線方程式を満足し、各吊材間においてケーブルは直線であるとする。

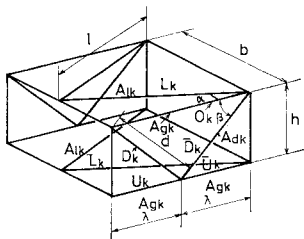
⑥ 線形化撓度理論に対応する微小変形量のみを考慮する。

### (2) トラス補剛桁に関する基礎式の導出

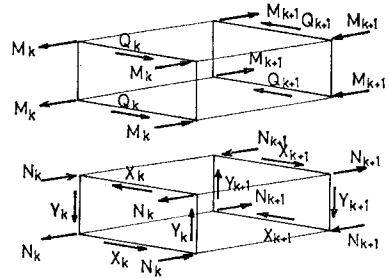
#### a) 形式および記号

補剛トラスの各部材長、各部材断面積および各軸力は **Fig. 3** に示すとおりとする。

トラス 1 パネルに働く断面力としては、**Fig. 4** に示したものを仮定する。すなわち鉛直軸まわりの曲げに関するものとして、曲げモーメントに相当する  $M$ 、曲げに伴うせん断力  $Q$ 、ねじりに関するものとして、そり力に相当する  $N$ 、鉛直せん断力  $Y$  および水平せん断力  $X$  がト



**Fig. 3** Notations of Member Length, Cross Sectional Area & Member Forces.



**Fig. 4** Forces Acting on a Unit Panel.

ラス 1 パネルに働いているものとする。なおトラス 1 パネルについての力の平衡を考慮して  $Q$ ,  $X$ ,  $Y$  は左端と右端においてその絶対値を等しく取った。

#### b) 部材力と断面力の関係

トラス 1 パネルは 2 次不静定構造であるが、本論文で仮定した断面力がトラス 1 パネルに作用する場合は、各格点での力の平衡により各部材軸力が求められる。A 型の場合は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} L_k &= (X_k - Q_k) / 2 \sin \alpha_k \\ O_k &= -M_k + N_k - Y_k \cot \beta_k \\ D_k &= Y_k / \sin \beta_k \\ \bar{D}_k &= -Y_k / \sin \beta_k \\ U_k &= -M_k - N_k \\ \bar{U}_k &= -M_{k+1} - N_{k+1} + (Q_k + X_k) \cot \alpha_k / 2 \\ \bar{L}_k &= -(X_k + Q_k) / 2 \sin \alpha_k \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

B 型のものについても同様に求めることができる。

各格点での力のつり合いを考慮すると断面力の間に次の関係式が得られる。

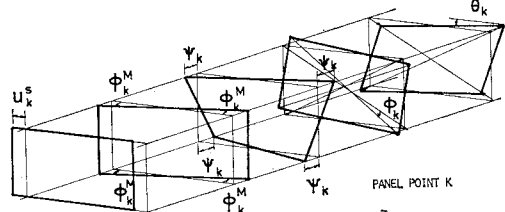
$$M_{k+1} - M_k = 2 Q_k \lambda / b \dots (2)$$

$$N_{k+1} - N_k = 2 X_k \lambda / b - 2 Y_k \lambda / h \dots (3)$$

式 (2) は一般のはり理論における曲げモーメントとせん断力との関係に等しくなる。式 (3) は Vlasov 流のねじり理論における縦方向バイモーメントと横方向バイモーメントとの関係式に等しくなる。また、式 (3) で  $N_{k+1} = N_k$  と置くと、単純ねじりに対するせん断流一定理論  $X_k/b - Y_k/h = 0$  の関係式が得られる。

#### c) 断面力-変形モード関係

各断面における変形モードを **Fig. 5** に示すとおり仮定する。文献 10) と同様の方法によりトラス 1 パネルにおける基礎式を求めると次式のようになる。



**Fig. 5** Deformation Mode of a Panel Pt. Diaphragm.

A型

$$\phi_{k+1}^M - \phi_k^M = -4 M_k \lambda / b E A_{gk} \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi_{k+1}^M - (u_{k+1}^s - u_k^s) / 2 \lambda = -Q_k l^3 / b^2 \lambda E A_{Ik} \dots\dots\dots (5)$$

$$\psi_{k+1} - \psi_k = 2 \lambda (N_k - Y_k \lambda / h) / E A_{gk} \dots\dots\dots (6)$$

$$\psi_{k+1} + b h \{ (\phi_{k+1} - \phi_k) + (\theta_{k+1} - \theta_k) \} / 8 \lambda = X_k l^3 / 2 b \lambda E A_{Ik} \dots\dots\dots (7)$$

$$-(\psi_{k+1} + \psi_k) + b h \{ (\phi_{k+1} - \phi_k) - (\theta_{k+1} - \theta_k) \} / 4 \lambda = (d^3 / h \lambda E A_{dk} + \lambda^2 / h E A_{gk}) Y_k \dots\dots (8)$$

B型

$$\phi_{k+1}^M - \phi_k^M = -4 M_{k+1} \lambda / b E A_{gk} \dots\dots\dots (9)$$

$$\phi_k^M - (u_{k+1}^s - u_k^s) / 2 \lambda = -Q_k l^3 / b^2 \lambda E A_{Ik} \dots\dots (10)$$

$$\psi_{k+1} - \psi_k = 2 \lambda (N_{k+1} + Y_k \lambda / h) / E A_{gk} \dots\dots\dots (11)$$

$$\psi_k + b h \{ (\phi_{k+1} - \phi_k) + (\theta_{k+1} - \theta_k) \} / 8 \lambda = X_k l^3 / 2 b \lambda E A_{Ik} \dots\dots\dots (12)$$

$$-(\psi_{k+1} + \psi_k) + b h \{ (\phi_{k+1} - \phi_k) - (\theta_{k+1} - \theta_k) \} / 4 \lambda = (d^3 / h \lambda E A_{dk} + \lambda^2 / h E A_{gk}) Y_k \dots\dots (13)$$

式 (4)~(13) から  $\phi^M$ ,  $Q$ ,  $\psi$ ,  $X$ ,  $Y$  を消去することにより 3 連モーメント式を導く. 鉛直軸まわりの曲げとねじりは分離して取り扱えるので, 鉛直軸まわりの曲げに関する 3 連モーメント式と縦方向バイモーメントに関する 3 連モーメント式は個別に導くことができる. なおトラスの組み違いにより 3 連モーメント式は異なった形となる.

