

成層化した二次元貯水池中で分岐する密度流の解析的研究

ANALYTICAL STUDY ON DENSITY CURRENTS BIFURCATING
IN A TWO DIMENSIONAL STRATIFIED RESERVOIR

福岡 捷二*・福嶋 祐介**

By Shoji FUKUOKA and Yusuke FUKUSHIMA

1. 序 論

近年、貯水池における濁水の長期化現象が社会的問題となり、その早期解決が望まれている。洪水時に高濁度の河川水が貯水池に流入すると、流入濁水は密度流となって貯水池内を流动する。このとき、貯水池が混合型の場合と、成層型の場合とでは、貯水池内の濁質の挙動は異なる^{1)~4)}。混合型貯水池では、流入濁水は流路床に沿って流下し下層密度流を形成する。一方、成層型貯水池では、流入濁水が広い密度分布をもつときに図-1のように密度躍層面で濁水の分岐が生じ、中層密度流と下層密度流を形成する。流入濁水が底面を離れ、中層密度流となると、濁水に働く重力の効果が弱まるため先端移動速度が減じ濁水の停滞が顕著となる。

したがって、濁水の長期化を防止し制御するうえで、成層型貯水池内の濁水の流动を予測することの意義は大きい。つまり、濁水の分岐位置と分岐後の濁水の移動速度を知ることにより、高濁度水層の選択的放水が可能となる。

従来、密度流に関する研究の多くは、上層、中層、下層密度流についてそれぞれ独立に流速分布、密度分布等が検討されてきた。しかし、成層型貯水池に広い密度分布をもつ濁水が流入するときには、環境水との相対的な密度分布によって中層密度流と下層密度流に分岐が生ずる場合がある。このときには、それぞれの密度流先端部

の移動速度、濁水厚さの流下方向変化等は、従来の研究成果では十分な予測はできず、全体を1つの密度流現象とする立場からの研究が必要となる。これまで著者ら¹⁾は、上述の目的をもって下層密度流先端部の運動について検討を行い、先端部内の運動特性、先端部形状、流速分布、密度分布等を明らかにした。また先端部に対して非定常運動量方程式と連続式をたて、移動速度と先端部最大高さの時間変化を理論的に導き、実験結果を説明してきた。著者ら^{2), 3)}は、別の論文で密度躍層をもつ貯水池に流入する濁水の流动形態を実験的に調べ、躍層に到達した濁水の流动形態、分岐後の流量配分、中層密度流の流速分布と密度分布、先端部形状、先端移動速度等についても明らかにした。

本論文では、これまでの研究成果^{1)~3)}を基礎として成層化した貯水池に流入する濁水密度流を理論的に考察する。すなわち、躍層面での濁水の流动と分岐機構、中層密度流の流动特性等、実験結果を積極的に取り込み貯水池密度流のモデル化を行う。導いた理論モデルを実測結果と比較することにより、その適合性を検討する。

2. 貯水池密度流の解析

(1) 解析法の概要

密度躍層面をもつ貯水池に濁水が流入するとき形成される密度流を図-1に示す。上流端から流入した濁水は、plunging 部で周囲水と激しく希釈混合された結果それ自身が広い密度分布をもつようになる。このような濁水が躍層に到達すると、濁水の密度と環境水の密度の相対的な大小関係により、次の3通りの流动形態が現われる^{2), 3)}。

- i) 流入濁水の最大密度が躍層の下層流体の密度と等しいか、これより小さい場合、す

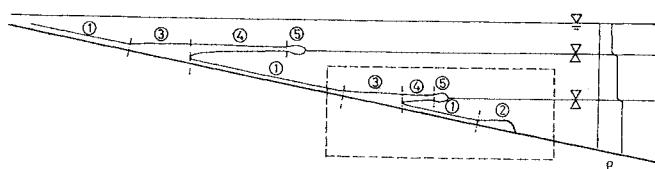


図-1 分岐を伴う貯水池密度流

* 正会員 Ph. D. 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 東京工業大学 工学部土木工学科助手

べての濁水が中層密度流を形成する (type I).

ii) 流入濁水の最大密度が下層流体の密度より大きく、密度分布をもつ場合、流入濁水は、中層密度流と下層密度流とに分岐する (type II).

iii) 流入濁水が環境水よりも重い（または軽い）場合には下層（または上層）密度流を形成する (type III).

type I, III は、分岐をも伴う type II の流動形態のうちの一部分と考えられ、分岐を伴う type II の密度流を解析すれば、type I, III もその中に含まれることになる。したがって、ここでは type II の密度流を解析する。

図-2 は、貯水池内の濁水の運動のフローチャートを示す。流入濁水は、plunging 部で希釈混合された後斜面に沿って進入し下層密度流を形成する。下層密度流先端部が密度躍層面に到達すると躍層の下層流体から進行方向と逆向きの圧力を受けるため、移動速度が減ずるとともに先端形状が変形し前面がほぼ垂直に立ち上がる。さらに濁水が進入すると、濁水自身が密度分布をもつため、躍層の下層流体の密度より小さい濁水

と、これより大きい濁水とに分岐する。分岐した濁水は躍層に沿って進入する中層密度流と斜面に沿って進行する下層密度流となる。下層密度流先端部が次の躍層に到達すると再び同様なプロセスが繰返される。

貯水池内の密度流の本質を損なわない範囲で現象を単純化し解析する。濁水の運動を図-1 の 5 つの領域に分けて考える。すなわち、

- ① 下層密度流等流部
- ② 下層密度流先端部
- ③ 中層密度流と下層密度流の分岐部
- ④ 中層密度流上流部
- ⑤ 中層密度流先端部

である。ここで、以下に用いる記号の説明を行う。濁水厚を δ 、流速あるいは先端移動速度を u 、周囲水と濁水の密度差を $\Delta\rho$ とし、下層流には添字 u 、中層流には添字 i を付す。さらに、各先端部および分岐部の諸量には添字 h, b を付し、平均量を m 、初期値、あるいは境界値を 0 で表わす。たとえば $\Delta\rho_{uhm}$ は下層密度流先端部

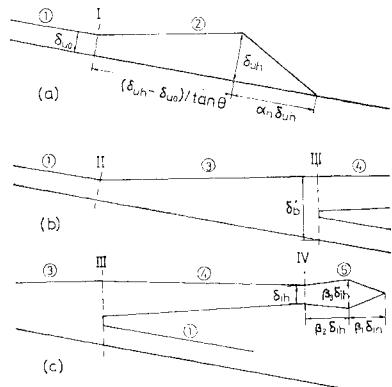


図-3 各領域の形状

の平均密度差 $\Delta\rho_{uhm}$ の $t=t_0$ での値であることを示す。新たな記号はそのつど説明を加えることとする。

著者らの実験^{1)~3)}によれば、各部の形状は近似的に図-3 のように表わすことができる。

- i) 下層密度流先端部(②)は前面の相似な三角形部分と等流部(①)に続く水平な内部境界面をもつ台形部分からなる。
- ii) 分岐部(③)の位置および濁水厚は時間的に変化せず、内部境界面は水平である。
- iii) 中層密度流の先端部形状は相似形を保ち、上流部(④)と先端部(⑤)を分ける検査面IVの濁水厚が求めれば先端形状が決まる。

以上の近似のもとに、下層密度流先端部、中層密度流と下層密度流の分岐部、中層密度流上流部、中層密度流先端部を記述する基礎方程式を導く。躍層と躍層が十分離れている場合には、それぞれの躍層における濁水の運動は互いに影響を及ぼさない。したがって、この場合には図-1 の破線で囲んだ部分の濁水の運動を記述できればよい。躍層が複数存在する場合の濁水の運動は 1 つの躍層における濁水の運動をいくつか組合せることにより表現できる。

(2) 下層密度流先端部

著者ら⁴⁾は、下層密度流先端部の運動を理論的に取扱い、先端移動速度と最大濁水厚さの予測式を提案した。さらに、理論による予測値を実験値と比較した結果、理論式が先端移動速度と最大濁水厚の時間的(距離的)変化をよく説明することを確かめている。上記の解析では、一様密度流体中を運動する濁水の先端部を取扱うため、近似的に等流部と先端部の密度を等しくとり、かつ密度分布を一様であるとした。しかし、分岐を伴う密度流では、濁水自身が非一様な密度分布をもつことが不可欠であり、したがって、先端部内の密度分布を知る必要がある。本節では、従来の解析法を基礎として、下層密

