

層流中を運動する球に働く揚力と抗力に関する実験的研究

EXPERIMENTAL STUDY OF LIFT AND DRAG ON SPHERES
MOVING IN A FREE-SURFACE POISEUILLE FLOW福 岡 捷 二*・佐 藤 郁 太 郎**・堀 康 次 郎***
By Shoji FUKUOKA, Ikutaro SATO and Kojiro HORI

1. 序 論

拘束されていない球体が、流体によって輸送されているときの球体に作用する流体力を見積ることは、流体力学的な興味のみならず、水工学的にも重要である。流砂を伴う水工学の諸問題の解明が遅れている原因の1つは、流体と固体粒子の相対運動に関する知識が十分でないためである。一般に、流体と固体粒子との相対運動は、両者の密度差に起因する。通常の流れであるせん断乱流中での相対運動は、乱流運動自身が十分に解明されていないため、理論的にも実験的にも取扱いが困難であるのが実状である。このため、乱流中の相対運動の直接的な研究を捨て、相対運動の基本的理解を得るため、単純化された条件下での球の運動に関する理論と実験が行われてきた¹⁾。それらの代表的なものとして、無限領域中の非常に遅い粘性流中の球に作用する抗力²⁾、遅い速度をもつ一様せん断流中を運動する球に作用する抗力と揚力³⁾、遅い粘性流体中を回転しながら運動する球に作用する抗力と揚力⁴⁾の理論的研究、粒子 Re 数が比較的大きな層流せん断流 ($10 < Re_a < 200$) 中の球に作用する抗力と揚力の実験的研究^{5)~7)} などがある。これらの研究の概略については、著者らの論文¹⁾ (以下に論文 I とよぶ) に述べられている。

流体と球との相対運動の様式は、次の5つに大別することができる。

- (i) 静止流体中で回転しながら静止している球
- (ii) 流れの中で回転せずに静止している球
- (iii) 流れの中で回転せずに運動している球
- (iv) 流れの中の速度勾配によって回転させられな

がら運動している球

- (v) 流れの中で球自身が回転しながら運動している球

球の回転が外から加えられたものか、流体運動によるものかによって流体が球からエネルギーを獲得したり、エネルギーを消費したりする。したがって、並進運動とともに、回転運動の発生機構の違いが相対運動に影響する。

(ii) については、論文 I で詳細に検討されている。すなわち、開水路層流中に吊るされた球の抗力、揚力に及ぼす固定境界 (底面)、変形境界 (水面)、流速分布の影響を明らかにし、静止球に作用する抗力と揚力の算定式を導いた。

(i), (v) は、球自身が回転することによって生ずるマグナス効果が流体力に及ぼす影響を及ぼすかという問題であり、水理学の分野ではそれほど一般的な問題でない。

本研究では、層流中で (iii), (iv) の運動状態にある球に作用する流体力を実測し、境界と流速分布の存在が流体力に及ぼす影響を及ぼすかを定量的に算定する。また、球のまわりの流れを可視化し、揚力、抗力の大きさと流況との関係を明らかにする。さらに、論文 I で得られた結果を含めて層流中を運動する球に作用する流体力の統一的な説明を試み、慣用的に用いられてきた従来の揚力、抗力の算定法の問題点を明確にする。

2. 実験装置と測定方法

(1) 実験装置

本研究の主たる目的は、せん断流中を球が非回転または回転しつつ運動する場合、境界の存在と流速分布が流体力に及ぼす影響を及ぼすかを調べることにある。したがって乱流変動に起因する影響を取り除いて検討する

* 正会員 Ph.D.・工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 沖繩開発庁技官 (研究当時, 東京工業大学技官)

*** 正会員 大阪ガス (株)

表-1 実験条件一覧

Run No.	球の運動状態	球径 d (cm)	勾配 i	水深 h (cm)	表面流速 u_{max} (cm/s)	温度 T (°C)	粘性係数 ν (cm ² /s)	実験内容
1	相対運動回転球	1.4	1/2 000	7.2	19.6	21.9	0.375	揚力・抗力および相対速度の測定
2	〃	1.4, 2.1	1/2 000	6.6	29.4	18.7	0.440	
3	〃	1.4, 2.1	1/1 000	8.2	18.0	16.8~15.9	0.392~0.414	
4	〃	2.9	1/800	7.1	16.9	13.5~12.4	0.484~0.520	
5	相対運動回転・非回転球	2.1	1/800	7.0	18.4	11.5~10.8	0.550~0.571	
6	〃	2.1	1/800	5.0	22.2	11.0~10.5	0.565~0.581	
7	相対運動回転球	2.1	1/800	6.5	19.5	11.6~11.2	0.545~0.558	
8	相対運動非回転球	1.6, 1.9, 2.1, 3.1	1/520	6.7	33.2	28.0~26.5	1.00~1.11	
9	〃	1.4, 1.6, 1.9, 2.1, 2.4, 3.1	1/300	5.6	28.7	19.0~16.4	1.73~1.97	
10	〃	1.4, 1.6, 1.9, 2.4, 3.1	1/860	7.2	28.4	19.0~17.6	1.19~1.29	
11	〃	1.4, 1.6, 1.9, 2.1, 3.1	1/890	7.1	26.7	17.9~15.9	1.21~1.34	
12	静止球	2.4	—	7.2	9.0	—	—	可視化把握による
13	〃	2.4	—	7.1	13.9	—	—	
14	〃	2.4	—	7.0	17.8	—	—	
15	相対運動非回転球	3.8	—	8.5	16.5	—	—	
16	相対運動回転球	3.8	—	6.5	19.5	—	—	

