土木学会論文報告集
第 294 号・1980 年 2 月
【論　　文】

有限境界を考慮した基礎-地盤系の動的相互作用解析

EFFECT OF FINITE BOUNDARIES ON SOIL-STRUCTURE DYNAMIC INTERACTION

山田善一*・河野健二**・北澤壮介***
By Yoshikazu YAMADA, Kenji KAWANO and Sosuke KITAZAWA

1. 緒　　言

地震時における構造物の挙動は，一般に構造物自身の振動特性だけでなく，地盤の動的性状とも密接に関係している．特に最近，構造物が大規模化したうえ，軟弱地盤のような立地条件の悪い場所にも建設される機会が多くなってきたのに伴い，地盤と構造物の動的相互作用を考慮した耐震応答解析が不可欠のものとなっている．このような構造系の地盤と構造物との取り扱いについて，次のような2種類の方法が考えられる．その1つは地盤と構造物とを一体としてモデル化し，全体を同時に解析する方法[1]である．この方法としては有限要素法がよく用いられ，構造物と地盤の間のエネルギーの伝達を含んだ形の解析が可能である．しかし，3次元的な広がりを考慮して多層地盤や構造物を比較的うまくモデル化できるのに対し計算量が膨大となる欠点を有する．

これに対して基礎構造物と地盤との間に相互作用力を表わすばねと減衰を介在させて，上部構造物の動的特性を解析する方法[2]が考えられる．この方法では，インピーダンス関数（ばねおよび減衰を表わす）を求めるための基礎-地盤系の解析と，その結果を用いた上部構造物の解析とに分けて行うため，前述の方法に比べて計算量の大幅な節約が期待できる．また，上部構造物をより実際的にモデル化し解析できる点で優れている．多くの構造物の解析はこの方法に基づいているのであるが，インピーダンス関数の与え方に大きな問題があり，構造物と地盤の動的相互作用の研究において，この関数を求めその特性を把握することが重要な課題となっている．ところで，有限要素法を利用して基礎-地盤系の動的相互解析を行いインピーダンス関数を求めるとき，有限境界の取り扱い方が問題となる．一般にインピーダンス関数は振動数，地盤，基礎の形状などにより表わされる関数である．地表面上に置かれた基礎については，地盤を半無限弾性体とみなせば波動論により混合境界値問題[3)~5)]として解を求めることができる．このような混合境界値問題の解析は数多く行われ工学的に利用できる形でインピーダンス関数が表わされており動的相互作用解析に応用されている．しかしながら，実際に用いられている根入れを有する基礎や多層地盤での基礎に関しては，解析的に非常に複雑となる．そのため現在までのところ種々の仮定による簡単化されたモデルに基づく近似解[6)~9)]が得られているにすぎない．

そこで本研究においては，基礎の根入れや多層地盤などの条件を比較的容易に表わすことができる有限要素法を用いて，根入れを有する基礎構造物のロッキング振動に対するインピーダンス関数を求めた．すなわち，基礎-地盤系の動的相互作用解析において，基礎構造物が軸対称で加振力が軸まわりに急激な変化をしない場合，3次元的な広がりを考慮して変位および加振力は円周方向に級数展開できる．そこで級数展開されたこれらの変位や加振力は少数の項をとるだけで十分な近似ができる．3次元領域におけるこのような解析は計算機の容量や計算量の大幅な節約を可能とする．この特性を利用して基礎-地盤系を3次元的に解析するために有限境界を設定し三角形リング要素[10]による定式化を行った．基礎-地盤系の有限境界の設定は3次元領域における波動方程式の解を利用して求められる動的剛性マトリックスによる伝達境界および粘性境界を応用して行った．解析モデルとしてはおもに1層地盤および2層地盤に根入れを有する基礎構造物を用いた．そして有限境界として伝達境界および粘性境界を用いた場合のインピーダンス関数の評価を行い，基礎の根入れ比，基礎の深さ，内部減衰の大きさおよび2層地盤の剛性の比等がそれに及ぼす影響について検討を加えた．また，その結果を半無限弾

* 正会員　工博　京都大学教授　工学部土木工学科
** 正会員　工博　京都大学助手　工学部土木工学科
*** 正会員　工修　運輸省港湾技術研究所技官

性地盤に関して近似的に求められているインピーダンス関数と比較し検討した．さらに動的剛性マトリックスを用いた伝達境界の扱いを容易にするための近似化を行い，多層地盤におけるインピーダンス関数を求めて工学的実用性について考察した．