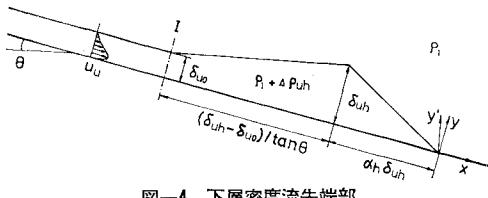


図-4 下層密度流先端部

度流先端部の密度変化を考慮した解析を行う。

理論解析には、下層密度流先端部とともに移動する座標系を用い、以下の仮定をおく。

i) 下層密度流は、2つの領域、先端部と等流部に分けられる。

ii) 先端部形状は、図-4に示すように最先端部の相似な三角形部分とそれに続く水平な内部境界面をもつ台形部分からなる。これは実測から定めたもので、三角形部分の長さと濁水の最大厚さ δ_{uh} との比 α_h は約 1.8 である。このとき、単位幅当たりの先端部の体積 V_{uh} は、

$$V_{uh} = (\delta_{uh}^2 - \delta_{u0}^2) / 2 \tan \theta + \frac{1}{2} \alpha_h \delta_{uh}^2 \dots \dots \dots (1)$$

となる。ここで、 δ_{u0} は等流部の濁水厚、 $\tan \theta$ は流路勾配である。

iii) 先端部境界面からの周開水の混入は無視し、先端部内の密度分布は直線分布をなすと仮定する。すなわち、 y' 軸を鉛直方向にとり、 y' 座標からみた濁水厚を δ' 、先端部内の平均密度差を $\Delta\rho_{uhm}$ とすれば、密度分布は、

$$\Delta\rho_{uh} = \Delta\rho_{uhm} \left\{ 1 - \beta_u \left(\frac{y'}{\delta'} - \frac{1}{2} \right) \right\} \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここで、 β_u は密度勾配を表わす係数である。

iv) 先端部内の流速は先端移動速度 u_{uh} と等しく一樣である。

v) 先端部に働く圧力は静水圧分布をなす。

vi) 先端部の運動に伴う全抵抗を次式で表わす。

$$F_{Du} = C_{Du} \frac{1}{2} \rho_u u_{uh}^2 \delta_{uh} \dots \dots \dots (3)$$

先端部に対する質量保存式を得るために、検査面 I の流速分布と密度分布に依存する密度フラックスを求める必要がある。実験によれば^{1), 3)} 等流部の流速分布と密度分布はそれぞれ相似形を保ち、次のように与えられる。

$$u_u = u_{u \max} f(y/\delta_{u0}) \dots \dots \dots (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta\rho_u &= \Delta\rho_{u \max} \exp\left(-\alpha \frac{y}{\delta_{u0}}\right) \\ &= \Delta\rho_{um} \frac{\alpha}{1-e^{-\alpha}} \exp\left(-\alpha \frac{y}{\delta_{u0}}\right) \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 $u_{u \max}$ は等流部の最大流速、 $f(y/\delta_{u0})$ は流速分布を表わす関数で実測^{1), 3)}により定めた。この関数形を図-5に示す。 $\Delta\rho_{u \max}$ 、 $\Delta\rho_{um}$ は等流部の最大密度差と平均密度差である。密度分布の実験値^{1), 3)}より式(5)

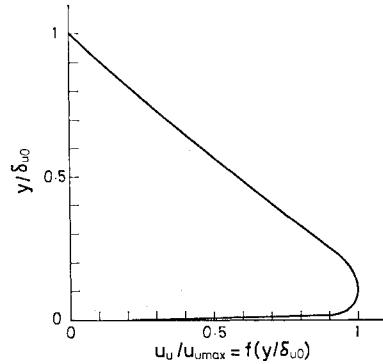


図-5 等流部の流速分布

の無次元係数 α を定めると $\alpha \approx 2.5$ となるので、この値を採用する。このとき、先端部に流入する密度フラックスは、

$$\int_0^{\delta_{uh}} \Delta\rho_u (u_u - u_{uh}) dy = \Delta\rho_{uhm} (\alpha_2 u_{u \max} - u_{uh}) \delta_{uh} \dots \dots \dots$$

となる。ここで、 α_2 は流速分布式(4)と密度分布式(5)の積を積分して得られる定数

$$\alpha_2 = \int_0^1 \frac{\alpha}{1-e^{-\alpha}} \exp\left(-\alpha \frac{y}{\delta_{u0}}\right) f\left(\frac{y}{\delta_{u0}}\right) d\left(\frac{y}{\delta_{u0}}\right) \dots \dots \dots (6)$$

であり、分布形に実測値を用いると、 $\alpha_2 = 0.71$ となる。

先端部における密度差による質量の総和は、 $\Delta\rho_{uhm} \cdot V_{uh}$ であるから、先端部に対する質量保存式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt} \Delta\rho_{uhm} V_{uh} = \Delta\rho_{uhm} (\alpha_2 u_{u \max} - u_{uh}) \delta_{uh} \dots \dots \dots (7)$$

次に、先端部に対する連続式を求める。先端部の内部境界面からの混合は無視しているので、先端部の体積の増加は、検査面 I から流入する濁水量と等しい。したがって、連続方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\delta_{uh}^2 - \delta_{u0}^2}{2 \tan \theta} + \frac{1}{2} \alpha_h \delta_{uh}^2 \right\} \\ = (\alpha_1 u_{u \max} - u_{uh}) \delta_{uh} \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

となる。ここで、 α_1 は等流部の平均流速と最大流速との比であり式(4)を積分することにより求められる。

$$\alpha_1 = \int_0^1 f(y/\delta_{u0}) d(y/\delta_{u0}) \approx 0.56 \dots \dots \dots (9)$$

運動量方程式をたてるには、先端部に設定した検査面上に働く力をすべて見積る必要がある。先端部に働く力は、(1) 周開水との密度差による圧力の増加分、(2) 密度差による重力の斜面方向成分、(3) 検査面 I を通じて先端部に流入する運動量、(4) 先端部に働く全抵抗である。次にこれらの外力を順に考える。

(1) 検査面 I 以外の内部境界面から先端部に働く密度差に起因する圧力の流下方向成分は零である。検査面 I に働く静水圧の流下方向成分は、

$$\frac{1}{\alpha} 4\rho_{uhm} g \delta_{u0}^2 \cos \theta$$

となる。

(2) 先端部の単位幅当りの体積 V_{uh} と先端部の平均密度差 $4\rho_{uhm}$ から、密度差に起因する重力の流下方向成分は、

$$4\rho_{uhm} V_{uh} g \sin \theta$$

となる。

(3) 先端部内の流速は u_{uh} で一定と考えている。したがって検査面 Iにおいて、運動量は $\rho_1 u_u$ から $\rho_1 u_{uh}$ に変化することになる。これから、検査面 Iを通じて等流部から先端部に流入する運動量は次のようにある。

$$\int_0^{\delta_{u0}} \rho_1 (u_u - u_{uh}) |u_u - u_{uh}| dy = \rho_1 a_3 u_{uh}^2 \delta_{u0}$$

ここで、 a_3 は等流部の最大流速 $u_{u \max}$ と先端移動速度 u_{uh} の比 $k (= u_{u \max}/u_{uh})$ の関数であり、次式で与えられる。

$$a_3(k) = \int_0^1 (kf - 1) |kf - 1| d\left(\frac{y}{\delta_{u0}}\right), \quad k = \frac{u_{u \max}}{u_{uh}}$$
(10)

(4) 先端部に作用する抵抗には、形状抵抗、内部境界面および底面に働くせん断抵抗、内部境界面の造波抵抗がある。各抵抗成分の大きさを見積ることは困難であるため、ここでは、すべての抵抗をまとめて式(3)で表わす。著者ら¹⁾は C_{Du} の値を変化させ理論による先端移動速度と先端部厚さを実測値と比較したところ、 C_{Du} の値が 2.0~2.5 のとき理論値は実測値をよく説明することを示した。ここでは $C_{Du}=2.5$ とする。

以上から下層密度流についての非定常運動量方程式として次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V_{uh} u_{uh} &= \frac{1}{\alpha} \frac{4\rho_{um}}{\rho_1} g \delta_{u0}^2 \cos \theta + \frac{4\rho_{uhm}}{\rho_1} \\ &\cdot V_{uh} g \sin \theta + a_3(k) u_{uh}^2 \delta_{u0} - C_{Du} \frac{1}{2} u_{uh}^2 \delta_{uh} \end{aligned}$$
(11)

下層密度流先端部を記述する方程式として連続式(8)、質量保存式(7)、運動量方程式(11)を得た。特に式(8)、(11)は等流部と先端部の密度を一定とすれば(式(11)において $\alpha=2$) 著者らの 1 人が文献 1) で得た基礎式と同じ式を与える。式中の係数 a_1 , a_2 , a_3 は、それぞれ式(9), (6), (10)で与えられる。したがって、3つの未知量(先端部の最大高さ δ_{uh} 、平均密度差 $4\rho_{uhm}$ 、先端移動速度 u_{uh})は、等流部の水理量 δ_{u0} , $4\rho_{um}$, $u_{u \max}$ が与えられたとき、適当な初期条件のもとで式(8), (7), (11)を連立して積分することにより求められる。

