

非定常不規則な初期たわみを有する圧縮部材の信頼性解析*

RELIABILITY ANALYSIS OF COMPRESSION MEMBERS WITH NONSTATIONARY RANDOM INITIAL DEFLECTION

白 木 渡**・高 岡 宣 善***

By Wataru SHIRAKI and Nobuyoshi TAKAOKA

1. ま え が き

圧縮部材の座屈強度の実験値には一般にばらつきがあり、これは元来不確定な要因である部材の初期不整量(初期たわみ、残留応力、荷重偏心量)、材料特性値(降伏点応力、弾性係数)および部材寸法(細長比)等によることが明らかにされている。したがって、圧縮部材の設計を合理的に行うためには、これらの不確定要因が部材の座屈強度に及ぼす影響を確率論的手法を用いて明らかにする必要がある。

この観点から、圧縮部材の座屈問題を確率論的手法に基づいて研究した論文はこれまでも数多くあり^{1)~4)}、著者らも先に、作用荷重のランダム性をも考慮した圧縮部材の確率論的設計法に関する研究^{5),6)}を行っている。しかし、上記の研究論文 1)~6)においては、いずれも初期たわみを半波形正弦波と仮定し、部材のスパン中央における最大初期たわみを正規確率変数としてそのランダム性を考慮している。ところが、実際にはたわみは材軸方向の座標の関数である。すなわち、この関数は部材上だけの有限区間で定義され、材軸方向にそって材軸のまわりの両側に変動する非定常不規則関数であると考えるのがより妥当であろう。このように初期たわみを不規則関数とした場合には、圧縮部材の信頼性解析は、不規則関数論を用いて行わなければならない。このような観点から、圧縮部材の座屈問題を研究している論文もいくつかある^{7)~9)}。しかしながら、これらの論文のほとんどは初期たわみのランダム性が座屈強度に及ぼす影響を調べているだけで、不規則関数論に基づく圧縮部材の信頼性解析を行っているものは見られない。

そこで本論文では、非定常不規則な初期たわみを有す

る圧縮部材の信頼性解析を不規則関数論を用いて行うことにする。部材は弾性挙動をすると考え、まずグリーン関数の手法⁷⁾を用いて初期たわみの分散関数から与えられた荷重のもとでの部材のたわみおよび曲げ応力の分散関数を求め、それらが材軸に沿った座標値および荷重パラメーターによってどのように変化するかを調べた。また非定常な不規則関数の超過の理論を導入し、たわみおよびその 1 次導関数、曲げ応力およびその 1 次導関数がそれぞれ非定常正規不規則関数であるとした場合のたわみおよび強度に関する圧縮部材の破壊確率の算定式を誘導した。そしてそれらの式を用いて数値計算を行い、荷重パラメーター、初期たわみの分散、細長比、公称安全率などが部材の破壊確率に及ぼす影響を調べた。

2. 非定常不規則な初期たわみを有する 圧縮部材の信頼性

(1) 初期たわみを有する圧縮部材

Fig. 1 に示すような初期たわみ $y_0(x)$ を有する両端ヒンジの圧縮部材に中心軸圧縮力 N が作用している場合を考える。いま、 $m = \sqrt{N/(EI)}$ (ただし、 E : 弾性係数; I : 断面 2 次モーメント) で定義される荷重パラメーターおよび $\zeta = x/l$ で示される無次元座標を導入すると、この場合のたわみ $y(\zeta)$ を支配する微分方程式は、圧縮部材の弾性安定理論より次式で与えられる。

$$\frac{d^2 y(\zeta)}{d\zeta^2} + (m\zeta)^2 y(\zeta) = -(m\zeta)^2 y_0(\zeta) \dots (1)$$

ここで、境界条件は、 $y(0) = y(1) = 0$ である。

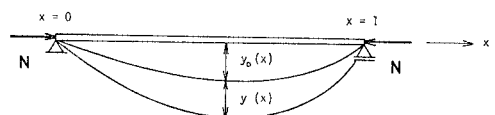


Fig. 1 Compression Member with Initial Deflection.

* 第 33 回土木学会年次学術講演会, I-145 で一部発表済

** 正会員 工修 鳥取大学講師 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 鳥取大学教授 工学部土木工学科

さて、式(1)を次式で与えられるグリーン関数

$$\left. \begin{aligned} G_1(\zeta, \eta) &= \frac{ml}{\sin ml} [\sin ml(1-\eta) \sin ml\zeta] \\ & \qquad \qquad \qquad 0 < \zeta < \eta, \\ G_2(\zeta, \eta) &= \frac{ml}{\sin ml} [\sin ml\eta \sin ml(1-\zeta)] \\ & \qquad \qquad \qquad \eta < \zeta < 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

を用いて解くと、たわみ $y(\zeta)$ は次式で表わされる⁷⁾。

$$y(\zeta) = \int_0^\zeta G_2(\zeta, \eta) y_0(\eta) d\eta + \int_\zeta^1 G_1(\zeta, \eta) y_0(\eta) d\eta. \dots\dots\dots(3)$$

(2) 非定常不規則な初期たわみ

初期たわみ $y_0(\zeta)$ は、材軸方向 ζ に沿って不規則に変動する不規則関数と考えられる。しかも、境界条件より $y_0(\zeta)$ は端部で必ず0であり、部材上だけの有限区間で定義されているので非定常不規則関数と考えなければならない^{7),8)}。

さて、このような初期たわみ $y_0(\zeta)$ は、材軸まわりに正負に不規則に変動し、その期待値は材軸上の位置に関係なく定数=0と考えられる。また、その自己相関関数 $K_{y_0}(\eta_1, \eta_2)$ は、 (η_1, η_2) 座標において、(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1) の4点で0であるので、 $K_{y_0}(\eta_1, \eta_2)$ をこのような条件を満たす次式のような2次元フーリエ級数で表わすことにする。

$$\left. \begin{aligned} K_{y_0}(\eta_1, \eta_2) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} K_{ij} \sin i\pi\eta_1 \sin j\pi\eta_2; \\ K_{ij} &= 4 \int_0^1 \int_0^1 K_{y_0}(\eta_1, \eta_2) \sin i\pi\eta_1 \sin j\pi\eta_2 d\eta_1 d\eta_2. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

いま、適当な一定値 D_0 を選んで、

$$\beta_{ij} = \frac{K_{ij}}{D_0}; \quad (i, j=1, 2, \dots) \dots\dots\dots(5)$$

とおくと、 $y_0(\zeta)$ の分散関数 $D_{y_0}(\eta) = \mathbf{E}[y_0^2(\eta)] = K_{y_0}(\eta, \eta)$ (ただし、 $\mathbf{E}[\dots]$ は期待値演算子) の材軸に沿った平均値 \bar{D}_{y_0} および $y_0(\zeta)$ の自己相関関数は、それぞれ次式のようになる。

$$\bar{D}_{y_0} = \int_0^1 D_{y_0}(\zeta) d\zeta = \frac{D_0}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \beta_{ii} \dots\dots\dots(6)$$

$$K_{y_0}(\eta_1, \eta_2) = D_0 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \beta_{ij} \sin i\pi\eta_1 \sin j\pi\eta_2. \dots\dots\dots(7)$$