2．有限境界の設定

基礎-地盤系の動的相互作用問題を有限要素法によって扱う場合，有限個の節点のみによって解析を行うため半無限連続体である地盤の波動伝播に直接適用することはできない．そこで，仮想境界を設けて有限な領域に置き換えるとともに，その境界において波の反射が生じないようにすることが必要になる．現在までにこのような境界条件の設定方法についての種々の研究が行われてきた．

Lysmer, J.[11] らは入射波のエネルギーを境界に作用する粘性力によって吸収する粘性境界を提案し，根入れ基礎の垂直振動に対してよい結果を得た．また Urlich, C.M.[12] らは，粘性境界の3次元問題への適用を試みた．粘性境界においては波動エネルギーを粘性力によってのみ吸収するものと考えているため境界での変位の連続性は十分保たれてはいない．実体波を吸収するための粘性境界は振動数に独立であり容易に扱うことができる．しかし，地表面付近でエネルギー伝播に大きな役割を果たしている表面波を吸収するための粘性境界は，振動数に依存してくる．また，加振点から境界までの距離をレイリー波の波長と同程度に大きくとることが要求される．このことは大きな領域を有限要素法によって離散化するため膨大な計算の必要性を意味している．

これに対して，有限境界に連続体の場合と同様の応力状態が等価な形で与えられれば，半無限連続体として扱うことが可能であると考えられる．この場合，境界における変位と応力は一様に対応している．したがって，これらの応力状態を境界での動的剛性を用いて変位と対応させることができれば，連続体における波動の伝播は有限化された領域において表わすことができる．Waas, G.[13)~15)] らは平面問題，軸対称荷重問題に関して動的剛性に基づく伝達境界による有限境界の設定を行い，有限要素法の適用を試みている．また，同様の方法により非軸対称荷重が作用する3次元領域の基礎-地盤系を有限要素法を用いて解析した例として田治見[16]，Shimizu, N.[17),18)] および Kausel, E.[14),15)] らの研究がある．これらの方法では，3次元領域における波動方程式の解の表わし方の相違により異なった動的剛性を用いている．

本研究では3次元領域における有限要素法を用いて非軸対称荷重が作用する基礎-地盤系を解析するため伝達境界および粘性境界による有限境界の設定を行った．伝達境界に用いる動的剛性は Sezawa, K.[19] により示された波動方程式の解を利用して求めた．一方，3次元領域における粘性境界は2次元領域での境界応力の円周方向に関する級数和として表わし減衰マトリックスの形で示した．

（1） 伝達境界

3次元領域における動的剛性マトリックスは Kausel, E.[14),17)] らによると一般にレーリー波，ラブ波に関する固有値解析から得られる固有値，固有ベクトルを用いて境界の節点力を求めることによって表わされる．円筒座標系を用いて **Fig. 1** に示されるように基礎-地盤系をモデル化すると，各変位は円周方向に関して急激な変化が生じない場合次のように表わされる．

$$\{U_f\}=\sum_{n=0}^{N}[C_s]\{U_n\} \cdots\cdots (1)$$

ただし，

$$\{U_f\}=\begin{Bmatrix} u \\ w \\ v \end{Bmatrix},\quad [C_s]=\begin{bmatrix} \cos n\theta & & \\ & \cos n\theta & \\ & & -\sin n\theta \end{bmatrix}$$

$$\{U_n\}=\begin{Bmatrix} u_n \\ w_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

ここで，$n=0$ の項のみを取り出すと軸対称問題，$n=1$ の項のみを取り出すと軸逆対称問題となる．一般に **Fig. 1** に示すような三角形リング要素を用いる場合，$\{U_n\}$ は節点変位 $\{\delta\}^e$ を用いて表わされる．

$$\{U_n\}=[N_f][N_g]\{\delta\}^e \cdots\cdots (2)$$

ただし，

$$[N_f]=\begin{bmatrix} 1 & r & z & & & \\ & & 1 & r & z & \\ & & & 1 & r & z \end{bmatrix}$$

また，$[N_g]$ は各節点座標により決定されるマトリックスである．ところで円筒座標系における n 次の波動方程式は振動数 ω の調和振動に関して次のように表わさ

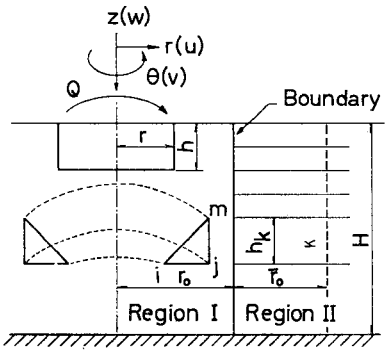

Fig. 1 Soil-Structure Interaction System.