(3) 跳層到達後の渦水の運動

渦水の跳層に到達後の運動を 図-6 のようにモデル化

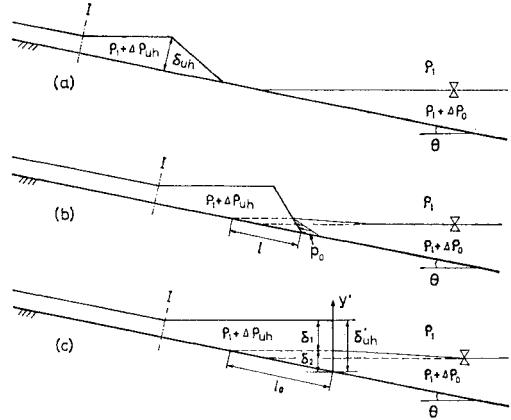


図-6 跳層到達時の先端部の変形

する。すなわち、下層密度流先端部が密度躍層に達すると、先端部に進行方向と逆向きの圧力 P_0 が作用するため、先端移動速度が減るとともに先端部形状は次第に変化してゆく(図-6(b))。さらに渦水が進入すると、先端部前面は垂直に立ち上がる(図-6(c))。渦水の進入に伴って、渦水の進入体積と等しい体積の躍層の下層流体が渦水の前面に三角形状に盛り上がる。これは、躍層の位置が変化したことと同じ効果をもつ。特に、二次元貯水池では盛り上がり量も大きく、これが分岐の開始位置の決定に大きな影響を与える。このため計算では盛り上がり部の形状を三角形とし、高さと長さの比 κ を実験によって定め、躍層の位置の変化が分岐までの渦水の運動に与える影響を考慮する。渦水の分岐後、盛り上がり部は内部孤立波を形成し渦水の移動速度より速く進行するため²⁾、その後の運動には影響を及ぼさない。しかし、実際の貯水池では、貯水池およびその中の密度流が三次元的であること、流入量に比し貯水池水量が十分に大きいことから、渦水の進入による躍層位置の変化は十分小さく渦水の運動に与える影響は無視できると考えられる。

渦水が躍層に達した後、先端部が躍層の下層流体から受ける圧力の総和 P_0 は、上昇した躍層面の高さの斜面上の位置を基準にした渦水の進入距離を l として次式で表わされる。

$$P_0 = \frac{1}{2} 4\rho_0 g \cos \theta (l \tan \theta)^2$$

ここで、 $4\rho_0$ は、躍層の上層流体と下層流体の密度差である。渦水が躍層に達した後は、上述の圧力 P_0 を考慮した解析が必要となり、運動量方程式(11)は次式で書き換えられる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} V_{uh} u_{uh} &= \frac{1}{\alpha} \frac{4\rho_{um}}{\rho_1} g \delta_{u0}^2 \cos \theta + \frac{4\rho_{uhm}}{\rho_1} \\ &\cdot V_{uh} g \sin \theta + a_3(k) u_{uh}^2 \delta_{uh} - C_{Du} \frac{1}{2} u_{uh}^2 \delta_{uh} \end{aligned}$$

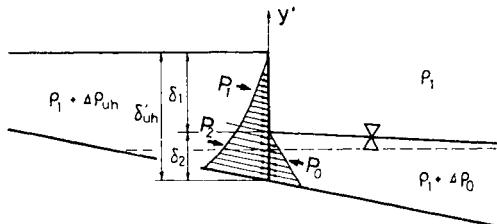


図-7 先端前面に作用する圧力（立ち上がり時）

$$-\frac{1}{2} \frac{4\rho_0}{\rho_1} g \cos \theta (l \tan \theta)^2 \dots \dots \dots \quad (12)$$

先端部の形状は、濁水と周囲水の相対的な力関係によって決まる。躍層通過後、濁水の下端は逆向きの圧力の作用を受け、徐々に先端部前面が立ち上がる。前面が垂直に立ち上がる機構として次のように考える。図-7に示すように、躍層上に突き出ている先端部分の前面に働く濁水内部の静水圧の斜面方向成分 P_1 が、躍層より下の先端部前面に働く濁水内部の静水圧の斜面方向成分 P_2 と躍層の下層の流体から先端部に働く圧力 P_0 の差 $P_2 - P_0$ に等しくなったとき、濁水前面が垂直に立ち上がるものとする(図-6(c))。先端形状が変化しても密度分布は変化しないと仮定すると、式(2)より濁水の最先端の密度分布は次式で与えられる。

$$\Delta \rho_{uh} = \Delta \rho_{uhm} \left\{ 1 - \beta_u \left(\frac{y'}{\delta_{uh}'} - \frac{1}{2} \right) \right\} \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 δ_{uh}' は先端前面が垂直に立ち上った後の濁水厚さを y' 座標で表わしたものである。式(13)の密度分布を用いて圧力 P_1, P_2 を求める。さらに、濁水厚 $\delta_1, \delta_2, \delta_{uh}'$ と進入長 l_0 の間の幾何学的関係、

$$l_0 \sin \theta = \delta_2, \quad \delta_1 + \delta_2 = \delta_{uh'}$$

を用いて、濁水前面が垂直に立ち上がる位置 l_0 を次のように求めた。

$$l_0 = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{\beta_u}{12}\right)(1 + 4\rho_0/2\delta\rho_{uhm})}}{1 + 4\rho_0/2\delta\rho_{uhm}} \frac{\delta_{uhm}}{\sin \theta} \quad (14)$$

次に、図-8 に示すように濁水が分岐を開始する位置 l_1 を求める。分岐開始時の濁水厚を $\delta_{b'}$ 、濁水の密度と周囲水の密度の等しい点 A の上下の濁水厚を δ_{ib} , δ_{ub} とする。これは式 (13) の密度分布を用いて ($\Delta\rho_{bm} = 4\rho_{ubm}$, $\delta_{b'} = \delta_{uh'}$)、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ib} &= \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\beta_u} \left(\frac{\delta \rho_0}{\delta \rho_{bm}} - 1 \right) \right\} \delta_{b'} \\ \delta_{ub} &= \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\beta_u} \left(\frac{\delta \rho_0}{\delta \rho_{bm}} - 1 \right) \right\} \delta_{b'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

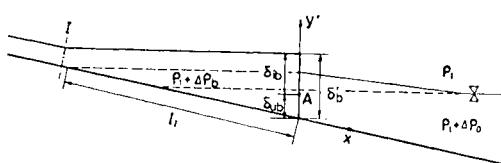


図-8 潜水の分岐開始位置

となる。ここで $\Delta\rho_{bm}$ は分岐開始時の濁水の平均密度差を表わす。さらに、それぞれの濁水の平均密度差 $\Delta\rho_{ibm}$, $\Delta\rho_{ubm}$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta \rho_{ibm} &= \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{\beta_u}{2} \right) \Delta \rho_{bm} + \Delta \rho_c \right\} \\ \Delta \rho_{ubm} &= \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{\beta_u}{2} \right) \Delta \rho_{bm} - \Delta \rho_c \right\} \end{aligned} \quad \dots\dots(16)$$

濁水の分岐は、A点より上の軽い濁水に働く圧力の鉛直方向成分がつり合うことによって生ずる。この条件はA点において濁水内部の圧力 P_d と周囲水の圧力 P_a が等しいこと、すなわち、

として表わされる。圧力を静水圧と仮定すれば、 P_d , P_a はそれぞれ密度分布を積分して、

$$P_d = 4\rho_{ibm}g\delta_{ib}$$

となる。式(17)に、上記の関係を代入し式(15),(16)を用いて整理すると、分岐を開始する位置 l_1 が次式で表わされる。

ただし、 l_1 は濁水の進入によって上昇した躍層の位置を基準とする。無次元密度勾配 β_u は、実測によれば 0.7~1.2 であり、 β_u をこの範囲の値とすれば式 (18) は実測値をよく説明する³⁾。

分岐部の流速分布は図-9 のようになる³⁾。ここでは分岐部の流れを図-10 のように単純化し、中層密度流と下層密度流の流量を求める。分岐部の位置 l_1 、および分岐部の濁水厚 δ_b' は時間的に変化しないので、この位置を検査面Ⅲ、水平な内部界面が等流部水深 δ_u と等しくなる位置を検査面Ⅱに選ぶ。この間では濁水の貯留および周囲水の混入は無視できるので³⁾、連続の関係は次式となる。