実際に初期たわみを測定したデータは少ないが、文献10)によるとH型鋼柱の実測値から部材の初期たわみの形を定めるために、3項からなるフーリエ級数近似 $y_0(\zeta) = \sum_{i=1}^3 c_i \cdot \sin i\pi\zeta$ を仮定し、最小二乗法により係数を定めた結果、強軸まわりのたわみはほぼ第1項の半波正弦波の成分が卓越し、弱軸まわりでは第2項、第3

項の成分も見られることが知られている。その文献10)の結果を参考にして、文献8)では初期たわみの自己相関関数として与えられる2次元フーリエ級数の係数 β_{ij} を仮定しているが、本論文でも文献8)における数値を参考にして、式(7)の β_{ij} を次のように仮定する。

CASE 1: $\beta_{11}=1.0,$

CASE 2: $\beta_{11}=1.0, \beta_{22}=0.15, \beta_{33}=0.03, \beta_{44}=0.01.$

これらの係数を用いてなされた文献8)における初期たわみのシミュレーション結果によれば、CASE 1は、初期たわみの標本関数が半波形正弦波成分のみとなり、CASE 2は、初期たわみの標本関数が半波形正弦波成分だけでなくそれ以外の成分も含んだ形となる。

(3) たわみに関する信頼性

a) CASE 1

初期たわみ $y_0(\zeta)$ は期待値 $\mathbf{E}[y_0(\zeta)] = 0$ の非定常不規則関数であるから、式(3)よりたわみ $y(\zeta)$ も期待値 $\mathbf{E}[y(\zeta)] = 0$ の非定常不規則関数となる。式(3)および(7)から、この場合のたわみの分散関数 $D_y(\zeta) = \mathbf{E}[y^2(\zeta)]$ は、次式のようになる。

$$D_y(\zeta) = \mathbf{E}[y^2(\zeta)] = D_0 \left[\int_0^\zeta G_2(\zeta, \eta_1) \sin \pi\eta_1 d\eta_1 + \int_\zeta^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin \pi\eta_2 d\eta_2 \right]^2 \dots\dots\dots(8)$$

CASE 1では、後出の式(13)で定義される相関係数 $\rho(\zeta)$ が ζ の値にかかわらず常に ± 1 となり、たわみ $y(\zeta)$ とその1次導関数 $\dot{y}(\zeta) = dy(\zeta)/d\zeta$ は完全相関関係にある。したがって、たわみ関数の標本関数の形はいずれの場合も同一、すなわち自己相関関数の形と同様正弦半波形となり⁸⁾、すべての ζ の値におけるたわみ $y(\zeta)$ の確率分布は同一となり、 $y(\zeta)$ の絶対値 $|y(\zeta)|$ が与えられたレベル $a = n\sqrt{D_0}$ (n は正の実数) を超過する超過確率 Q_y は、最も危険な断面すなわちスパン中央における値を用いて評価する。

いま、スパン中央のたわみ $y(0.5)$ の確率密度関数 $f_y(y|0.5)$ が、次式で表わされる期待値0の正規分布に従うものと仮定する。

$$f_y(y|0.5) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \mathbf{E}[y^2(0.5)]}} \exp\left\{ \frac{-y^2}{2 \mathbf{E}[y^2(0.5)]} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

そうすると、この場合の超過確率 Q_y は次式のようになる。

$$\begin{aligned} Q_y &= \mathbf{P}[|y(0.5)| > n\sqrt{D_0}] = 2 \int_{n\sqrt{D_0}}^{\infty} f_y(y|0.5) dy \\ &= 1 - 2\phi\left(\frac{n\sqrt{D_0}}{\sqrt{\mathbf{E}[y^2(0.5)]}} \right) \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

ここに $\mathbf{P}[\dots]$ は、事象 $[\dots]$ の生起する確率を意味し、また $\phi(u)$ は、次式で表わされる正規確率積分である。

$$\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \dots\dots\dots (11)$$

b) CASE 2

この場合のたわみ $y(\zeta)$ の分散関数 $D_y(\zeta)$ も CASE 1 と同様にして、次式ようになる。

$$D_y(\zeta) = \mathbf{E}[y^2(\zeta)] = D_0 \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} \left\{ \int_0^\zeta G_2(\zeta, \eta_i) \sin i\pi\eta_i d\eta_i + \int_\zeta^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin i\pi\eta_2 d\eta_2 \right\}^2 \dots\dots\dots (12)$$

この CASE 2 では、 $y(\zeta)$ と $\dot{y}(\zeta)$ は完全相関関係にはない。すなわち次式で定義される相関係数 $\rho_y(\zeta)$ が ± 1 ではない値をとる。

$$\rho_y(\zeta) = \frac{\mathbf{E}[y(\zeta)\dot{y}(\zeta)]}{\sqrt{\mathbf{E}[y^2(\zeta)]\mathbf{E}[\dot{y}^2(\zeta)]}} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $\mathbf{E}[\dot{y}^2(\zeta)]$ は $\dot{y}(\zeta)$ の分散関数、 $\mathbf{E}[y(\zeta)\dot{y}(\zeta)]$ は $y(\zeta)$ と $\dot{y}(\zeta)$ の相互相関関数であり、それぞれ次式で表わされる。

$$\mathbf{E}[\dot{y}^2(\zeta)] = D_0 \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \int_0^\zeta G_2(\zeta, \eta_i) \sin i\pi\eta_i d\eta_i \right\} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \int_\zeta^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin i\pi\eta_2 d\eta_2 \right\} \right]^2 \dots\dots\dots (14)$$

$$\mathbf{E}[y(\zeta)\dot{y}(\zeta)] = D_0 \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} \left\{ \int_0^\zeta G_2(\zeta, \eta_i) \sin i\pi\eta_i d\eta_i + \int_\zeta^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin i\pi\eta_2 d\eta_2 \right\} \times \left[\frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \int_0^\zeta G_2(\zeta, \eta_i) \sin i\pi\eta_i d\eta_i \right\} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \int_\zeta^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin i\pi\eta_2 d\eta_2 \right\} \right] \dots\dots\dots (15)$$

このような場合には、CASE 1 と異なり非定常不規則関数のレベル超過問題として解析する必要がある。

いま、 $y(\zeta)$ と $\dot{y}(\zeta)$ との結合確率密度関数が次式で表わされる非定常正規分布に従う不規則関数であると仮定する。

$$f_{y\dot{y}}(y, \dot{y}|\zeta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\{1-\rho_y^2(\zeta)\}\mathbf{E}[y^2(\zeta)]\mathbf{E}[\dot{y}^2(\zeta)]}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2\{1-\rho_y^2(\zeta)\}} \left\{ \frac{y^2}{\mathbf{E}[y^2(\zeta)]} - \frac{2\rho_y(\zeta)y\dot{y}}{\sqrt{\mathbf{E}[y^2(\zeta)]\mathbf{E}[\dot{y}^2(\zeta)]}} + \frac{\dot{y}^2}{\mathbf{E}[\dot{y}^2(\zeta)]} \right\} \right] \dots\dots\dots (16)$$