れる．

$$\left.\begin{aligned}
-\rho\omega^2 u_n &= (\lambda+2G)\frac{\partial\Delta}{\partial r}+2G\frac{n}{r}\tilde{\omega}_z+2G\frac{\partial\tilde{\omega}_\theta}{\partial z}\\
-\rho\omega^2 w_n &= (\lambda+2G)\frac{\partial\Delta}{\partial r}-\frac{2G}{r}\frac{\partial(r\tilde{\omega}_\theta)}{\partial r}-2G\frac{n}{r}\tilde{\omega}_r\\
-\rho\omega^2 v_n &= (\lambda+2G)\frac{n}{r}\Delta-2G\frac{\partial\tilde{\omega}_r}{\partial z}+2G\frac{\partial\tilde{\omega}_z}{\partial r}
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(3)$$

ただし，

$$\Delta=\frac{u_n}{r}+\frac{\partial u_n}{\partial r}-\frac{n}{r}v_n+\frac{\partial w_z}{\partial z}$$

$$\tilde{\omega}_r=\frac{1}{2}\left(\frac{n}{r}\omega_n-\frac{\partial v_n}{\partial z}\right)$$

$$\tilde{\omega}_\theta=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_n}{\partial z}-\frac{\partial w_n}{\partial r}\right)$$

$$\tilde{\omega}_z=\frac{1}{2r}\left(\frac{\partial(rv_n)}{\partial r}-nu_n\right)$$

ここに，λ, G は地盤の Lamé 定数，ρ は密度である．式 (3) で示される方程式の解は Sezawa, K.[19] によると r と z の関数に分離することにより一般に次のように表わされる．

$$\{U\}=[H_n]\{g\}\cdots\cdots(4)$$

ただし，

$$\{U\}=\begin{Bmatrix}u_n\\ w_n\\ v_n\end{Bmatrix}$$

$$[H_n]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial H_n^{(2)}(sr)}{\partial r} & 0 & \dfrac{n}{r}H_n^{(2)}(sr)\\ 0 & sH_n^{(2)}(sr) & 0\\ \dfrac{n}{r}H_n^{(2)}(sr) & 0 & \dfrac{\partial H_n^{(2)}(sr)}{\partial r}\end{bmatrix}$$

$$\{g\}=\begin{Bmatrix}g_1\\ g_2\\ g_3\end{Bmatrix}$$

ここに，s は波数を，$H_n^{(2)}(sr)$ は第2種のハンケル関数を表わしており，$e^{i\omega t}$ は省略している．また，$\{g\}$ は積分定数を含む z の関数である．ところで式 (4) を用いると式 (3) の波動方程式は次のように表わされる．

$$\{W\}=[H_n]\{L\}=\{0\}\cdots\cdots(5)$$

ただし，

$$\{L\}=\langle l_1(z)\ \ l_2(z)\ \ l_3(z)\rangle^T$$

$$l_1(z)=s(\lambda+2G)(g_2'-sg_1)+G(g_1''-sg_2')+\rho\omega^2 g_1$$

$$l_2(z)=(\lambda+2G)(g_2''-sg_1)+sG(g_1'-sg_2)+\rho\omega^2 g_2$$

$$l_3(z)=G(g_3''-s^2g_3)+\rho\omega^2 g_3$$

$$g_j'=\frac{\partial g_j}{\partial z}\quad(j=1,2,3)$$

ところで波動方程式の解の表わし方により式 (4) の形は変わる．$\Delta=0$ および $\tilde{\omega}_z=0$ を満足する解を用いると式 (4) の $[H_n]$ は，

$$[H_n]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial H_n^{(2)}(sr)}{\partial r} & & \\ & sH_n^{(2)}(sr) & \\ & & \dfrac{n}{r}\dfrac{\partial H_n^{(2)}(sr)}{\partial r}\end{bmatrix}\quad\cdots\cdots(6)$$

