

## コンクリート斜張橋のクリープ解析

REDISTRIBUTION OF INTERNAL ACTIONS DUE TO CREEP  
AND SHRINKAGE OF CABLE-STAYED CONCRETE BRIDGES

星 埜 正 明\*・佐 伯 彰 一\*\*

By Masaaki HOSHINO and Shoichi SAEKI

## 1. ま え が き

本論文はコンクリート斜張橋におけるクリープ・乾燥収縮による断面力の変化および変形を求めるための解析方法について述べるものである。構造解析の手法として応力法ではなく変形法を用いているため、実際には平面骨組構造物一般のクリープ解析に適用可能となっている。コンクリートのクリープ式としては遅れ弾性ひずみによる回復クリープを考慮した式を用いている。さらに、コンクリート部材内部に配置されたPC鋼材あるいは鉄筋の影響も考慮している。

近年斜張橋の発展は目覚ましいものがあり、わが国においてもすでに数多くの架設例のあることはよく知られている<sup>1)~3)</sup>。初期の段階においては鋼斜張橋がほとんどであり現在においても数のうえでは優勢であるが、コンクリート斜張橋も Morandi による Maracaibo 橋以来いくつかの実施例がある<sup>4)~8)</sup>。特に最近欧米においては従来鋼斜張橋の領域と考えられていた比較的大長支間の橋梁にもコンクリート斜張橋が進出し、両者の間で厳しい競争が続けられている<sup>9),10)</sup>。わが国におけるコンクリート斜張橋の架設例は、現在までのところ数橋あるにすぎない<sup>11)~14)</sup>、規模も大きいとはいえないが、今後大いに発展の期待される橋梁形式といえよう。

いわゆる Morandi 型とよばれるコンクリート斜張橋はケーブル本数は少なく、しかも柁にヒンジが設けられているため、不静定次数はそれほど高くない。したがって、構造解析上の取り扱い比較的容易である。これに対して、最近架設例の多くなってきたケーブルを多段に配置した形式では不静定次数が高いため構造計算は煩雑である。このような形式のコンクリート斜張橋においては、クリープによる断面力の変化あるいは変形を適確に

求めることは容易ではなく適切な解析方法の開発が望まれている。

不静定構造物であっても各部材のクリープ性状が等しく、クリープの影響を弾性係数の低下としてとらえることができる場合、クリープによって変形は生じるが断面力の変化はない。これに対し、クリープしない鋼部材とクリープするコンクリート部材が1つの構造系に混在していたり、各部材のクリープ性状が等しくなかったり、あるいは完成系における部材断面力が完成系で計算したものと異なっていたりする場合、クリープによって変形のみならず断面力の変化も生じる。コンクリート斜張橋はその1つの例であり、クリープによる断面力の変化量はかなり大きくなることがある。

現在までに報告されているコンクリート斜張橋のクリープ解析法はクリープ式としていわゆる Dischinger の式(あるいは Whitney の法則ともよばれる)を適用している場合が多い。構造解析の手法としては応力法がほとんどである。報告 15) はその1つの例である。よく知られているように Dischinger の式を直接適用した場合、最終的には微分方程式が得られる。高次の不静定構造物では連立の微分方程式となるが、報告 15) ではこれをそのまま解いている。Donau 橋のクリープ解析はこの方法によって行われている<sup>7)</sup>。文献 16), 17) に報告されている解析法も基本的には同様な方法によっている。文献 18) に示されている解析法においても Dischinger の式が用いられている。ただし、微分方程式を直接解くことはせずに数値的に積分を行っている。このような繰り返し計算による数値積分法は Dischinger の式を直接解くことができない場合に以前から使われている方法<sup>19)</sup>と考え方は同じものといえる。なお松ヶ山橋のクリープ解析にはこの解析法が適用されている<sup>14)</sup>。

よく知られているように Dischinger の式は遅れ弾性ひずみによる回復クリープを考慮していないため、クリープによる応力の変化が大きい場合クリープの影響をや

\* 正会員 工博, Dr.-Ing. 新日本技研(株)

\*\* 正会員 建設省土木研究所構造橋梁部橋梁研究室室長

や過大に評価することになる。前にも述べたようにコンクリート斜張橋ではクリープによる断面力の変化はかなり大きくなることがあるので、回復クリープを含んだ式を用いる方が適当といえる。回復クリープの影響を考慮した式およびその適用法については文献 20)、21) に詳しい。直接斜張橋の解析は取り扱われていないが、いくつかのクリープ式を比較しながら例題でその適用法が説明されている。構造解析の手法としてはいままでの解析法と同様に応力法がとられている。斜張橋に対しても同じような方法を用いてクリープ解析を行うことは当然可能と考えられる。しかしながら、本論文に述べる解析法ではこのような方法をとっていない。冒頭に本解析法の特徴を記しておいたが、以下に簡単にこれらについて説明を加えておく。

第1の特徴は、先に紹介したコンクリート斜張橋のクリープ解析が応力法によって行われているのに対し本論文では変形法を用いていることである。一般の骨組構造解析において認められる応力法と変形法の相違がクリープ解析の場合にもそのままあてはまるのであるが、特に次の点がクリープ解析では変形法の利点として重要である。

- (1) 部材内部に配置された P C 鋼材あるいは鉄筋の影響を考慮する場合、クリープの取り扱いはかなり複雑になる。変形法では一部材に対して基本式を導いておけば他は同じ式を繰り返し用いることができるので、計算機の使用に適している。
- (2) 各部材ごとに異なるクリープ係数を容易に与えられる。ただし、この場合各部材のクリープは相似に進行するという仮定を設ける必要がある。
- (3) 変形を適確に求めることができる。

変形法を用いているため、本解析法はコンクリート斜張橋のみならず、一般のコンクリート構造物にそのまま適用可能であることはすでに述べたとおりである。なお文献 22) には同じように変形法を用いたコンクリート構造物のクリープ解析法が報告されている。

遅れ弾性ひずみによる回復クリープを考慮していることが第2の特徴である。回復クリープを考慮したクリープ式として新しい式を提案し、これを解析で使用している。提案式は Rüs ch らによる拡張された Dischinger 式<sup>20)、21)</sup>と類似のものであるが、取り扱いがいくぶん簡単であるという利点を有する。他に回復クリープの影響を含んだ式として Trost の式<sup>23)</sup>があるが、これらの3つの式の内容はほぼ等しいものであり、解析に際しての取り扱い上の差異もそれほど大きなものではない。実際、提案式の代わりに Rüs ch らの式あるいは Trost の式を適用するように本解析法を変更することは可能である。これについては後で詳しく述べる。なお、提案式を用い

た解析は繰り返し計算になるが、各計算段階で変化するのは荷重項だけであるので演算時間の増加はきわめて小さいことをつけ加えておく。

第3の特徴はコンクリート部材内部に配置された P C 鋼材あるいは鉄筋の影響を考慮していることである。P C 鋼材の影響は2つに分けて考える必要がある。その1つはクリープ開始前にコンクリートに作用しているプレストレス力である。プレストレス力は一般の外荷重と同じ性質のものであるのでこれを考慮することは比較的容易である。他の1つはクリープによるコンクリートの変形に抵抗する作用である。これは鉄筋と共通のものであるが一般には P C 鋼材に圧縮力を生じさせるので、プレストレス力の減少と表現されることが多い。この後者の作用を考慮することはかなり複雑な問題であるが、本解析法では十分精確に取り扱っている。なお、この場合コンクリートと P C 鋼材の間の付着は完全であるとし、両者の間で相対的なずれは生じないと仮定している。鉄筋の影響は一般にはそれほど大きくないと思われるが、いずれにせよプレストレス力0の P C 鋼材を鉄筋と考えればよいのでなんらの特別な処理は必要としない。したがって本論文では、鉄筋は P C 鋼材に含ませて考えることにする。P C 鋼材を考慮するために再び繰り返し計算が必要であるが、この場合も各計算段階で変化するのは荷重項だけである。

本論文では始めにクリープ式を検討している。続いて変形法による解析法について述べている。その後 P C 鋼材の処理方法について説明し、最後に簡単な例題で実際にクリープ解析を行っている。