図-9 分岐部の流速分布

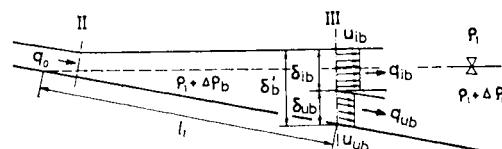


図-10 分岐部のモデル化

ここで、 q_0 は、検査面Ⅲからの流入量、 q_{ib} , q_{ub} はそれぞれ検査面Ⅲにおける渦水の上部と下部での流出量である。

分岐後の流速分布は、断面におけるそれぞれの周囲水に対する密度分布と流量によって決まると考えられる。いま、検査面Ⅲの流速 u_{ib} , u_{ub} をそれぞれの断面内で一定とし、これらが非粘性の条件で導かれた中層密度流と下層密度流の先端移動速度に比例すると考える^{5), 6)}。すなわち、

$$u_{ib} = c_1 \sqrt{2 \frac{\Delta \rho_{ibm}}{\rho_1} \frac{\Delta \rho_0 - \Delta \rho_{ibm}}{\Delta \rho_0} g \delta_{ib}} \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$u_{ub} = c_2 \sqrt{2 \frac{\Delta \rho_{ubm}}{\rho_1} g \delta_{ub}} \quad \dots \dots \dots (21)$$

ここに、 c_1 , c_2 は、内部境界面および底面での摩擦損失を考慮した係数であり、 c_2 には水路床勾配の影響も含めて考えることにする。式(20), (21) は先端形状が変化しないことを前提としており、中層密度流では近似的にこの条件が満たされている。このとき、検査面Ⅲにおける渦水の上部と下部の流量 q_{ib} , q_{ub} は流速と渦水厚の積として表わされる。したがって、流量比 $r (= q_{ib}/q_{ub})$ は、

$$r = \frac{q_{ib}}{q_{ub}} = \frac{c_1 \sqrt{2 \frac{\Delta \rho_{ibm}}{\rho_1} \frac{\Delta \rho_0 - \Delta \rho_{ibm}}{\Delta \rho_0} g \delta_{ib} \cdot \delta_{ib}}}{c_2 \sqrt{2 \frac{\Delta \rho_{ubm}}{\rho_1} g \delta_{ub} \cdot \delta_{ub}}} \quad \dots \dots \dots$$

となる。上式に式(15), (16) の関係を代入し整理すると、流量比 r は、最終的には分岐部の平均密度差 $\Delta \rho_{bm}$ と躍層の上下の流体の密度差 $\Delta \rho_0$ の関数として次のように与えられる。

$$r = c_0 \left[\frac{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\beta_u}{2} \right) \frac{\Delta \rho_{bm}}{\Delta \rho_0} \right\}}{\left(1 + \frac{\beta_u}{2} - \frac{\Delta \rho_0}{\Delta \rho_{bm}} \right)^4} \cdot \left(1 - \frac{\beta_u}{2} + \frac{\Delta \rho_0}{\Delta \rho_{bm}} \right) \left(\frac{\beta_u}{2} - 1 + \frac{\Delta \rho_0}{\Delta \rho_{bm}} \right)^3 \right]^{1/2} \quad \dots \dots \dots (22)$$

ここで、 $c_0 (= c_1/c_2)$ は、中層流と下層流との抵抗が異なることに起因する比率で、この値は、流路床勾配 θ , レイノルズ数、密度差 $\Delta \rho_{bm}$, $\Delta \rho_0$ 等の関数と考えられる。著者らの実験 ($\tan \theta = 0.1$) では $c_0 = 0.8$ のとき式(22) は広い範囲の $\Delta \rho_{bm}/\Delta \rho_0$ に対して実測値をよく説明することが示された³⁾ので、この値を採用する。

検査面Ⅲでの流量 q_{ib} , q_{ub} は連続の関係式(19)から、

$$q_{ib} = \frac{r}{1+r} q_0, \quad q_{ub} = \frac{1}{1+r} q_0 \quad \dots \dots \dots (23)$$

となる。検査面Ⅱからの流入量 q_0 は等流部の流速分布を積分することにより、

$$q_0 = \int_0^{\delta_{ub}} u_u dy = a_1 u_{u \max} \delta_{ub} \quad \dots \dots \dots (24)$$

で与えられる。

次に分岐部の密度の時間的変化について考察する。検査面Ⅱと検査面Ⅲで挟まれた分岐部の体積を V_b とするとき、それぞれの検査面における密度差のフラックスを考慮して、次の質量保存式が得られる。

$$V_b \frac{d \Delta \rho_{bm}}{dt} = a_0 \Delta \rho_{um} q_0 - b_0 \Delta \rho_{ibm} q_{ib} - (a_0 \Delta \rho_{ubm} + b_0) q_{ub} \quad \dots \dots \dots (25)$$

ここで、 $V_b = (\delta_b'^2 - \delta_{ub}^2)/2 \tan \theta$, $a_0 = a_2/a_1$, b_0 は、次節に示される中層密度流の流速分布、密度分布を用いて、

$$b_0 = 1 + \beta_i \left(\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2} \right) \left(1 - 2 \frac{\Delta \rho_{ibm}}{\Delta \rho_0} \right) \quad \dots \dots \dots (26)$$

で表わされる。分岐部の形成は、下層密度流先端部が躍層に到達した後、進入長が式(18)の l_i となったとき ($t=t_b$) と考えている。したがって、 $t=t_b$ において次の関係が成立する。

$$t=t_b \text{ で } \delta_b' = \delta_{uh}', \Delta \rho_{bm} = \Delta \rho_{uhm} \quad \dots \dots \dots (27)$$

分岐部の渦水厚 δ_b' は時間的にほとんど変化しないので、分岐部の平均密度差 $\Delta \rho_{bm}$ は、式(27)の条件で式(25)を積分することにより求められる。

渦水は分岐後、それぞれが新たに先端部を形成し、一定の形を保って進行してゆく。図-11は、分岐直後の中層密度流の先端部形状を示す。実験事実から³⁾、分岐直後の中層密度流の最大厚さ $\beta_3 \delta_{ih}$ は分岐部の中層密度流の渦水厚 δ_{ib} と等しく^④の部分の長さ L は先端後部の長さ $\beta_2 \delta_{ih}$ と近似的に等しい。このとき、分岐直後に形成される中層密度流の先端部の体積 V_{io} は次式で与えられる。

$$V_{io} = \left\{ \left(1 + \frac{1}{\beta_3} \right) \frac{\beta_2}{\beta_3} + \frac{\beta_1}{2 \beta_3} \right\} \delta_{ib}^2 \quad \dots \dots \dots (28)$$

したがって、検査面Ⅲからの流入量が、上式の V_{io} に等しくなった ($t=t_{io}$) 後、中層密度流が先端部を形成し進行を始めると考える。すなわち、

$$t=t_{io} \text{ で } V_i = V_{io} \quad \dots \dots \dots (29)$$

ここで、 V_i は次の連続式より求められる中層密度流の体積である。

$$\frac{dV_i}{dt} = q_{ib}, \quad \text{ただし } t=t_b \text{ で } V_i=0 \quad \dots \dots \dots (30)$$

$t > t_{io}$ では、次節で述べる方法により、中層密度流の先端移動速度、渦水厚が求まる。中層密度流を構成する

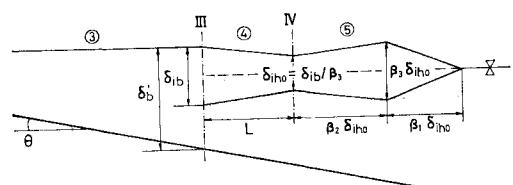


図-11 分岐直後の中層密度流

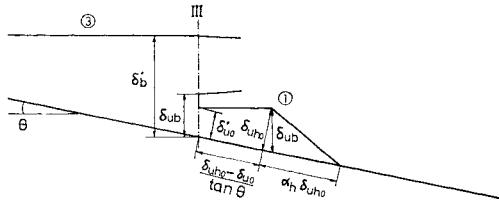


図-12 分岐直後の下層密度流

濁水の密度 $\Delta\rho_i$ は、周囲水の密度分布に規定されるため大きさは変化しない^{2),3)}。したがって、次節では、 $\Delta\rho_{im} = \Delta\rho_{ibm}$ として解析を行う。

図-12 は、分岐直後の下層密度流の先端部形状を示す。分岐直後の最大厚さ δ_{uh0} は近似的に分岐部の濁水厚 δ_{ub} に等しいので、分岐直後に形成される先端部の体積 V_{uo} は、

$$V_{uo} = \frac{\delta_{uh0}^2 - \delta_{uo}^2}{2 \tan \theta} + \frac{1}{2} \alpha_h \delta_{uh0}^2 \quad \dots \dots \dots (31)$$