鉛直軸まわりの曲げに関する 3 連モーメント式

$$u_{k-1}^s - 2 u_k^s + u_{k+1}^s = (l^3 / b \lambda E A_{Ik-1}) M_{k-1} - \mu_k M_k + (l^3 / b \lambda E A_{Ik}) M_{k+1} \dots\dots\dots (14)$$

縦方向バイモーメントに関する 3 連モーメント式

$$\begin{aligned} & \{ (1 + \omega_{k-1}^p \epsilon_{k-1}) \phi_{k-1} - (2 + \omega_{k-1}^p \epsilon_{k-1} - \omega_k^n \epsilon_k) \phi_k \\ & + (1 - \omega_k^n \epsilon_k) \phi_{k+1} \} - (\theta_{k-1} - 2 \theta_k + \theta_{k+1}) \\ & = (2 \lambda^2 / b h E A_{gk-1} - 2 d^3 / b h \lambda E A_{dk-1} \\ & - \kappa_{k-1}^p \omega_{k-1}^p) N_{k-1} + (6 \lambda^2 / b h E A_{gk-1} \\ & + 6 \lambda^2 / b h E A_{gk} + 2 d^3 / b h \lambda E A_{dk} \\ & + 2 d^3 / b h E A_{dk} - \kappa_{k-1}^n \omega_{k-1}^p - \kappa_k^p \omega_k^n) N_k \\ & + (2 \lambda^2 / b h E A_{gk} - 2 d^3 / b h \lambda E A_{dk} - \kappa_k^n \omega_k^n) N_{k+1} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここに,

$$1 / \epsilon_k = 6 \lambda^3 / b^2 h E A_{gk} + 2 d^3 / b h \lambda E A_{dk} + 2 l^3 / b^2 h E A_{Ik} \dots\dots\dots (16)$$

であり,  $\mu_k$ ,  $\kappa_k^p$ ,  $\kappa_k^n$ ,  $\omega_k^p$ ,  $\omega_k^n$  はトラスの組み違いによって変化する定数である.

d) トラスの諸剛性

i) 曲げに関する 3 連モーメント式についての考察

先に導いたトラスの 3 連モーメント式は, 一般のはりの 3 連モーメント式と同形式でない. 式 (14) をトラスの格断面に作用する曲げモーメント  $\bar{M}_k = 2 b M_k$ , およ

びせん断力  $\bar{Q}_k = 2 Q_k$  を用いて変形する. トラスが A 型-A 型, B 型-B 型と組まれている場合, 式 (14) は次式のようなになる (ただし, 断面積は一定とする).

$$\begin{aligned} & (u_{k-1}^s - 2 u_k^s + u_{k+1}^s) / 4 \lambda \\ & = -\bar{M}_k / E b^2 A_{gk} + l^3 \{ (\bar{Q}_k - \bar{Q}_{k-1}) / 2 \lambda \} / \\ & \quad 2 E b^2 \lambda A_{Ik} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

式 (17) はせん断変形を考慮した場合はりの微分方程式の差分式となっている.

式 (17) よりトラスの鉛直軸まわりの曲げ剛性  $E I_0 = E b^2 A_{gk}$ , せん断剛性  $G A_0 = 2 E b^2 \lambda A_{Ik} / l^3$  となることがわかる. 同様にして A 型-B 型, B 型-A 型とトラスが組まれている場合の 3 連方式におけるみかけ上の剛性を求めると,

A 型-B 型

$$E I_0 = \infty, G A_0 = 2 E b^2 \lambda A_{Ik} / l^3$$

B 型-A 型

$$E I_0 = E b^2 A_{gk} / 2, G A_0 = 2 E b^2 \lambda A_{Ik} / l^3$$

となる.

ii) トラスのねじり剛性  $G J_0$  について

トラス 1 パネルを取り出しその両端にねじりモーメント荷重  $M^T$  を作用させる. この場合, そり拘束は生じないため,  $M^T$ ,  $X$ ,  $Y$  間に次の関係式が生じる.

$$(\lambda / b) X_k - (\lambda / h) Y_k = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$M^T = b Y_k + h X_k \dots\dots\dots (19)$$

これらの関係式を用いて式 (6)~(8) を変形すると,

$$\begin{aligned} & (\phi_{k+1} - \phi_k) / 2 \lambda = (d^3 / b^2 h^2 E A_{dk} + l^3 / b^2 h^2 E A_{Ik} \\ & \quad + 3 \lambda^3 / b^2 h^2 E A_{gk}) M^T / 2 \lambda \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ゆえに本解析に用いるトラスのねじり剛性  $G J_0$  は,

$$G J_0 = 2 E b^2 h^2 \lambda / (d^3 / A_{dk} + l^3 / A_{Ik} + 3 \lambda^3 / A_{gk}) \dots\dots\dots (21)$$

となる.

同様の方法により Fig. 6 に示すトラスのねじり剛性  $G J'$  を求めると,

$$\begin{aligned} G J' & = 2 E' b'^2 h'^2 \lambda' / (d'^3 / A_{dk}' + 2 l'^3 / A_{Ik}' \\ & \quad + \lambda'^3 / A_{gk}') \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

ここで求めた  $G J'$  は Bleich<sup>11)</sup>, 小松・西村<sup>12)</sup>の求めたものと等しくなる. ただし, 図-6 に示したトラス形式は, 本解析で使用したトラス形式とは異なり, 2 軸対称

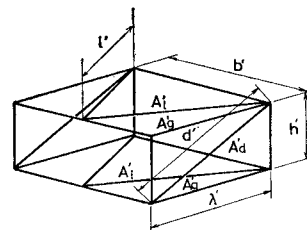


Fig. 6 Another Bracing System of the Truss Girder.