## 2. クリープ式

ここではいくつかのクリープ式を主として文献 20)、21) を参考にして簡単に説明する。さらに新しく提案する式をも含めて、各式の比較検討を行う。

クリープ・乾燥収縮の式として長い間使用されてきたのはいわゆる Dischinger の式で次のように書ける。

$$\varepsilon_b(t) = \frac{\sigma_b(t)}{E_b} + \int_0^t \frac{\sigma_b(\tau)}{E_b} \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} d\tau + \varepsilon_s(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

- $\varepsilon_b(t)$  : 時刻  $t$  におけるひずみ
- $\sigma_b(t)$  : 時刻  $t$  における応力
- $\varphi(t)$  : 時刻  $t$  におけるクリープ係数
- $\varepsilon_s(t)$  : 時刻  $t$  における乾燥収縮度
- $E_b$  : 弾性係数

上式の右辺第1項は弾性ひずみ、第2項はクリープひずみ、第3項は乾燥収縮度である。弾性係数  $E_b$  は一定とし  $t$  の関数ではないと仮定する。ひずみ  $\varepsilon_b(t)$ 、応力  $\sigma_b$

( $t$ ) を  $t=0$  での初期値  $\varepsilon_{b0}$ ,  $\sigma_{b0}$  とクリープ・乾燥収縮による変化量  $\varepsilon_{k+s}(t)$ ,  $\sigma_{k+s}(t)$  に分解する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_b(t) &= \varepsilon_{b0} + \varepsilon_{k+s}(t) \\ \sigma_b(t) &= \sigma_{b0} + \sigma_{k+s}(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

と置く。式 (2) を式 (1) に代入し、クリープ・乾燥収縮に関係するもののみを取り出すと次の式が得られる。

$$\varepsilon_{k+s}(t) = \frac{\sigma_{k+s}(t)}{E_b} + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \varphi(t) + \int_0^t \frac{\sigma_{k+s}(\tau)}{E_b} \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} d\tau + \varepsilon_s(t) \dots (3)$$

あるいは、

$$\frac{d\varepsilon_{k+s}(\varphi)}{d\varphi} = \frac{1}{E_b} \cdot \frac{d\sigma_{k+s}(\varphi)}{d\varphi} + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} + \frac{\sigma_{k+s}(\varphi)}{E_b} + \frac{d\varepsilon_s(\varphi)}{d\varphi} \dots\dots\dots (4)$$

このように Dischinger の式は最終的には微分方程式を解くことに帰されるので、一般には取り扱いが複雑である。そのため近似的に、クリープ・乾燥収縮による応力の変化量  $\sigma_{k+s}(t)$  がクリープ係数  $\varphi(t)$  と線形の関係にあると仮定することが多い。このような仮定を設けると式 (3) は、

$$\varepsilon_{k+s}(t) = \frac{\sigma_{k+s}(t)}{E_b} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \varphi(t) \right\} + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \varphi(t) + \varepsilon_s(t) \dots\dots\dots (5)$$

のように変形できる。式 (5) は近似式とはいえ、 $\sigma_{k+s}(t)$  がそれほど大きくない場合には、式 (3) とほぼ同じ結果を与える。プレストレス力の減少を求める式として道路橋示方書<sup>24)</sup>に与えられている式は式 (5) から導かれている。 $\sigma_{k+s}(t)$  が大きい場合、式 (5) はそのままでは使えないが、クリープ係数  $\varphi(t)$  を  $n$  等分し段階的に計算を進める方法がある。各計算段階で式 (5) を繰り返し用い、ひずみ、応力の値を累加していく方法である。これは式 (3) を数値積分するのとほぼ同じことであり、 $n$  を十分大きくとれば、式 (3) を解いた場合と完全に一致する。一般には  $n=3$  程度とれば十分と考えられる。

Dischinger の式はいわゆる回復クリープの影響を含んでいないため、実際のクリープ現象を正確に表わしていないことが指摘されている。クリープによる応力の変化量が小さい場合、Dischinger の式を用いても実用上なんらの問題もない。しかしながら、応力の変化量が大きくなると回復クリープの影響が顕著になってくる。道路橋示方書においても、遅れ弾性ひずみによる回復クリープという概念が一部取り入れられている<sup>24)</sup>。回復クリープを含んだ式として、Dischinger の式を拡張した Rüsçh らの式と Trost の式がある。

Rüsçh らはクリープによるひずみをフローひずみと遅れ弾性ひずみに分離し、遅れ弾性ひずみが通常の弾性ひずみと同様に瞬時に生じるとして解析を行っている。

。実際には遅れ弾性ひずみは時間とともに進行するものであるが、フローひずみに比べ進行の度合は早く、瞬時に生じると仮定しても一般にはそれほど大きな誤差は生じないことを確かめている。この場合のクリープ式は Dischinger の式で弾性係数  $E_b$  およびクリープ係数  $\varphi(t)$  の代わりに、

$$\left. \begin{aligned} E_b' &= \frac{E_b}{1 + \varphi_v} \\ \varphi'(t) &= \frac{\varphi_f(t)}{1 + \varphi_v} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

を代入すれば得られる。ただし、

$$\varphi(t) = \varphi_v + \varphi_f(t) \dots\dots\dots (7)$$

$\varphi_v$  : 遅れ弾性ひずみによるクリープ係数

$\varphi_f(t)$  : フローひずみによるクリープ係数

である。式 (3) に対応した形で書くと次のようになる。

$$\varepsilon_{k+s}(t) = \frac{\sigma_{k+s}(t)}{E_b} (1 + \varphi_v) + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \{ \varphi_v + \varphi_f(t) \} + \int_0^t \frac{\sigma_{k+s}(\tau)}{E_b} \frac{d\varphi_f(\tau)}{d\tau} d\tau + \varepsilon_s(t) \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) の近似式として式 (5) と類似の次の関係が得られる。

$$\varepsilon_{k+s}(t) = \frac{\sigma_{k+s}(t)}{E_b} \left\{ 1 + \varphi_v + \frac{1}{2} \varphi_f(t) \right\} + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \{ \varphi_v + \varphi_f(t) \} + \varepsilon_s(t) \dots\dots\dots (9)$$

式 (9) についても式 (5) の場合と同様に  $\varphi_f(t)$  を  $n$  等分して段階的に計算を進める方法がある。このとき注意しなくてはならないのは  $\sigma_{b0}$  にかかる  $\varphi_v$  は 1 回目の計算でのみ考慮し、2 回目以降では除かなくてはならないことである。逆に  $\varphi_f(t)$  は  $\sigma_{k+s}(t)$  にかかるものを含めて 1 回目では考慮しない。

回復クリープを含んだもう 1 つの式として Trost の式がある<sup>23)</sup>。Trost の式は Dischinger の式とは別の基本式から導かれており次のように書かれる。

$$\varepsilon_{k+s}(t) = \frac{\sigma_{k+s}(t)}{E_b} \{ 1 + \rho \varphi(t) \} + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \varphi(t) + \varepsilon_s(t) \dots\dots\dots (10)$$

$\rho$  : リラクセーション係数

式の形からは式 (5) と似ているが、Trost の式はどのような場合においても繰り返し計算の必要はない。リラクセーション係数  $\rho$  はクリープ係数および荷重時の材令によって変化する量であるが、一般に  $0.5 < \rho < 1.0$  の間にある。 $\rho$  が 0.5 に近い場合というのは式 (5) との比較からわかるように回復クリープがほとんど生じない場合である。 $\rho$  が 1 の場合は、 $\sigma_{b0}$  と  $\sigma_{k+s}(t)$  に等しいクリープ係数がかかるのであるから回復クリープを最大限に評価していることになる。

さてここで回復クリープを考慮した式を新しく提案す

る。式 (3) を回復クリープを含むように拡張する。すなわち次式を基本式として提案する。

$$\begin{aligned} \epsilon_{k+s}(t) = & \frac{\sigma_{k+s}(t)}{E_b} + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \varphi(t) + \int_0^t \frac{\sigma_{k+s}(\tau)}{E_b} \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} d\tau \\ & + \int_0^t k(\tau) \varphi_d(t-\tau) \frac{d\sigma_{k+s}(\tau)}{d\tau} d\tau + \epsilon_s(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$k(t)$  : 載荷時の材令を考慮するための係数

