

空隙モデルの併用による 2 次元非定常浸透流の解析

NUMERICAL ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL SEEPAGE FLOW USED POROUS MODEL SIMULATION

杉 尾 哲*
By Satoru SUGIO

1. 緒 言

自由地下水面を有する不圧帯水層の、非定常浸透流の解析結果は、単に地下排水を伴う建設工事での地下水位低下の予測だけでなく、浸透問題の最も基本となる帯水層パラメーターの決定、環境問題や水資源問題のための地域地下水流動モデルの決定などに幅広く利用される¹⁾。しかし、特に非定常自由地下水面の追跡に関連することらにおいては、従来の解析は十分な結果を与えるものでないことが知られており^{2)~4)}、非常に重要な課題となっている。この問題を解決するため、これまでに流れの基礎式において、鉛直流速成分あるいは高次の項まで取り入れた種々の解析が行われたが^{5)~7)}、満足できる結果は得られず、自由地下水面より上側の不飽和領域内の流れも同時に取り扱う解法^{8)~10)}が注目されるようになった。この、浸透層内の流れを総合的にとらえようとする飽和不飽和浸透の解法は、たとえば降雨あるいは汚染物質が自由地下水面へ降下浸透するような、不飽和浸透が支配的な問題には特にその威力を発揮すると考えられるが、解析の対象領域が広がっただけ不明確なパラメーターが増え、それらの数値の評価に困難性を伴う。このため、飽和浸透がより支配的な問題においては、別の解析手法を開発することも必要であろうと考える。

本研究は、従来の解析結果が砂モデルによる実験結果と一致せず、Hele-Shaw モデルによる実験結果とは一致する^{11), 12)}ことに着目して、従来の解析手法の誤りが、自由地下水面付近の浸透機構のとらえ方にあるものと考えたものであり、従来まで定数として取扱ってきた帯水層パラメーターのうち、空隙率に対応する比産出率の値を、自由地下水面の位置の関数として取扱うことによって、従来の解析手法の改良を検討しようとするものである^{13), 14)}。そこで本報において、比産出率の値を帯水層の

空隙率と砂粒子の粒度分布から評価するための簡単な空隙モデルを作成し、そのシミュレーション結果から得られた比産出率の値を帯水層の外水面が長周期変動する場合に適用して、非定常自由地下水面の数値解を求め、これを砂モデルによる模型実験結果と比較し、解析手法の有用性を検討している。

2. 比産出率のシミュレーション

(1) 比産出率について

図-1 のように、 $t=t_1$ で点線の位置にあった自由地下水面（以下、 $p=p_a$ （大気圧）の位置、すなわちマンオメーターで測った場合に現われる水面を意味する）が、 $t=t_1+dt$ で実線の位置に低下したときに、実線の自由地下水面を上方から横切って飽和領域へ補給される空隙水について考えてみよう。いま 図-1 の自由地下水面付近の空隙が、図-2 のように連なっているものとし、時間間隔 dt が空隙水の降下に要する時間に比べて十分に大きく、空隙水および帯水層の弾性変形は無視し得るものと考え、自由地下水面より上側に位置する空隙水は、その重力と空隙水の水面での表面張力との力のつり合いの均衡が保たれる位置までしか排水されない。すなわち 図-1 の自由地下水面より上側の空隙水は全部が排水されるのではなく、一部が吸着水あるいは毛管水とし

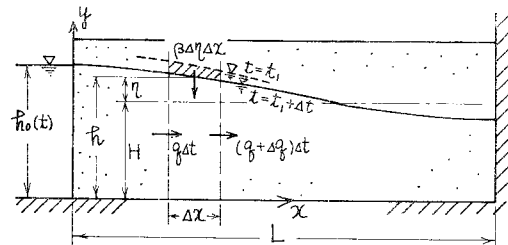


図-1 長方形浸透領域と非定常自由地下水面

* 正会員 工博 九州産業大学助教授 工学部土木工学科

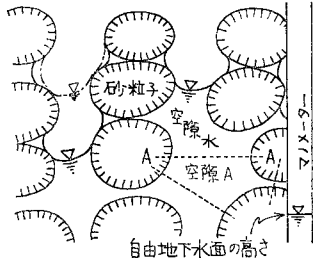


図-2 空隙の連結

て自由地下水面より上の空隙中に保持され、その残りが排水されてくることになる。したがって、自由地下水面が低下したことにより、図-1の Δx 区間の自由地下水面を横切って排水された空隙水の体積を ΔQ 、斜線部分の土の全土体積を ΔV として、その比 β を求めると、 β の値は帯水層の空隙率とは異なった値をとることになる。

$$\beta = \Delta Q / \Delta V \dots\dots\dots (1)$$

そこで、この β を比産出率¹⁵⁾あるいは貯留係数(被圧地下水の貯留係数と混同しやすいため、本研究では比産出率を用いた)とよんで空隙率と区別されている。ここに式(1)の ΔQ には、斜線部分から排出された空隙水だけでなく、それより上方の、以前に飽和されていた土中から排出された空隙水も含まれるから、自由地下水面の上側に、以前に飽和されていた部分が多ければ ΔQ は大きくなり、 β も大きくなる。すなわち比産出率は初期の自由地下水面からの鉛直距離の関数といえる。以上の説明は自由地下水面の移動が、空隙水の降下に比べて遅い場合について考えたものであるが、移動が速い場合には、空隙水が十分に排出されないうちに自由地下水面が次の位置へ移動してしまうから、 ΔQ の値は変化し、したがって比産出率は自由地下水面の移動速度の関数でもあることになる。また、以上は排水過程について考えたが、自由地下水面が上昇する浸潤過程においても、以上と類似の、空隙率とは異なった割合の水量で空隙が満たされてゆく現象が起きる。この場合、表面張力の接触角が排水過程と浸潤過程で異なること、あるいは空隙構造そのものの特性から¹⁶⁾、両過程で比産出率の値(厳密には、比産出率は排水過程で定義される値であるが、浸潤過程にも拡張して適用する)は異なると考えられる。このように、比産出率の値は複雑に変化するが、本報においては、簡単に、比産出率を鉛直距離のみの関数とみなし、さらに排水過程も浸潤過程も同じ値をとるものと考えておくことにしたい。