となる．また，式 (3) で表わされた波動方程式の解は，式 (4) の $[H_n]$ の中で $n/r\cdot H_n^{(2)}(sr)$ を $-n/r\cdot H_n^{(2)}(sr)$ に変えた形を用いても表わされる．この場合，波動方程式を式 (5) の形で表わすと $\{L\}$ の形は同一のものが得られる．本解析では Kausel, E.[14] らと同様の形および $-n/r\cdot H_n^{(2)}(sr)$ を用いた形によりそれぞれ定式化を行い計算したがその結果に相違はみられない．これは式 (3) の解は r と z の関数に分離して表わすと u_n, v_n は $\partial H_n^{(2)}(sr)/\partial r$, $n/r\cdot H_n^{(2)}(sr)$ より，また w_n は $H_n^{(2)}(sr)$ をその基本解の中に含むことに基づいているためと考えられる．一方，式 (4) においてハンケル関数の微分形の代りに $H_{n+1}^{(2)}(sr)$, $H_{n-1}^{(2)}(sr)$ を用いて定式化を行うことも同様の方法に基づいて行われる[17]．しかし，ここでは定式化の簡明化をはかるため式 (4) の形を用いた．以下，式 (5) を用いて有限境界を設定するための動的剛性マトリックスの求め方は Kausel, E.[14] らの方法と基本的に同じものとなるので簡単に述べる．**Fig. 1** に示すように三角形リング要素を用いて離散化する半径 r_0 の領域（領域Ⅰとする）の外側に，半径 r_0 と $\bar{r}_0$ の2つの円筒面に囲まれた層状領域（領域Ⅱとする）を考える．領域Ⅱの地盤は水平な層に分割されるが，その際各層面が領域Ⅰのリング要素の節点と一致するようにする．調和外力による各層中の変位は式 (4) によって与えられるが，$\{g\}$ は未知の積分定数や波数 s を含んでいる．したがって，三角形リング要素により離散化し解析する領域Ⅰと水平な層に分割された領域Ⅱとの間で変位の連続性が満たされるようにこれらが決められねばならない．そこで各層面での変位 $\{X\}$ を用いて $\{g\}$ は次のように表わされる．

$$\{g\}=[N_t]\{X\}\cdots\cdots(7)$$

ただし，

$$[N_t]=\begin{bmatrix}1-\eta & & \eta & \\ & 1-\eta & & \eta\\ & & 1-\eta & \eta\end{bmatrix},\quad \{X\}=\begin{Bmatrix}\{U_j\}\\ \{U_m\}\end{Bmatrix}\quad 0\leq\eta\leq 1$$

ところで式 (4) は波動方程式の解であるから次の仮想変位式を満たさねばならない．

$$\sum_{k=1}^{N_k}\left(\int\delta\{U\}^T\left(\{w\}-\frac{\partial\{\sigma_r\}}{\partial z}\right)rdrdz-\int\delta\left(\frac{\partial\{U\}^T}{\partial z}\right)\{\sigma_r\}\,drdz\right)=0\cdots\cdots(8)$$

ただし，

$$\{\sigma_\nu\}=\langle\sigma_{rz}\ \ \sigma_{zz}\ \ \sigma_{\theta z}\rangle^T$$

N_k は領域Ⅱの分割数を表わす．この積分を行うと波数 s に関する固有値問題が得られる．ところでこの固有値問題は式 (5) の波動方程式からわかるように u_n, w_n に関するものと v_n に関するものについての独立な固有値問題に分けられる．前者は s に関して2次の固有値問題となり，一般化されたレーリー波に関するものである．また，後者は s^2 に関する1次の固有値問題となり，一般化されたラブ波に関するものである．地盤の粘弾性的な特性を内部減衰の形で表わすと，これらの固有値解析は係数マトリックスがすべて複素数となる．したがって，マトリックスの大きさを倍にして実数マトリックスに変換した後，2段QR法を用いて固有値解析は実行される．また，式 (6) の形を用いると s^2 に関する固有値問題として表わされる．