$\varphi_d(t)$  : 回復クリープ係数

上式で右辺の第 4 項が遅れ弾性ひずみによる回復クリープを考慮するためにつけ加えられたものである。式 (11) を直接コンクリート構造物に適用した場合、解くのはかなり難しく数値積分を行うことになろう。Rüsch らのいう Differenzenverfahren (階差法) は内容的には式 (11) を数値積分することとほぼ同等と考えられる。一般には式 (11) を直接適用する必要はなく、次に述べるような仮定を設けて単純化しても実用上問題はないと思われる。その 1 つは回復クリープは載荷時の材令に無関係であると仮定することである。すなわち、

$$k(t) = 1 \quad (12)$$

である。次に回復クリープは瞬時に生じると仮定する。これは  $\varphi_d(t)$  が時間  $t$  に無関係に一定であると仮定することである。この一定値を式 (7) で用いた  $\varphi_v$  で表わすと結局式 (11) は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \epsilon_{k+s}(t) = & \frac{\sigma_{k+s}(t)}{E_b} (1 + \varphi_v) + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \varphi(t) \\ & + \int_0^t \frac{\sigma_{k+s}(\tau)}{E_b} \frac{d\varphi(\tau)}{d\tau} d\tau + \epsilon_s(t) \dots (13) \end{aligned}$$

式 (3) を式 (5) に変形したのとまったく同様にして、式 (13) を次のように近似的に表わすことができる。

$$\begin{aligned} \epsilon_{k+s}(t) = & \frac{\sigma_{k+s}(t)}{E_b} \left\{ 1 + \varphi_v + \frac{1}{2} \varphi(t) \right\} \\ & + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \varphi(t) + \epsilon_s(t) \dots (14) \end{aligned}$$

クリープ係数  $\varphi(t)$  を  $n$  等分して式 (14) を繰り返し用いて解析を行えば、式 (13) を直接用いた場合とほぼ等しくなることも式 (3) と式 (5) との関係と同じである。このようにして導かれた式 (13), (14) と Rüsch らの式 (8), (9) との相違は前者が回復クリープのみを瞬時に生じると仮定しているのに対し、後者は回復クリープのみならず、すべての遅れ弾性ひずみによるクリープを瞬時に生じると仮定していることである。したがって、考え方は類似といえる。ただし、後で示すように解析に際しての取り扱いには前者の方が容易である。式 (13) あるいは式 (14) は回復クリープが瞬時に生じると仮定しているため、回復クリープを過大に評価していることになる。一方、Dischinger の式は回復クリープを無視しているため、実際は両者の間に正解があることになる。し

かしながら、式 (13) あるいは式 (14) で  $\varphi_v$  の値を適当に選ぶことによって、実際のクリープ現象を適確にとらえることは可能と考えられる。

以上のように、コンクリートのクリープ式としていくつかの式があるが、これらの式の相違を簡単な例で検討しよう。応力を一定に保った狭い意味でのいわゆるクリープに対してはこれらの式の相違はまったくない。これに対して応力の変化量  $\sigma_{k+s}$  が大きい場合に相違は最も顕著になるはずである。変形を一定に保ったいわゆるリラクセーションの問題はその極端な例である。たとえば、支点移動によって系の内部に初期応力  $\sigma_{b0}$  を与え、その後変形を完全に拘束した場合がこれに相当する。このリラクセーションの問題を各式で解き結果を比較しよう。以後混乱が生じる可能性はないので、各変数についている  $(t)$  の表示は省略する。リラクセーションの問題では変形が完全に拘束されているので各式で  $\epsilon_{k+s} = 0$  と置けばよい。式 (3), (5), (8), (9), (10), (13), (14) からそれぞれ次の式が得られる。ただし、式 (5), (9), (14) はクリープ係数  $\varphi$  を  $n$  等分して繰り返し計算を行う場合について記している。

式 (3) から、

$$\sigma_{k+s} = - (1 - e^{-\varphi}) \sigma_{b0}, \quad R = e^{-\varphi} \dots (15)$$

式 (5) から、

$$\sigma_{k+s} = - \left\{ 1 - \left( \frac{1 - \frac{\varphi}{2n}}{1 + \frac{\varphi}{2n}} \right)^n \right\} \sigma_{b0}, \quad R = \left( \frac{1 - \frac{\varphi}{2n}}{1 + \frac{\varphi}{2n}} \right)^n \dots (16)$$

式 (8) から、

$$\sigma_{k+s} = - \left\{ 1 - \frac{e^{-\frac{\varphi f}{1 + \varphi_v}}}{1 + \varphi_v} \right\} \sigma_{b0}, \quad R = \frac{e^{-\frac{\varphi f}{1 + \varphi_v}}}{1 + \varphi_v} \dots (17)$$

式 (9) から、

$$\begin{aligned} \sigma_{k+s} = & - \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \varphi_v} \left( \frac{1 - \frac{1}{2n} \cdot \frac{\varphi f}{1 + \varphi_v}}{1 + \frac{1}{2n} \cdot \frac{\varphi f}{1 + \varphi_v}} \right)^n \right\} \sigma_{b0}, \\ R = & \frac{1}{1 + \varphi_v} \left( \frac{1 - \frac{1}{2n} \cdot \frac{\varphi f}{1 + \varphi_v}}{1 + \frac{1}{2n} \cdot \frac{\varphi f}{1 + \varphi_v}} \right) \dots (18) \end{aligned}$$

式 (10) から、

$$\sigma_{k+s} = - \frac{\varphi}{1 + \rho \cdot \varphi} \sigma_{b0}, \quad R = 1 - \frac{\varphi}{1 + \rho \cdot \varphi} \dots (19)$$

式 (13) から、

$$\sigma_{k+s} = - (1 - e^{-\frac{\varphi}{1 + \varphi_v}}) \sigma_{b0}, \quad R = e^{-\frac{\varphi}{1 + \varphi_v}} \dots (20)$$

式 (14) から、

$$\sigma_{k+s} = - \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{\frac{\varphi}{n}}{1 + \varphi_v + \frac{\varphi}{2n}} \right)^n \right\} \sigma_{b0},$$

表-1 各クリープ式による R の値

クリープ式	式の番号	$\varphi=0$	$\varphi=0.5$	$\varphi=1$	$\varphi=2$	$\varphi=3$
Dischinger	15	1.000	0.607	0.368	0.135	0.050
	16 ( $n=3$ )	1.000	0.606	0.364	0.125	0.037
Rüsch ら	17	0.951	0.665	0.465	0.228	0.112
	18 ( $n=3$ )	0.951	0.665	0.465	0.225	0.105
Trost	19	1.000	0.640	0.448	0.267	0.192
提案式	20	1.000	0.700	0.490	0.240	0.117
	21 ( $n=3$ )	1.000	0.699	0.488	0.233	0.106

$$R = \frac{\sigma_{b0} + \sigma_{k+s}}{\sigma_{b0}}, \varphi_v = 0.4$$

$$R = \left(1 - \frac{\frac{\varphi}{n}}{1 + \varphi_v + \frac{\varphi}{2n}}\right)^n \dots\dots\dots (21)$$

ただし,

$$R = \frac{\sigma_{b0} + \sigma_{k+s}}{\sigma_{b0}} \dots\dots\dots (22)$$

である.