(2) 比産出率の算定の条件式

以上のような比産出率の値を、帯水層の空隙率と砂粒子の粒度分布を用いて、乱数モデルによるシミュレーションによって算出することを考えよう。いま図-2のよ

うに空隙中に水が保持されている現象について考えると、図-2の空隙水は砂粒子の間隔が狭くなった部分、すなわち隣接する空隙を互いに連絡する通路(以下、空隙流路とよぶ)の部分に水面が保持されている。したが

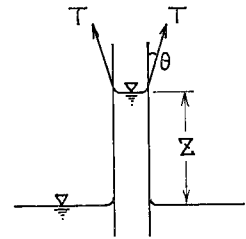


図-3 毛細管中の水面の上昇

って、空隙流路の断面積と等値の断面積をもつ円筒で空隙流路を置換し、その直径(以下、流路径とよぶ)を d_v とおくと、図-2は図-3の直径 d_v の毛細管内に上昇した水面を保持する現象にモデル化される。図-3の力のつり合いは、水面上昇高を z 、表面張力を T 、水の単位体積重量を w とおき、接触角 θ を微小と考えれば、
 $wz\pi d_v^2/4 = T\pi d_v$
 で表わされるから、 z の高さ水面を保持できない条件式が、上式を変形した式(2)で表わされる。

$$d_v > 4 T / (wz) \dots\dots\dots (2)$$

すなわち自由地下水面から z の高さの位置にある水面の流路径が、式(2)の条件式を満足する大きさであれば、その空隙流路に水面は保持されず、たとえば図-2の左側のように、鎖線の水面が、その下の実線の式(2)を満足しない空隙流路の位置まで低下し、その間の空隙中の水が排水されると判定する。ここで注意しなければならないのは、式(2)の判定は水面のある空隙流路について行ったものが有効ということであり、これを制限条件(1)とする。たとえば図-2の空隙流路(A-A)のように、式(2)の条件が満足されるほど大きな流路径であっても、その空隙流路の位置には水面がないから、この時点では空隙Aからの排水は行われなくなる。また流路径の小さな空隙では、条件式と制限条件(1)を満足する以前に周辺空隙がすべて条件を満足して排水されてしまい、周囲の空隙水と孤立して排水されない場合が考えられる。すなわち隣接する空隙がすべて排水されてしまえば、条件式と制限条件(1)を満足しても、その空隙からは排水されないという制限条件(2)も考えられる。

したがって、自由地下水面を順次降下させ、そのたびに自由地下水面より上のすべての水面の位置で以上の条件を判定すれば、式(1)により β の値を自由地下水面の位置の関数として算定できる。

(3) 空隙モデル

以前に、式(2)を用いる考え方で、武内の空隙モデル¹⁷⁾を用いた同様のシミュレーションを行ったことがある¹⁸⁾。ここに武内氏の空隙モデルは、一直線上に砂粒子

を落して、それらの砂粒子が直線を横切る線分の長さをもとに三角形を構成し、空隙の大きさおよび流路を決定するモデルであるが、3か所の空隙流路数は粒状体を立体的に詰めた場合に考えられる空隙流路数に比べて少ない。空隙流路数が少ないと、制限条件(1)が厳しくなり、排水されにくくなる傾向にあると考えられるから、立体に対応したより多くの空隙流路数をもつ空隙モデルを構成することを考えねばならない。その一方法としては、武内の空隙モデルを拡張して、空隙流路数に応じた多角形を構成する手法も考えられるが、空隙個々の大きさと空隙流路ごとの流路を求め、その結果から全体の空隙率を算定し、与えられた空隙率の値に一致するように空隙個々について修正してゆく作業は比較的煩雑であると同時に、電算処理に非常に多くの記憶容量を必要とする。そこで、本研究では次のような簡易なモデルの構成を考えた。

まず、砂粒子の個数分布は対数正規分布に従うものとする。次に空隙モデルは、上下左右さらに前後に重なって立体的に混在する空隙、およびそれらを連絡する空隙流路を、規則的に配置することにより構成されるものとする。なお立体を平面上に表現することは困難であるが、便宜上、たとえば図-4のようなパターンで互いに連結されているものと考えておき、その行間間隔は平均粒径の1/2を用いる。ここに空隙については、個々の大きさは決定せず、モデル全体の空隙率が与えられた帯水層の空隙率と暗黙のうちに一致しているものと考え、排水された空隙の体積の変化は、排水された空隙の個数の変化で表わされるものとする。また各空隙は多数個の空隙流路をもつが、流路の値は1空隙につき1つだけしか与えず、式(2)の判定は空隙流路ごとに行うのではなく、空隙ごとに行うものとする。すなわち条件式と2つの制限条件を同時に満足する空隙流路が存在するときは、その満足する空隙流路の流路が与えられた流路に等しいものとする。なおこの場合、制限条件(1)は、隣接する空隙が少なくとも1個以上は即には排水されていることと読みかえる。さらに、流路を算定する際