固有値解析の結果を用いると境界における節点力が計算される．いま，q 次モードによる k 層の節点力は，

$$\{P_q\}^k=r_0\int_0^{h_k}[N_t]^T\{\sigma_b\}_q dz \quad \cdots\cdots(9)$$

ただし，

$$\{\sigma_b\}_q=-\langle\sigma_{rr}\ \sigma_{rz}\ \sigma_{r\theta}\rangle_q^T$$

積分を行うと $\{P_q\}^k$ は固有値，固有ベクトルを用いて表わされる．したがって，q 次モードによる各節点の節点力 $\{P_q\}$ が求まる．q 次モードの影響係数を a_q とすると境界における節点力は次のようになる．

$$\{P\}=\sum_{q=1}^{3N_k}a_q\{P_q\}=r_0[Z][Y]\{A\} \quad \cdots\cdots(10)$$

ただし，

$\{A\}=\{a_1, a_2, \cdots, a_{3N_k}\}^T$，$N_k$＝地盤の分割数

$[Y]=3N_k$ 個の固有ベクトル

また，$[Z]$ は式 (9) の積分の結果を各節点の節点力で表わすとき得られるものであり，固有値，固有ベクトル，地盤各層の Lamé 定数，層厚などを用いて表わされる複素数のマトリックスである．ところで節点 j の変位は，固有ベクトルを用いると，

$$\{U_j\}=\sum_{q=1}^{3N_k}a_q[H_n]\{Y_q\}_j=[T_j]\{A\} \quad \cdots\cdots(11)$$

ただし，

$\{Y_q\}_j$＝q 次モードの中で節点 j に対応する成分

境界の全節点の変位ベクトル $\{U\}_b$ は式 (11) より，

$$\{U\}_b=[T]\{A\} \quad \cdots\cdots(12)$$

となる．ただし，$[T]$ は節点 j に関する行列 $[T_j]$ を全節点で加算して求められる．したがって，影響係数 $\{A\}$ は，

$$\{A\}=[T]^{-1}\{U\}_b \quad \cdots\cdots(13)$$

となる．境界における節点力は式 (12) より次のようになる．

$$\{P\}=[R]\{U\}_b \quad \cdots\cdots(14)$$

ただし，

$$[R]=r_0[Z][Y][T]^{-1}$$

動的剛性マトリックス $[R]$ は，複素数で対称な大きさが $3N_k\times3N_k$ の行列であり振動数の関数となっている．このようにして境界における動的剛性マトリックスが求められると，有限要素分割された領域Ⅰの境界での剛性マトリックスに加算することにより基礎-地盤系の動的相互作用解析が可能になる．

(2) 粘性境界

連続体としての地盤を有限領域に離散化して扱う場合，境界での条件を速度に比例した形の応力を用いて表わす方法が J. Lysmer[11] らにより提案された．すなわち，2次元領域における境界での応力を

$$\left.\begin{aligned}\sigma&=a\rho V_P\dot{w}\\ \tau&=b\rho V_S\dot{u}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(15)$$

で表わす．ただし，

$\dot{w}$：境界における法線方向の速度

$\dot{u}$：境界における接線方向の速度

V_S：S 波の速度

V_P：P 波の速度

ここに，係数 a, b は無次元量であり，境界への入射エネルギーと反射エネルギーの比を最小化するように決められる．実体波に関しては，$a=b=1$ の場合，約 95% の吸収があることが示されている．このような境界条件は3次元領域にも拡張されるものと考えられる．三角形リング要素を用いると側方境界での応力条件は式 (1) の級数展開より，

$$\{\sigma_n\}=[H_s]\{\dot{U}_n\} \quad \cdots\cdots(16)$$

ただし，

$$\{\sigma_n\}=\begin{Bmatrix}\sigma_{rr}\\ \sigma_{rz}\\ \sigma_{r\theta}\end{Bmatrix},\quad [H_s]=\begin{bmatrix}a\rho V_P & & \\ & b\rho V_S & \\ & & \rho V_S\end{bmatrix}$$

表面波が卓越する場合，a, b は振動数の関数であり，振動数により大きく変化する．この応力条件による境界での減衰マトリックスは次のように表わされる．

$$[C_s]=\pi[N_g]^T\left(\int[N_f]^T[H_s][N_f]rdz\right)[N_g] \quad \cdots\cdots(17)$$