これらの式を使って、具体的に R を計算した結果が、表-1 である。分割数 n は 3 とし遅れ弾性ひずみによるクリープ係数  $\varphi_v$  は 0.4 としている。Trost の式 (19) におけるリラクセーション係数  $\rho$  は文献 23) より引用する。ただし、この場合載荷時の材令は 28 日とする (文献 23) で  $k_0=1.0$ )。表から明らかなように Dischinger の式が最も  $\sigma_{k+s}$  を大きく計算している。Rüsch らの式と提案式による結果は係数 0.951 異なるだけで類似である。ただし、Rüsch らの式を用いた場合、 $\varphi=0$  で  $R=1$  にならないことに注意すべきである。これは  $\varphi_v$  の値を  $\varphi$  に関係なく 0.4 にしたためであり、 $\varphi=0$  で  $\varphi_v=0$  であることを考慮すれば当然  $R=1$  になる。文献 21) ではそのような修正を行い  $\varphi=0$  で  $R=1$  の結果を得ている。Dischinger の式、Rüsch らの式、提案式のいずれも繰り返し計算する場合、 $n=3$  もとれば十分であることがわかる。Trost の式は  $\varphi$  が大きくなるに従って、クリープによる応力変化量  $\sigma_{k+s}$  を他の式に比べ小さく計算している。前に述べたように Dischinger の式と提案式が、上下限を与えるはずであるが、Trost の式による結果は  $\varphi=2.0$  あるいは  $\varphi=3.0$  でその間に入っていない。これはすでに Rüsch らが Trost の式と Rüsch らの式の比較に関して指摘しているようにクリープ式の相違というよりも、定数の選び方に帰されるべきものと考えられる。実際に提案式において遅れ弾性ひずみによるクリープ係数  $\varphi_v$  を適当に選ぶことによって、Trost の式とほぼ同じ結果を与えるようにすることができる。これを以下に示そう。

提案式で  $\varphi_v=0.25 \varphi_N$  と置けばすべての場合について、Trost の式と提案式はほぼ一致する結果を与える。ここで  $\varphi_N$  は材令 28 に載荷した場合の  $t=\infty$  における

表-2 Trost の式と提案式による R の値

$\varphi_N$	$k_0$	1.5		1.2		1.0		0.75	
		a	b	a	b	a	b	a	b
3.5	0.086	0.061	0.131	0.106	0.171	0.155	0.236	0.247	
3.0	0.096	0.076	0.148	0.128	0.192	0.180	0.265	0.276	
2.5	0.111	0.099	0.172	0.158	0.221	0.215	0.304	0.315	
2.0	0.130	0.135	0.210	0.202	0.267	0.264	0.357	0.368	
1.5	0.189	0.195	0.272	0.270	0.336	0.336	0.432	0.441	
1.0	0.292	0.301	0.382	0.383	0.448	0.449	0.543	0.549	
0.5	0.507	0.513	0.586	0.587	0.640	0.641	0.715	0.717	

a: Trost の式  $R = 1 - \frac{k_0 \varphi_N}{1 + \rho k_0 \varphi_N}$

b: 提案式 ( $\varphi_v=0.25 \varphi_N$ )  $R = e^{-\frac{k_0 \varphi_N}{1 + 0.25 \varphi_N}}$

クリープ係数である。前にも述べたように Trost の式におけるリラクセーション係数  $\rho$  はクリープ係数  $\varphi_N$  と載荷時の材令を考慮した係数  $k_0$  に依存して与えられているので、これらの組み合わせに対してリラクセーションの問題をもう一度両式で計算してみよう。結果を表-2 に示す。両者はほぼ一致しているとみなせる。したがって、Trost の式と提案式はほぼ等価なものといえることができる。ここで興味あることは  $\varphi_v$  が  $k_0$  の関数になっていないことである。つまり、 $\varphi_v$  が載荷時の材令によらずクリープ係数  $\varphi_N$  のみに関係していることである。また一般にとられている  $\varphi_v=0.4$  という値は Trost の式では  $\varphi_N=1.5$  のときに相当するということも注目に値する。

以上の簡単な例でわかるように、遅れ弾性ひずみによる回復クリープを考慮した Rüsch らの式、Trost の式、あるいは提案式は定数の選び方による相違が主で内容的にはほぼ等価なものともみることができる。さらに Dischinger の式もある範囲内で十分適用可能である。Dischinger の式と他の式との相違が著しくなってくるのはリラクセーションの色彩が強くなり応力の変化量  $\sigma_{k+s}$  が大きい場合である。たとえば、段階的に施工され架設時と完成時で構造系の異なる場合のクリープによる断面力の移行の問題はリラクセーションの問題であるから、Dischinger の式を使用した場合  $\sigma_{k+s}$  を大きめに計算することになる。Trost がリラクセーション係数  $\rho$  を用いてこの問題を検討しているのはまさにこの理由からである。なお、わが国の道路橋示方書においては Dischinger の式を適用した計算式がこの問題に対して与えられている<sup>24)</sup>。

前にも述べたようにコンクリート斜張橋では応力の変化量  $\sigma_{k+s}$  がかなり大きくなることがあるので、回復クリープの影響を含んだ式を用いることが望ましい。この場合適用可能な式として Rüsch らの式、Trost の式、提案式の 3 つがある。Rüsch らの式の利点は係数を変えるだけで Dischinger の式がそのまま使えるというところにあるが、実際に骨組構造物の解析に適用しようとし

たとき、提案式に比べ扱いが若干面倒である。Trost の式は繰り返し計算の必要がないという利点を有するが、リラクゼーション係数  $\rho$  がクリープ係数と載荷時の材令によって変化するのが難点である。提案式は微分方程式を避けようとするれば繰り返し計算の必要があるものの、取り扱いは簡単である。しかも、本解析法では繰り返し計算による演算時間の増加は少ない。以上のことから、本論文では提案式 (14) をクリープ式として採用することにする。実際には、Rüsch らの式 (9) あるいは Trost の式 (10) を用いることもわずかな変更で可能である。これについては 3. で述べる。

3. 変形法によるクリープ解析

クリープしない弾性体からなる部材、たとえば鋼部材の力と変位の関係は通常の変形法の場合となら変わることはないで説明は省略する。クリープする材料からなる部材の力と変位の関係を導くのがここでの主眼である。

2. で述べたように、本解析では式 (14) をクリープ・乾燥収縮の式として用い繰り返し計算を行う。各計算段階に対して式 (14) は次のように書ける。

$$\epsilon_{k+s} = \frac{\sigma_{k+s}}{E_b} \left( 1 + \varphi_v + \frac{1}{2} \Delta\varphi \right) + \frac{\sigma_{b0}}{E_b} \Delta\varphi + \frac{\epsilon_s}{\varphi} \Delta\varphi \dots (23)$$

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi}{n}$$

ここで乾燥収縮はクリープと相似に生じると仮定している。n は分割数を表わし n 回繰り返し計算を行うことを意味している。本来上式は各計算段階ごとに成り立つ式であるので  $\epsilon_{k+s}, \sigma_{k+s}$  などの代わりに  $\Delta\epsilon_{k+s;i}, \Delta\sigma_{k+s;i}$  と書くべきであるが (i は計算段階を表わす)、混乱の恐れがないので、 $\Delta, i$  などの記号は省略している。ただし  $\sigma_{b0}$  は各計算段階ごとに前の段階で得られた  $\sigma_{k+s}$  を加えていかななくてはならないことは当然である。式 (23) をさらに変形して次のように表わす。

$$\epsilon_{k+s} = \frac{\sigma_{k+s}}{E_\varphi} + \frac{\sigma_{b0}}{E_\varphi} \eta + \frac{\epsilon_s}{\varphi} \Delta\varphi \dots (24)$$

$$E_\varphi = \frac{E_b}{1 + \varphi_v + \frac{1}{2} \Delta\varphi}, \quad \eta = \frac{\Delta\varphi}{1 + \varphi_v + \frac{1}{2} \Delta\varphi}$$

クリープ式として Dischinger の式 (5), Rüsch らの式 (9), あるいは Trost の式 (10) を用いる場合には上式の  $E_\varphi, \eta$  を次のように書き換えればよい。

Dischinger の式

$$E_\varphi = \frac{E_b}{1 + \frac{1}{2} \Delta\varphi}, \quad \eta = \frac{\Delta\varphi}{1 + \frac{1}{2} \Delta\varphi} \dots (25)$$