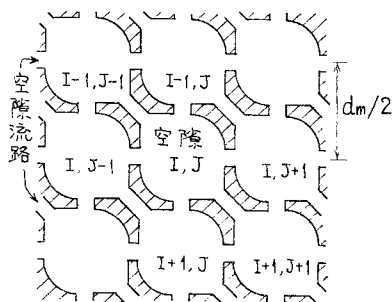


図-4 空隙と空隙流路

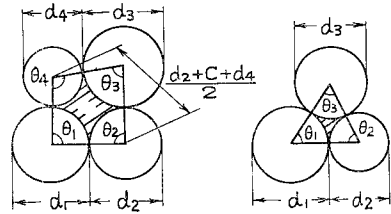


図-5 四辺形的な空隙流路

図-6 三角形的な空隙流路

の砂粒子の配置は、等球の粒状体について行われた種々の検討結果¹⁹⁾を準用する。すなわち砂粒子が互いに接触し合いながら空隙を構成しているとき、空隙流路の形状は図-5の四辺形的なより大きいものと、図-6の三角形的なより小さいものとの2種類だけであると考へ、この両者の混合比率は、等球を詰めた場合のそれらの混合比率と同じになると仮定して、砂粒子を図-5, 6のように配置することにより流路を算出する。この場合、1つの球が他の球と接触する接触点の数とその等球の個数の分布は、Smith その他によって実験的に表-1(表は実験結果の一部)のように求められており、その接触点の数に対応させて等球を規則的にならべた場合の立体は、表-2に示す構造が考えられていて、図-5, 6の形状の空隙流路数も明らかである。そこで空隙の個数分布が表-1に対応させた砂粒子の個数に表-2の間隙比をそれぞれ乗じた値で得られるものと仮定すれば、四角形的な空隙流路数と、三角形的なそれとを算出でき、これより、それらの混合比率を算出できる。

以上の方法によれば、空隙がどのように連結しているかを示す基本的なパターンを与え、その空隙ごとの流路の値を、帯水層の空隙率と砂粒子の粒度分布を用いて算定するだけで、全体の空隙構造が決定されることになる。以下にその決定手順を示しておこう。

表-1 接触点数ごとに数えられた等球の個数の分布

空隙率 \ 接触点数	6	8	10	12
0.359	4.93%	20.62%	13.32%	12.29%
0.372	5.76	15.60	10.78	26.04
0.426	7.78	35.63	9.81	0.0
0.440	19.10	25.72	1.55	0.0
0.447	26.85	22.10	0.22	0.0

注) 実験結果では、上記以外の接触点数があるため、表の数値を横に合計しても100%にならない。

表-2 砂粒子の詰まり方

詰まり方	接触点数	空隙流路数		間隙比
		四辺形的	三角形的	
simple cubic	6	6	0	0.9098
cubic tetrahedral	8	3	2	0.6539
tetragonal sphenoidal	10	2	4	0.4324
pyramidal	12	1	4	0.3504

- ① 砂の粒度分析による重量百分率から、砂粒子の個数分布 f_m を求め(表-3)、この結果から砂粒子の平均粒径 d_m および 標準偏差 σ の推定値を求めておく(表-4)。
- ② 与えられた帯水層の空隙率に従って、表-1 により、接触点の数ごとの砂粒子個数を求める(表-5)。
- ③ 表-2 に示された接触点の数ごとの間隙比を砂粒子個数に乗じて空隙個数を算出する。
- ④ 空隙個数に表-2 の空隙流路数を乗じて、四辺形的な空隙流路数と三角形的なそれとを算出し、それぞれ合計を $N_{四}$ および $N_{三}$ とおく。
- ⑤ $\int_{\alpha}^{\infty} \varphi(\xi) d\xi = N_{三} / (N_{四} + N_{三})$ を満たす確率変数 α を、標準正規分布表より求める。
- ⑥ 正規乱数 $G_N(0, 1)$ を発生させ、⑤ で求めた α と比較して、 $G_N < \alpha$ の場合は四辺形的な空隙流路、 $G_N \geq \alpha$ の場合は三角形的な空隙流路と判断する。
- ⑦ 四辺形的な空隙流路の場合には、正規乱数 $G(\log d_m, \sigma^2)$ を 5 個発生させて、それらを指数変換する。そのうちの始めの 4 個を、粒径 $d_1 \sim d_4$ とし、5 個目の値 C を図-5 に示すような、砂粒子 2 と 4 の間

隔に關与する値とおく。

- ⑧ $d_1 \sim d_4$ および C を用い、4 個の砂粒子が互いに連結するように砂粒子の中心位置を決定する。
- ⑨ 砂粒子の中心位置を結んだ四辺形の内角 $\theta_1 \sim \theta_4$ を求め、四辺形内に含まれる砂粒子部分の面積 S_i ($i=1 \sim 4$) を求める。
- ⑩ 四辺形の面積 S を求め、 $S - \sum S_i = S_V$ により、空隙流路の面積を求める。
- ⑪ 三角形的な空隙流路の場合には、正規乱数を 3 個発生させて指数変換した値を $d_1 \sim d_3$ とおき、以下⑧~⑩と同様の方法で S_V を算出する。
- ⑫ 流路径を $d_V = \sqrt{4 \cdot S_V / \pi}$ より算出する。

以上の⑥から⑫の手順を、規則的に配置した各空隙ごとに繰り返してゆくことにより空隙モデルが決定される。本報では 1 空隙当りの空隙流路数を 6 個とし、空隙モデルの右端の空隙は、左端の空隙と直接連結しているものと考えた。さらに横方向の空隙個数は $J_{max} = 100$ とした。

(4) 比産出率の算定

上記のように決定した空隙モデルを用いて比産出率の値を算定しよう。なお式(2)の判定は自由地下水面より上の全空隙で行うこととし、水面の位置で判定していることを確かめる制限条件(1)として式(3)を用いた。

$$M1 = M(I-1, J-1) \cdot M(I-1, J) \cdot M(I, J-1) \cdot M(I, J+1) \cdot M(I+1, J) \cdot M(I+1, J+1) \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $M(I, J)$ は空隙水の存在を表示する変数であり、空隙 (I, J) が空のとき $M(I, J) = 0$ 、空隙水で満たされているとき $M(I, J) = 1$ とおくと、空隙 (I, J) の回りの隣接する空隙が、少なくとも 1 個以上空のときだけ $M1 = 0$ となるから、 $M1 = 0$ によって空隙流路に水面が存在することを確かめた。また制限条件(2)として式(4)を用い、 $M2 = 0$ のときは、空隙 (I, J) が孤立していると判定した。

$$M2 = M(I-1, J-1) + M(I-1, J) + M(I, J-1) \div M(I, J+1) + M(I+1, J) + M(I+1, J+1) \dots \dots \dots (4)$$