一方，底面境界における応力条件は実体波が卓越するものと考えて式 (17) と同様に求められる．このようにして境界での減衰マトリックスが求まれば，リング要素により離散化された領域Ⅰの運動方程式の減衰項に加算することにより基礎-地盤系の動的相互作用解析が実行される．

3. 基礎-地盤系の動的相互作用

地盤における波動の伝播は3次元的な広がりを有する

ため動的相互作用の解析も3次元領域で行う方が望ましいが，4面体要素などにより直接に基礎-地盤系を離散化する場合膨大な計算が必要となる．しかしながら，各変位が円周方向に急激な変化をしない場合，基礎-地盤系を円筒座標系で表わせば，それぞれの変位は級数展開することによって近似化される．したがって，リング要素を用いると基礎-地盤系の離散化は簡単化され計算量も大幅に節約できる．リング要素により離散化された領域Ⅰの定式化に加えて **2**．で述べた有限境界の設定を行うと，基礎-地盤系の動的相互作用解析が可能となる．さらに相互作用力を表わすインピーダンス関数も計算される．ここでは基礎-地盤系に有限境界を設定し三角形リング要素を用いて離散化した場合の応答解析法について述べる．

（1） 基礎-地盤系の解析

基礎を含む地盤内の変位を式(1)のように表わすと，**Fig. 1** に示すような3次元領域はリング要素により離散化される．軸対称な基礎構造物を含む地盤をモデル化し，有限要素分割された領域Ⅰの境界条件に **2**．で述べた伝達境界あるいは粘性境界を適用することによって側方に半無限連続の地盤を考慮した形で応答解析は行われる．

基礎に作用する外力として調和外力 $\{Q\}=\{Q_0\}e^{i\omega t}$ を考えると，基礎構造物を含む離散化された領域Ⅰの運動方程式は，

$$(-\omega^2[\bar{M}]+[\bar{K}_c])\{y\}=\{Q_0\}+\{P\}\cdots\cdots\cdots(18)$$

ここに，$[\bar{M}]$ は質量マトリックス，$[\bar{K}_c]$ は剛性マトリックスである．地盤の粘弾性的な性質を内部減衰の形で表わすと，

$$[\bar{K}_c]=\sum_e[K]^e(1+i\,2\,\beta_e)=[K](1+i\,2\,\beta)\cdots(19)$$

となる．ここに，$[K]^e$ は各要素の剛性マトリックス，β_e は各要素の内部減衰係数を，また，β は基準となる内部減衰係数をそれぞれ表わす．

ところで，基礎構造物を含む領域Ⅰの外側にある地盤からこの領域に対する反力は **2**．で述べた動的剛性マトリックスを用いて次のように表わされる．

$$\{P\}=-[R]\{U\}_b\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

これを境界上だけでなく，基礎構造物を含む領域Ⅰの全節点に対応するように拡張し式(18)に代入すると，

$$(-\omega^2[M]+[K_c])\{y\}=\{Q_0\}-[R]\{y\}\cdots(21)$$

となる．境界反力の項を移項し，$[R]$ を実部と虚部に分けて書くと，$[R]=[R_R]+i[R_I]$ と表わされるから，

$$(-\omega^2[M]+[K]+[R_R]+i(2\beta[K]+[R_I]))\{y\}=\{Q_0\}\cdots\cdots\cdots(22)$$

となる．したがって，応答は式(22)において複素行列の逆行列をとることによって計算できる．しかしながら，要素の分割が増し自由度の大きな問題の解析では，式(22)を直接解くことは，膨大な計算時間を要することになる．そこで非減衰時のモーダルマトリックスを用いて座標変換を行い応答を求めた．なお，固有値解析法にはサブ・スペース法を用いた．一方，有限境界として粘性境界を適用すると，運動方程式は式(17)の減衰マトリックスを用いて，

$$(-\omega^2[M]+i(\omega[C]+2\beta[K])+[K])\{y\}=\{Q_0\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

となる．応答計算は式(22)と同様に行われる．

（2） インピーダンス関数の計算

半無限弾性地盤に根入れを有する円筒形のフーチング基礎[21),22)]に外力 $Q=Q_0e^{i\omega t}$ が作用する場合の振動について考える．この基礎の質量を無視すると Q に対する応答変位 Θ は，

$$\Theta=Q_0f(a_0)e^{i\omega t}/K_0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