Rüsch らの式

$$E_\varphi = \frac{E_b}{1 + \varphi_v + \frac{1}{2} \Delta\varphi_f}, \quad \eta = \frac{(\varphi_v) + \Delta\varphi_f}{1 + \varphi_v + \frac{1}{2} \Delta\varphi_f} \dots (26)$$

Trost の式

$$E_\varphi = \frac{E_b}{1 + \rho\varphi}, \quad \eta = \frac{\varphi}{1 + \rho\varphi} \dots (27)$$

ただし、Rüsch らの式で  $\eta$  の分子に含まれる  $\varphi_v$  は第 1 回の計算段階のときのみ考慮し、第 2 回以後の計算段階では除外しなければならない。一方、すべての  $\Delta\varphi_f$  は 1 回目では除外し、2 回目以降でのみ考慮する。なぜならば、 $\varphi_v$  は瞬時に生じると仮定している遅れ弾性ひずみによるものであるからである。また、Trost の式を用いる場合は繰り返し計算の必要はない。

式 (24) に戻って考えると、クリープ・乾燥収縮の問題は弾性係数  $E_\varphi$  の材料に右边第 2 項、第 3 項で表わされる初期ひずみが与えられたものとして解析を進めればよいことがわかる。したがって通常の変形法の場合とまったく同様に部材の力-変位関係は導くことができるので、これについてはここでは触れない。ただ初期ひずみに対応する等価節点力の求め方についてはいくらかの説明が必要と思われるので以下に簡単に記しておく。

式 (24) の右边第 3 項は乾燥収縮によるものであるから、これに対応する部材  $i, j$  の等価節点力  $N_{si}, N_{sj}$  は

$$N_{si} = -N_{sj} = E_\varphi \cdot A_b \cdot \frac{\epsilon_s}{\varphi} \cdot \Delta\varphi \dots (28)$$

と書ける。ここで、

$A_b$  は部材  $i-j$  の断面積である。次に右边第 2 項に対応する等価節点力を求めよう。いま部材  $i-j$  に

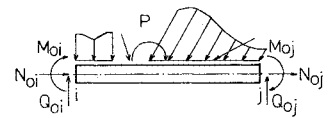


図-1 クリープ開始前に部材に作用している力

図-1 に示すような部材端断面力および外荷重がクリープ開始前に作用していたとしよう。部材内の任意の点における初期応力  $\sigma_{b0}$  は上記の断面力および外荷重によって完全に定まる。したがって式 (24) の右边第 2 項に対する等価節点力もこれらの断面力および外荷重によって表わされることができるとはならずであり、実際次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} N_{ki} &= (N_{oi} + N_{pi}) \eta & N_{kj} &= (N_{oj} + N_{pj}) \eta \\ M_{ki} &= (M_{oi} + M_{pi}) \eta & M_{kj} &= (M_{oj} + M_{pj}) \eta \\ Q_{ki} &= (Q_{oi} + Q_{pi}) \eta & Q_{kj} &= (Q_{oj} + Q_{pj}) \eta \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

$N_k, M_k, Q_k$  : 初期ひずみ  $\frac{\sigma_{b0}}{E_\varphi} \eta$  に対応する等価節点力

$N_o, M_o, Q_o$  : クリープ開始前の部材端断面力

$N_p, M_p, Q_p$  : 通常の骨組解析における外荷重 P による等価節点力

以上のようにして部材  $i-j$  の剛性行列および荷重項を求めることができる。したがって、この後全体構造系に重ね合せ通常の変形法の手順にならって各節点の変位および各部材の断面力を求めればよい。ただし、本解析法では繰り返し計算の必要があるため、以上の手順を各計算段階ごとに行わなければならない。ここで注意すべきことは各計算段階で剛性行列の内容はまったく変化せず、変わるのは荷重項だけであるということである。なぜなら、 $\sigma_{b0}$  の値には前の計算段階で得られた  $\sigma_{k+s}$  の値を加えていかなければならないからである。したがって、第1回目の計算で剛性行列の逆行列を求めておけば、それ以後の計算段階では荷重項を変えて乗算を繰り返せばよく演算時間はそれほど増加しない。

簡単な例題に以上で述べた解析法を適用してみよう。図-2に示すような片持ばりの先端をケーブルで吊った構造物である。はりには自重  $w_d$  が作用しているとする。クリープ開始前のケーブルの張力を  $X$  とし、クリープによる変化量を  $X_{k+s}$  と置く。ケーブル張力には関係しないがはりの乾燥収縮も考慮する。未知変位量は点2の  $x, y$  方向の変位  $u_2, v_2$  と回転角  $\theta_2$  である。構造系全体の剛性方程式は1回目の計算段階に対して次のように書ける。右上の添字は第1回の計算段階であることを示す。

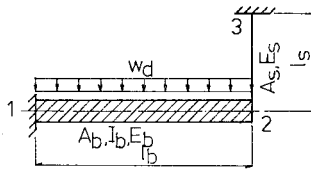


図-2 ケーブルで先端を支持された片持ばり

$$\begin{pmatrix} N_{k2}^1 + N_{s2}^1 \\ Q_{k2}^1 \\ M_{k2}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E_\varphi \cdot A_b}{l_b} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 E_\varphi I_b + E_s A_s}{l_b^3} + \frac{E_s A_s}{l_s} & \frac{6 E_\varphi I_b}{l_b^2} \\ 0 & \frac{6 E_\varphi I_b}{l_b^2} & \frac{4 E_\varphi I_b}{l_b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_2^1 \\ v_2^1 \\ \theta_2^1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (30)$$

等価節点力  $N_{k2}^1, N_{s2}^1, Q_{k2}^1, M_{k2}^1$  はクリープ・乾燥収縮の生じる部材からのみ計算される。

$$\left. \begin{aligned} N_{k2}^1 + N_{s2}^1 &= (N_{02}^1 + N_{p2})\eta + N_{s2}^1 = -E_\varphi \cdot A_b \frac{\epsilon_s}{\varphi} \Delta\varphi \\ Q_{k2}^1 &= (Q_{02}^1 + Q_{p2})\eta = \left(X - \frac{w_d l_b}{2}\right)\eta \\ M_{k2}^1 &= (M_{02}^1 + M_{p2})\eta = -\frac{w_d l_b^2}{12} \eta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

式(31)を(30)へ代入すれば  $u_2^1, v_2^1, \theta_2^1$  が求まり続いて断面力および支点反力が計算できる。ここでは変位  $u_2^1, v_2^1$  とケーブル張力  $X_{k+s}^1$  を計算し他は省略する。

$$u_2^1 = -\frac{\epsilon_s}{\varphi} \cdot \Delta\varphi \cdot l_b$$

$$\left. \begin{aligned} v_2^1 &= \frac{\left(X - \frac{3}{8} w_d l_b\right)\eta}{\frac{3 E_\varphi I_b}{l_b^3} + \frac{E_s A_s}{l_s}} \\ X_{k+s}^1 &= \frac{E_s A_s}{l_s} v_2^1 = \frac{E_s A_s}{l_s} \frac{\left(X - \frac{3}{8} w_d l_b\right)\eta}{\frac{3 E_\varphi I_b}{l_b^3} + \frac{E_s A_s}{l_s}} \\ &= \frac{\left(X - \frac{3}{8} w_d l_b\right) \frac{l_b^3}{3 E_\varphi I_b} \Delta\varphi}{\frac{l_s}{E_s A_s} + \left(1 + \varphi_v + \frac{1}{2} \Delta\varphi\right) \frac{l_b^3}{3 E_b I_b}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

これで第1回の計算は終わる。第2回の計算で変わるのは式(31)で表わされる荷重項のみでケーブル張力  $X$  の代わりに  $X + X_{k+s}^1$  を用いればよい。乾燥収縮および外力  $w_d$  による荷重項は不変である。以上のようにして  $n$  回繰り返し計算を行い、各計算段階での値を加え合えば最終的な変位、断面力および支点反力が得られる。

#### 4. コンクリート部材内のPC鋼材の影響

PC鋼材の影響は2つに分けて考える必要がある。その一つはクリープ開始前にコンクリートに作用しているプレストレス力である。プレストレス力は一般の外荷重と同じ性質のものであるため式(29)で示される等価節点力の計算で考慮すればよい。他の一つはクリープによるコンクリートの変形に抵抗する作用である。これは鉄筋と共通のものであるが一般にはPC鋼材に圧縮力を生じさせるので、プレストレス力の減少と表現されることが多い。