以下に比産出率の値を算定する手順を示しておこう。

- ① 空隙モデルの 1 行目を初期の自由地下水面の位置と考え、1 行目の空隙をすべて空にして、残りの全空隙を満水状態にする。
- ② 1 行目の空隙の中心位置から、逐次 d_m ずつ自由地下水面を低下させ、自由地下水面より上方にある行数 K (整数) を算出する。いま自由地下水面を r 回低下させたとき、 $\sum_{K=1}^r dz = sz$ とおくと、 K の値は、 $K = (sz \cdot 2/d_m) + 1$ により得られる。

表-3 砂粒子の個数分布の算定例

d	$\log d$	$\log \bar{d}$	\bar{d}	V ($\pi d^3/6$)	W	W/V	f_m
2.0	0.6931						%
0.84	-0.1744	0.2594	1.2961	1.1402	0.076	0.0667	0.701
0.42	-0.8675	-0.5209	0.5940	0.1097	0.919	8.3757	88.084
0.25	-1.3863	-1.1269	0.3240	0.0178	0.003	0.1684	1.771
0.105	-2.2538	-1.8200	0.1620	0.0022	0.002	0.8981	9.445

注) $\log \bar{d}$ は $\log d$ の算術平均値

表-4 平均粒径と標準偏差の算定例

$\log \bar{d}$	f_m	$f_m \cdot \log \bar{d}$	$(\log \bar{d})^2$	$f_m \cdot (\log \bar{d})^2$
0.2594	0.701 %	0.1818	0.0673	0.0472
-0.5209	88.084	-45.8851	0.2714	23.9028
-1.1269	1.771	-2.2473	1.2699	2.2489
-1.8200	9.445	-17.1895	3.3126	31.2857
計		-65.1401		57.4846

$$\log d_m = \sum f_m \cdot \log \bar{d} / 100 = -0.6514$$

$$d_m = 0.5213(\text{mm})$$

$$s^2 = \sum f_m \cdot (\log \bar{d})^2 - 100 \cdot (\log d_m)^2 = 15.0524$$

$$\sigma = \sqrt{s^2/99} = 0.3899$$

表-5 空隙流路数の算定例 ($n=0.43$)

接 触 点 数	6	8	10	12	合 計
砂 粒 子 個 数 分 布	10%	33%	7%	0%	
砂 粒 子 個 数	100	330	70	0	
空 隙 個 数	91	216	31	0	
空 隙 流 路 数 { 四 辺 形 的	546	648	62	0	1256
{ 三 角 形 的	0	432	124	0	556

$$\int_{\alpha}^{\infty} \varphi(\xi) d\xi = 0.3068, \alpha = 0.5048$$

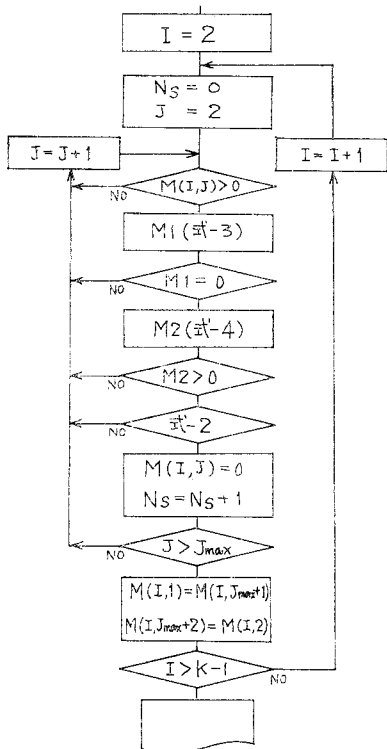


図-7 排水された空隙個数の算定

③ 2行目から K 行目までの全空隙で、図-7 のフローチャートに示す判定を行う。このとき式 (2) に用いる z の値は、I 行目において $z = sz - (I - 1.5) \cdot d_m / 2$ とする。なお制限条件 (1) を考慮して、判定の操作を一度 K 行目まで行ったのち、2 行目に戻り、再度同じ判定を行っている。

④ 自由地下水面を Δz 低下させるたびに、各行の新しく空になった空隙の個数 N_s を求めて、これを K 行目まで集計し (N_R)、 Δz 区間に含まれる空隙個数 $N_T [= IFIX(\Delta z \cdot 2 / d_m) \cdot J_{max}, IFIX(X)]$ は X を整数化した数値] を用いて、比産出率 β を式 (5) より算出する。

$$\beta(z_*) = n \cdot N_R / N_T \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 n は帯水層の空隙率である。

⑤ 式 (5) で算出される β の値は、自由地下水面が $sz - \Delta z$ の位置から sz の位置に変化したときの値であるから、両自由地下水面の平均位置の β の値であると考え、初期の自由地下水面からこの平均位置までの鉛直距離 z_* を $z_* = sz - \Delta z / 2$ より算出する。

以上の ②~⑤ の手順を繰り返すことにより、初期の自由地下水面の位置の関数として比産出率の値を求めることができる。そこで先のシミュレーション⁽⁸⁾の際に得たガラス球の比産出率の実験結果と、本シミュレーション結果とを比較してみよう。ガラス球は $d_{60} = 0.96 \text{ mm}$,