入し、実験時のグリセリン溶液中で適切な重量になるように調節する。回転球は、偏心しないように製作する必要がある。回転球の製作は、2つの方法によった。1つは、球の内部体積を知って球の中に入れる液体（グリセリン溶液）の比重を逆算して作る方法である。他の1つの方法は、非回転球（なるべく偏心の少ないもの）を作り、軽い部分の表面に少しずつ溶液を薄く塗って偏心をなくする方法である。非回転球、回転球とも球に十文字の線を記入しておき、回転しないことおよび回転数をそれぞれ調べた。

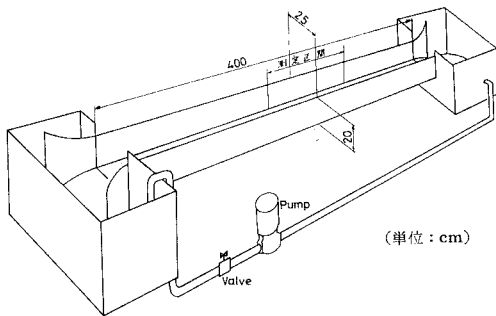


図-1 実験装置

のが望ましい。そこで液体としては粘性係数が異なる2種類のグリセリン溶液を用い実験は層流で行った。実験水路を図-1に示す。実験水路は長さ4m、幅0.25m、高さ0.20mの亚克力製循環式開水路である。測定は境界層が水面まで到達し、流れが等流とみなせる区間で行った。実験条件を表-1にまとめて示す。水路勾配は、1/300~1/2000に変化させた。グリセリン溶液は温度によって比重と動粘性係数が大きく変化する。比重は比重計、動粘性係数はオストワルド粘度計を用いてそれぞれ温度との関係を求めておき、実験時の温度を測定して求めた。大きな勾配の流れに対しては、大きな粘性係数のグリセリン溶液を、小さな勾配の流れに対しては、小さな粘性係数のグリセリン溶液が用いられた。

用いた球は市販の玉うきとピンポン玉である。玉うきは球とみなしうるもののみを用い、直径が1.4cmから3.1cmまで7種類であり、直径3.8cmのピンポン球は可視化のみに用いた。非回転球は、球の中心より下に重心をおくことによって次のようにして作製した。玉うき内部に脱脂綿を詰め、適当な比重の塩化亜鉛溶液を注

(2) 実験方法

a) 揚力、抗力の測定方法

図-2に示すように、等流中を等速運動している球には揚力 L と抗力 F が作用している。流路床勾配が小さいときには、力のつり合いより、

$$\text{揚力 } L = W \cos \theta \approx W \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{抗力 } F = W \sin \theta \approx W \tan \theta = W \cdot i \dots\dots\dots (2)$$

となる。

ここに、 W =球の液中重量、 $\theta = \tan^{-1} i$ である。等流状態の層流中を運動する球は、底面から一定高さを保って流下する。流路床勾配が小さい流れでは、球に作用する揚力と球のグリセリン中重量は、つり合っている。したがって、揚力は、球のグリセリン中重量を測定することによって式(1)より求めることができる。抗力は揚力の値を知って式(2)より求めることができる。

流速分布は測定区間中央の水路中心線上に垂直にタングステン線を張り、水素気泡法によって求めた。

揚力測定の実験手順を次に示す。

- ① 流速分布を撮影する。

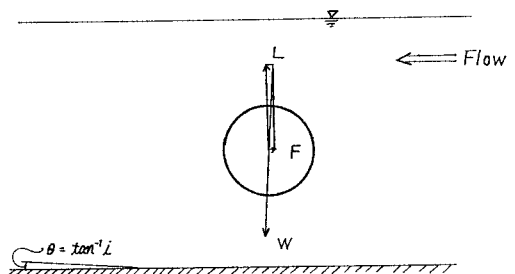
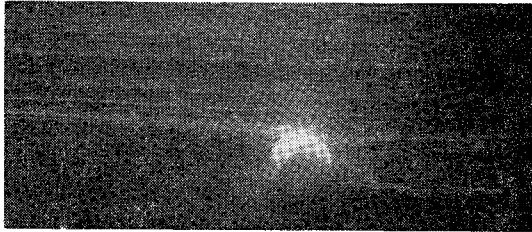
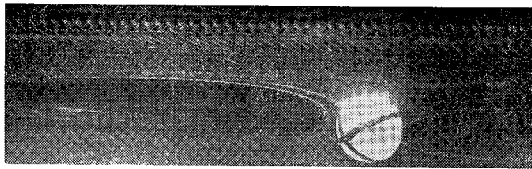


図-2 等流中を相対運動する球に作用する力

- ② 球を水路の最上流中央から静かに流し、球の液中重量が揚力とつり合って等速運動している状況を、ストロボを照射して 0.2 秒間隔に撮影を行う。この操作を 1 個の球について 5 回ずつ行う。
- ③ 撮影したときのグリセリン溶液の温度を測定し、実験終了後に、この温度での液中重量 (0.1 mg 重まで) を天秤により測定する。
- ④ 撮影した写真から流速分布、底面から球の中心までの高さ y 、球の移動速度 u_p を読みとる。