そうすると、非定常不規則関数 $y(\zeta)$ が区間 $[\zeta, \zeta+d\zeta]$ において、定数レベル $a=n\sqrt{D_0}$ を正の傾きで超過する超過確率密度 $p_{y^+}(a|\zeta)$ に対して、A.M. Freudenthal と M. Shinozuka¹¹⁾ によって与えられた次の近似公式を適用することができる。

$$p_{y^+}(a|\zeta) \doteq \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mathbf{E}[\dot{y}^2(\zeta)]}{\mathbf{E}[y^2(\zeta)]}} \left[\sqrt{1-\rho_y^2(\zeta)} \right.$$

$$\cdot \exp\left\{-\frac{1}{1-\rho_y^2(\zeta)} \cdot \frac{n^2 D_0}{2\mathbf{E}[y^2(\zeta)]}\right\} + \sqrt{2\pi} \frac{|\rho_y(\zeta)|n\sqrt{D_0}}{\sqrt{\mathbf{E}[y^2(\zeta)]}} \cdot \exp\left\{-\frac{n^2 D_0}{2\mathbf{E}[y^2(\zeta)]}\right\} \dots\dots\dots (17)$$

したがって、レベルの大きさが正負ともに等しく、レベルを超過する事象がポアソン分布で近似できるとすると、この場合の超過確率は次式のようにになる。

$$Q_y = 1 - \exp\left\{-2 \int_0^1 p_{y^+}(a|\zeta) d\zeta\right\} \dots\dots\dots (18)$$

(4) 強度に関する信頼性

強度に関する信頼性の解析も (3) で示したたわみに関する信頼性の場合と同様にして行う。ここでは、数値計算の便宜上 (1)~(3) で用いた荷重パラメーター $m = \sqrt{N/(EI)}$ と部材長 l の積の無次元荷重パラメーター ml を次式のように変形する。

$$ml = \sqrt{\frac{Nl^2}{EI}} = \sqrt{\frac{N}{A} \cdot \frac{l^2}{\left(\frac{l}{A}\right)E}} = \sqrt{\frac{\sigma_f}{E} \cdot \frac{l^2}{r^2}} = \lambda \sqrt{\frac{\sigma_f}{E}} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 A ：部材断面積、 r ：部材の回転半径、 $\lambda=l/r$ ：細長比、 $\sigma_f=N/A$ ：軸圧縮応力である。さらに、公称強度 $\sigma_{nom} = \min(\bar{\sigma}_y, \pi^2 E/l^2)$ (ただし、 $\bar{\sigma}_y$ は降伏点応力 σ_y の期待値を表わす) を導入し、 $\nu = \sigma_{nom}/\sigma_f$ なる公称安全率を用いると、式 (19) は、次式のようにになる。

$$ml = \lambda \sqrt{\frac{\sigma_{nom}}{\nu E}} \dots\dots\dots (20)$$

したがって、強度に関する信頼性解析においては、パラメーター ml の代わりに、 ν と λ を新たなパラメーターとして使用する。

a) CASE 1

部材の任意断面における曲げによる縁応力を $\sigma_M(\zeta)$ とすると、 $\sigma_M(\zeta)$ は次式で表わされる。

$$\sigma_M(\zeta) = \frac{-EI}{Wl^2} \cdot \frac{d^2 y(\zeta)}{d\zeta^2} = \frac{-E}{k\lambda^2} \cdot \frac{d^2 y(\zeta)}{d\zeta^2} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 W ：部材の断面係数、 k ：断面の核半径である。

たわみの場合と同様にして、式 (3) および (8) からこの場合の曲げによる縁応力の分散関数 $D_{\sigma_M}(\zeta) = \mathbf{E}[\sigma_M^2(\zeta)]$ は、次式のようにになる。

$$D_{\sigma_M}(\zeta) = \mathbf{E}[\sigma_M^2(\zeta)] = \frac{E^2 D_0}{k^2 \lambda^4} \cdot \left[\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left\{ \int_0^\zeta G_2(\zeta, \eta_i) \sin \pi\eta_i d\eta_i \right\} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left\{ \int_\zeta^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin \pi\eta_2 d\eta_2 \right\} \right]^2 \dots\dots\dots (22)$$

本論文では部材の弾性挙動を考えているので、不等式

$$\sigma_f + \sigma_M(\zeta) > \sigma_y \dots \dots \dots (23)$$

が満足されることをもって部材の破壊と考える。さて、CASE 1 では、たわみの場合と同様曲げによる縁応力 $\sigma_M(\zeta)$ とその1次導関数 $\dot{\sigma}_M(\zeta) = d\sigma_M(\zeta)/d\zeta$ は完全相関関係にあるので、この場合の部材の破壊確率 Q_{σ_M} は、たわみの場合と同様スパン中央における値を用いて評価することとなる。

いま、スパン中央の曲げによる縁応力 $\sigma_M(0.5)$ の確率密度関数 $f_{\sigma_M}(\sigma_M(0.5))$ が、次式で表わされる期待値 0 の正規分布に従うものと仮定する。

$$f_{\sigma_M}(\sigma_M(0.5)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \mathbf{E}[\sigma_M^2(0.5)]} \cdot \exp\left\{-\frac{\sigma_M^2}{2 \mathbf{E}[\sigma_M^2(0.5)]}\right\} \dots \dots (24)$$

さらに、部材の降伏点応力 σ_y も次式で与えられる確率密度関数を有する正規確率変数であるとする。

$$f_{\sigma_y}(\sigma_y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} D_{\sigma_y}} \exp\left\{-\frac{(\sigma_y - \bar{\sigma}_y)^2}{2 D_{\sigma_y}^2}\right\} \dots \dots \dots (25)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_y$ および D_{σ_y} はそれぞれ σ_y の期待値および分散である。また軸圧縮応力 σ_f は確定量としている。

さて、式 (23) の不等式を $\sigma_M(\zeta) - \sigma_y > -\sigma_f$ と変形し、 $\zeta=0.5$ としてスパン中央における部材の破壊確率を考える。いま、

$$R = \sigma_M(0.5) - \sigma_y > -\sigma_f \dots \dots \dots (26)$$

とすると、 R はやはり正規分布に従う確率変数で、その確率密度関数は次式のようになる。

$$f_R(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} D_R} \exp\left\{-\frac{(R - \bar{R})^2}{2 D_R^2}\right\} \dots \dots (27)$$

ここに、 \bar{R} および D_R は、 R の期待値および分散でそれぞれ次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{R} &= -\bar{\sigma}_y, \\ D_R &= \mathbf{E}[\sigma_M^2(0.5)] + D_{\sigma_y}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (28)$$

したがって、式 (26) の事象を満たす確率は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}[R > -\sigma_f] &= \int_{-\sigma_f}^{\infty} f_R(R) dR \\ &= \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\bar{\sigma}_y - \sigma_f}{\sqrt{\mathbf{E}[\sigma_M^2(0.5)] + D_{\sigma_y}}}\right). \end{aligned} \dots \dots \dots (29)$$

式 (23) で示される不等式は、限界状態においては部材の横断面の重心のいずれか一方の側の縁応力が降伏点に達するという仮定のもとに得られたものである。しかし、場合によっては部材の横断面のいずれの側でも縁応力が降伏点に達するという可能性もある。対称断面の場合には、これら2つの可能性は相等しい。したがって、断面の両側において縁応力が降伏点に達する可能性を考慮する場合には、求める部材の破壊確率は次式のように