となる。ここで、 δ_{uo}' は分岐後の等流部水深であり、分岐部からの流量 q_{ub} 、平均密度差 $\Delta\rho_{ubm}$ と流動抵抗により決まると考えられる。すなわち、

$$\delta_{uo}' = \text{func.}(q_{ub}, \Delta\rho_{ubm}, \theta) \quad \dots \dots \dots (32)$$

である。本解析では、式(32)の関数形を実験的に定めるものとする。検査面IIIから流入する下層密度流の体積 V_u は連続の関係により、

$$\frac{dV_u}{dt} = q_{ub}, \quad \text{ただし, } t=t_b \text{ で } V_u=0 \quad \dots \dots \dots (33)$$

となる。下層密度流は、式(33)により求めた V_u が式(31)の V_{uo} と等しくなった後、分岐開始時の移動速度 $u_{uh}|_{t=t_b}$ と等しい移動速度で進行を始めると考える。すなわち、

$$t=t_{uo} \text{ で } V_u = V_{uo}, \quad u_{uh0} = u_{uh}|_{t=t_b} \quad \dots \dots \dots (34)$$

である。下層密度流では中層密度流と異なり、密度の時間変化は無視できない。このため、分岐直後においても質量保存式を考慮する必要がある。これは、

$$\frac{dV_u \Delta\rho_{uhm}}{dt} = a_0 \Delta\rho_{ubm} q_{ub} \quad \dots \dots \dots (35)$$

となる。分岐開始時 $t=t_b$ において、先端部の密度 $\Delta\rho_{uhm}$ は分岐部の下部の密度 $\Delta\rho_{ubm}$ と等しい。したがって、

$$t=t_b \text{ で } \Delta\rho_{uhm} = \Delta\rho_{ubm} \quad \dots \dots \dots (36)$$

$t=t_{uo}$ での先端部の濁水厚 δ_{uh0} 、平均密度差 $\Delta\rho_{uhm0}$ 、移動速度 u_{uh0} が定まれば 2.(1) で述べた基礎方程式により、その後の下層密度流先端部の濁水厚 δ_{uh} 、平均密度差 $\Delta\rho_{uhm}$ 、移動速度 u_{uh} が計算できる。

(4) 中層密度流

図-13 のように、中層密度流を先端部と上流部に分けて解析する。座標系 (x'', y'') は検査面IIIの境界面の

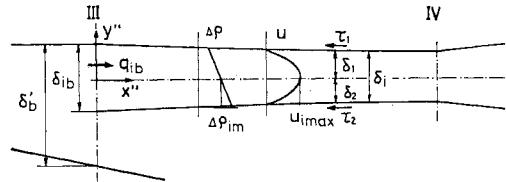


図-13 中層密度流上流部

高さを原点として図のようにとる。

a) 中層密度流上流部

上流部では y'' 方向の流速成分は x'' 方向の流速成分に比較して十分小さく境界層近似が成立と考えられる。連続式および Boussinesq 近似を用いた境界層方程式⁷⁾は、

$$\frac{\partial u}{\partial x''} + \frac{\partial v}{\partial y''} = 0 \quad \dots \dots \dots (37)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x''} + v \frac{\partial u}{\partial y''} = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial P'}{\partial x''} + \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial \tau}{\partial y''} \quad \dots \dots \dots (38)$$

$$-\frac{\partial P'}{\partial y''} + \Delta\rho_{im} g = 0 \quad \dots \dots \dots (39)$$

となる。ここで圧力 P' は一様密度流体とした場合の静水圧からの差、 τ はせん断力である。流速分布、密度分布は実験結果に基づき次のように表わすことができる³⁾。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_{imax} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{y''}{\delta_1}\right) & 0 \leq y'' \leq \delta_1 \\ u &= u_{imax} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{y''}{\delta_2}\right) & -\delta_2 \leq y'' \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (40)$$

$$\Delta\rho_i = \Delta\rho_{im} \left\{ 1 - \beta_i \left(\frac{y''}{\delta_i} + \frac{1}{2} - r_i \right) \right\} \quad \dots \dots \dots (41)$$

ここで、 δ_1, δ_2 は躍層の上、下の濁水厚、 $u_{imax}(x'', t)$ は断面最大流速、 $\Delta\rho_{im}$ は断面平均密度差、 β_i は密度勾配を表わす定数、 $r_i = (\Delta\rho_0 - \Delta\rho_{im})/\Delta\rho_0$ 、 δ_i は全濁水厚である。式(40)、(41)の分布形を式(37)～(39)に代入し、

$$y'' = \delta_1 \text{ で } u=0, v=\partial\delta_1/\partial t$$

$$y'' = -\delta_2 \text{ で } u=0, v=-\partial\delta_2/\partial t$$

の境界条件のもとで $(-\delta_2, \delta_1)$ の範囲で積分し整理すると、濁水厚 $\delta_i(x'', t)$ 、最大流速 $u_{imax}(x'', t)$ に関する次式を得る。

連続式

$$\frac{\partial \delta_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x''} b_1 u_{imax} \delta_i = 0 \quad \dots \dots \dots (42)$$

運動量方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} b_1 u_{imax} \delta_i + \frac{\partial}{\partial x''} b_2 u_{imax}^2 \delta_i &= -\frac{\Delta\rho_{im}}{\rho_1} \left(r_i - \frac{\beta_i}{6} \right) g \delta_i \frac{\partial \delta_i}{\partial x''} - \frac{1}{\rho_1} (\tau_1 + \tau_2) \\ &\dots \dots \dots (43) \end{aligned}$$

ここで、 b_1, b_2 は、流速分布形によって決まる定数であり、

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \int_0^1 \cos \frac{\pi}{2} \eta d\eta = \frac{2}{\pi} \\ b_2 &= \int_0^1 \cos^2 \frac{\pi}{2} \eta d\eta = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

となる。 τ_1, τ_2 はそれぞれ濁水の上と下の界面に働くせん断力であり、内部抵抗係数 f_{i1}, f_{i2} を用いて次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \rho_i \frac{f_{i1}}{2} u_{i\max}^2 \\ \tau_2 &= \rho_i \frac{f_{i2}}{2} u_{i\max}^2 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

f_{i1}, f_{i2} は塩水くさびの計算で用いられる金子の式³⁾を適用する。

$$f_{i1} = a\psi_1^{-n}, \quad f_{i2} = a\psi_2^{-n} \quad a=0.2, n=0.5 \cdots (46)$$

ここで、 ψ_1, ψ_2 は、濁水の上面と下面のクーリガム数 ($F_i^2 R_e$) である。

式 (42), (43) に対する境界条件は上流側の検査面Ⅲで与えられる。すなわち、

$$x''=0 \text{ で } q=q_{ib}, \delta_i=\delta_{ib} \cdots (47)$$

また、検査面Ⅳでの濁水厚 δ_i は先端部の濁水厚 δ_{ih} と一致する必要がある。これは中層密度流を上流部と先端部に分割したための接続条件である。

b) 中層密度流先端部

下層密度流先端部と同様、先端部とともに移動する座標系 (x''', y''') を用い、以下の仮定おく。

- i) 先端部形状は図-14 に示すような相似形となる。すなわち先端後部の濁水厚 δ_{ih} と先端長さとの比 β_1, β_2 、最大厚さとの比 β_3 は時間的に変化しない。実測によると、これらの値は $\beta_1=2.1, \beta_2=2.5, \beta_3=1.6$ である³⁾。
- ii) 先端部界面からの周囲水の混入は無視する。
- iii) 先端部の密度分布は上流部と等しく式 (41) で与えられる。
- iv) 先端部内の流速は先端移動速度 u_{ih} と等しく一樣である。
- v) 先端部の運動に伴う全抵抗は次式で表わされる。

$$F_{Di} = C_{Di} \frac{1}{2} \rho_i u_{ih}^2 \beta_3 \delta_{ih} \quad (48)$$

まず、運動量方程式を求める。先端部に働く力には(1) 先端部に働く圧力、(2) 検査面Ⅳから流入する運動量、(3) 先端部の運動に伴う全抵抗がある。

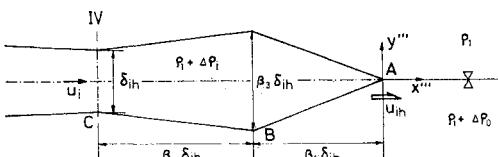


図-14 中層密度流先端部

(1) 濁水は浮力によって周囲水とつり合っているので、先端部に作用する圧力の x''' 方向成分として、検査面Ⅳに働く圧力と先端部の ABC に働く圧力の和を求める。

$$\frac{1}{2} \left(r_i - \frac{\beta_1}{6} \right) 4\rho_i m g \delta_{ih}^2$$

を得る。

(2) 先端部に流入する運動量は、下層密度流先端部の場合と同様な考察により、

$$\int_{-\delta_i}^{\delta_i} \rho_i (u - u_{ih}) |u - u_{ih}| dy''' = \rho_i b_3(k') u_{ih}^2 \delta_{ih}$$