(a) $d=1.9\text{ cm}$



(b) $d=3.8\text{ cm}$

写真-1 相対運動している球のまわりの流況
(座標は球に固定)

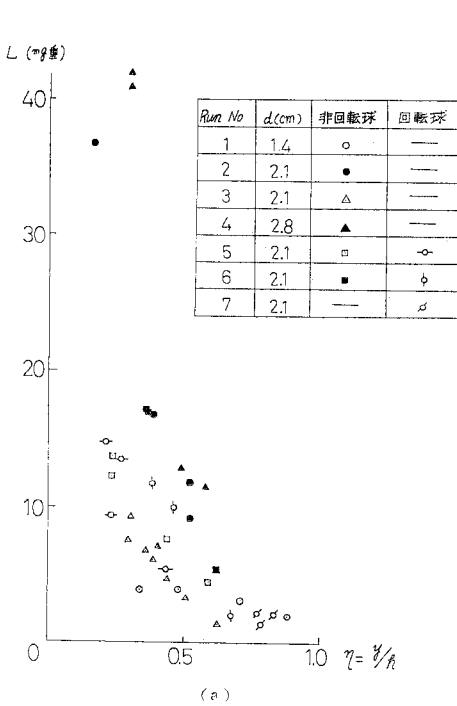
(3) 可視化法

球のまわりの流況の可視化には水素気泡法を用いた。この方法は、測定区間の中央線上に垂直に張ったタングステン線に数 mm 間隔に縞状にブロック状の水素気泡を発生させ、その中を球が運動していくときの水素気泡の変形過程を 8 mm cine camera と 35 mm camera で撮影しフィルム解析装置によって流線を求めるものである。球表面での剝離点の様子を調べるため、球に蛍光染料 (フローレッセイン溶液) を薄く塗り、表面から染料のはがれる様子を可視化した。撮影装置は、光源、スリット、カメラが球とともに動かせる構造で、追跡撮影が可能なものである。相対運動している 2 種類の球のまわりの流況を可視化したものを写真-1 (a), (b) に示す。

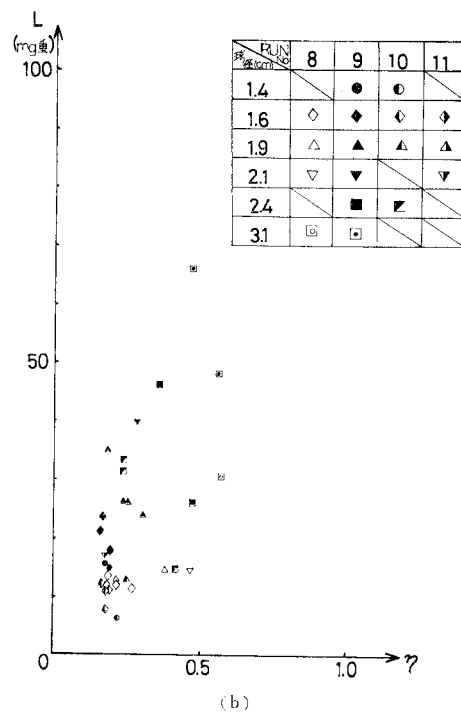
3. 実験結果と考察

(1) 揚力

実測した揚力と底面から球の中心までの距離 y を水深で除したもの ($\eta = \frac{y}{h}$) の関係を 図-3(a), (b) に示す。運動している球の揚力に比して値は 1 オーダー小さい。揚力の値は、小さいため同一径の球が種々の高さで揚力とつり合うように重量を調整することが困難である。したがっ



(a)



(b)

図-3 層流中を相対運動する球に作用する揚力

て、一連の実験数が必ずしも十分な数とはいえないものもあるが全体的にみると、揚力分布は球径ごとに決まった分布形をもっている。また、同一の水理条件、球径のもとでは、非回転球の揚力は回転球より大きいことがわかる。

(2) 相対速度

相対速度 du を球の中心での流速 u と球の速度 u_p の差として定義する。すなわち、 $du \equiv u - u_p$ である。流体中を運動している球に作用する流体力は、球とともに動く座標系でみたときの流体による動的な力として定義される。したがって勾配 i の等流中を流体より重い球が等速運動しているときには、流体よりも $(M-m)gi$ だけ大きな力を受けることになる。その結果、球は流体よりも大きな流下速度を獲得する。この相対速度は、密度差が大きいほど、勾配が大きいほど大となる。この球に作用する密度差に起因する力は抗力とつり合い、球は等速運動を持続する。エネルギー的には、液中重量 $W(=(M-m)g)$ をもつ球が、勾配 i の等流中を単位距離流れる間に重力の作用により、まわりの流体より $W \cdot i$ だけ大きなエネルギーを獲得する。この余分に獲得したエネルギーが、すべて放出されなければ、残りのエネルギーは、球の運動エネルギーへと変換される。このような状態が起これば、 u_p は無限に増大することになる。しかし、球が流体に仕事をなし余分に与えられたエネルギーを放出することによって球は等速運動している。