ばり的な性質は示さない。詳しくは **Appendix I** において述べる。

(3) つり合い方程式の導出

吊橋の格点断面においては、以下に示す4つのつり合い式が成立する (図-7~9)。

- ① ケーブルに関する水平方向の力のつり合い式
- ② 補剛桁に関する水平方向の力のつり合い式
- ③ 補剛桁に関するねじりのつり合い式
- ④ 対傾構に関するずれのつり合い式

これらのつり合い式を  $M, u^s, u^c, N, \phi, \theta$  で表現すると次式のようになる。

- ①  $p_k^c = -2 \lambda \omega_k^s \{u_k^s - u_k^c - h(\phi_k + \theta_k)/2\} / z_k + H(-u_{k-1}^c + 2u_k^c - u_{k+1}^c) / \lambda \dots (23)$
- ②  $p_k^s = 2 \lambda \omega_k^s \{u_k^s - u_k^c - h(\phi_k + \theta_k)/2\} / z_k$

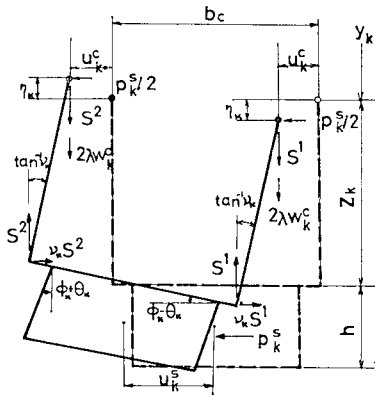


Fig. 7 Displacements and Forces at Panel Pt.  $k$  after Deformation.

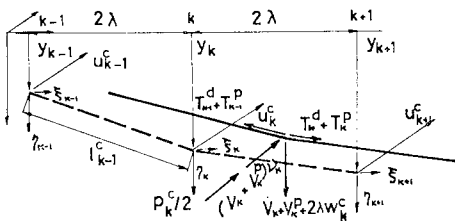


Fig. 8 Displacements and Forces Produced at Panel Pt.  $k$  of Cable.

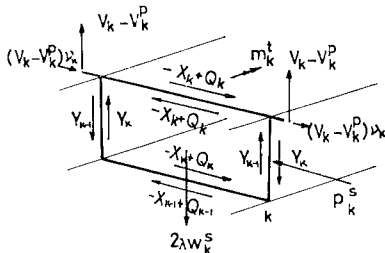


Fig. 9 Forces Acting on a Panel Pt. Diaphragm.

$$+ b(-M_{k-1} + 2M_k - M_{k+1}) \dots (24)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad m_k^t = & (bh/2 \lambda - 2h\kappa_{k-1}^p) N_{k-1} - (bh/\lambda + 2h\kappa_{k-1}^n) \\ & - 2h\kappa_k^p N_k + (bh/2 \lambda + 2h\kappa_k^n) N_{k+1} \\ & - h\lambda \omega_k^s \{u_k^s - u_k^c - h(\phi_k + \theta_k)/2\} / z_k \\ & - (Hb_c^2/4 \lambda + 2h\varepsilon_{k-1}) \phi_{k-1} \\ & + (Hb_c^2/2 \lambda + 2h\varepsilon_{k-1} + 2h\varepsilon_k) \phi_k \\ & - (Hb_c^2/4 \lambda + 2h\varepsilon_k) \phi_{k+1} \\ & - Hb_c^2(-\theta_{k-1} + 2\theta_k - \theta_{k+1})/4 \lambda \\ & + (S^2 b_c^2 E_c A_c / 2 \sum (l_k^c)^3) \sum (\phi_k - \theta_k) \dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad m_k^t = & bh(N_{k-1} - 2N_k + N_{k+1})/2 \lambda \\ & + h\lambda \omega_k^s \{u_k^s - u_k^c - h(\phi_k + \theta_k)/2\} / z_k \\ & - 8z_k \theta_k + Hb_c^2 \{(-\phi_{k-1} + 2\phi_k - \phi_{k+1}) \\ & - (-\theta_{k-1} + 2\theta_k - \theta_{k+1})\} / 4 \lambda \\ & + (S^2 b_c^2 \lambda E_c A_c / 2 \lambda \sum (l_k^c)^3) \sum (\phi_k - \theta_k) \dots (26) \end{aligned}$$

ここに、

$$S = y_{k-1} - 2y_k + y_{k+1}$$

$H$ : 死荷重によるケーブル水平張力

$\omega_k^s$ : 補剛桁の死荷重強度

$l_k^c$ : ケーブル格間長

$E_c A_c$ : ケーブルの伸び剛性

$z_k$ : 対傾構四隅の回転ばね定数

である。

式 (14), (15), (23)~(26) と、両端および中間支点の境界条件から各未知数を求めることができる。なお断面形不変の場合は、 $\theta=0$  とし式 (14), (15), (23)~(25) を連立させて解いている。

3. 解析結果および考察

(1) 諸元および荷重

本解析で対象とした吊橋は、**Fig. 10** に示す3径間吊橋であり、諸元は文献10)のものと同じである。全パネル数は、62で  $k=11, 32$  に中間支点がある。中間支点部、および主径間中央部で補剛トラスは組み違えられており、順次A型-B型-A型-B型と組まれている。これも文献10)で取り上げられているものと同じである。

計算に用いた荷重状態を**Fig. 11**に示す。荷重状態は図に示すとおり、ケーブルに満載とし補剛桁に作用する

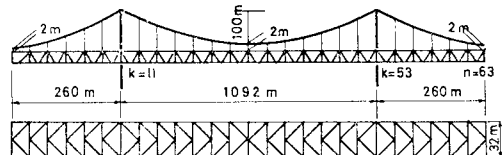


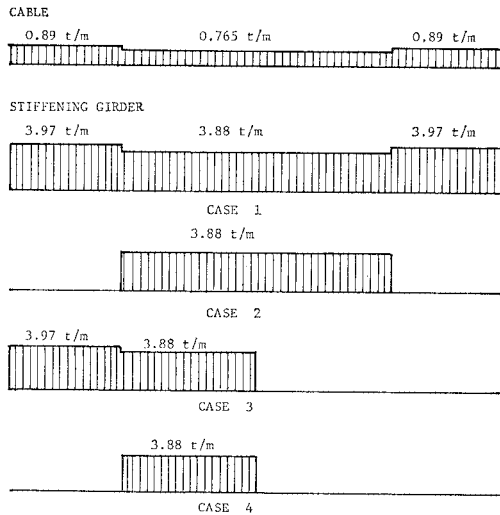
Fig. 10 Dimension of Analysed Suspension Bridge.