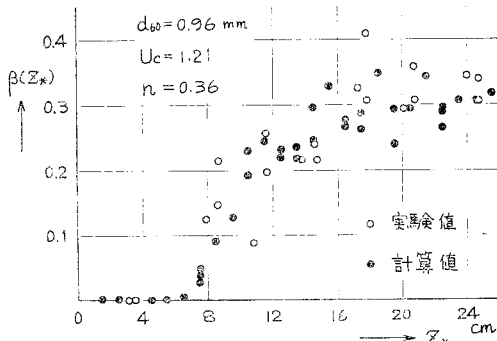


図-8 比産出率の実験結果とシミュレーション結果との比較

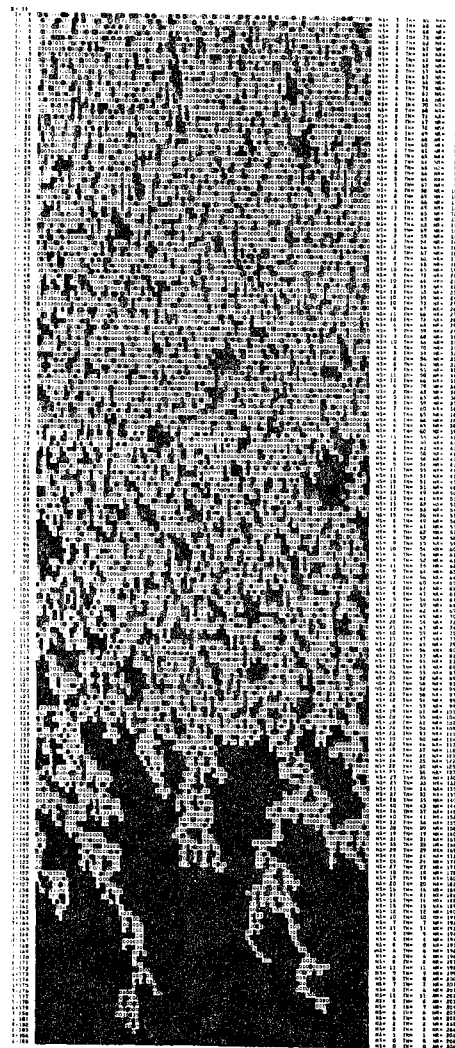


図-9 空隙水の分布

U_c (均等係数) = 1.21 であり、これを $n = 0.36$ に詰めた場合の実験値を 図-8 に○印で示している。また Δz の値を変えて行ったシミュレーション結果を●印で示している。これらは両結果とも、結果自体にかなりのばら

つきがあるが、両結果はよく一致しており、本シミュレーションによる比産出率の算定の妥当性が確かめられたものとする。また図-9は $z_* = 12.5 \text{ cm}$ のときのシミュレーションによる空隙水の分布を一例として示したものである。図はライプリンターによる出力結果の $M(I, J) = 1$ の部分を黒く塗ったものであり、図中の白い部分が排水された空隙を示している。また出力結果は、図の下端とその約 7.7 cm 下の自由地下水面との間の、空隙がすべて滴水されている部分は省略してある。なお右側第1欄は自由地下水面を $4x$ 低下させたために新しく空になった空隙個数 N_S を示し、第2欄はこのときまでに空になった空隙個数 TN および第3欄は新しく空になった空隙個数の合計 N_R を示している。

3. 非定常自由地下水面の解析

次に非定常時の自由地下水面を、砂モデルによる模型実験より求め、これを以上のように求めた比産出率を飽和浸透領域内の流れの基礎式に与えて求めた数値解析結果と比較することを考えよう。対象とする流れの場は、図-1のような水平な不透水層上の2次元の浸透層において、一端の外水面が一定の周期でゆっくりと上下運動を繰返し、他端は鉛直の不透水壁である場合について考える。

(1) 模型実験

まず砂モデルによる模型実験を行った。実験は、幅 20 cm の浸透水槽の 4.0 m の区間に相馬砂 ($d_{60} = 0.74 \text{ mm}$, $U_c = 1.19$) を入れて行った。砂層の空隙率は、砂層の体積と砂の総重量から求めると $n = 0.43$ であり、透水係数は砂の粒径と砂層の空隙率を用いる各種の実験公式による算定結果の平均値を用いると $k = 0.30 \text{ cm/sec}$ となる²⁰⁾。なおこの平均値は定水頭浸透計による実験値とよく一致することが確かめられている²¹⁾。図-10に実験装置の概略図を示している。左端には越流型の長周期可変水頭装置があり、周期7分15秒、全振幅 18.4 cm の

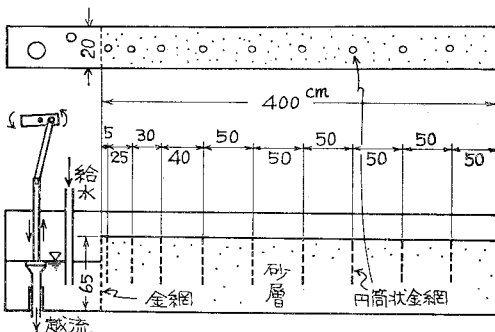


図-10 実験装置の概略図

水面上下運動を与えた。なお平均水深は $H = 42.5 \text{ cm}$ である。また自由地下水面の高さは、図-10の点線で示した位置に、直径 2.5 cm 、長さ 38 cm の円筒状にした金網を埋設し、その中からビニールチューブで取り出してガラス管に接続したマンメーターを、実験中に写真撮影しておいて、実験後に読み取った。なお各測定位置の相互間で測定値の時間的なずれが起きないように、ビニールチューブは内径 8 mm のものを同じ長さにして使用した。実験は、可変水頭装置を最高に上げた状態 ($h_0 = h_{0\text{max}} \equiv \eta_{0\text{max}} + H$) で6時間程度静置した後から開始し、流動がほぼ安定したとみなされた10周期目以降の自由地下水面を測定した。このようにして求めた測定結果を、次に数値解析結果と比較してみよう。

(2) 数値解析

流れの基礎式は、 x 方向の運動方程式において、圧力項に $y = \eta$ で $p = 0$ の自由地下水面の条件を、摩擦項に Darcy 則をそれぞれ適用して y 方向に積分した式 (6)、すなわち準1次元流の運動方程式と、 $4x$ 区間での流れの連続性から導かれる式 (7) を用いる。