まず初めに外荷重としてのプレストレス力の処理方法について説明しよう。PC鋼材は一般に部材内に曲線状に配置されることが多い。しかしながら任意の曲線を対象にするのは煩雑であるのですべて折れ線で近似することにする(図-3)。点の数を多くとれば、このような折れ線による近似はいくらでも実際の状態に近づけることができる。いま、クリープ開始前において各折れ点でのプレストレス力がそれぞれ、

$$Z_{v0,1}, Z_{v0,2}, \dots, Z_{v0,m}, Z_{v0,m+1}, \dots, Z_{v0,n} \dots\dots\dots (33)$$

で与えられていたとしよう。これらの中から任意の2点  $m, m+1$  の間の部分を取り出して考えよう(図-4)。

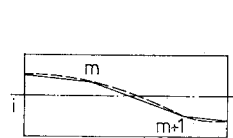


図-3 折れ線によるPC鋼材の近似

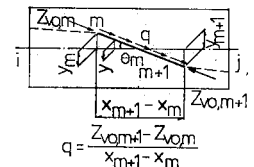


図-4 PC鋼材からコンクリートに作用する力

点  $m$  と点  $m+1$  の間でプレストレス力は  $Z_{v0,m}$  から  $Z_{v0,m+1}$  に変わっているが、その間ではプレストレス力は直線変化していると仮定する。したがって、この区間において P C 鋼材からコンクリートに作用する力は両端での  $Z_{v0,m}$ 、 $Z_{v0,m+1}$  という集中荷重と P C 鋼材の軸線に沿って作用する等分布荷重  $q$  である。等分布荷重  $q$  は P C 鋼材とコンクリートとの間の付着あるいは摩擦によって生じるものである。これらの荷重は 図-5 に示すように部材軸に作用する荷重に直せるので通常の方法によって部材端  $i, j$  における等価節点力に変換できる。他のすべての折れ線区間に対して同様な計算を行い、式 (29) に代入すればこの部材に作用するプレストレス力は完全に考慮されたことになる。

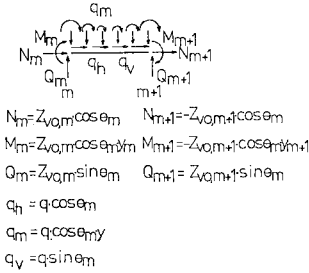


図-5 部材軸に作用する P C 鋼材からの力

それでは次に P C 鋼材の第 2 の作用すなわち鉄筋としての作用をいかに考慮するか以下に述べよう。部材  $i-j$  を考えコンクリートのクリープ・乾燥収縮によって P C 鋼材に生じる軸力を  $Z_{k+s}$  と表わす。コンクリートの変形自体が未知量であるから  $Z_{k+s}$  も当然未知量である。しかもコンクリートのひずみは部材内で一定でないので、 $Z_{k+s}$  も一定でなくなる。いま、クリープ・乾燥収縮終了後の状態を考えよう。

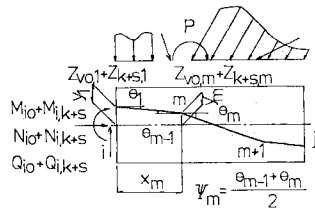


図-6 クリープ終了後の応力状態

P C 鋼材は同様に折れ線で近似する。ここでは、P C 鋼材が 1 本だけ配置された場合について述べるが、2 本以上の場合に拡張することは容易である。P C 鋼材の任意の折れ点  $m$  における曲げモーメント  $M_{b,m}$  と軸力  $N_{b,m}$  は次のように書ける。

$$\left. \begin{aligned} M_{b,m} &= M_{i0} + M_{i,k+s} - (Z_{v0,1} + Z_{k+s,1}) \cos \theta_1 \cdot y_1 \\ &\quad + \{ Q_{i0} + Q_{i,k+s} - (Z_{v0,1} + Z_{k+s,1}) \sin \theta_1 \} x_m \\ &\quad + (Z_{v0,m} + Z_{k+s,m}) \cos \psi_m \cdot y_m + M_{p,m} \\ N_{b,m} &= N_{i0} + N_{i,k+s} - (Z_{v0,1} + Z_{k+s,1}) \cos \theta_1 \\ &\quad + (Z_{v0,m} + Z_{k+s,m}) \cos \psi_m + N_{p,m} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

$M_{p,m}$ 、 $N_{p,m}$  は外荷重  $P$  による点  $m$  の曲げモーメントと軸力を表わしている。すでに述べたようにプレストレス力  $Z$  も外荷重の中に入れて考えてもよいのであ

るが、式 (34) ではそうはせずに独立して扱っている。さらに注意すべきことはプレストレス力が存在するとき、点  $m$  の左右で曲げモーメントおよび軸力は等しくないことである。しかしながら、この差は大きくないので左右の平均的な値を点  $m$  の値として用いる。具体的にはこれは式 (34) で点  $m$  における P C 鋼材の傾き角として左右の鋼材の傾き角の平均をとることで処理している (図-6)。厳密に点  $m$  の左右で異なる断面力を使用することも可能であるが、P C 鋼材を折れ線で近似していることもあり、実用的には以上の取り扱いで十分と考えられる。式 (34) で与えられた曲げモーメント  $M_{b,m}$  と軸力  $N_{b,m}$  を用いて、P C 鋼材位置のコンクリート応力  $\sigma_{b,m}$  は断面の重心軸と部材軸が一致している場合次のように書ける。

$$\sigma_{b,m} = \frac{M_{b,m}}{I_b} y_m + \frac{N_{b,m}}{A_b} = \sigma_{b0,m} + \sigma_{k+s,m} \dots \dots \dots (35)$$

ここで、 $I_b$ 、 $A_b$  はそれぞれ断面の二次モーメントと断面積である。また、 $\sigma_{b0,m}$  はクリープ開始前に存在していた応力であり  $\sigma_{k+s,m}$  はクリープ・乾燥収縮による応力の変化量である。式 (35) を式 (24) に代入することにより、次の式が得られる。

$$\epsilon_{k+s,m} = \frac{\sigma_{k+s,m}}{E_\varphi} + \frac{\sigma_{b0,m}}{E_\varphi} \eta + \frac{\epsilon_s}{\varphi} d\varphi \dots \dots \dots (36)$$

コンクリートひずみ  $\epsilon_{k+s,m}$  と P C 鋼材のひずみが等しいという条件より次式が成り立つ。

$$\frac{Z_{k+s,m}}{E_z \cdot A_z} = \epsilon_{k+s,m} = \frac{\sigma_{b0,m}}{E_\varphi} + \frac{\sigma_{b0,m}}{E_\varphi} \eta + \frac{\epsilon_s}{\varphi} d\varphi \dots \dots \dots (37)$$

ここで、 $E_z$ 、 $A_z$  はそれぞれ P C 鋼材の弾性係数と断面積である。式 (34)、(35)、(37) を用いれば  $m$  点における P C 鋼材の軸力の変化量  $Z_{k+s,m}$  を定める式が得られる。しかしながらこの式の中には  $M_{i,k+s}$ 、 $Q_{i,k+s}$ 、 $N_{i,k+s}$ 、 $Z_{k+s,1}$  などの未知量が含まれておりこの式から直接部材端  $i, j$  における等価節点力を求めることは一般にはきわめて困難である。そのため、ここでは再び次のような繰り返し計算法を用いる。まず第 1 回目の計算段階ではコンクリートのひずみ  $\epsilon_{k+s,m}$  をクリープ開始前に存在していた既知の応力  $\sigma_{b0,m}$  と乾燥収縮によるひずみのみから求める。これは式 (37) で  $\sigma_{k+s,m}$  を 0 と置くことであり、あるいは式 (34) で添字  $k+s$  のついた量をすべて 0 と仮定することである。このようにすれば  $Z_{k+s,m}$  は既知量となるので、プレストレス力の場合とまったく同様にして部材端  $i, j$  における等価節点力を求めることができる。このようにして行った第 1 回目の計算の結果として当初 0 と仮定した添字  $k+s$  のついた量の第 1 近似値が得られる。この第 1 近似値を用いて  $Z_{k+s,m}$  の値を計算し直し、第 2 回目の計算に入る。こ