なる。

$$Q_{\sigma_M} = 1 - 2\Phi\left(\frac{\bar{\sigma}_y - \sigma_f}{\sqrt{\mathbf{E}[\sigma_M^2(0.5)] + D_{\sigma_y}}}\right) \dots \dots (30)$$

数値計算の便宜上、公称安全率 $\nu = \sigma_{nom}/\sigma_f$ および σ_y の変動係数 $V_{\sigma_y} = \sqrt{D_{\sigma_y}}/\bar{\sigma}_y$ を用いて、上式はさらに次のように書き換えられる。

$$Q_{\sigma_M} = 1 - 2\Phi\left(\frac{\nu\bar{\sigma}_y - \sigma_{nom}}{\nu\sqrt{\mathbf{E}[\sigma_M^2(0.5)] + \bar{\sigma}_y^2 V_{\sigma_y^2}}}\right) \dots \dots \dots (31)$$

b) CASE 2

この場合の $\sigma_M(\zeta)$ の分散関数 $D_{\sigma_M}(\zeta)$ も CASE 1 と同様にして次式のようになる。

$$\begin{aligned} D_{\sigma_M}(\zeta) &= \mathbf{E}[\sigma_M^2(\zeta)] \\ &= \frac{E^2 D_0}{k^2 \lambda^4} \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} \left[\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left\{ \int_0^{\zeta} G_2(\zeta, \eta_1) \sin i\pi\eta_1 d\eta_1 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left\{ \int_{\zeta}^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin i\pi\eta_2 d\eta_2 \right\} \right]^2. \end{aligned} \dots \dots \dots (32)$$

この CASE 2 でもたわみに関する CASE 2 と同様で $\sigma_M(\zeta)$ と $\dot{\sigma}_M(\zeta)$ は完全相関関係にはない。すなわち、次式で定義される相関係数 $\rho_{\sigma_M}(\zeta)$ が ± 1 でない値をとる。

$$\rho_{\sigma_M}(\zeta) = \frac{\mathbf{E}[\sigma_M(\zeta)\dot{\sigma}_M(\zeta)]}{\sqrt{\mathbf{E}[\sigma_M^2(\zeta)]\mathbf{E}[\dot{\sigma}_M^2(\zeta)]}} \dots \dots \dots (33)$$

ここに、 $\mathbf{E}[\dot{\sigma}_M^2(\zeta)]$ は $\dot{\sigma}_M(\zeta)$ の分散関数、 $\mathbf{E}[\sigma_M(\zeta)\dot{\sigma}_M(\zeta)]$ は $\sigma_M(\zeta)$ と $\dot{\sigma}_M(\zeta)$ の相互相関関数であり、それぞれ次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\dot{\sigma}_M^2(\zeta)] &= \frac{E^2 D_0}{k^2 \lambda^4} \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} \left[\frac{\partial^3}{\partial \zeta^3} \left\{ \int_0^{\zeta} G_2(\zeta, \eta_1) \sin i\pi\eta_1 d\eta_1 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^3}{\partial \zeta^3} \left\{ \int_{\zeta}^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin i\pi\eta_2 d\eta_2 \right\} \right]^2, \end{aligned} \dots \dots (34)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\sigma_M(\zeta)\dot{\sigma}_M(\zeta)] &= \frac{E^2 D_0}{k^2 \lambda^4} \sum_{i=1}^4 \beta_{ii} \left[\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left\{ \int_0^{\zeta} G_2(\zeta, \eta_1) \sin i\pi\eta_1 d\eta_1 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \left\{ \int_{\zeta}^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin i\pi\eta_2 d\eta_2 \right\} \right] \\ &\quad \cdot \left[\frac{\partial^3}{\partial \zeta^3} \left\{ \int_0^{\zeta} G_2(\zeta, \eta_1) \sin i\pi\eta_1 d\eta_1 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^3}{\partial \zeta^3} \left\{ \int_{\zeta}^1 G_1(\zeta, \eta_2) \sin i\pi\eta_2 d\eta_2 \right\} \right] \dots \dots \dots (35) \end{aligned}$$

したがって、この場合も非定常不規則関数のレベル超過問題として解析する必要がある。

いま、 $\sigma_M(\zeta)$ と $\dot{\sigma}_M(\zeta)$ との結合確率密度関数は、次式で表わされる非定常正規分布に従う不規則関数であると仮定する。

$$\begin{aligned} f_{\sigma_M \dot{\sigma}_M}(\sigma_M, \dot{\sigma}_M | \zeta) &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{\sigma_M}^2(\zeta)}} \mathbf{E}[\sigma_M^2(\zeta)] \mathbf{E}[\dot{\sigma}_M^2(\zeta)] \end{aligned}$$

$$\cdot \exp \left[-\frac{1}{2\{1-\rho_{\sigma M^2}(\zeta)\}} \left\{ \frac{\sigma_{M^2}}{\mathbf{E}[\sigma_{M^2}(\zeta)]} - \frac{2\rho_{\sigma M^2}(\zeta)\sigma_M\dot{\sigma}_M}{\sqrt{\mathbf{E}[\sigma_{M^2}(\zeta)]\mathbf{E}[\dot{\sigma}_{M^2}(\zeta)]}} + \frac{\dot{\sigma}_{M^2}}{\mathbf{E}[\dot{\sigma}_{M^2}(\zeta)]} \right\} \right] \dots (36)$$

そうすると、前述したように非定常不規則関数 $\sigma_M(\zeta)$ が区間 $[\zeta, \zeta+d\zeta]$ において、定数レベル a を正の傾きで超過する超過確率密度 $p_{\sigma M^+}(a|\zeta)$ は、次式で与えられる。

$$p_{\sigma M^+}(a|\zeta) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mathbf{E}[\dot{\sigma}_{M^2}(\zeta)]}{\mathbf{E}[\sigma_{M^2}(\zeta)]}} \left[\sqrt{1-\rho_{\sigma M^2}(\zeta)} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{1-\rho_{\sigma M^2}(\zeta)} \cdot \frac{a^2}{2\mathbf{E}[\sigma_{M^2}(\zeta)]} \right\} + \frac{\sqrt{2\pi}|\rho_{\sigma M^2}(\zeta)|a}{\sqrt{\mathbf{E}[\sigma_{M^2}(\zeta)]}} \exp \left\{ -\frac{a^2}{2\mathbf{E}[\sigma_{M^2}(\zeta)]} \right\} \right] \dots (37)$$

さて、式 (23) よりレベル a は、

$$a = \sigma_y - \sigma_f = \sigma_y - \frac{\sigma_{nom}}{\nu} \dots (38)$$

となる。 σ_y はその確率密度関数が式 (25) のような正規分布をする確率変数であり、 σ_f は確定量と考えているから、式 (38) で与えられるレベル a も正規確率変数である。定数レベルと確率変数レベルを区別するために、以下確率変数レベルを太字で表わすことにする。