荷重をケース1からケース4までそれぞれ変化させた。

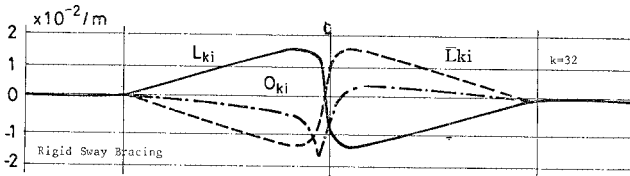
**Fig. 12** は支間中央部 ( $k=32$ ) の部材応力のねじり荷重に対する影響線であるが、この図からわかるとおり、対称形、逆対称形の荷重分布が必ずしも最大応力を与えるものでないことに注意したい。

(2) 変形量, 断面力, 部材力の一般的性質

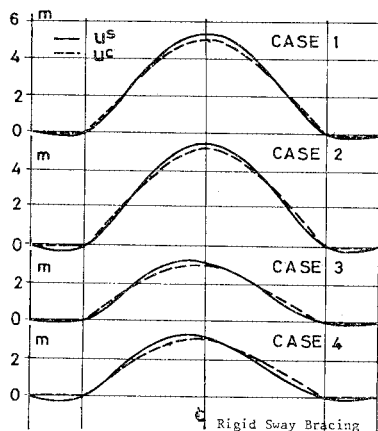
a) 水平変位  $u^s, u^c$



**Fig. 11** Loading Patterns.



**Fig. 12** Influence Lines of Upper and Lower Lateral Members and Upper Chord Member for a Unit Torsional Moment Load.



**Fig. 13** Horizontal Displacement of Cable and Stiffening Girder under Lateral Loading.

断面形を不変 ( $\theta=0$ ) とした場合のケーブルおよび補剛トラスの水平変位を **Fig. 13** に示す。これらの変位は横構システムの違いがあり、正確な比較はできないが文献 4) のものとよく一致している。水平変位は荷重ケース 2 の場合、主径間中央 ( $k=32$ ) において最大値を示す。すなわち、 $p^s$  が補剛トラスに満載されている場合よりも、主径間のみに載荷された場合の方が大きな水平変位を生じる。このことは補剛トラスが連続であることに起因している。また図より明らかなように、側径間に載荷された荷重は、主径間の水平変位  $u^s, u^c$  にほとんど影響を与えていない。すべての荷重ケースにおいて  $u^s$  と  $u^c$  とはわずかに異なっているが、この変位の差によって補剛桁にねじりが生じる。

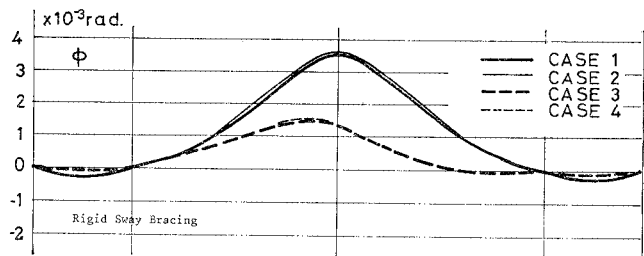
b) ねじり角  $\phi$

断面形を不変とした場合の補剛トラスのねじり角  $\phi$  を **Fig. 14** に示す。水平変位  $u^s, u^c$  は荷重ケース 2 のときに最大変位を生じたが、ねじり角  $\phi$  も同様に荷重ケース 2 のとき主径間中央 ( $k=32$ ) でその最大変位が現われる。横荷重によって生じる吊橋補剛トラスのねじり角は文献 10) によって計算されたねじりモーメント荷重によって生じるねじり角最大値の 1/3 程度にも達する。

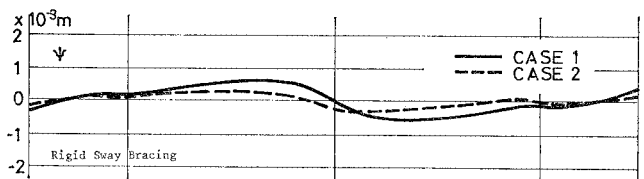
c) そり量  $\psi$

そり量の最大値は荷重状態 1, 2 の場合でせいぜい  $6 \times 10^{-4}$  m 程度であり変形量としてはきわめて小さい (**Fig.**

**15**)。すなわち、吊橋の全体的な性質に及ぼすそり量の影響は小さいと考えられる。しかし後で述べるが、断面変形を考慮する場合、そり量  $\psi$  はずれ角  $\theta$  に大きな影響を及ぼすと考えられるから、側方への変形を解析する際この量を省略することはできない。中間支点部においてそり量の変化が大きくなってい



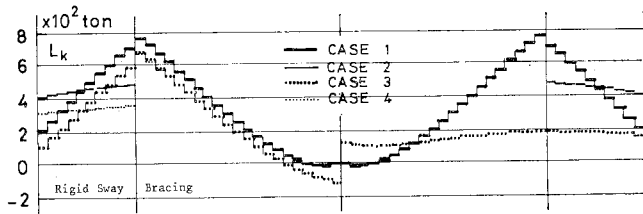
**Fig. 14** Torsional Angle  $\phi$  for Various Loading Patterns.



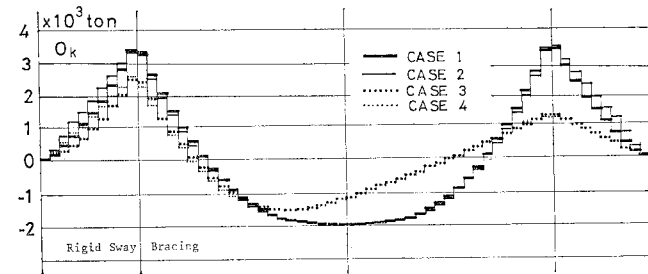
**Fig. 15** Warping  $\psi$  of Cross Sections.

**Table 1** Influence of Horizontal Thrust of Cable Produced by Lateral Loads on the Initial Horizontal Thrust.

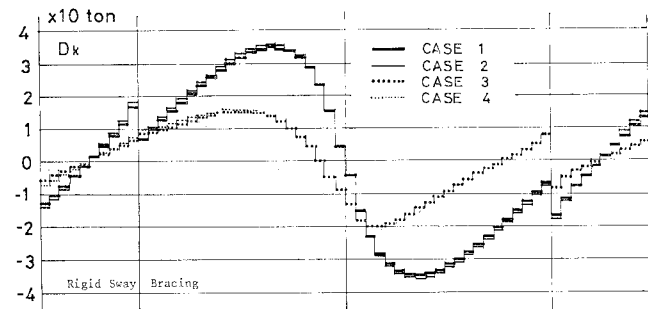
Loading Pattern	$H$ (t)	$H^p$ (t)	$H^p/H$ (%)
CASE 1	$3.13 \times 10^4$	$1.81 \times 10^2$	0.578
CASE 2	$3.13 \times 10^4$	$1.89 \times 10^2$	0.604
CASE 3	$3.13 \times 10^4$	$6.27 \times 10^1$	0.200
CASE 4	$3.13 \times 10^4$	$6.66 \times 10^1$	0.213



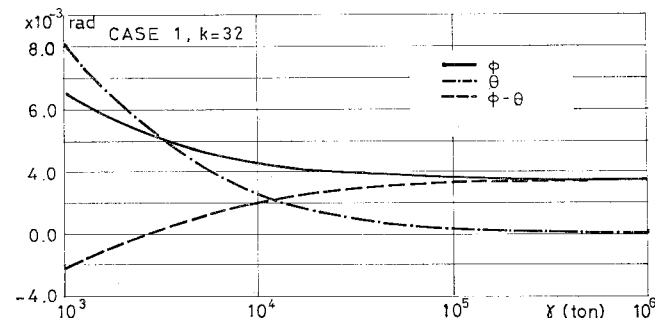
**Fig. 16** Upper Lateral Member Forces Diagram.