ただし，

$$f(a_0)=f_1(a_0)+if_2(a_0),\ K_0=8\,Gr^3/3(1-\nu)$$

$$i=\sqrt{-1},\ \nu：ポアソン比$$

と表わされる．この式を逆に書き換えると，

$$Q_0e^{i\omega t}=K_0(k_2(a_0)+ia_0c_2(a_0))\Theta\ \cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

となる．ただし，a_0 は，

$$a_0=\omega r/V_S\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

と表わされる無次元振動数で，r は基礎の半径，V_S は地盤のせん断波速度である．また，K_0 は静的な剛性を表わし，$f_1(a_0)$，$f_2(a_0)$ は変位関数とよばれるものであり，$k_2(a_0)$，$c_2(a_0)$ はインピーダンス関数となる無次元量で外力の振動数，つまり a_0 の関数として表わされる．

ところで，このような基礎-地盤系の相互作用力をVoigt型のばね K_V と減衰 C_V により置換して考えると，

$$C_V\dot{\Theta}+K_V\Theta=Q_0e^{i\omega t}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

となる．したがって，式(36)を式(39)に代入すると，C_V, K_V はそれぞれ，

$$\left.\begin{aligned}K_V&=K_0k_2(a_0)=K_0f_1(a_0)/(f_1(a_0)^2+f_2(a_0)^2)\\C_V&=K_0rc_2(a_0)/V_S\\&=-K_0f_2(a_0)/\omega(f_1(a_0)^2+f_2(a_0)^2)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

となり，変位関数 $f(a_0)$，振動数 ω および静的なばね定数 K_s により表わすことができる．なお簡単のため以後変位関数，インピーダンス関数の a_0 についての関数記号は省略する．一方，最大振幅を Θ_m，位相角を φ と表わすと，

$$\left.\begin{aligned}\Theta_m&=Q_0/K_0\sqrt{k_2^2+(a_0c_2)^2}\\\tan\varphi&=-a_0c_2/k_2\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

となり，これより Θ_m, $\tan\varphi$ が求まればインピーダンス関数 k_2, c_2 が計算できる．

次に基礎の回転慣性 I_0 を考慮すると，変位関数として，

$$\bar{f}=f/(1-I_0\omega^2 f/K_0) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

を用いることにより式 (36) と同様に扱うことができる．ここで無次元振動数 a_0 と質量比 b_0 を用いると，外力 Q が作用する場合の最大振幅 Θ_m と位相角 φ は，

$$\left.\begin{aligned}\Theta_m&=Q_0\sqrt{\bar{f}_1^2+\bar{f}_2^2}\\&\quad\cdot/K_0\sqrt{(1-b_0a_0^2\bar{f}_1)^2+(b_0a_0^2\bar{f}_2)^2}\\\tan\varphi&=\bar{f}_2/(-\bar{f}_1+b_0a_0^2(\bar{f}_1^2+\bar{f}_2^2))\end{aligned}\right\}\cdots(31)$$

となる．

ただし，

$$b_0=I_0/\rho r^5$$

これらの式より変位関数が求まると式 (24) と式 (25) の関係よりインピーダンス関数が計算できる．

4．解析結果とその考察

剛な基礎地盤（以下，基盤とする）上の1層地盤および2層地盤に根入れのある橋梁のケーソン基礎をモデル化したものについて数値解析を行いインピーダンス関数を計算し有限境界の評価を試みた．さらに洪積層からなる多層地盤に関しても解析を行った．2層地盤モデルでは，基礎の底面を境にして上層と下層の地盤の剛性が異なるものとした．解析にあたっては，根入れ比 h/r, 基盤深さと基礎の半径の比 H/r, 地盤の内部減衰 β, 2層地盤では上層と下層の剛性の比（せん断定数の比で表わし GSS とする）を変化させて，それぞれが変位関数やインピーダンス関数に及ぼす影響を調べた．半無限弾性体理論に基づく解析結果によると，長大吊橋の塔-基礎系では基礎地盤のせん断波速度が 300 m/s～400 m/s において モードの連成が生じており応答の卓越がみられる．このことを考慮して，1層地盤ではせん断波速度 V_S を 300 m/s とした．これに対して2層地盤では下層の地盤としてはやや剛なものを考えて $V_S=450$ m/s とし，上層地盤の剛性のみを変えて解析を行った．また，ポアソン比 ν は 1/3，単位体積重量 γ は 2 t/m³ とした．一方，基礎はコンクリートからなりその半径 r は 15 m である．有限境界までの距離 r_0 は，種々の値に関する固有値解析の結果をみて 30 m した．応答解析においては，無次元振動数 a_0 をパラメーターとして用い基礎の半径を一定にして振動数 ω を変化させた．2層地盤では，上層地盤のせん断波速度を用いて a_0 を表わした．分割した要素の数は 144，節点数は 91 であり，分割要素の大きさは，三角形リング要素断面の最大寸法が少なくともせん断波長の 1/6[20] 以下になるようにした．