本実験の球は、まさしく上述の運動状態にあり、広く変化する水理条件、球径にわたって等速運動をなし、かつ流体よりも早く流下することが観察された。図-4 は種々の条件に対する球の移動速度の実測値を示す。実測によれば、 u_p は球径等によって系統的なばらつきはなく、流路床から球の中心位置までの相対高さ η の関数として、

$$u_p/u_{max} = a\eta^2 + b\eta + c$$

で表現できることを示している。定数 a, b, c は、最小二乗法によって決定する。上式が、水面で満たすべき条件は、 $\eta=1$ で $u_p/u_{max}=1$ である。すなわち、球が水面近くにあるためには、球径が極端に小さく、しかも流体との密度差がほとんど存在しないものでなければならない。このような球は、流体と相対速度をもたず、前述の条件を満足する。計算結果は、

$$\frac{u_p}{u_{max}} = -1.14 \eta^2 + 2.05 \eta + 0.09 \dots \dots \dots (3)$$

で与えられ、実測値とともに 図-4 に示されている。

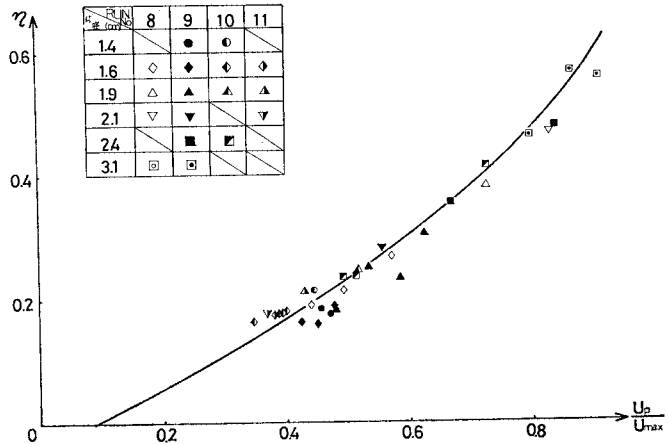


図-4 層流中の球の速度

二次元ポアズイユ流の流速は、

$$\frac{u}{u_{max}} = 2\eta - \eta^2 \dots \dots \dots (4)$$

と表わせるため、相対速度は、

$$\frac{du}{u_{max}} = 0.14 \eta^2 - 0.05 \eta - 0.09 \dots \dots \dots (5)$$

となる。本実験の範囲内では、 du は d または d/h の強い関数とはならず、式 (5) で十分表現できる。

球径が相対速度にほとんど関係しない理由として、次のように推論することができる。等流中を球が等速運動しているときには、流下方向にもそれと直角方向にも力はつり合っている。この状況では、球の速度(または、相対速度)は、流速分布等の運動学的諸量と球径等の幾何的諸量に支配され、特に、球径程度の大きさの範囲の流速分布が重要となる。ポアズイユ流れの場合には、流速分布の曲率は、

$$\frac{d^2u}{dy^2} = -2u_{max}/h^2 \dots \dots \dots (6)$$

で表わせ、 $2u_{max}/h^2$ の値があまり変化しなければ流速分布の曲率はほぼ一定となる。本実験では、この関係をほぼ満足している (Run 8~Run 11 に対し、 $1.1 < 2u_{max}/h^2 < 1.8$)。このような、流速分布の曲率が一定な流れの中で、力学的につり合って等速運動している球の速度(または、相対速度)には、球径の違いはほとんど影響しなくなる。しかし、層流中では、球径が無限小になると、相対速度がほぼ零になることを考えると、 du/u_{max} に d/h の影響が入ってこないのは物理的な厳密さを欠く。式 (3), (5) は本実験で用いられた程度の球径粒子に対して成立するものであると考えるべきであろう。さらに、広範囲な条件に対し、精度のよい測定を行い粒径の影響について検討する必要がある。

η の小さいところでは、回転球は非回転球に比して、小さな相対速度を示す。これは、後章の可視化実験から

も明らかのように、回転球では球が回転することによって球の前後の圧力が一様化の方向に向かい、そのため非回転球に比して抵抗が減じる。このため、球と流体との速度差（常に $u_p > u$ ）が小さくなる。しかし、 η が大きいところでは、球の回転数が小さく、相対速度も小さいために、両者の差異を言及するのは精度からいっても困難になる。

(3) 揚力係数

境界のある層流せん断流中を流下する球の揚力係数は相対速度 Δu を用いて、次のように定義する。

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho \Delta u^2 \pi d^2 / 4} \dots\dots\dots (7)$$

揚力係数 C_L は粒子レイノルズ数 $Re_d = \Delta u \cdot d / \nu$ 、水深と底面から球の中心までの距離の比 y/h 、球径と水深の比 d/h 、球中心位置での流体速度で無次元化された相対速度 $\Delta u/u$ の関数、

$$C_L = f_1(d/h, y/h, \Delta u/u, Re_d) \dots\dots\dots (8)$$

で表わせる。式 (4) の速度分布形を y で微分して相対高さを速度勾配の無次元形で表示すると³⁾、 C_L は、

$$C_L = f_2\left(d/h, \frac{du}{dy} \cdot \frac{d}{\Delta u}, \frac{\Delta u}{u}, Re_d\right) \dots\dots\dots (9)$$

で与えられる。

各無次元量間の関係を次式のように表現する。

$$C_L \propto \left| \frac{du}{dy} \cdot \frac{d}{\Delta u} \right|^\alpha \cdot \left(\frac{d}{h} \right)^\beta \cdot |Re_d|^\gamma$$