レベルが確率変数の場合には、式 (37) は次式のようにになる。

$$p_{\sigma M^+}(\bar{a}|\zeta) = \int_{-\sigma_f}^{\infty} p_{\sigma M^+}(a|\zeta) f_a(a) da \dots (39)$$

ここに、 $f_a(a)$ は確率変数 a の確率密度関数で、次式で与えられる。

$$f_a(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_a} \exp \left\{ -\frac{(a-\bar{a})^2}{2D_a} \right\} \dots (40)$$

ここに、 \bar{a} および D_a は、それぞれ a の期待値および分散であり、式 (38) の関係を用いて次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{a} &= \bar{\sigma}_y - \frac{\sigma_{nom}}{\nu}, \\ D_a &= D_{\sigma_y}. \end{aligned} \right\} \dots (41)$$

いま、レベル a の大きさが正負ともに等しく、レベルを超過する事象がポアソン分布で近似できるものとする、この場合の部材の破壊確率は次式のようになる。

$$Q_{\sigma M} = 1 - \exp \left[-2 \int_0^1 p_{\sigma M^+}(\bar{a}|\zeta) d\zeta \right] \dots (42)$$

c) D_0 の値

初期たわみの大きさは、通常最大初期たわみ y_{0m} と部材長 l の比

$$\frac{y_{0m}}{l} = \frac{1}{400} \sim \frac{1}{1000} \dots (43)$$

で与えられるが^{(8)~(10)}、ここでは最大初期たわみの値の代りに A.P. Ржаницын¹⁾ が提案しているように、部材の不規則曲率の値を定め、この不規則曲率が部材長では

なく横断面寸法に依存すると考える。すなわち、

$$\frac{y_{0m}}{k} = r_2 \left(\frac{l}{k} \right)^2 \dots (44)$$

ここに、 r_2 は初期たわみのばらつきを表わす無次元量で、 k は式 (21) で用いた核半径である。初期たわみの規定の仕方としては、式 (43) よりも式 (44) の方がはるかに実状をよく表わしている。たとえば、部材長 l が同一の 2 本の圧縮部材がある場合、部材横断面の大なる部材ほど y_{0m} は小と考えられるが、式 (43) では横断面の寸法の影響はうまく考慮できない。これに反して、この影響は式 (44) では k によって考慮されている。式 (44) を、 $y_{0m}/k = \xi^2 r_2 \lambda^2$ ($\xi = r/k$: 回転半径と核半径の比) と変形すると、これは Régles CMf⁽¹²⁾ の規準 ($0.348 \times 10^{-4} \lambda^2$) と同じ形になる。

さて、式 (44) の関係を用いて式 (5) で導入した D_0 の値を決定する。長方形断面について Régles CMf⁽¹²⁾ の規準を参考にして r_2 の分散 $D_{r_2} = 1.35 \times 10^{-10}$ とすると、式 (44) から D_0 は、 $D_0 = 1.35 \times 10^{-10} l^2/k^2$ となり、CASE 2 について考えると、式 (6) から分散関数の平均値は、

$$\begin{aligned} \bar{D}_{y_0} &= \frac{1.19}{2} \times 1.35 \times 10^{-10} \times \frac{l^4}{k^2} \\ &= 0.803 \times 10^{-10} \left(\frac{r}{k} \right)^2 \lambda^2 l^2 = 0.803 \times 10^{-10} \xi^2 \lambda^2 l^2 \end{aligned}$$

となる。ただし、上述したように ξ は回転半径と核半径の比で長方形断面の場合は $\xi = \sqrt{3}$ 、H 型鋼および I 型鋼断面においては、断面寸法の大小にかかわらず $\xi_x = 1.2$ (強軸まわり)、 $\xi_y = 2.3$ (弱軸まわり) ぐらいである。いま、 $\xi = \sqrt{3}$ 、 $\lambda = 100$ の場合を考えると、上記の \bar{D}_{y_0} は $\bar{D}_{y_0} = (l/644)^2$ となる。初期たわみの分布は正規分布であると考えているので、この \bar{D}_{y_0} の値は、初期たわみが材軸方向の平均で $(-l/644, l/644)$ の範囲に約 68.3%、 $(-l/288, l/288)$ の範囲で約 95.5% はいることを意味する。このことを参考にして、 D_{r_2} の値として 25×10^{-12} および 10^{-10} の 2 つを考慮して、 D_0 の値を決定する。

3. 数値計算例および考察

2. で誘導した諸式を用いて数値計算を行い、Fig. 1 で示した非定常不規則な初期たわみを有する圧縮部材のたわみおよび強度に関する信頼性の評価を行う。

(1) たわみに関する場合

まず、式 (8) および (12) を用いて CASE 1 および CASE 2 のたわみの分散関数を計算し、それらの値が無次元座標 ζ および無次元荷重パラメーター ml の変化に伴ってどのように変化するかを示したのが Table 1

Table 1 Values of Dimensionless Variance Function of Lateral Deflection $E[y^2(\zeta)]/D_0$

ζ	$E[y^2(\zeta)]/D_0$			
	$ml=2.0$		$ml=2.8$	
	CASE 1	CASE 2	CASE 1	CASE 2
0.05	0.1136494×10^{-1}	0.1156310×10^{-1}	0.3651524	0.3660994
0.10	0.4434729×10^{-1}	0.4505581×10^{-1}	0.1424866×10^0	0.1428257×10^0
0.15	0.9571849×10^{-1}	0.9703763×10^{-1}	0.3075409×10^0	0.3081736×10^0
0.20	0.1604500	0.1622373	0.5155214×10^0	0.5163809×10^0
0.25	0.2322045	0.2341455	0.7460696×10^0	0.7470047×10^0
0.30	0.3039608	0.3056942	0.9766178×10^0	0.9774545×10^0
0.35	0.3686923	0.3699480	0.1184598×10^0	0.1185204×10^0
0.40	0.4200635	0.4207514	0.1349653×10^0	0.1349983×10^0
0.45	0.4530459	0.4532832	0.1455624×10^0	0.1455735×10^0
0.50	0.4644108	0.4644775	0.1492139×10^0	0.1492167×10^0

である。表から明らかなように、 ζ が0.5すなわちスパン中央に近づくに従って、また ml が大きくなるに従って分散関数は大きくなっている。そして CASE 2 の方が CASE 1 よりわずかではあるが分散関数の値は大きい。これは、初期たわみの自己相関関数として与えられる2次元フーリエ級数の係数の $\beta_{11}=1.0$ 以外の項 ($\beta_{22}=0.15, \beta_{33}=0.03, \beta_{44}=0.01$) の影響によるものと考えられる。

Table 2 は、式 (13) を用いて CASE 2 のたわみの相関係数 $\rho_y(\zeta)$ を計算したものを示したものである。 ζ が0.5に近づくに従って相関性が失われていることがわかる。また、その傾向は ml が小さいほど顕著である。しかし、 ml が π (オイラーの限界応力) に近づくに従って $\rho_y(\zeta)$ はほとんど1に近くなる。したがって、 ml が π に近い値をとる場合はたわみの形はほとんど半波形正弦波となる。