のような繰返し計算を行えば  $Z_{k+s}$  は十分正確に求められる。 $Z_{k+s}$  の値が系全体の応力状態に及ぼす影響は一般に大きくないこともあって数回の繰返し計算を行えばよいものと考えられる。この場合も各計算段階で変化するのは荷重項のみであるから演算時間の増加はわずかである。なお以上の繰返し計算は先に述べた  $n$  回の繰返し計算の各計算段階ごとに行う必要がある。

上で述べた繰返し計算方法の考え方を簡単な例題で説明しよう。プレストレストコンクリート部材のプレストレス力の減少の問題である。プレストレス力  $Z_{v0}$  によって中心圧縮された状態を考える。クリープによるプレストレス力の減少を  $Z_{k+s}$  と書くと式 (37) から次式が得られる。

$$Z_{k+s} = -\frac{E_z \cdot A_z}{E_b \cdot A_b} \left\{ Z_{k+s} \left( 1 + \varphi_v + \frac{\varphi}{2} \right) + Z_{v0} \cdot \varphi \right\} \quad \dots\dots\dots (38)$$

この場合  $Z_{k+s}$  はそれほど大きくないのでクリープ係数  $\varphi$  は分割していない。いま、

$$\frac{E_z}{E_b} = 6, \quad \frac{A_z}{A_b} = 0.0146, \quad \varphi = 3, \quad \varphi_v = 0.4 \quad \dots (39)$$

の場合について上で述べた繰返し計算を行うと次の結果が得られる。

$$\left. \begin{aligned} Z_{k+s}^1 &= -6 \times 0.0146 \times \{0 + Z_{v0} \times 3\} \\ &= -0.2628 Z_{v0} \\ Z_{k+s}^2 &= -6 \times 0.0146 \times \{-0.2628 Z_{v0} \times 2.9 + Z_{v0} \times 3\} \\ &= -0.1960 Z_{v0} \\ Z_{k+s}^3 &= -6 \times 0.0146 \times \{-0.1960 Z_{v0} \times 2.9 + Z_{v0} \times 3\} \\ &= -0.2130 Z_{v0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (40)$$

いまの場合式 (38) から直接  $Z_{k+s}$  は計算できその値は、

$$Z_{k+s} = -0.2096 Z_{v0} \quad \dots\dots\dots (41)$$

である。式 (40) と式 (41) を比較すると第 1 回の計算で誤差は 25%, 第 2 回で 6%, 第 3 回では 2% と減少している。この例ではクリープによる応力の変化が 20% 程度でそれほど大きいとはいえないが、 $\varphi$  を  $n$  等分して解析を行う場合  $n$  を適当に選べば  $\Delta\varphi = \frac{\varphi}{n}$  に対する応力の変化は同程度かそれより小さくできる。したがって、PC 鋼材の影響を考慮するために行う繰返し計算の回数は一般に 3 もとれば十分と思われる。ただし、鉄筋比が高くなると収束が悪くなることに注意する必要がある。

### 5. 計算例

いままで述べてきた解析方法を例題に適用してみよう。図-7 に示すようなコンクリート斜張橋である。対称な構造であるので半分について図示している。中央径間の中央にはせん断のみを伝えるヒンジが設けられている。解析は 3 通りの方法で行った。1 つはクリープ式として Dischinger の式を用い、コンクリート部材内部の PC 鋼材を無視した場合である。他の 2 つは、クリープ式として提案式を用い PC 鋼材の影響を無視した場合と考慮した場合である。ただし、後者の場合 PC 鋼材のプレストレス力は 0 と置き、鉄筋としての作用のみを考慮している。荷重は自重のみを考えている。したがって荷重状態も対称となるので計算は半分の系で行っている。

骨組寸法、部材の断面定数、荷重強度、桁内部の PC 鋼材本数等は図-7 に示してある。桁内部の PC 鋼材は上フランジと下フランジ内に重心軸より一定の偏心量

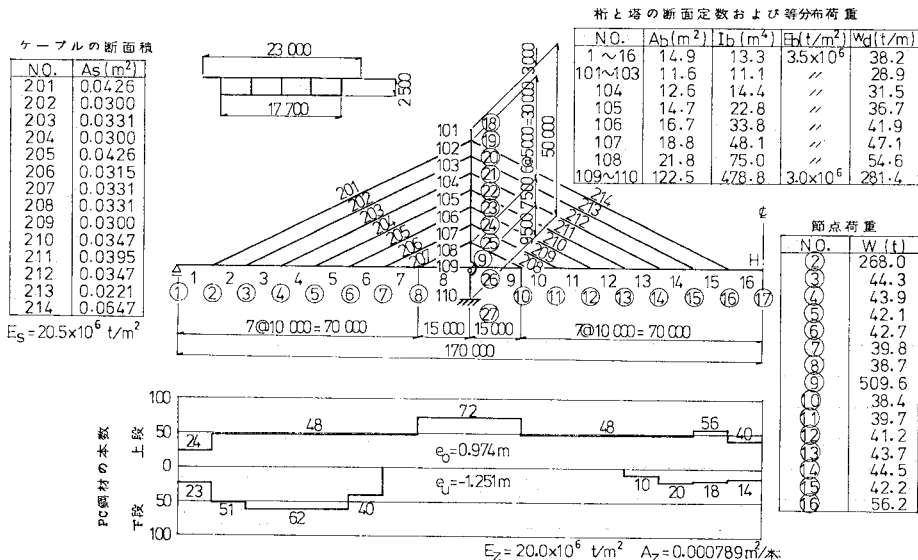


図-7 コンクリート斜張橋の骨組寸法、断面定数、荷重強度および PC 鋼材本数

$e_o, e_u$  をもって直線状に配置されている。なお、簡単のために桁の重心軸は骨組線と一致しているとす。ケーブルはクリープ・乾燥収縮の生じない鋼部材である。桁および塔はコンクリート部材であり、クリープ係数  $\phi$  乾燥収縮度  $\epsilon_s$  は全部材一定とする。提案式を適用する場合の遅れ弾性ひずみによる回復クリープ係数  $\phi_v$  も一定としそれぞれ次の値を用いる。

$$\begin{aligned} \phi &= 1.38 \\ \epsilon_s &= 10.35 \times 10^{-6} \\ \phi_v &= 0.4 \end{aligned}$$

計算はまず始めに通常の弾性解析を行い各部材の断面力を求め、次にこれを入力データとしてクリープ解析に進んでいる。クリープ解析の場合、節点荷重は部材の外に作用すると考えているので除外する必要がある。Dischinger の式あるいは提案式のいずれを用いる場合もクリープ係数  $\phi$  の分割数  $n$  は 3 としている。さらに PC

鋼材の影響を考慮するときには繰り返し計算の必要があるがこの繰り返し数も 3 とした。

さて以上のような条件のもとで行った計算結果を検討しよう。桁の軸力  $N$  および曲げモーメント  $M$ 、ケーブル張力  $T$ 、塔の軸力  $N_T$  および曲げモーメント  $M_T$ 、PC 鋼材の軸応力  $\sigma_{zo}, \sigma_{zu}$  を図-8 に示す。いずれの場合も細い実線が、クリープ・乾燥収縮開始前の値である。長い破線が Dischinger の式を用いた場合、太い実線および短い破線がそれぞれ提案式を用い PC 鋼材の影響を無視した場合と考慮した場合のクリープ・乾燥収縮終了後の値である。PC 鋼材の影響は桁の軸力以外では小さく、考慮した場合は無視した場合のものとほぼ一致している。

図からわかるようにクリープ・乾燥収縮による断面力の変化量はかなり大きい。Dischinger の式と提案式の相違も明瞭であり、Dischinger の式はクリープの影響を過大に評価していることが認められる。PC 鋼材の影響は前にも述べたように桁の軸力以外では小さい。PC 鋼材の応力自体はかなりの値になっている。