となる。ここで、 $b_3(k')$ は次式で与えられる k' (= $u_{i\max}/u_{ih}$) の関数である。

$$b_3(k') = \int_0^1 \left(k' \cos \frac{\pi}{2} \eta - 1 \right) \left| k' \cos \frac{\pi}{2} \eta - 1 \right| d\eta$$

$$k' = u_{i\max}/u_{ih} \quad (49)$$

(3) 先端部に作用する抵抗は、形状抵抗、内部境界面のせん断抵抗、造波抵抗等である。これらをまとめ式 (48) で表わす。

(1)～(3) の外力を考慮して中層密度流先端部について次の運動量方程式、および連続式をたてる。

運動量方程式

$$\frac{d}{dt} V_{ih} u_{ih} = \frac{1}{2} \left(r_i - \frac{1}{6} \beta_1 \right) \frac{4\rho_i m}{\rho_i} g \delta_{ih}^2 + b_3(k') u_{ih}^2 \delta_{ih} - C_{Di} \frac{1}{2} u_{ih}^2 \beta_3 \delta_{ih} \quad (50)$$

連続式

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{2} \{ (\beta_1 + \beta_2) \beta_3 + \beta_2 \} \delta_{ih}^2 = (b_1 u_{i\max} - u_{ih}) \delta_{ih} \quad (51)$$

ここで、 $V_{ih}=1/2 \{ (\beta_1 + \beta_2) \beta_3 + \beta_2 \} \delta_{ih}^2$ は、単位幅当たりの先端部の体積、式 (51) の右辺は検査面Ⅳより先端部に流入する濁水量である。先端部の濁水厚さ δ_{ih} 、移動速度 u_{ih} は、検査面Ⅳでの最大流速 $u_{i\max}$ が与えられたとき、式 (50), (51) より求められる。一方、 $u_{i\max}$ を求めるためには δ_{ih} を求める必要がある。したがって、中層密度流の計算では上流部と先端部の基礎式 (42), (43), (50), (51) を同時に満たす $u_{i\max}(x'', t)$, $\delta_i(x'', t)$, $u_{ih}(t)$, $\delta_{ih}(t)$ を求める。

(5) 二次元貯水池内の密度流の計算法

2.(2) から 2.(4) で得られた基礎方程式により、密度躍層面で分岐を伴う貯水池密度流の計算を行う。図-15 は計算の流れと用いる方程式を示す。各基礎方程式はそれぞれが局所的な座標系で記述されているため、これらと全体座標系 (X, Y) との対応をつけ、濁水先端の位置を知る必要がある。躍層で濁水が分岐せずすべてが中層密度流となる場合 (type I) と分岐を伴う場合 (type II) とでは躍層到達後の計算が若干異なる。type I と

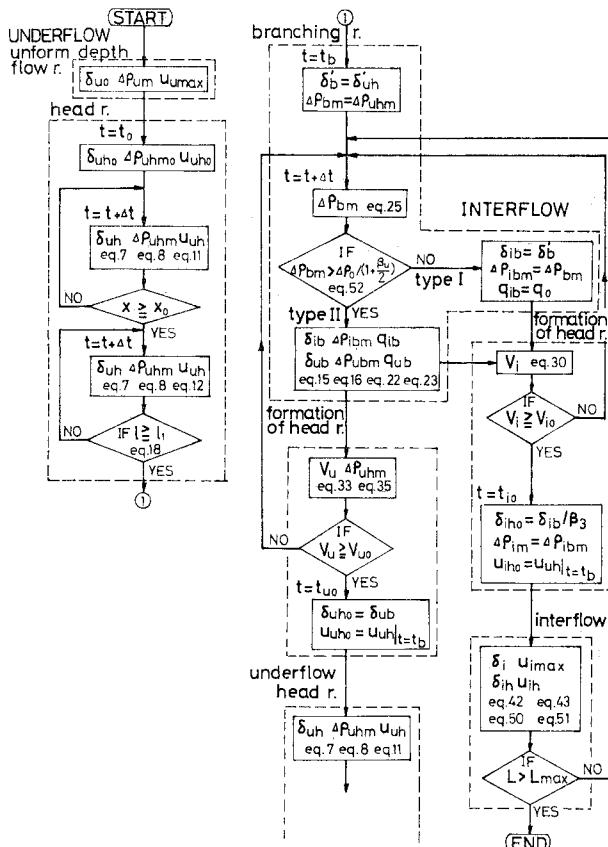
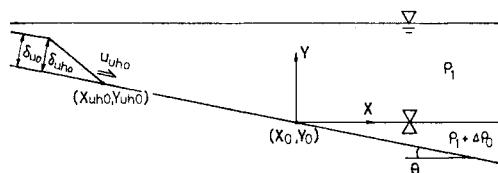


図-15 貯水池密度流の計算のフローチャート

図-16 流入開始時 ($t=0$ sec) の濁水形状

なる条件は、式(15)で $\delta_{ub} \leq 0$ のとき、すなわち、分岐部の密度 $4\rho_{bm}$ が、

$$4\rho_{bm} \leq 4\rho_0 / \left(1 + \frac{\beta_u}{2}\right) \quad \dots \dots \dots (52)$$

の関係を満たすことである。このとき、検査面Ⅲの境界条件は次のようになる。

$$x''=0 \text{ で } \delta_{ib}=\delta_{b'}, 4\rho_{ibm}=4\rho_{bm}, q_{ib}=q_0 \dots \dots \dots (53)$$

各基礎式に含まれる定数は、著者ら^{1), 2)}の実験結果を用いて決定した。これをまとめて表-1に示す。中層密度流先端部の抵抗係数 C_{Di} 値は次章に述べる計算結果と実測値の比較によって定めたものである。

計算を実行するにあたって必要な諸量は、plunging 部通過後の水理量 δ_{uo} , $4\rho_{um}$, $u_{u\max}$, 濁水流入前の初期躍層の高さ Y_0 と躍層が流路床と交わる位置 X_0 , 跃層の上下の流体の密度差 $4\rho_0$, 流入開始時 ($t=t_0$) の下層

表-1 諸 定 数

	underflow	interflow	
a_n	1.8	β_1	2.1
a	2.5	β_2	2.5
β_u	1.0	β_3	1.6
a_1	0.56	β_i	1.0
a_2	0.71	b_1	$2/\pi$
C_{Du}	2.5	b_2	0.5
branching section		C_{Di}	2.5
a_3	1.27	a	0.2
c_0	0.8	n	0.5

密度流先端部の水理量 δ_{uh} , $4\rho_{uhmo}$, u_{aho} および先端の位置 (X_{aho} , Y_{aho}) である。図-16 は流入開始時の濁水の形状と躍層の位置を示す。図では、躍層が流路床と交わる位置 (X_0 , Y_0) を全体座標の原点としている。

数値計算は以下のように行った。中層密度流の計算では、式(42), (43)を距離に関して差分間隔 $4x$ とした中央差分、時間に関して差分間隔 $4t$ の前進差分で離散化し、先端部厚さ δ_{ih} の値を仮定し各時間ステップでその値が収束するまで反復計算した。その他の常微分方程式は Runge-Kutta 法により数値計算を行った。

3. 計算結果と考察

表-2 は、計算に用いた実験条件を示す³⁾。Run No. 2 は、躍層で濁水が分岐せず、すべての濁水が中層密度流を形成したものの代表例である。Run No. 15, 17 は分岐を伴う type II で、Run No. 15 では分岐後の中層流と下層流の流量はほぼ等しく、Run No. 17 では中層流に比べ下層流の流量が大きい。このため、2 つの条件では分岐後の流動形態が非常に異なる。

まず、中層密度流を記述する方程式(42), (43), (50), (51)を調べるために、躍層で分岐せず、中層密度流の流量が一定な Run No. 2 との比較を行う。計算条件を表-3 に示す。与えた数値は実測により決めたものである。図-17 と図-18 は先端部厚さ δ_{ih} と先端移動速度 u_{ih} の流下距離変化の実測値と数値計算結果を比較したものを示す。ここで、 X は濁水流入前の初期躍層面が流路床と交わる位置を原点として流下方向を正にとる。

表-2 計算に用いた実験条件

Run No.	ρ_1 (g/cm ³)	$d\rho_0/\rho_1$	上端端から躍層までの距離 (cm)			Q (l/sec)	q_{ib}/q_{ub}
			90	190	190		
type I 2	0.9981	0.0037				0.0119	0.1
type II 15	0.9973	0.0035	90	0.0309	0.1	0.89	
type II 17	0.9994	0.0029	190	0.0270	0.1	0.29	