Fig. 2 は、式 (10) および (18) を用いて CASE 1 および CASE 2 のたわみの超過確率 Q_y を計算し、 Q_y と無次元パラメーター ml との関係を、レベルの大きさを表わす n をパラメーターにとって示したものである。ここで CASE 1 は、たわみが半波形正弦波成分のみであるから、たわみの形状を正弦半波形と仮定し、部材のスパン中央におけるたわみの値を用いて部材の破壊確率

Table 2 Values of Correlation Coefficient $\rho_y(\zeta)$

ζ	$\rho_y(\zeta)$		
	$ml=1.2$	$ml=2.0$	$ml=2.8$
0.05	0.9998980	0.9999437	0.9998984
0.10	0.9985935	0.9991690	0.9997921
0.15	0.9943764	0.9965072	0.9989409
0.20	0.9872103	0.9918527	0.9972813
0.25	0.9792745	0.9869707	0.9958692
0.30	0.9715046	0.9832690	0.9962870
0.35	0.9544345	0.9746404	0.9962176
0.40	0.8833765	0.9263803	0.9754774
0.45	0.6131379	0.6951395	0.8228707
0.50	$-0.1015668 \times 10^{-1}$	$-0.8871878 \times 10^{-2}$	$-0.3985534 \times 10^{-2}$

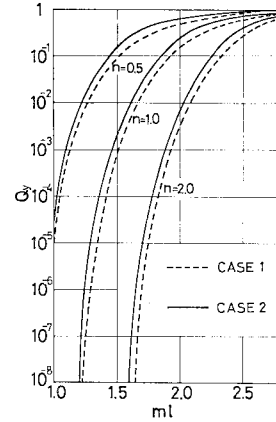


Fig. 2 Relationship between Probability of Excursion for Deflection Q_y and Axial Load Parameter ml .

を求める従来の解析の場合と同じ結果を与えることになる。図からわかるように、CASE 2 の方が CASE 1 に比べて超過確率が大きくなっている。また図から明らかなように、レベルの大きさが $n=2.0$ 以下で、 Q_y の値を実用的な値、すなわち $10^{-4} \sim 10^{-5}$ 程度と考えれば、 ml は 1.8 以下の値となり **Table 2** で示したように、この範囲では CASE 2 のような解析が必要ながわかる。

(2) 強度に関する場合

まず、式 (31) および (42) を用いて CASE 1 および CASE 2 の強度に関する部材の破壊確率 $Q_{\sigma M}$ を計算し、 $Q_{\sigma M}$ と公称安全率 ν との関係を細長比 λ をパラメーターにとって **Fig. 3~5** に示す。**Fig. 3** は、部材の回転半径と核距離との比 ξ が $\sqrt{3}$ 、すなわち長方形断面の場合、**Fig. 4** は、 $\xi=2.3$ すなわち H 型あるいは

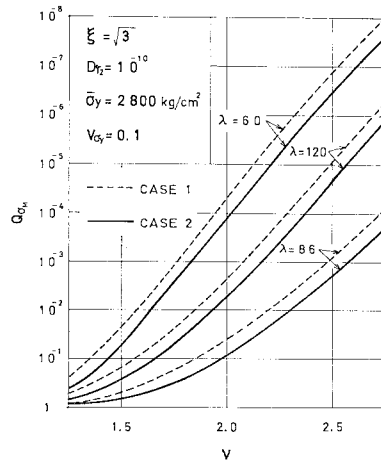


Fig. 3 Relationship between Probability of Failure $Q_{\sigma M}$ and Nominal Safety Factor ν for $\xi = \sqrt{3}$, $D_{T_1} = 10^{10}$.

I型断面の弱軸まわりの場合、Fig. 5 は、 $\xi=1.2$ すなわちH型あるいはI型断面の強軸まわりの場合である。また、いずれの場合も初期たわみの分散 $D_{r_1}=10^{-10}$ 、降伏点応力の期待値 $\bar{\sigma}_y=2800 \text{ kg/cm}^2$ 、降伏点応力の変動係数 $V_{\sigma_y}=0.1$ とした。ここでも CASE 1 は、たわみを半波形正弦波成分のみと考えているのでたわみの場合と同様、たわみの形状を正弦半波形と仮定し、部材のスパン中央における曲げ応力の値を用いて部材の破壊確率を求める従来の解析の場合と同じ結果を与えることになる。

3つの図から明らかなように、いずれの場合も CASE 2の方が CASE 1 より破壊確率が大きく、CASE 1 と CASE 2 の差は ξ の値が大きいほど大きくなっている。さらに ξ の値が大きいほど破壊確率が大きいこともこれらの図から明らかである。この結果は、2. の (2) で示

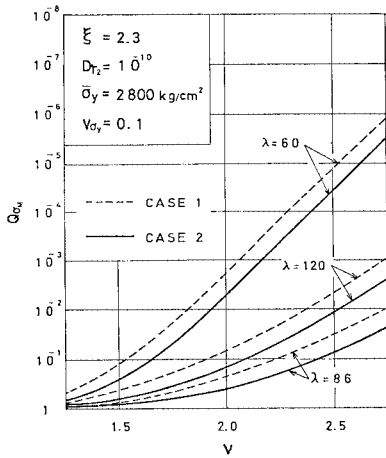


Fig. 4 Relationship between Probability of Failure Q_{σ_M} and Nominal Safety Factor ν for $\xi=2.3$, $D_{r_1}=10^{-10}$.

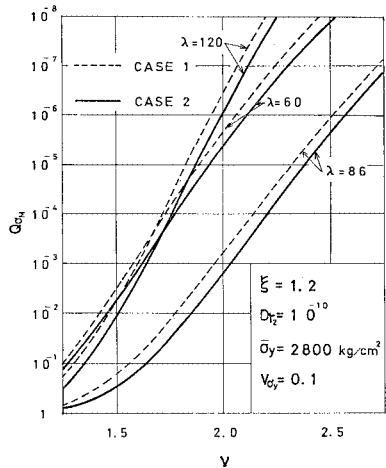


Fig. 5 Relationship between Probability of Failure Q_{σ_M} and Nominal Safety Factor ν for $\xi=1.2$, $D_{r_1}=10^{-10}$.

している論文10)のH型鋼柱の初期たわみに関する実験結果と一致している。したがって、 ξ が大きい場合、ここではH型あるいはI型断面の弱軸まわりの場合のように、部材の破壊確率が大きくしかも CASE 1 と CASE 2 の差が大きくなるような場合には、本論文で示した CASE 2 のような解析が特に必要になる。また図からわかるように、同一の公称安全率に対してはいずれの場合も細長比 λ の増加に伴って破壊確率が大きくなるが、 λ が限界細長比 $\lambda_{lim}=\pi\sqrt{E/\bar{\sigma}_y}=86$ を超えると逆に破壊確率は小さくなっている。これは安全率の基準に公称強度を用いているということ、 $\sigma_M(\xi)$ のばらつきが限界細長比付近の値でもっとも大きくなるからで、このことは、圧縮部材の設計において従来からいわれているように「細長比が限界細長比付近の値をとる場合は安全率を大きくとる必要がある」ということを確率的に根拠づけるものである。