以上の計算は 1 つの例に過ぎず、これよりコンクリート斜張橋の一般的なクリープ性状を結論することはできない。さらに種々の構造形式あるいは荷重状態について検討する必要があるが、このような例題で本解析法の有用性は十分示得たと考えている。

### 6. あとがき

本論文では、コンクリート斜張橋のクリープ解析法について述べた。構造解析の手法として変形法を用いていること、遅れ弾性ひずみによる回復クリープを考慮していること、およびコンクリート部材内部に配置された PC 鋼材あるいは鉄筋の影響を考慮していることが本解析法の主たる特徴である。本論文では、解析方法およびその適用方法を述べるのが主であり、コンクリート斜張橋の一般的なクリープ性状についての検討は行っていない。種々の構造形式あるいは荷重状態について組織的な解析を行い、コンクリート斜張橋におけるクリープの影響を明らかにすることは今後の重要な課題である。また通常のコンクリート斜張橋では段階施工が行われるものと思われるが、このような場合に対する本解析法の適用方法を検討しておくことも重要である。

本解析法ではコンクリート部材のクリープ・乾燥収縮による変形状態をできるだけ正確にとらえ

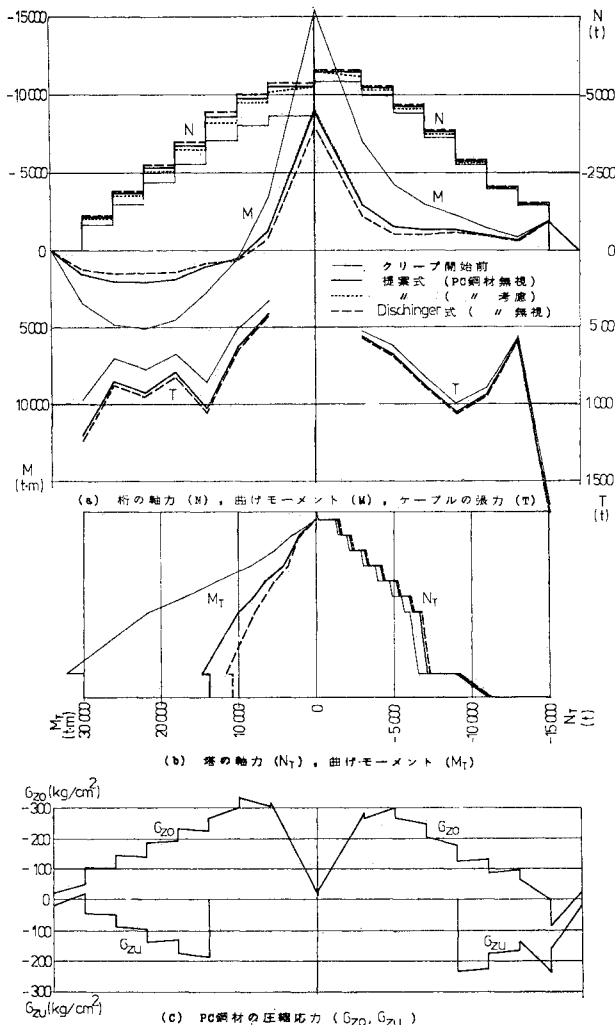


図-8 クリープによる断面力の変化

るように努めている。しかしながら、コンクリートの弾性係数は時間に関係なく一定としていることあるいは乾燥収縮はクリープと相似に生じるとしていることなどいづれにせよある仮定の上に立った解析方法である。さらに、解析に用いるクリープ係数、あるいは乾燥収縮度などの定数もある幅をもった値である。したがって実際の解析に際してはこれらのことを十分考慮し、全体として精度のつり合いがとれるように努めることが重要である。

本論文は、昭和 51 年度建設省土木研究所橋梁研究室(室長 佐伯彰一)の委託業務として新日本技研(株)が行ったものをもとにし加筆修正したものである。このような形で発表することを承諾された関係各位に深く感謝するものである。また最後になったが、5.で例題として取り上げたコンクリート斜張橋については日本道路公団東京第1建設局より寸法諸元、断面定数、荷重強度など資料の提供を受けた。ここに記して厚く感謝の意を表すものである。

#### 参 考 文 献

- 1) 土木学会鋼構造進歩調査委員会：斜張橋資料集成，1976.
- 2) Podolny, Jr., W. and J.B. Scalzi : Construction & Design of Cable-Stayed Bridges, John Wiley & Sons, 1976.
- 3) 橋梁と基礎：斜張橋支間順一覽表，Vol. 12, No. 8, 1978.
- 4) Simons, H., H. Wind und W.H. Moser : Die Brücke über den Maracaibo-See in Venezuela, Bauverlag, 1963.
- 5) Schambeck, H. : Bau der zweiten Mainbrücke der Farbwerke Hoechst AG—Konstruktion und Ausführung, Vorträge Betontag 1973, Deutscher Betonverein e.v.
- 6) Vanloenen, J.H. : Neue Möglichkeiten für Spannbetonbrücken am Beispiel der Schrägseilbrücke über den Waal, Vorträge Betontag 1973, Deutscher Betonverein e.v.
- 7) Panser, A. und K. Beschorner : Betrachtungen über Seilverspannte Massivbrücken, Ausgehend vom Bau der Schrägseilbrücken über den Donaukanal in Wien, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 11, 1976.
- 8) 斎藤和人：P C斜張橋，季刊カラム，No. 68, 1978.
- 9) Schambeck, H. : Brücken aus Spannbeton : Wirklichkeiten, Möglichkeiten, Bauingenieur 51, 1976.
- 10) 小西一郎・成瀬輝男・波田凱夫：最近の海外の斜張橋，橋梁と基礎，Vol. 12, No. 8, 1978.
- 11) 田島二郎：斜張橋に考える，橋梁と基礎，Vol. 12, No. 8, 1978.
- 12) 松本嘉司・小田純夫：コンクリート斜張橋について，セメントコンクリート，No. 379, 1978.
- 13) 佐藤浩一・則武邦具・鈴木万寿夫：万国博会場内 P C 斜張橋について，プレストレストコンクリート，Vol. 12, No. 3, 1970.
- 14) 浜田昌彦・鈴木寿紀・富田价彦・中上昌二郎：三保ダム松ヶ山橋の設計と施工，橋梁と基礎，Vol. 12, No. 8, 1978.
- 15) Bauer, F. : Einfluss von Schwinden und Kriechen auf Seilabgespannte Betonbalken, Vorbericht zum Symposium 1970 der I.V.B.H.
- 16) 荒川敏雄・佐藤素啓・渡辺 実：P C斜張橋のクリープについて，プレストレストコンクリート，Vol. 18, No. 4, 1976.
- 17) Meuzelaar, L.C. and D.R. Smit (斎藤・佐藤・渡辺抄訳)：P C斜張橋のクリープと乾燥収縮の現象，プレストレストコンクリート，Vol. 18, No. 6, 1976.
- 18) 富田价彦・森 伸樹・中島 武：P C斜張橋の一試設計，土木技術 32 卷 7 号，1977.
- 19) Leonhardt, F. : Spannbeton für die Praxis 3. Auflage, pp. 402~405, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1973.
- 20) Püsch, H., D. Jungwirth und H. Hilsdorf : Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 3, 4, 6, 1973.
- 21) Rüschi, H. und D. Jungwirth : Stahlbeton-Spannbeton Band 2, Werner Verlag, 1976.
- 22) 本間秀世・森田雄三：不静定 P C 構造物のクリープによる影響，プレストレストコンクリート，Vol. 19, No. 4, 1977.
- 23) Trost, H. und H.-J. Wolff : Zur wirklichkeitsnahen Ermittlung der Beanspruchungen in abschnittsweise hergestellten Spannbetontragwerken, Der Bauingenieur, Heft 5, 1970.
- 24) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 III コンクリート橋編，pp. 77~88, 1978.

(1979.2.2・受付)