* 流入水の密度および流量は希釈混合前の値を示す。

表-3 計算条件 (type I)

	$\delta_{h'}$	20.5 cm	$\Delta\rho_0/\rho_1$	0.0035
Run No. 2	$\Delta\rho_{bm}/\rho_1$	0.0017	δ_{ih0}	11 cm
	q_0	33 cm ² /s	u_{ih0}	3 cm/s
	X_0	0 cm	$\tan \theta$	0.1

理論式は、抵抗係数 C_{Di} が小さい場合と大きい場合とではまったく逆の傾向を示す。抵抗係数 C_{Di} が小さい場合には、先端移動速度が大きくなり、先端部への渦水の補給がなくなるため、先端部厚さは減少する。抵抗係数が大きい場合には、先端部を押す力に比べ抵抗が大きいため、先端移動速度は減少し上流部から先端部に渦水が補給され、先端部厚さが増加していく。図-19 は、先端位置が $X=380$ cm に達したときの渦水厚さの流下方向の分布の数値計算結果を実測値と比較したものである。理論式では、渦水厚の縦断方向の変化率が上流ほど大きく、先端部に近づくほど小さくなることを示し、実測値の示す傾向とよく一致する。先端部前面で理論が実測値からはずれるのは、理論では簡単のため先端部前面の形状を三角形としたことによる。

中層密度流先端部の抵抗係数 C_{Di} の値は図-17~19 の理論値と実測値の比較から $C_{Di}=2.5$ とするのがよいと思われる。これは、下層密度流先端部の抵抗係数 $C_{Du}=2.5$ と比較して若干大きめと考え得るかもしれない。しかし、式(48)には中層密度流の運動に伴うすべての抵抗を含めて考えており、さらに実際現象とモデル化された現象との若干の相違に伴う影響が C_{Di} の値に反映されている。この点に留意して、以下では $C_{Di}=2.5$ として計算を行う。

表-4 は type II の計算条件を示す。下層密度流の等流部の水理量、先端部の初期値は実測により定めた。 $t=0$ sec の先端位置 X_{uh0} は、実験水路の上流端で渦水の潜り点にあたる³⁾。この位置から初期躍層に達するまでの水平距離は 190 cm である。図-20, 21 は先端部厚さの実測値と数値計算結果を示す。○印および実線は分岐前の下層密度流の実測値および理論値であり、△印および破線は分岐後の中層密度流を、●印および一点鎖線は分岐後の下層密度流を示す。下層密度流の先端部厚さは流下距離とともに直線的に増加し¹⁾先端が躍層に達すると ($X=0$ cm) 増加率は増大する。これは、先端が躍層に達すると急激に移動速度が減少し先端部に流入する渦水量が増加するためである。さらに流下すると、流入渦水は中層流と下層流とに分岐する。新たに形成された下層密度流の先端部厚さはいったん減少するが再び増

表-4 計算条件 (type II)

	δ_{u0}	7.5 cm	δ_{uh0}	7.5 cm
Run No. 15	$\Delta\rho_{um}/\rho_1$	0.0024	$\Delta\rho_{uhm0}$	0.0024
	$u_{u\max}$	12.5 cm/s	u_{uh0}	5 cm/s
	X_0	0 cm	X_{uh0}	-190 cm
	$\Delta\rho_0/\rho_1$	0.0035	$\tan \theta$	0.1
	δ_{u0}	7.5 cm	δ_{uh0}	7.5 cm
Run No. 17	$\Delta\rho_{um}/\rho_1$	0.0024	$\Delta\rho_{uhm0}$	0.0024
	$u_{u\max}$	13 cm/s	u_{uh0}	5 cm/s
	X_0	0 cm	X_{uh0}	-190 cm
	$\Delta\rho_0/\rho_1$	0.0028	$\tan \theta$	0.1

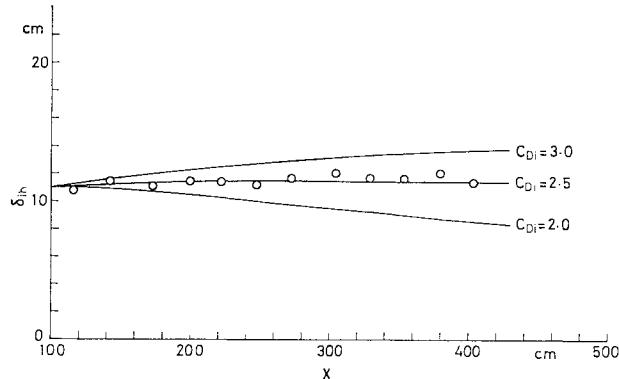


図-17 先端部厚さの流下距離変化 (Run No. 2)

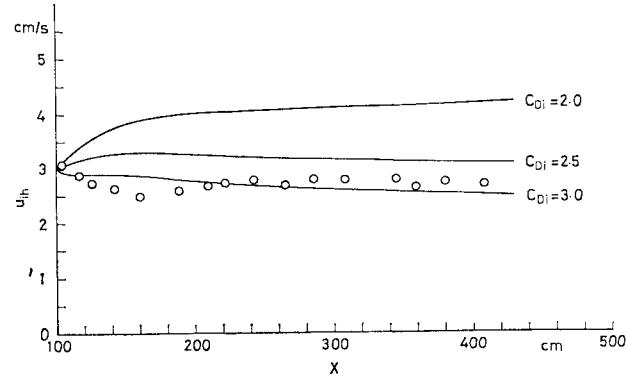


図-18 先端移動速度の流下距離変化 (Run No. 2)

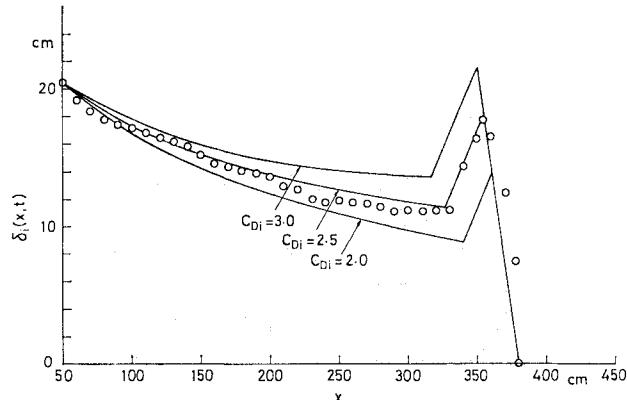


図-19 渦水厚の流下方向分布 (Run No. 2)

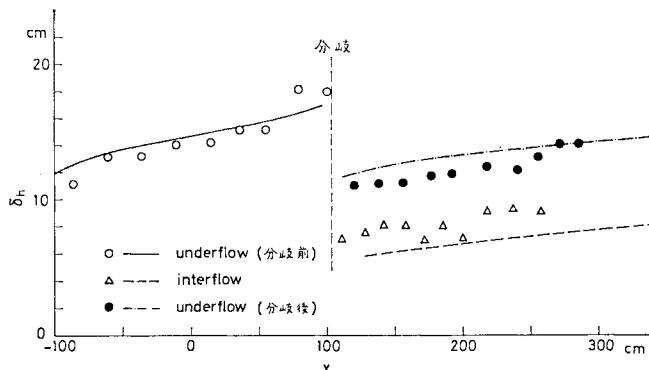


図-20 先端部厚さの流下距離変化 (Run No. 15)

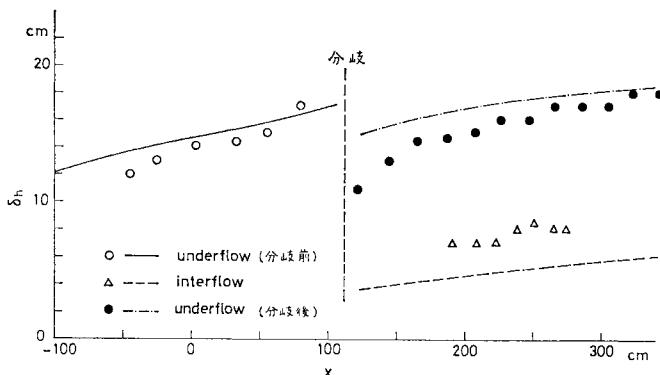


図-21 先端部厚さの流下距離変化 (Run No. 17)