次に、初期たわみのばらつきを表わす D_{r_1} が破壊確率 Q_{σ_M} に及ぼす影響を示すために、 $D_{r_1}=25\times 10^{-12}$, 10^{-10} の2つの場合について、 Q_{σ_M} と公称安全率 ν との関係を細長比 λ をパラメータにとって示したのが Fig. 6 である。ただし、CASE 2 で $\xi=\sqrt{3}$, $\bar{\sigma}_y=2800 \text{ kg/cm}^2$, $V_{\sigma_y}=0.1$ である。図から明らかなように、初期たわみのばらつきが大きい $D_{r_1}=10^{-10}$ の方が $D_{r_1}=25\times 10^{-12}$ の場合よりも破壊確率はかなり大きく、それらの差は λ が大きくなるほど顕著である。このことから、初期たわみのばらつきの大きさ D_{r_1} は細長比にかなり影響されることを示している。

さて、われわれが本論文で仮定した条件のもとにおいて、 $Q_{\sigma_M}=10^{-4}$ の破壊確率（あるいは99.99%の信頼度）を維持するためには細長比 λ 、初期たわみの分散 D_{r_1} 、回転半径と核距離の比 ξ を変化させるとき、公称

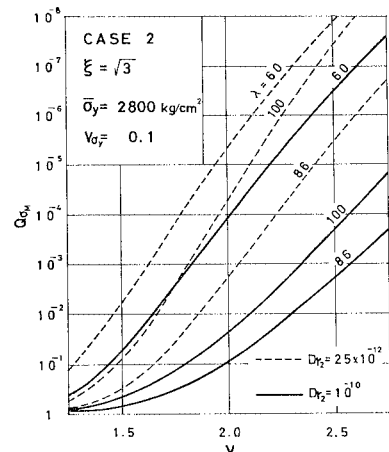


Fig. 6 Relationship between Probability of Failure Q_{σ_M} and Nominal Safety Factor ν for $\xi=\sqrt{3}$, $D_{r_1}=25\times 10^{-12}$, $D_{r_1}=10^{-10}$.

安全率 ν および軸方向応力 σ_f をどのように変化させなければならないかということを示したのが、それぞれ Fig. 7~9 および Fig. 10~12 である。Fig. 7~9 は、それぞれ $\xi = \sqrt{3}$ 、 $\xi = 2.3$ および $\xi = 1.2$ とした場合の ν と λ の関係を D_{T_1} をパラメーターにとって描いた図である。また Fig. 10~12 は、それぞれ対応する Fig. 7~9 の各場合において、 ν と λ の関係の代りに σ_f と λ の関係を図示したものである。ただし、Fig. 8 と Fig. 11 においては、 $D_{T_1} = 10^{-10}$ の場合は λ の各値に

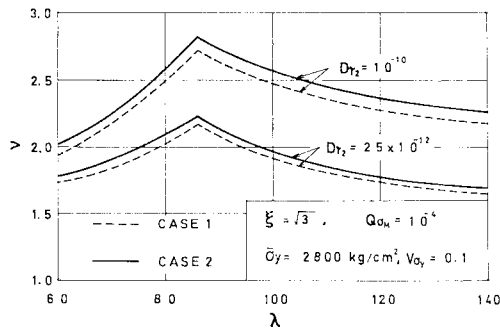


Fig. 7 Nominal Safety Factor ν versus Slenderness Ratio λ for Probability of Failure $Q_{\sigma_M} = 10^{-4}$ and $\xi = \sqrt{3}$.

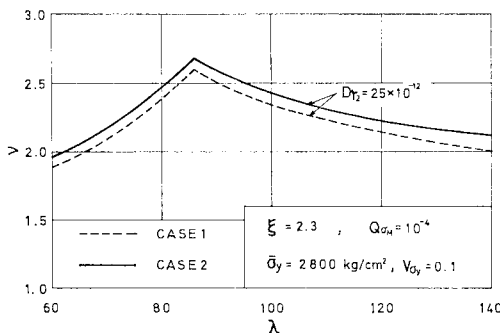


Fig. 8 Nominal Safety Factor ν versus Slenderness Ratio λ for Probability of Failure $Q_{\sigma_M} = 10^{-4}$ and $\xi = 2.3$.

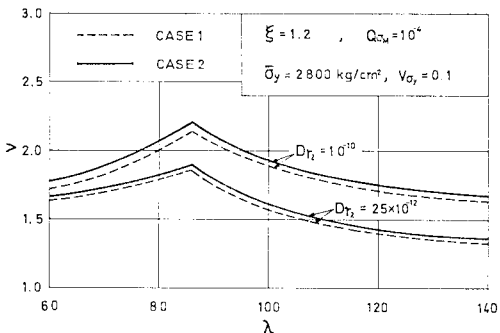


Fig. 9 Nominal Safety Factor ν versus Slenderness Ratio λ for Probability of Failure $Q_{\sigma_M} = 10^{-4}$ and $\xi = 1.2$.

対して他の図の場合より ν および σ_f がかなり大きくなるので、 $D_{T_1} = 25 \times 10^{-12}$ の場合のみを示した。また Fig. 10~12 においては、参考のためにわが国の鋼道路橋示方書¹³⁾における規定値のうち、SS 41 ($\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$) と SS 50 ($\sigma_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$) に対する曲線も

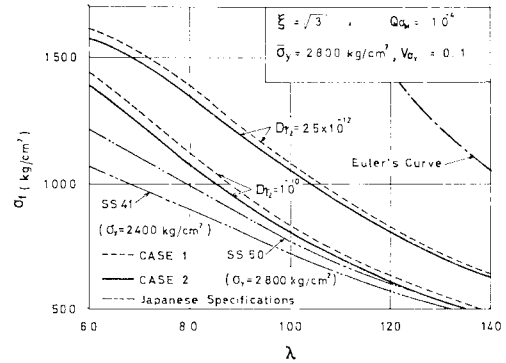


Fig. 10 Axial Compressive Stress σ_f versus Slenderness Ratio λ for Probability of Failure $Q_{\sigma_M} = 10^{-4}$ and $\xi = \sqrt{3}$.

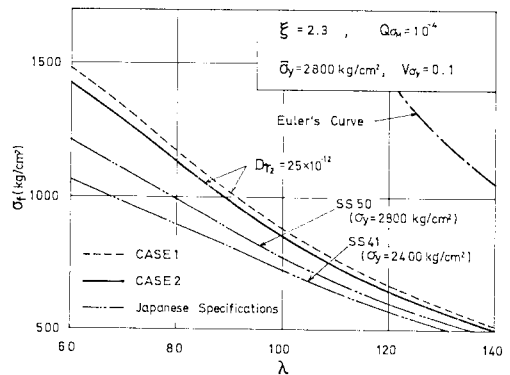


Fig. 11 Axial Compressive Stress σ_f versus Slenderness Ratio λ for Probability of Failure $Q_{\sigma_M} = 10^{-4}$ and $\xi = 2.3$.