非回転球に対する実測値を用いて最小二乗法により指数 α, β, γ を定めると揚力係数は近似的に、

$$C_L = 1.22 \left| \frac{du}{dy} \cdot \frac{d}{\Delta u} \right| \frac{1}{Re_d} \dots\dots\dots (10)$$

で表現できる。

非回転球に対する式 (10) を 図-5 に示す。相対運動をしている回転球についても同様な関係を得ることができる。回転球の揚力係数は非回転球に比べて小さく、とりわけ η が大きいところほどその差は大きくなる。 η が小さいところでは、流れの速度勾配が大きく、 η が大きいところよりも回転数が多い。しかし、速度勾配が揚力の支配的要因となるため、回転による球のまわりの圧力

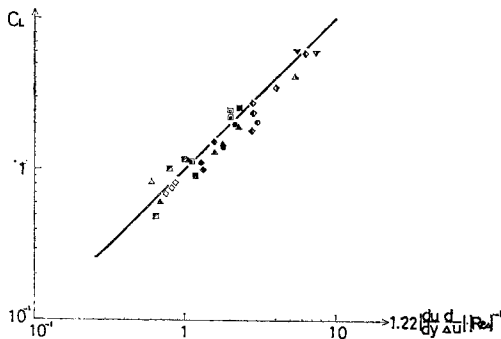


図-5 非回転球の揚力係数

分布の一様化による揚力減少分は小さい。したがって、非回転球と回転球の揚力係数の値の差は小さい。ところが、 η が大きいところでは速度勾配が小さいため、わずかの回転であっても両者の差が相対的に大きく現われることになる。

(4) 揚力の算定

前述したように、速度分布、相対速度、揚力係数について次式を得た。

$$\frac{u}{u_{max}} = \eta(2-\eta) \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\Delta u}{u_{max}} = 0.14 \eta^2 - 0.05 \eta - 0.09 \dots\dots\dots (5)$$

$$C_L = 1.22 \left| \frac{du}{dy} \cdot \frac{d}{\Delta u} \right| \cdot \frac{1}{Re_d} \dots\dots\dots (10)$$

式 (4), (5), (10) を式 (7) に代入すると、揚力について次式を得る。

$$L = C_L \frac{1}{2} \rho \Delta u^2 \frac{\pi}{4} d^2 = \mu \frac{u_{max}}{h} d^2 (1-\eta) = \frac{1}{2} \rho g h d^2 i (1-\eta) \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) は、流体の性質、水理量、球径、壁から球の中心までの距離を知らば揚力が求まることを示している。また、層流中の球の揚力が抗力と同様に速度の一乗則で表現できる。式 (11) を無次元化すると次式となる。

$$L / \left(\frac{1}{2} \rho g h d^2 i \right) = 1 - \eta \dots\dots\dots (12)$$

式 (11) と実測値の比較を 図-6 に示す。実測値の測定精度の範囲で揚力がほぼ式 (11) で表現できることがわかる。

(5) 抗力の算定

前述したように勾配の小さい等流中を運動する球の揚力は、同一条件のもとでは静止している球の揚力に比して1オーダー小さい。式 (2) で表わされるようにこの揚力に勾配を乗じたものが抗力となるので、運動球の抗

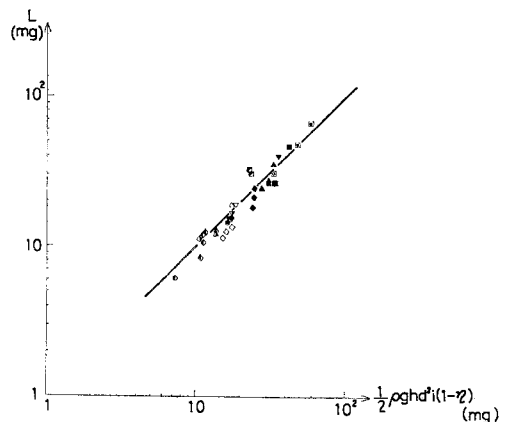


図-6 揚力の算定式と実測値の比較

力は静止球の抗力¹⁾に比較してその値はきわめて小さいものとなる事がわかる。

以上のことから、層流中を運動する球に働く揚力と抗力は、静止球の揚力、抗力、さらには一様流中の抗力と著しく異なることを知った。従来、相対運動する球の抗力の算定には、相対速度で表わしたレイノルズ数 Re を用い、一様流中の静止球の抗力係数の値を準用することが多かったが、この方法による抗力の算定は正しくない。当然、せん断流中の静止球の揚力・抗力の準用も、静止球と運動球では、後述するように球のまわりの圧力分布が大きく異なることから、流体力の大きさも異なり正しい値を与えない。

(f) 球のまわりの流況の可視化

a) 静止している球

本節では、静止球のまわりの流れを可視化し、論文 I の実験結果に実証的な説明を与え、さらに、運動している球のまわりの流況と比較することによって、流体力の違いが生じる原因を明らかにする。

球は、論文 I で用いた方法と同様に下から細いつり糸で支持した。実験は、3条件 (Run 12, Run 13, Run 14) について、おのおの球の静止位置を5段階変化させて可視化し、側面から撮影した。同時に、水面に写した格子模様を、球の存在によって変形する状況を下流斜め