**Fig. 17** Upper Chord Member Forces Diagram.



**Fig. 18** Diagonal Member Forces Diagram.



**Fig. 19** Influence of Sway Bracing Rigidity on the Torsional Angle and Shear Deformation of Sway Bracing.

るが、この原因は補剛トラスの組み違いによるものであると考えられる。

**d) 部材力**

断面形不変とした場合の各軸力を Fig. 16~18 に示す。弦材軸力、横構斜材軸力、主構斜材軸力のオーダーはそれぞれ、 $10^3$  t,  $10^2$  t,  $10$  t 程度となっている。横荷重を受ける吊橋においては、鉛直軸まわりの曲げモーメントに抵抗する弦材が大きな役割を演じていることがわかる。横構斜材力は上下で多少異なっているが、この軸力差は式 (1) より明らかなようにねじりによって生じる横面せん断力  $Y$  の影響である。

**e) ケーブル付加張力  $H^p$**

各荷重ケースについて、風上側におけるケーブルの水平張力増分  $H^p$  を Table 1 に示す。表より明らかなように  $H^p$  は  $H$  に比べきわめて小さな値となっている。すなわち、ケーブル張力増分による非線形性の影響は小さいと考えられる。

**(3) 対傾構せん断剛性の影響**

荷重ケース 1, 等断面連続吊橋の場合について、対傾構せん断剛性  $r$  を  $1.0 \times 10^3$  t から  $1.0 \times 10^6$  t まで変化させた場合の変位、部材力の受ける影響を調べる。ただし、支点部はずれ変形、ねじり変形を生じないとして解析を行った。なお対傾構せん断剛性  $r$  と回転ばね係数  $\lambda$  との間には  $r=4\lambda/l$  なる関係がある。

**a) ねじり角  $\phi$ , ずれ角  $\theta$ , 横構傾斜角  $\phi - \theta$**

主径間中央部 ( $k=32$ ) におけるねじり角  $\phi$ , ずれ角  $\theta$ , 横構傾斜角  $\phi - \theta$  の値を Fig. 19 に示す。  $k=32$  は  $\phi, \theta$  の最大値を示す点である。  $\phi$  は  $r=1.0 \times 10^4$  t 以下,  $\theta$  は  $r=1.0 \times 10^5$  t 以下になるとその増加の割合が大きくなり,  $r=3.0 \times 10^3$  t 付近において  $\phi - \theta$  の符号が逆転, すなわち  $\phi = \theta$  となる。また,  $r=1.5 \times 10^5$  t 以上になると  $\phi$  の値は, 断面不変の場合にほとんど等しくなり,  $\theta$  の値も零に漸近してくる。変形性状を断面形不変の場合に近づけるといふ観点に立つと, 本解析結果よりみて対傾構のせん断剛性  $r$  は  $1.5 \times 10^5$  t 程度以上とすることが望ましいと思われる。

**b) そり量  $\psi$**

Fig. 20 に  $r = \infty, 1.5 \times 10^3$  t,  $1.0 \times 10^4$  t,  $1.0 \times 10^5$  t における  $\psi$  の変化を示す。  $r$  の

変化に伴ってそり量の最大値はもちろんのこと、スパン方向のそり量の分布も大きく異なってくる。すなわち、そり量の変化は $r$ の値に大きく影響されることおよび横構の組み違いの影響も受けることが伺える。

c) 部材力

上下横構応力は対傾構剛度の増加とともに差はなくなり、 $k=11$  で約 800 t 程度となる。対傾構度 $r$ が $10^3$  t 程度と低くなると  $k=11$  で約 200 t の差が生じる。

なお、上下弦材に生じる応力は対傾構剛度の影響をほとんど受けない (Fig. 21)。

(4) 変断面の影響

連続吊橋の場合、中間支点付近で大きな曲げモーメントが生じる。その付近での部材断面積を増加させることも1つの対応策であろう。そこで中間支点両側の4パネルの全部材断面積を4倍にしたもの(以後4 VS とよぶ)、弦材断面積のみを4倍にしたもの(4 VS'), 2パネルの全部材断面積を4倍、さらにその外側の2パネルを2倍にしたもの(2-4 VS)、弦材断面積のみを4倍、2倍と変化させたもの(2-4 VS'), 等断面のもの(SS)について数値計算を行い比較検討を行った。数値計算にあたり、荷重ケース1, 対傾構のせん断剛性 $r=1.5 \times 10^5$  t とした。

a) 変形量

Fig. 22 に SS, 2-4 VS', 4 VS' の場合の補剛トラスの水平変位を示す。図には示さなかったが 2-4 VS, 4 VS の場合はそれぞれ 2-4 VS', 4 VS' の場合にほとんど等しくなる。すなわち中間支点部付近において、曲げによるせん断変形の影響は小さいと考えられる。

変断面にすると Fig. 23 にみられるとおりの $\phi$  は  $u^s$  と同様に 20~40% 程度減少するが、ずれ角 $\theta$  はねじり角 $\phi$  に比して十分小さなものであるといえる。

それぞれの変形量を小さくするという点からみると変断面設計法は等断面のものに比べて有利であると思われる。特に中間支点付近の弦材の増加が変形量に大きな影響を与えている。

b) 部材力

上横構軸力 $L_k$ , 上弦材軸力 $O_k$ を Fig. 24, 25 に示す。中間支点付近の剛性を増加させるに従い、部材力は多少増加しているが、応力度で考えると減少している。すなわち、鉛

直またはねじり荷重に対すると同様に側方荷重に対しても応力的にも変断面設計法は等断面のものに比べて有利といえることができる。

(5) 補剛トラス死荷重強度の影響

補剛桁の単位長さ当たりの死荷重強度 $w^s=28.7$  t/m のものを標準として $w^{s'}/w^s$ を0.5~2まで変化させた場合の変形量, 部材力の変化について述べる。荷重ケース1,  $r=1.5 \times 10^5$  t のものについて数値計算を行った。

a) 変形量

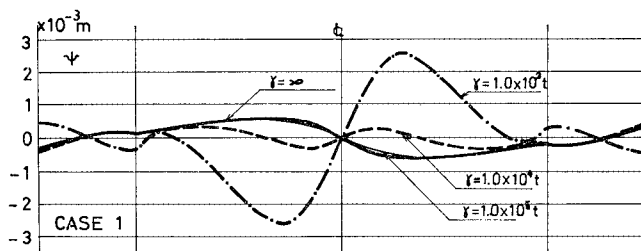


Fig. 20 Influence of Sway Bracing Rigidity on the Warping.