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial q}{\partial t} + (H + \eta) g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g}{k} q = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\beta(z_*) \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 x 方向の流速成分を u とすると $q = \int_0^h u dy$ であり、 λ は飽和領域内の水の流動に寄与する有効空隙率²²⁾である。また式 (6) の第1項は飽和領域内の実流速を考慮することから有効空隙率を用い、式 (7) の第1項は自由地下水面付近の水の出入を考慮することから比産出率を用いる。

以上の式 (6), (7) を $x = 0$ で $\eta = h_0(t) - H \equiv \eta_0(t)$, $x = L$ で $q = 0$ の境界条件で連立に解いてゆくことになるが、計算は図-11の流れの場を一定距離 Δx で分割した陽形式の差分法を用いることにした。図-11のような空間的に $\Delta x/2$ 、時間的に $\Delta t/2$ ずらした計算点において η と q を交互に計算する Scheme²³⁾ を用いると、式 (6), (7) は次式のように差分化される^{24), 25)}。

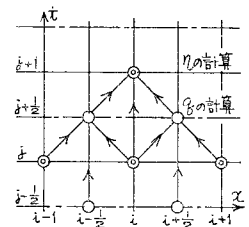


図-11 計算に用いた Scheme

$$\left(\frac{1}{\lambda \Delta t} + \frac{g}{k} \right) q_{i \pm 1/2}^{j+1/2} = \frac{1}{\lambda \Delta t} q_{i \pm 1/2}^{j-1/2} + \left(H + \frac{\eta_{i \pm 1}^j + \eta_i^j}{2} \right) g \frac{\eta_{i \pm 1}^j - \eta_i^j}{\Delta x} \dots\dots\dots (8)$$

$$\eta_i^{j+1} = \eta_i^j - \frac{q_{i+1/2}^{j+1/2} - q_{i-1/2}^{j+1/2}}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta t}{\beta(z_*)} \dots\dots\dots (9)$$

ここに計算結果によれば、式(6)の第3項の摩擦項には $j+1/2$ 時と $j-1/2$ 時の q の時間平均値を用いるよりも、 $q^{j+1/2}$ を用いた方がより安定した解が得られた。また式(9)の z_* は $\eta_{0\max} - (\eta_j^i + \eta_{j+1}^i)/2$ であるから、厳密には陰形式の差分表示となるが、ここでは試算法を用い、第1次近似解を $z_* = \eta_{0\max} - \eta_j^i$ とおいて式(9)の繰返し演算を行うことにより処理した。外水面の初期値は $\eta_0(0) = 0$ を与え、帯水層内の $\eta(x)$ の初期値は、自由地下水面形状を適当に想定して与え、外水面が降下する状態から数値計算を開始した。外水面の境界条件 $\eta_0(t)$ は、模型実験の測定結果から読み取った値を一定時間間隔(本報では10秒間隔)ごとに与え、その間は直線比例により内挿計算した値を用いた。計算安定条件は不定流の解析に用いられる Courant-Friedrich-Lewy の条件を用いると $\Delta t/\Delta x (|v| + \sqrt{gh_{\max}}) \leq 1$ であり、この場合の $|v|$ は透水量係数と比産出率の比の平方根に比例する水頭の伝播速度に相当すると考えられるが、 $\sqrt{g \cdot h_{\max}}$ に比べて微小と考えられるので、次式を安定条件とした。

$$\Delta x/\Delta t \geq \sqrt{g \cdot h_{\max}} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $h_{\max} = 51.7$ cm, $\Delta x = 12.5$ cm を代入すると $\Delta t \leq 0.055$ 秒となるから、 $\Delta t = 0.05$ 秒とした。さらに計算不安定を防止するために、時間ステップ10ごとに、次式により q の値の平滑化を行った。

$$q_i^{j+1/2} = m q_i^{j+1/2} + (1-m) \cdot (q_{i+1}^{j+1/2} + q_{i-1}^{j+1/2})/2 \dots\dots\dots(11)$$

平滑係数 m は平滑化によって η の計算結果にできるだけ差異を生じないように、試行により $m = 0.8$ を選んだ。次に模型実験に用いた相馬砂の粒度分析結果と砂層の空隙率を空隙モデルに適用し、 $\Delta z = 1.0$ cm として、正規乱数の初期値を種々変えて比産出率の値を算定した。なお表-3~5は、この相馬砂について行った算定結果を例として示したものである。この合計16回行ったシミュレーション結果の各 z_* ごとの平均値を図-12に示している。数値解析には、これらの4cm区間の移動

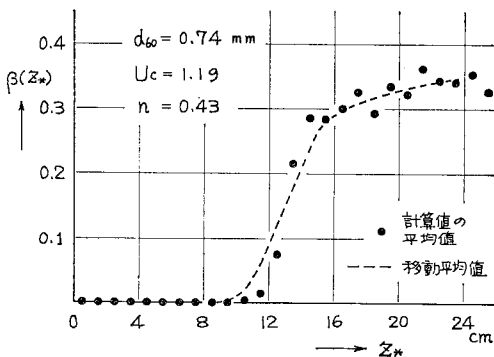


図-12 模型砂の比産出率のシミュレーション結果

表-6 自由地下水面の計算結果

$\beta(z_*)_{\min}$	$x=30$ cm			$x=300$ cm		
	1分	2分	4分	1分	2分	4分
0.01	6.6 cm	0.0 cm	-7.3 cm	6.8 cm	3.7 cm	-2.1 cm
0.02	6.5	0.3	-7.2	4.8	4.3	-1.7
0.03	6.4	0.4	-7.2	3.5	3.9	-0.9
0.04	6.3	0.5	-7.1	2.6	3.4	-0.2
実験結果	6.4	0.3	-6.9	3.6	1.9	-2.0