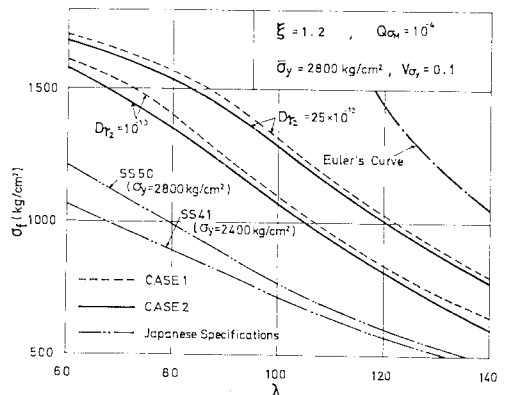


Fig. 12 Axial Compressive Stress σ_f versus Slenderness Ratio λ for Probability of Failure $Q_{\sigma_M} = 10^{-4}$ and $\xi = 1.2$.

示した。

Fig. 7~9 の図から明らかなように、破壊確率を $Q_{oM} = 10^{-4}$ とと定めるためには、 λ が限界細長比付近の値のとき最も大きな安全率が必要となる。これは前述したように、圧縮部材の設計において従来から指摘されていることであるし、**Fig. 3~5** の図からも明らかであるが、**Fig. 7~9** を用いることによって、この場合の圧縮部材の設計に際しては同一の安全性 (99.99% の信頼度) を維持するためには、限界細長比の場合よりもどの程度公称安全率を大きくすればよいかということがわかる。

また、**Fig. 7, 9, 10** および **12** から明らかなように、 D_{r_2} の 25×10^{-12} から 10^{-10} の増加に対して、 $Q_{oM} = 10^{-4}$ の破壊確率を維持するために必要な公称安全率 ν の値の増加の割合および軸方向応力 σ_f の値の減少の割合は、細長比 λ および回転半径と核半径の比 ξ が大きくなるほど大きくなっている。細長比に対するこのような傾向は、**Fig. 6** で考察した場合と同じである。

最後に、**Fig. 10~12** において示しておいたわが国の鋼道路橋示方書の規定による曲線と本解析による曲線との比較についてであるが、3つの図から明らかなように、本解析法による曲線とわが国の示方書の規定による曲線とは一致した傾向を示している。

4. あとがき

非定常不規則な初期たわみを有する弾性圧縮部材の信頼性解析を不規則関数論を用いて行った。その結果をまとめると以下のようである。

(1) 初期たわみを2次元フーリエ級数で示される自己相関関数を有する期待値=0の非定常不規則関数と考え、初期たわみの標本関数が、CASE 1: 半波形正弦波成分のみ、およびCASE 2: 半波形正弦波成分だけでなくそれ以外の成分も含んだ形となる2つの場合について、たわみおよび強度に関する圧縮部材の破壊確率の算定式を不規則関数論を用いて誘導した。

(2) (1) で誘導した式を用いて数値計算を行い、非定常不規則な初期たわみを有する弾性圧縮部材の信頼性および確率論的設計法に関する考察を行った。その結果をまとめると以下のようになる。

(i) CASE 1 の部材の破壊確率は、たわみの形状を正弦半波形と仮定し、部材のスパン中央におけるたわみあるいは曲げ応力の値を用いて部材の破壊確率を求める従来の解析法による値と同一になるが、CASE 1 よりも半波形正弦波成分だけでなくそれ以外の成分も考慮した本解析法によるCASE 2の方が、部材の破壊確率は大きくなる。その傾向は、H型あるいはI型断面の弱軸まわりの場合のように、部材の回転半径と核半径の比が大き

い場合により顕著である。したがって、このような場合には特に本論文で示したような解析が必要である。(ii) 初期たわみのばらつきが部材の破壊確率に及ぼす影響は細長比が大きくなるほど、および回転半径と核半径の比が大きくなるほど、大きい。(iii) 部材の破壊確率は、同一の公称安全率に対しては、細長比が限界細長比付近の値でもっとも大きくなる。したがって、この付近の細長比の値では、公称安全率を大きくする必要がある。このことは、圧縮部材の設計において従来からも指摘されていることであるが、本論文で得た**Fig. 7~9**の図を用いることによって、この場合の圧縮部材の設計に際して同一の安全性 (99.99% の信頼度) を維持するためには、限界細長比付近では他の細長比の場合よりもどの程度公称安全率を大きくすればよいかということがわかる。

本論文で仮定した条件のもとにおいてはあがあるが、**Fig. 7~12** のようなタイプの曲線群を種々のパラメータの組合せに対して準備しておけば、個々の圧縮部材の設計計算を前もって指定された破壊確率を用いて実行できる。

本研究における数値計算には、鳥取大学計算機センターのTOSBAC-3400/21を使用した。

最後に、本研究を遂行するにあたり数値計算そのほかにご協力いただいた当研究室の大学院学生藤原 剛君、内田 徹君ならびに斉藤洋三君に謝意を表わす次第である。なお、本研究の一部は昭和53年度の文部省科学研究費奨励研究Aによった。

参考文献

- 1) Ржаницын А.Р.: Статистический метод определения допускаемых напряжений при продольном изгибе, Научное сообщение, выпуск 3, Государственное издательство строительной литературы, Москва, 1951.
- 2) Augusti, G. et A. Baratta: Théorie Probabiliste de la Résistance des Barres Comprimées, Construction Métallique, No. 2, pp. 5~20, 1971.
- 3) Augusti, G. and A. Baratta: Reliability of Slender Columns; Comparison of Different Approximations, Buckling of Structures, IUTAM Symposium Cambridge/USA, 1974 (Springer-Verlag, 1976), pp. 17~21.
- 4) Юсупов, А.К.: Устойчивость сжатого стержня при случайном повороте его опоры, «Строительная механика и расчет сооружений», pp. 38~43, 1976.1.
- 5) 白木 渡・高岡宜善: 圧縮部材の確率論的設計法, 土木学会第32回年次学術講演会概要集, I-158, pp. 296~297, 1977.10.
- 6) 藤原 剛・白木 渡・高岡宜善: 初期不整を有する長方形断面圧縮部材の信頼性解析, 土木学会第33回年次学術講演会概要集, I-144, pp. 274~275, 1978.9.
- 7) Jacquot, R.G.: Nonstationary Random Column Buckl-

- ing Problem, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 98, No. EM 5, pp. 1173~1182, Oct., 1972.
- 8) 藤本盛久・岩田 衛：鋼圧縮材の座屈強度の確率論的方法による研究—ランダムな初期たわみを有する圧縮材—, 日本建築学会論文報告集, No. 218, pp. 17~25, 1974.4.
 - 9) 藤本盛久・岩田 衛・中谷文俊：鋼圧縮材の座屈強度の確率論的方法による研究—ランダムな残留応力, 降伏点応力, 初期たわみを有する H 型鋼の弱軸まわりの座屈—, 日本建築学会論文報告集, No. 229, pp. 53~61, 1975.3.
 - 10) 青木徹彦・福本啓士：鋼柱の座屈強度のばらつきにおよぼす残留応力の影響について, 土木学会論文報告集, No. 201, pp. 31~41, 1972.5.
 - 11) Freudenthal, A.M. and M. Shinozuka: Probability of Structural Failure under Earthquake Acceleration, 土木学会論文集, No. 118, pp. 9~15, 1965.6.
 - 12) 石田 昭：不完全諸因子が柱の座屈強度に与える影響当量, JSSC, Vol. 3, No. 16, pp. 56~61, 1967.
 - 13) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説（昭和 48 年 2 月）, 丸善, pp. 63~72, 1973.

(1978.10.27・受付)