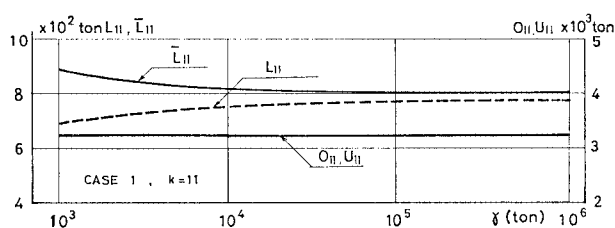


Fig. 21 Influence of Sway Bracing Rigidity on the Lateral and Chord Member Forces.

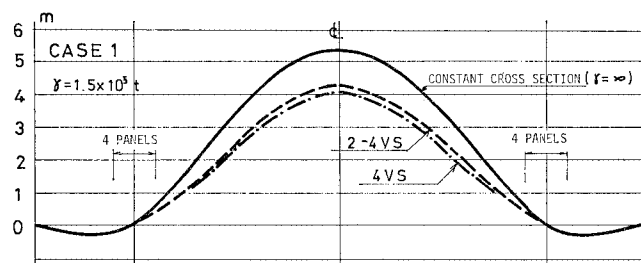


Fig. 22 Influence of Variable Cross Sections at the Tower Supports on the Horizontal Displacements of Stiffening Truss.

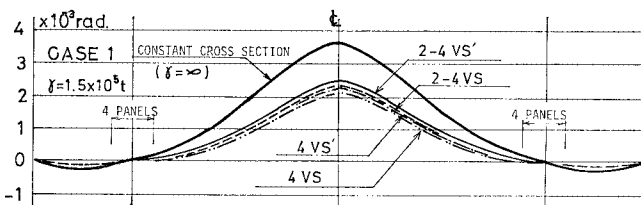


Fig. 23 Influence of Variable Cross Sections at the Tower Supports on The Torsional Angle.

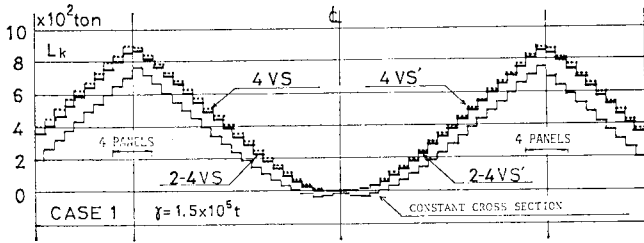


Fig. 24 Influence of Variable Cross Sections at the Tower Supports on the Lateral Member Forces.

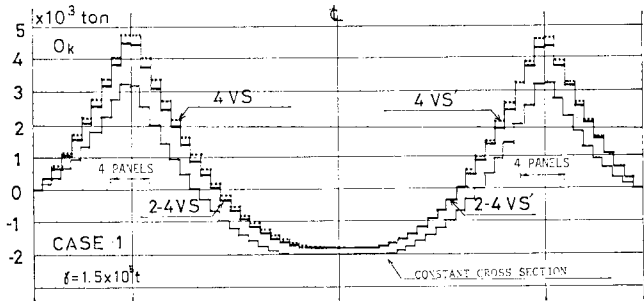


Fig. 25 Influence of Variable Cross Sections at the Tower Supports on the Upper Chord Member Forces.

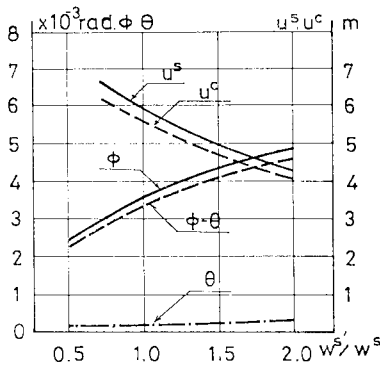


Fig. 26 Influence of Dead Load on the Displacements, Torsional Angles and Shear Deformations of Sway Bracing.

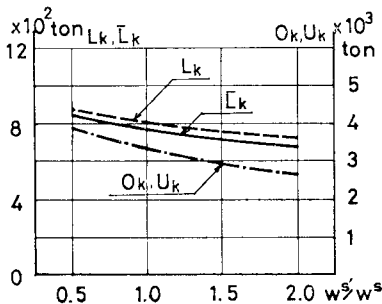


Fig. 27 Influence of Dead Load on Lateral and Chord Member Forces.

$u^s, u^c, \phi, \theta$  の絶対値は主径間中央部 ( $k=32$ ) において最大となる。  $k=32$  における  $u^s, u^c, \phi, \theta, \phi-\theta$  の変化の状態を Fig. 26 に示す。

$u^s, u^c$  は補剛トラスの死荷重強度を増加させるに伴い減少するが、逆に  $\phi, \theta, \phi-\theta$  は増加する。この原因は次の理由によるものであると考えられる。補剛桁の死荷重強度が増加することによってケーブルの横方向剛性 ( $H/2\lambda$ ) が増加するが、他方補剛トラスの剛性は変化しない。補剛トラスのねじり変形は、先に述べたようにケーブルと補剛桁の剛性差によって生じるものと考えられる。すなわち、補剛桁の死荷重強度を増加させるとケーブルと補剛桁の剛性差が大きくなりそれに伴ってねじり変形も大きくなるものと考えられる。 $\phi, \theta, \phi-\theta$  に関しては、鉛直荷重との連成解は、それぞれ独立に解いて重ね合わせたものよりも大きめの値を与える可能性がある。この性質は設計の際に十分考慮されるべき問題の1つであろう。

b) 部材力

各部材力の変化の一例を Fig. 27 に示す。補剛トラスの死荷重強度を増加させると、 $L_k, \bar{U}_k, O_k, \bar{L}_k$  の各軸力の最大値は減少する。 $L_k, \bar{L}_k$  については  $w^s$  を増加

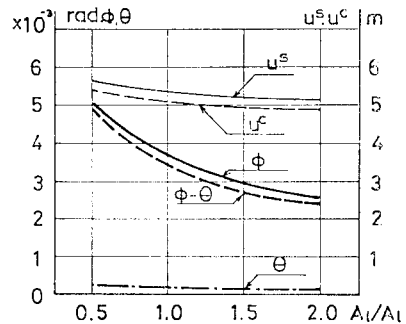


Fig. 28 Influence of Lateral Bracing System Rigidity on the Displacements, Torsional Angles and Shear Deformations of Sway Bracing.