平均値を入力しておき、途中の値は直線比例により内挿計算した値を用いた。なお図-12ではほぼ $z_* < 9$ cm の区間で $\beta(z_*) = 0$ となるが、式(9)の計算を実行させるために一定値 $\beta(z_*)_{\min}$ を与え、 $\beta(z_*) < \beta(z_*)_{\min}$ の場合には $\beta(z_*) = \beta(z_*)_{\min}$ とおいた。

(3) 検 討

まず $\beta(z_*)_{\min}$ の値を検討した。値を0.01から0.04まで変えて数値解析すると、表-6に示すように、帯水層の外水面寄りのところでは自由地下水面の計算結果間にあまり差異は生じない。しかし帯水層の奥の方ではかなり大きく異なり、 $\beta(z_*)_{\min}$ に、より大きな値を用いるほど、自由地下水面の上昇が小さくなり、位相が遅れる傾向を示すようである。本研究では実験結果との全般的な対比から $\beta(z_*)_{\min} = 0.02$ と選んだ。なお、この $\beta(z_*)_{\min}$ の数値も、シミュレーションに本報で考慮しなかった他の効果の条件を加えて算定すべきであろうと考えているが、その際に、同程度の粒径の砂を用いた被圧状態の揚水模型実験によって得られる貯留係数の値²⁶⁾が、上の数値と一致して注目される。次に有効空隙率の値は $\lambda = 0.30$ とした。自由地下水面の計算結果は $\lambda = 0.43$ としてもまったく変わらず、一般にいわれるように式(6)の第1項の影響は非常に小さいことが確かめられた。

以上の数値を用いた数値解析の10周期目の自由地下水面の計算結果を、実験結果と比較すると図-13, 14のようになる。図-13は両結果($x=30$ cmの計算結果は $x=25$ cm と $x=37.5$ cmの値から内挿したもの)を

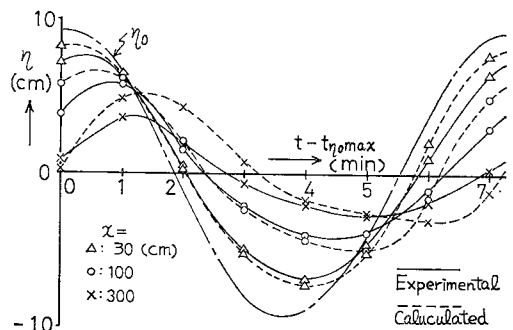


図-13 実験結果との比較(その1)

時間的に比較したものであり、両結果はほぼ 4~5 分までの排水過程においてはよく一致しているが、計算結果は帯水層の奥ほど浸潤過程に転ずるのがやや遅く、あとから急激な上昇が起こる傾向を示している。これは先に

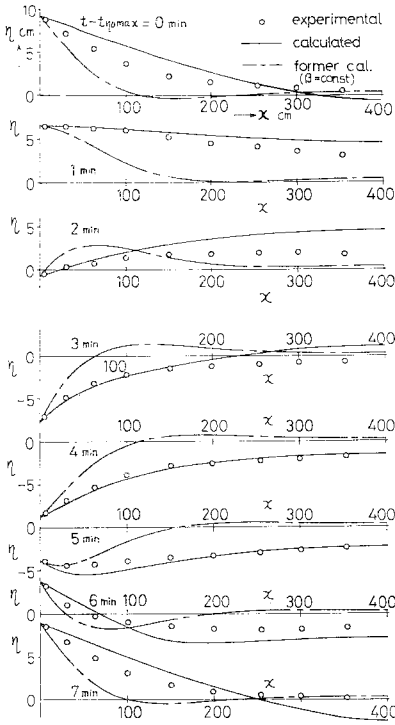


図-14 実験結果との比較 (その2)

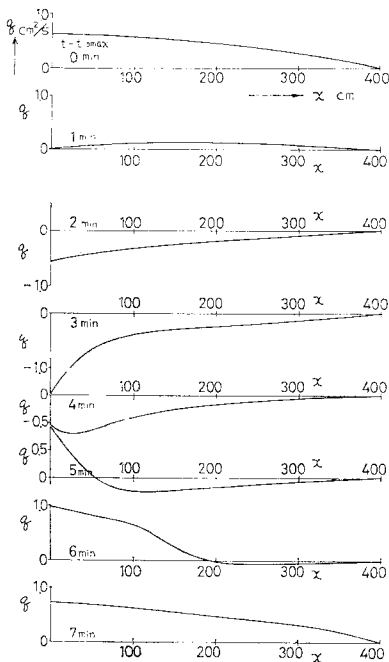


図-15 浸透流量の計算結果

述べた比産出率の値が両過程で異なることに起因しているものと考えられる。次に 図-14 は両結果を場所的に比較したものであり、0 分時および 7 分時に両結果の差異が大きい、それ以外はよく一致していることがわかる。また 図-15 は単位幅当りの浸透流量を示している。なお 図-14 には、従来の比産出率を砂層空隙率と混同した考え方による数値解析結果 (式 (9) で $\beta(z_*)=0.43$ の一定値とおいて求めたもの) を一点鎖線で示しているが、自由地下水面はほぼ $x=0\sim 200$ cm の範囲でしか変動を起こさない結果を与えている。これを時間的に実験結果と比較すると 図-16 のようになる。

これらの結果より、従来の解法によって与えられる自由地下水面の変動は、実際の現象と大きく異なることが確かめられるとともに、 $\beta(z_*)$ の変化を取り入れた数値解析結果は、完全といえないが、現象をよく表現しており、本解析手法の妥当性が認められたものとする。

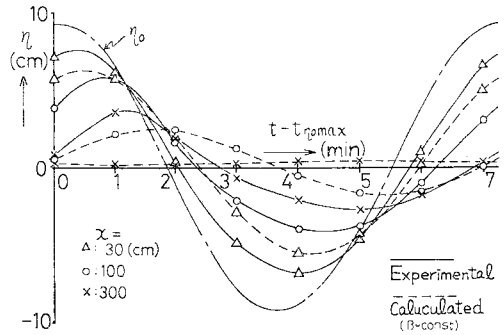


図-16 実験結果との比較 (その3)