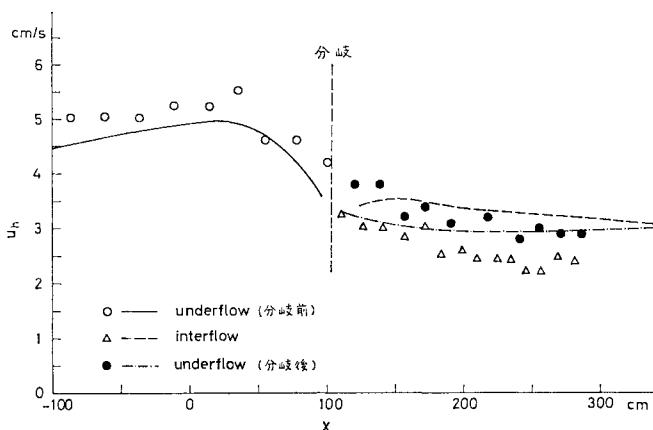


図-22 先端移動速度の流下距離変化 (Run No. 15)

加し始める。中層密度流の先端部厚さは分岐直後は増加率が大きいが、次第に増加率は減少しやがて一定値に近づく。これは、分岐位置の濁水厚比 δ_{ib}/δ_{ub} および流量比を決める分岐部の密度 $4\rho_{bm}$ が分岐直後に急激に変化し、その後一定値となることに対応する。

図-22, 23 は先端移動速度の計算結果とそれに対応する実測値である。記号は先端部厚さと同様である。分岐前の下層密度流先端部に作用する重力は、抵抗に比べ

大きく、移動速度は緩やかに増す。しかし、先端が躍層に達すると躍層の下層流体の密度が大きいため、重力効果が減じ移動速度は急激に減少する。濁水の分岐後、下層密度流の先端移動速度は分岐前に比べ小さくなるが再び増加してゆく。分岐後、新たに下層流を形成する濁水の流量は分岐前の流量に比べ小さく、密度差も小さくなる。このため、移動速度とその増加率は分岐前に比べ小さくなる。中層密度流の先端移動速度は分岐後次第に減少してゆき一定値に近づく。Run No. 15 の中層流の先端速度の計算値は実測値に比べて若干 (1 cm/sec 程度) 大きめの値を示す。これは計算において分岐直後の中層流の流量 q_{ib} を若干大きく見積ったためと考えられる。

図-24, 25 は、分岐前の下層密度流先端部 (実線) と分岐部 (破線, ○印) の相対密度差の時間変化を示す。時間 t' は先端が $x = -100$ cm の位置を通過したときを $t' = 0$ sec としたものである。先端部の平均密度差 $4\rho_{uhm}/\rho_1$ は時間とともに徐々に増加し、等流部の平均密度差 $4\rho_{um}/\rho_1$ に比べ大きな値で一定値となる。これは、先端部が移動しているため、等流部から先端部に流入できる濁水は、先端速度より流速が大きく密度差の大きな底面付近を流れる濁水に限られることによる。濁水の分岐後 (矢印で示す)、分岐部の密度は急激に減少し再び一定値に近づく。これは、分岐部には、等流部から密度の小さな濁水も含めてすべての濁水が流入するためである。

図-20～25 の理論値と実測値を比較すると、本理論は躍層面で分岐を伴う貯水池密度流の運動特性をかなりよく説明することがわかる。すなわち、理論式は密度躍層面における濁水の分岐位置、分岐の中層密度流と下層密度流の先端移動速度、濁水厚をよい精度で見積ることができる。しかし、理論

では先端部に働く抵抗をすべてまとめて抵抗係数 C_{Du} , C_{Di} の形で考慮しており、その値を実測値との比較によって定めている。したがって、下層密度流と中層密度流について、先端部に働く抵抗がどのような機構によって決まるか、その内容を明らかにすることが今後の課題となる。

本論文の予測モデルは貯水池が二次元に限られるここと、plunging 直後の水理量を与える必要があること等、

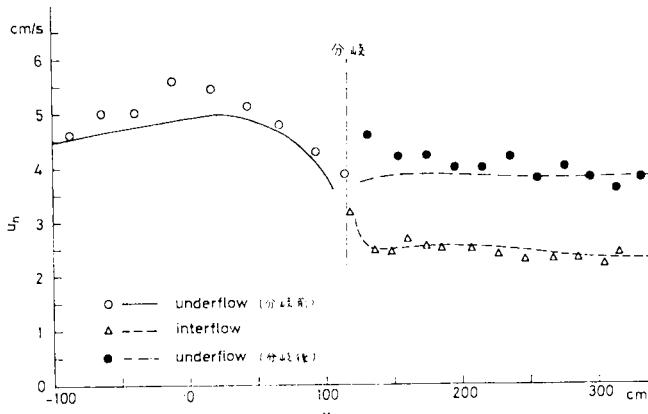


図-23 先端移動速度の流下距離変化 (Run No. 17)

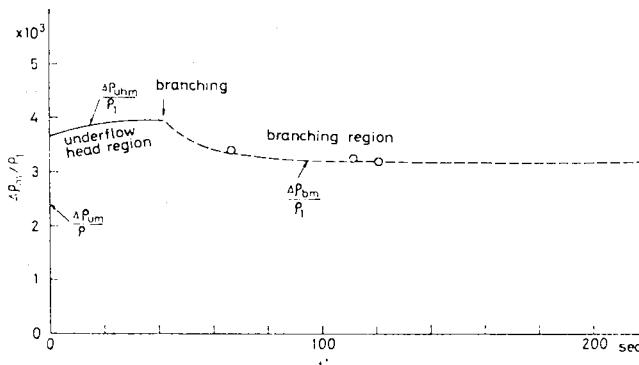


図-24 相対密度差の時間変化 (Run No. 15)

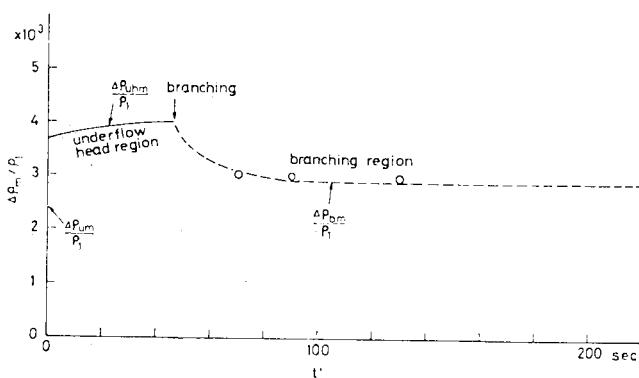


図-25 相対密度差の時間変化 (Run No. 17)

モデルを実際の貯水池に適用するためには、いくつかの解決すべき点がある。著者らは、三次元貯水池での濁水の分岐機構、plunging point 付近での濁水の流動についてさらに検討を進めている。

4. 結 論

貯水池に流入した高濁度水による密度流の挙動を予測するため、流入濁水が密度分布をもち密度躍層面で分岐

を生ずる運動を理論的に調べた。貯水池内の運動を下層密度流の等流部と先端部、中層密度流上流部と先端部、および中層密度流と下層密度流の分岐部の5領域に分け、それぞれの領域について連続式、質量保存式、運動量保存式が立てられた。得られた理論は濁水の分岐位置、分岐後の中層密度流と下層密度流の先端部厚さ、先端移動速度等の実測値によい説明を与えることを示した。

このように、流入濁水と周囲水の相対的な密度分布で分岐部の流動が決まる場合には、本理論によって貯水池内の密度流を予測できる。したがって、濁水の流動層の位置、取水口までの到達時間を知ることによって、高濁度層の選択的放流を効率的に行い濁水の長期滞留を最小限に留めることができる。

最後に、本研究をとりまとめるうえで有益な助言をいただいた早稲田大学吉川秀夫教授、実験およびデータ整理に協力された中村健一君（東京工業大学学生）に深甚な謝意を表します。また、本研究の一部は文部省科学研究費、自然災害特別研究（貯水池濁度の水理に関する災害科学的研究 代表 足立昭平名大教授）の援助を受けた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 福岡捷二・水村和正・加納敏行：密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第274号、1978.
- 2) 福岡捷二・福嶋祐介・村田和夫・荒井 健：成層化した貯水池に進入する density front の運動、第22回水理講演会論文集、1978.
- 3) 福岡捷二・福嶋祐介・村田和夫・荒井 健：成層化した二次元貯水池に流入する密度流の実験的研究、土木学会論文報告集、第293号、1980.
- 4) 安芸周一：貯水池濁水現象、水工学に関する夏期研修会講義集A、土木学会、1975.
- 5) Benjamin, T.B. : Gravity current and related phenomena, Jour. of Fluid Mech. Vol. 31, part 2, 1968.
- 6) Kao, T.W. : Density currents and their applications, Jour. of Hydraulic Div., ASCE Vol. 103, HY 5, 1977.
- 7) Turner, J.S. : BUOYANCY EFFECTS IN FLUIDS, Cambridge Univ. Press, 1953.
- 8) 金子安雄：2層流境界抵抗係数の一例、第13回海岸工学講演会講演集、1966.

(1979.2.17・受付)