上方から撮影した。結果の一例 (Run 12) を写真-2 に示す。一連の可視化実験から次のことがいえる。

$\eta=0.26$
 $Re=27$ η が小さいところでは、せん断流中においても、流線はほぼ上下、左右対称であるが、 η が大きくなるにつれて非対称性が強くなる。最も非対称な状態の流況を図-7 に模式的に示す。上流側の激み点 A は、 η が大きくなってもほぼ球の中心位置にある。 η の増大によって球の中心の流速で定義したレイノルズ数 Re_c が大きくなると、一様流中の球のまわりの流れと同様に下流側剥離点 B, C がそれぞれ上側、下側に移り、剥離領域が大きくなる。特に下側剥離点 C 近傍の流線は Re_c が大きくなるにつれて、球に沿ってかなり上まで引き上げられる。 Re_c がある値以上になると、一度球からはがれた流線が再び球近くに戻される (図-7)。剥離の成因は、次のように説明することができる。 Re_c 数が増すと、流れは球の下側 C で剥離するようになる。ところが (I) ゾーンの圧力は球の上剥離点付近の圧力に比べて高くなるために、球の下側で剥離した流線は再び球の近傍まで押し戻される。(II) ゾーンはこのようにして形成された剥離領域とみなせる。写真-2 からわかるように、(II) ゾーンが生じる位置は ($\eta=$

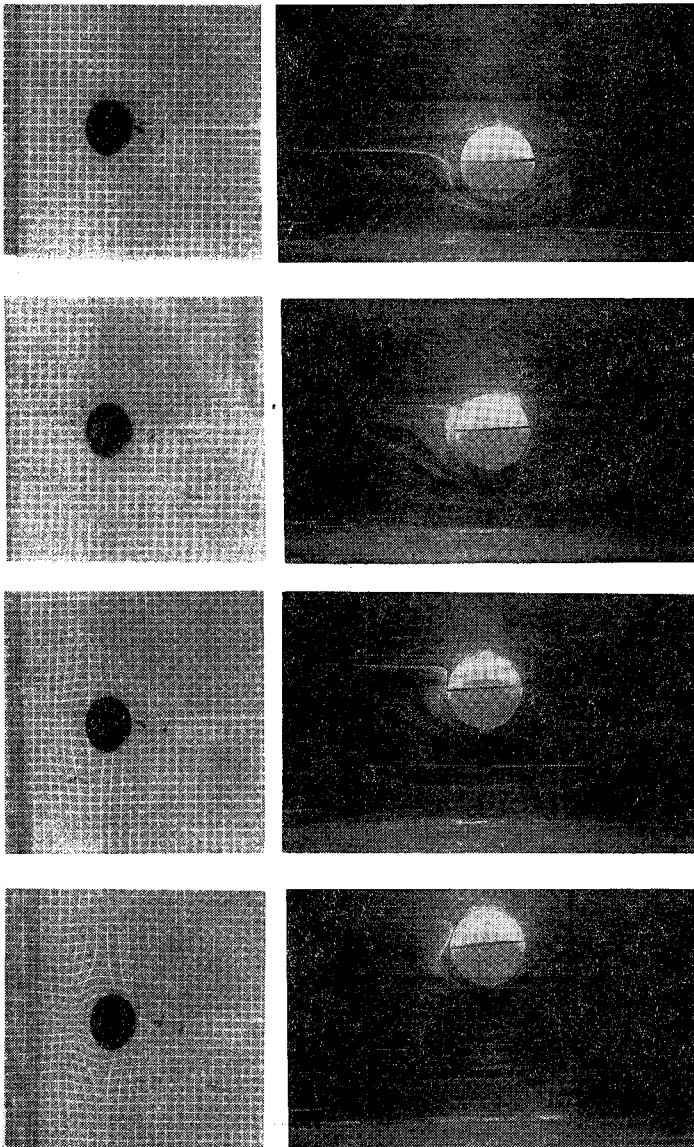


写真-2 静止球のまわりの流況と水面の変形

0.40), 水面の変形が生じるのとほぼ同時である. 論文 I で, $R_e = \frac{\bar{u}h}{\nu}$ が 100~200 の流れでは, 球が $\eta \geq 0.4$ の位置にあるとき水面が変形し始め, 静止球に負の揚力が作用することを見出した. しかし, 球のまわりの流況からは負の揚力が生じる原因を考察していなかった. 写真-2 からわかるように, 水面の変形, すなわち負の揚

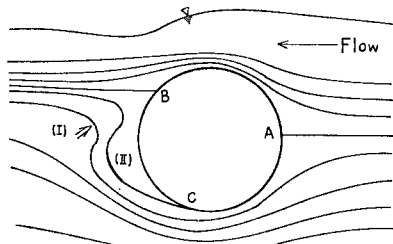
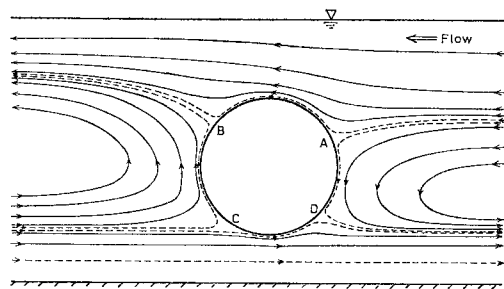
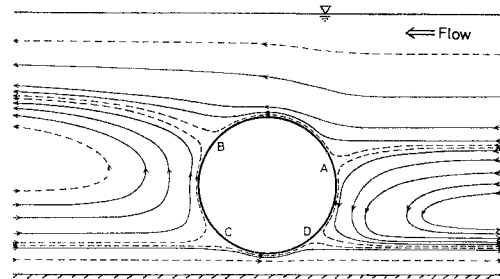