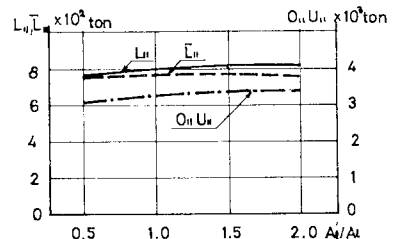


Fig. 29 Influence of Lateral Bracing System Rigidity on the Lateral and Chord Member Forces.



させるに伴い、それぞれの軸力差が大きくなる。これは補剛桁に作用するねじりモーメント荷重が増加するためであると考えられる。部材力の点から考えると補剛トラスの死荷重強度を増加させることは有利となる。

(6) 横構剛度の影響

横構剛度の影響を調べるために、標準断面積  $A_t=0.0606 \text{ m}^2$  とし  $A_t'/A_t$  を 0.5~2 まで変化させた場合について計算を行った。数値計算に際し、荷重ケース 1,  $r=1.5 \times 10^5 \text{ t}$  とした。

a) 変形量

横構断面積を変化させると補剛トラスのねじり剛性、水平方向のせん断剛性ともに変化する。標準断面の  $A_t'/A_t=1$  の場合を基準にすると、 $A_t'/A_t=2$  の場合ねじり剛性は 76% の増加、水平方向のせん断剛性は 50% の増加、 $A_t'/A_t=0.5$  の場合はそれぞれ 40%, 50% の減少となる。 $A_t'$  が増加するに従いトラスのねじり剛性が増加するのであるから  $\phi$  は逆に減少していく。 $\phi$  は  $A_t'/A_t=1$  の場合を基準にすると、 $A_t'/A_t=0.5$  の場合 37% の増加、 $A_t'/A_t=2$  の場合 29% の減少となっている (Fig. 28)。横構剛度を小さくすることはねじり角  $\phi$  を急激に増加させるために好ましくないと思われる。ずれ角  $\theta$  は、ねじり剛性の増加に伴い若干の減少を示すが、 $r=1.5 \times 10^5 \text{ t}$  程度の対傾構せん断剛性を有している、その影響は小さいと思われる。

補剛性の水平変位  $u^s$  は、水平方向のせん断剛性が増加するのであるから若干の減少を示すがその影響は小さい。すなわち、補剛トラスのねじり剛性はねじり変形に対して大きな影響を及ぼすが、水平方向のせん断変形が水平変位に及ぼす影響はそれほど大きくないと考えられる。

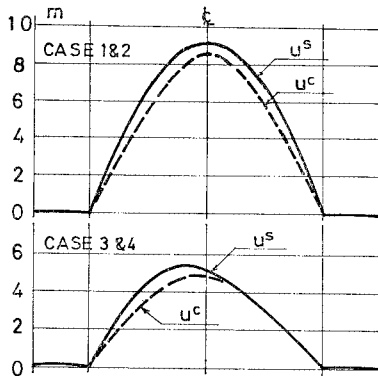


Fig. 30 Horizontal Displacements of Hinged Suspension Bridge.

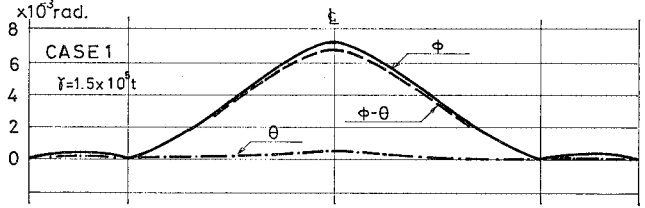


Fig. 31 Torsional Angle and Shear Deformation Diagram of Sway Bracing of Hinged Suspension Bridge.

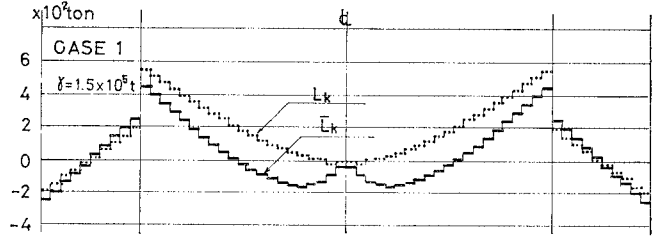


Fig. 32 Lateral Bracing Member Forces Diagram of Hinged Suspension Bridge.

b) 部材力

横構剛度の変化による各軸力最大値の変化はほとんどみられない (Fig. 29)。横構剛度はねじり変形に大きな影響を与えるため、横構断面積は応力度によって断面を決定するというよりもむしろ吊橋のねじり変形を減少させるという目的で断面を決定することが適当であると思われる。

(7) 2 ヒンジ、連続吊橋の比較

前節までは、連続吊橋の種々の性質について論じてきたが、吊橋の諸元を同じくしその形式を変えた場合、吊橋の性状はどのように変化するであろうか。この影響を調べるために等断面吊橋、 $r=1.5 \times 10^5 \text{ t}$  のものについてそれぞれの形式による性質の違いを論じていく。

a) 変形量

2 ヒンジ吊橋の場合、荷重ケース 1, 2 のとき、 $u^s$  は主径間中央部で 9.2 m 程度となる (Fig. 30)。この値は連続吊橋の場合の約 1.7 倍であり、かなり大きな値となる。

$\phi, \theta$  についても連続吊橋のその 1.7~2 倍程度となっている (Fig. 31)。このように 2 ヒンジ吊橋は連続吊橋に比して変形量が多いことおよび中間支点部でたわみ角が連続でなくなるにより車両等の走行性は悪くなるものと思われる。

b) 部材力

2 ヒンジ吊橋における上下斜材軸力を Fig. 32 に示す。上下横構斜材の軸力差は最大で 200 t 程度となり、かなり大きな値をとることがわかる。これは前にも述べたが、ねじりによって生じる横面せん断力  $Y$  の影響で