4. 結 言

不圧帯水層内の非定常自由地下水面を精度よく簡単に解析するために、従来の解析手法において定数として取り扱ってきた比産出率を、自由地下水面の位置の関数として取り扱うことによって解析手法を改良することを検討した。以下にそれらの結果をまとめておこう。

- (1) 空隙モデルにより比産出率を算定し、これをすでに行ったガラス球による比産出率の実験結果と比較すると、両結果はよく一致した。
- (2) 算出された比産出率の最小値は 0 であるが、自由地下水面の数値解析では最小値を 0.02 とするのが適当であった。
- (3) 非定常自由地下水面の計算結果は、帯水層の奥の方で、排水過程から浸潤過程に転ずるのが実験結果より遅く、あとから急激な上昇を起こす傾向にある。
- (4) 外水面が非常に高いときに、計算結果は実験結果と差異を生ずるが、全般的には自由地下水面の非定常変動をよく表現している。

(5) 従来の比産出率を一定とする計算結果は、現象とまったく異なった結果を与える恐れがある。

以上の結果、本解析手法の妥当性が確かめられたものと考えた。

本報では本解析手法の適用を、2次元不圧帯水層の外水面が周期的に変動する場合について考えたが、同様の適用は、外水面が急激上昇あるいは急激下降する場合にも、あるいは3次元の不圧帯水層の場合にも当然考えられる。ただ外水面が上昇する場合については比産出率の算定を改めて考える必要がある。

最後になったが、本文は福岡市内の大学の浸透問題研究グループの各先生方にご精読賜った。ここに記して謝意を表したい。

参考文献

- 1) 土質工学会：講座・建設工事と地下水，土と基礎，No. 234～244，昭和52年8月～昭和53年6月。
- 2) 嶋 祐之：異方性透水層の波動現象について，第28回年次学術講演会講演概要集，第2部，pp. 373～375，昭和48年10月。
- 3) 尾島 勝ほか：非定常浸透流に関する実験，第28回年次学術講演会講演概要集，第2部，pp. 376～377，昭和48年10月。
- 4) 杉尾 哲ほか：浸透層内の長周期波動について，西部支部研究発表会講演集，pp. 125～126，昭和51年2月。
- 5) 宇野尚雄：地下水流動の解析等に関する二，三の考察，第19回水理講演会論文集，pp. 103～108，昭和50年2月。
- 6) 尾島 勝・荒木一郎：低下地自由地下水の非定常性の評価，第19回水理講演会論文集，pp. 109～114，昭和50年2月。
- 7) 杉尾 哲・本郷治輝：自由地下水水面を有する非定常浸透流の検討，九州産業大学工学部研究報告，第12号，pp. 30～36，昭和50年11月。
- 8) Pikul, M.F.: Numerical Studies of Linked Soil-Moisture and Groundwater Systems, Univ. Microfilms, A Xerox Co., Ann Arbor, Michigan, 1973.
- 9) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠：有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析，土木学会論文報告集，No. 264，pp. 87～96，昭和52年8月。
- 10) 岡 太郎：山腹斜面域における不飽和浸透流の二次元解析とその考察，第32回年次学術講演会講演概要集，第2部，pp. 223～224，昭和52年10月。
- 11) 前出 2) および 7) に同じ。
- 12) 駒田広也・金沢紀一：フィルダムの貯水池水位急降下時の非定常浸透流解析および安定解析，土木学会論文報告集，No. 240，pp. 51～62，昭和50年8月。
- 13) 杉尾 哲：浸透層内の長周期波動について（第2報），第32回年次学術講演会講演概要集，第2部，pp. 485～486，昭和52年10月。
- 14) 杉尾 哲：浸透層内の長周期波動について（第3報），第33回年次学術講演会講演概要集，第2部，pp. 600～601，昭和53年9月。
- 15) 建設省水収支研究グループ：最新地下水学，山海堂，p. 355，昭和52年。
- 16) Corey, A.T.: Mechanics of Heterogenous Fluids in Porous Media, Water Resources Publications, P.O. Box 303, p. 37, 1977.
- 17) 武内 等：確率モデルによる多孔体内の流れのシミュレーション，土木学会論文報告集，No. 187，pp. 79～93，昭和46年3月。
- 18) 上田年比古・杉尾 哲・生方敏博：シミュレーションによる土の有効空隙率の算定，九州大学工学集報，第45巻，第5号，pp. 593～598，昭和47年10月。
- 19) 最上武雄編：土質力学，技報堂，pp. 893～926，1969.
- 20) 杉尾 哲・上田年比古：井戸からの淡水注入による3次元淡塩境界面の算定，土木学会論文報告集，No. 264，pp. 53～62，昭和52年8月。
- 21) 杉尾 哲：各種の決定法による透水係数の検討，用水と廃水，第13巻，第12号，pp. 16～23，昭和46年12月。
- 22) 前出 15)，p. 352.
- 23) 伊藤喜行・谷本勝利・木原 力：長周期波に対する防波堤の効果に関する計算（第4報）—1968十勝沖地震津波に対する大船津津波防波堤の効果—，港湾技術研究所報告，第7巻第4号，pp. 55～83，昭和43年12月。
- 24) 土木学会編：土木工学における数値解析/流体解析編，サイエンス社，昭和49年。
- 25) 伊藤 剛編：数値計算の応用と基礎（水理学を中心として），アテネ出版，昭和46年。
- 26) 長野益徳・神野健二・上田年比古：被圧帯水層における非定常時の最適取水の研究，土木学会西部支部研究発表会講演集，pp. 209～210，昭和54年2月。

(1979.4.23・受付)