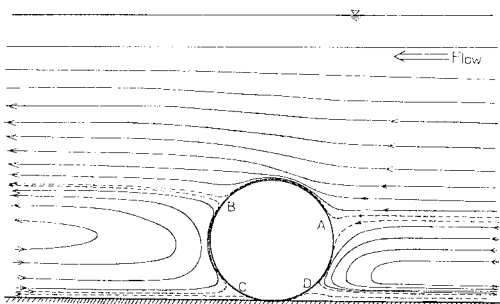
図-7 静止球のまわりの流況の模式図



(a) 非回転球, Run 15, $\eta = 0.44$



(b) 非回転球, Run 15, $\eta = 0.34$



(c) 非回転球, Run 15, $\eta = 0.22$

図-8 層流中を相対運動する非回転球のまわりの流況 (座標は球に固定)

力の発生と (II) ゾーンの発生がほぼ同時であり, この領域の圧力が (II) ゾーンがない場合に比して低くなるため下向きの力が生じると考えられる.

Run 13, Run 14 についても, 流況は Run 12 とほぼ同様であるが, 流れの速度勾配が大きくなるために球のまわりの流況が変化し, 圧力分布がかわる. このため激み点 A の位置は, Run 12 より若干上に移る. また, 水面の変形に伴う負の揚力の現われる η は小さくなる.

b) 運動している非回転球

図-8 (a),(b),(c) は, ブロック状に放出された水素気泡で可視化した流況を球とともに移動させた 8 mm cine camera で撮影し, フィルム解析装置を用いて流線を図示したもので, 写真-1 (b) と同じものである. 図中の破線は, 可視化からは明確に確認できなかった領域の想像流線である. 点 A, C は激み点, 点 B, D は剝離点である. 運動球のまわりの流況が静止球のそれと明確に異なる点は, 運動球では球の上流側と下流側に, wake 領域が現われることである. これは, 図-9 に示すように, 運動している球のまわりの流れは, 球の運動に相対的にみると球のほぼ上半部では流体は球の移動速度よりも早く下流側に流れ, 球のほぼ下半部では, 逆に上流側に流れるためである. wake の規模は, 相対速度 $|du|$ で表わした R_{ed} 数によって支配される. η の値が大きくなるにつれて, 流れの速度勾配が小さくなり, $|du|$ は小さくなる. したがって, R_{ed} は, η とともに小さくなる. η が増しても, 激み点 A, C の位置には, ほとんど変化は認められないが, 剝離点 B は下方に, D は上方に移動する. このため, η の増大とともに wake の大きさは小さくなる. したがって, 抗力の大きさも小さくになると考えられる. また, いずれの η に関しても, 上下流に形成される wake は, ほぼ対称形をなし, かつ球の中心を通る線の前後, 上下に対しても流線の非対称性は小さい. 一方, 静止球の流線は, 写真-2 から明らかなようにきわめて非対称となっている. したがって, 運動球の抗力, 揚力は静止球の抗力, 揚力に比してかなり小さくなっていると考えられる. このことは,

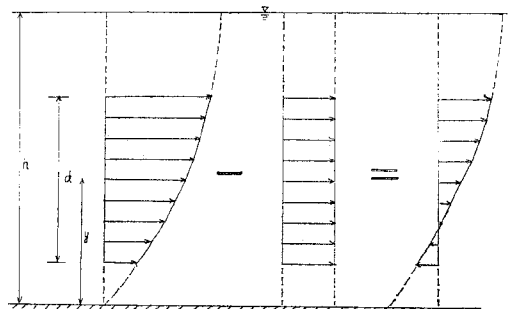
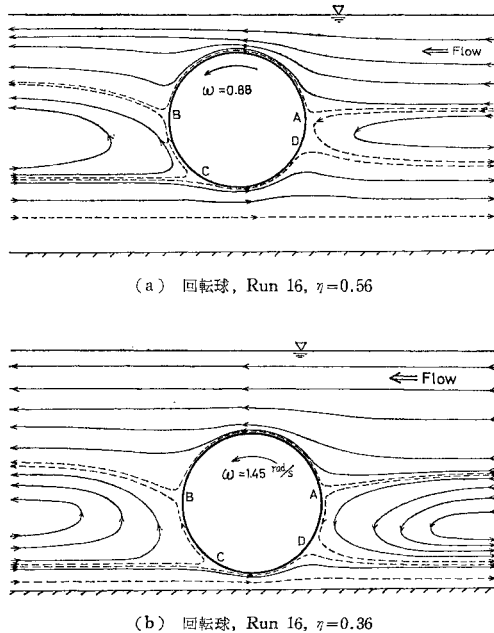


図-9 球の移動速度にのった系からみた速度場



図—10 層流中を相対運動する回転球のまわりの流況（座標は球に固定）

3. (5) で述べた抗力に関する考察および図—3 の揚力の分布結果に一致する。

図—8(c) は、球が底面をすべる場合であり、(a), (b) に比べて、底面との摩擦のために du が大きくなり、球の前後の wake の対称性がくずれて流体力が増したことを示している。