あり 2 ヒンジ吊橋の場合は特に大きくなる。

弦材軸力は中間支点部の曲げモーメントが零となるため、当然連続吊橋のそれとは大きく異なってくる。

4. 結 論

吊橋に横荷重が載荷された場合のねじり-ずれ変形を含んだ離散モデルによる解析法を示し、ある 1 つの吊橋についていくつかの数値計算を行い次の結論を得た。

(1) 横荷重に対する部材応力の解析には離散モデルの方がより詳細な検討が可能となるであろう。また、横荷重に対してもねじれ荷重に対するのと同様に横構の組み違いの影響が現われる。

(2) 横荷重による吊橋のねじり変形は、補剛トラスの各部材軸力(特に上下横構)に大きな影響を及ぼす。また、ねじり角は、ねじりモーメント荷重によって生じるねじり角の最大値の 1/3 程度になることもある。以上のことより横荷重によるねじりの影響は無視し得ないといえる。

(3) 断面形不変の場合に近い変形量、部材力を得るために、本橋の場合  $r=1.5 \times 10^3 t$  程度以上の対傾構せん断剛性が必要である。

(4) 中間支点付近の部材断面積を増加させる変断面設計法は、変形量および応力度の減少に有力な手段である。特に弦材断面積の増加による変形量の減少が著しい。

(5) 補剛桁の死荷重強度を増加させると、部材力および水平変位は小さくなるが、ねじり角およびずれ角が増加する傾向を示す。また、このことより鉛直荷重との連成解によるねじり角およびずれ角の値は、非連成解のそれよりも大きな値となることが予想される。

(6) 横構の断面積の増加は、トラスのねじり剛性、水平方向のせん断剛性の増加を促し、補剛桁の変形量を小さくする。特にねじり角の減少は著しい。

(7) 2 ヒンジ吊橋は連続吊橋に比べ、変形量は大きくなるが、部材力は小さくなる傾向を示す。

Appendix I

2. と同様の断面力、変形モードを仮定して、Fig. 6 に示した補剛トラスの基礎式を求めると次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 u_{k+1}^s - u_k^s - \lambda' \phi_k^M &= -(2 \lambda'^2 / b EA_{gk}) M_k \\
 &+ (2 l'^3 / b EA_{lk'}) Q_k + (\lambda^3 / b' h' EA_{gk'}) Y_k \\
 &\dots\dots\dots (A I . 1) \\
 \phi_{k+1}^M - \phi_k^M &= -(2 \lambda' / b' EA_{gk'}) M_k
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ (\lambda^2 / b' h' EA_{gk'}) Y_k \dots\dots\dots (A I . 2) \\
 \psi_{k+1} - \psi_k &= (1 / EA_{gk'}) N_k - (\lambda'^2 / 2 h' EA_{gk'}) Y_k \\
 &\dots\dots\dots (A I . 3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_{k+1} - \phi_k &= -(\lambda'^2 / b' h' EA_{gk}) M_k \\
 &- (\lambda^2 / b' h EA_{gk'}) N_k + (2 l'^3 / b' h' EA_{lk'}) X_k \\
 &+ (d'^3 / b' h'^2 EA_{dk'} + \lambda'^3 / b' h'^2 EA_{gk'}) Y_k \\
 &\dots\dots\dots (A I . 4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{k+1} - \theta_k + (4 \lambda' / b' h') \psi_k &= (\lambda'^2 / b' h' EA_{gk'}) M_k \\
 &- (3 \lambda'^2 / b' h' EA_{gk'}) N_k \\
 &+ (2 l'^3 / b' h'^2 EA_{lk'}) X_k - \{d'^3 / b' h'^2 EA_{dk} \\
 &- (\lambda'^3 / b' h'^2 EA_{gk'})\} Y_k \\
 &\dots\dots\dots (A I . 5)
 \end{aligned}$$

たとえば、式 (A I . 1) をみても明らかのように、この式は鉛直軸まわりの曲げに関するものであるが、ねじりに関するせん断力  $Y$  が関係してくる。すなわち、このようなトラス形式においては、弦材および斜材が上下左右等しい断面を有していても、二軸対称薄肉弾性はりのな性質を有していないことがわかる。

式 (A I . 3) ~ (A I . 5) よりねじり剛性  $GJ'$  を求めると、

$$\begin{aligned}
 GJ' &= 2 Eb'^2 h'^2 \lambda' / (d'^3 / A_{dk'} + 2 l'^3 / A_{lk'}) \\
 &+ \lambda'^3 / A_{gk'}
 \end{aligned}$$

となる。

参 考 文 献

- 1) Moisseiff, L.S. and F. Leinhardt : Suspension Bridges under the Action of Lateral Forces, Trans. ASCE, Vol. 98, 1933.
- 2) Shimada, S. : Programming for Digital Computation of Suspension Bridges under vertical, Horizontal and Torsional Loadings, Trans of JSCE, No. 102, 1964.
- 3) EBlinger, M. : Ein Rechenverfahren für die atimetrische Belastung von Hängebrücken, Stahlbau 32 Jg. H 9, 1963.
- 4) 小松・西村 : 横荷重を受ける吊橋の変形と応力について, 土木学会論文報告集, No. 248, 1976.
- 5) Vlasov, V.Z. (奥村ほか・訳) : 薄肉弾性梁の理論, 技報堂, 1967.
- 6) Tappaloff, B. : Stationärer Winddruck auf Hängebrücken, Stahlbau 23, 1954.
- 7) Ito, M. : The Lateral Motion of Suspension Bridges, Trans. of JSCE, No. 81, 1962.
- 8) 今政・新井 : 横荷重に対する吊橋の静力学的研究, 三菱重工技法, Vol. 3, No. 6.
- 9) 倉西 : 行列による吊橋の解析, 土木学会論文報告集, No. 81, 1962.
- 10) 倉西・小森 : トラス補剛桁をもった連続吊橋のねじり解析, 土木学会論文報告集, No. 261, 1977.
- 11) Bleich et al. : The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges.
- 12) 小松・西村 : 薄肉弾性ばり理論によるトラスの立体解析, 土木学会論文報告集, No. 238, 1975.

(1978.5.22・受付)