図—3 から明らかなように、相対運動をしている球の揚力は静止球と異なり、常に正の値であり、負の揚力の原因である水面の変形および下流部の剝離領域は観測されない。これは、静止球に比して相対速度 du が十分小さいためである。

e) 相対運動している回転球

相対運動している回転球のまわりの流況を 図—10 (a), (b) に示す。回転球のまわりの流況は、非回転球とは異なる。すなわち、球のすぐ近傍では、球の回転によって引き起こされる流れの方向と wake 中の流れの方向が異なるために、激み点は非回転球のように球の表面にはなく、流体中に現われることになる。球の回転は、それぞれの wake zone に wake zone の反対側より流体を送り込み、その結果、回転がない場合に比して、球の前後の圧力は、一様化の方向に進む。このために wake zone は、狭くなっている。また、wake zone は、 η が増大するほど小さくなっている。以上のことは、回転球では非回転球よりも流体力が小さいことを示している。なお、本実験の範囲では、球の角速度は渦度の式 $\xi = \frac{1}{2} \frac{du}{dy}$ から求めたものに近い値を示す。

4. 結 論

壁面と速度勾配が存在する開水路ポアズイユ流中を流体とともに運動する球に作用する揚力を実測し、同時に、球のまわりの流れを可視化することによって、揚力、抗力の大きさと球のまわりの流況の関連づけを行った。静止している球の負の揚力の発生原因についても可視化によって明らかにした。

本研究で得られた主要な結論は、次のとおりである。

(1) 開水路ポアズイユ流中を運動している球に働く揚力は、 η が大きくなると単調に減少する。その大きさは、静止球と異なり、常に正の値をもつ。また、流れの速度勾配によって回転させられた球の揚力は、回転しない球に比べて小さい。

(2) 流体とともに運動している非回転球の相対速度 du は、次式で近似できる。

$$\frac{du}{u_{\max}} = 0.14 \eta^2 - 0.05 \eta - 0.09$$

回転球の相対速度は、非回転球に比べて η が小さいところで若干小さい。

(3) 非回転球の揚力係数は、

$$C_L = 1.22 \left| \frac{du}{dy} \frac{d}{du} \right| \frac{1}{Re_d}$$

で近似できる。

(4) 非回転球の揚力は、次式で算定することができる。

$$L = \mu \frac{u_{\max}}{h} d^2 (1 - \eta) = \frac{1}{2} \rho g h d^2 i (1 - \eta)$$

すなわち、ポアズイユ流中を運動する球の揚力は、次の4つの情報を与えると一意的に決定できる。

- ① 流体の性質
- ② 水理量（水深，最大流速または勾配）
- ③ 球径
- ④ 壁から球中心までの高さ ($\eta = y/h$)

回転球の揚力は、上式で与えられる値よりも若干小さくなる。

(5) 勾配の小さい等流中を等速運動する球の抗力は、

$$F = L \cdot i$$

で与えられる。この値は静止球の抗力に比して十分小さい。

(6) 静止球で負の揚力が生じる原因は、水面の変形とほぼ同時に形成されている球の下流側下部の剝離域と密接な関連がある。

(7) 層流中を運動する球は、球の前後にほぼ対称な wake zone をもち、 η が大きくなるとそれらの wake zone は小さくなる。回転球では、回転のために圧力が

一様化の方向に向かうために、非回転球よりもさらに wake zone は狭くなり、抗力・揚力が減じる。このことは、揚力の実測によっても確認された。

(8) 層流中を運動する球の抗力や揚力の従来の算定法は、静止球について得られた抗力係数、揚力係数を準用していたが、この方法は正しくないことが明らかになった。

最後に、本研究を遂行するにあたって熱心に協力された本学卒業生 宮間俊一君（現在・運輸省勤務）に感謝いたします。また、本研究の一部は、文部省科学研究費（一般研究（B））の補助を受けた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 福岡捷二・石田 貴・逸目英正：自由表面をもつ層流せん断流中の球に働く抗力と揚力，土木学会論文報告集，第 271 号，1978 年。
- 2) Goldstein, S. : Modern developments in fluid dynamics, Vol. 2, Dover, 1965.
- 3) Saffman, P.G. : The lift on a small sphere in a slow shear flow, J. Fluid Mech., Vol. 22, Part 2, 1965.
- 4) Rubinow, S.I. and J.B. Keller : The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid, J. Fluid Mech., Vol. 11, 1961.
- 5) Fayon, A.M. and J. Happel : Effect of a cylindrical boundary on a fixed rigid sphere in a moving viscous fluid, A.I.Ch.E. Journals, Vol. 6, No. 1, 1960.
- 6) Young, D.F. : Drag and lift on spheres within cylindrical tubes, J. of Hydraulics Div., Proc. ASCE, HY 6, 1960.
- 7) Eichhorn, R. and S. Small : Experiments on the lift and drag of spheres suspended in a poiseuille flow, J. Fluid Mech., Vol. 20, 1964.
- 8) 福岡捷二・佐藤郁太郎：開水路層流中を運動する球のまわりの流れの可視化，第6回可視化シンポジウム，1978。

(1979.4.16・受付)