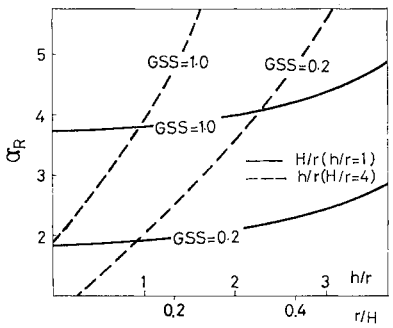

Fig. 2 Spring Constants of Soil-Structure System.

ところで地盤の静的なばね定数は有限な深さにある基盤の存在や基礎の根入れなどのために，半無限弾性地盤上に置かれた基礎の場合とは異なったものとなる．そこで本解析では，次式のように半無限弾性地盤上の円形基礎に関するばね定数 K_0 に係数 α_R を乗じた値

$$K_s=\alpha_R K_0=8\,Gr^3\alpha_R/3(1-\nu) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (32)$$

を用いた．

解析に用いた α_R の一例を **Fig. 2** に示す．横軸は根入れ比 h/r および基盤の深さと基礎の半径の比の逆数 r/H を，縦軸は α_R を表わしている．実線は $h/r=1$ のとき基盤の深さを変えた場合の α_R であり，破線は $H/r=4$ のとき，基礎の根入れ深さを変えた場合の α_R を表わしている．すなわち，根入れ比 $h/r=1$ の場合，基盤の深さが増加すると1層地盤，2層地盤の両方とも α_R は小さくなり半無限地盤の状態に近づくことがわかる．一方，基盤の深さと基礎の半径の比 H/r を固定すると，根入れ比 h/r とともに α_R は増加し基礎の静的なばね定数は根入れを考慮しない場合に比べて大きな値を示すことがわかる．

（1） 基盤の深さの影響

1層地盤に関して剛な基盤の存在する深さ H が基礎の振動性状に及ぼす影響を調べるために，基礎の根入れ比 h/r が 1，内部減衰 β が 10% として基盤深さと基礎の半径との比 H/r が 2, 3, 4 の各場合について解析した．ロッキング振動に対する結果を **Fig. 3** に示す．一般に $c_2(a_0)$ の形は内部減衰のため a_0 に逆比例した形の変化を示している．しかしながら，地盤の固有振動数に相当する振動数を超えると $c_2(a_0)$ は一定あるいは漸増した値を示し始める．このことは地盤の固有振動数以下では波動の逸散による減衰効果は起こらないことを表わしている．Novak, M.[6),15)] らによって得られた半無限弾性地盤に関する近似解と比較してみると，基盤が有限な深さにある1層地盤では，減衰に変化がみられる．このためばねも振動数の増加に従って変動する．基盤が深くなるにつれて $k_2(a_0)$ は全体的に低振動数側にずれて

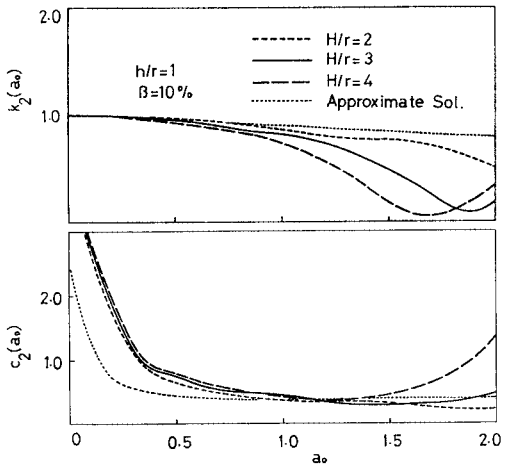

Fig. 3 Influence of Depth to Radius Ratio H/r on Impedance Function.

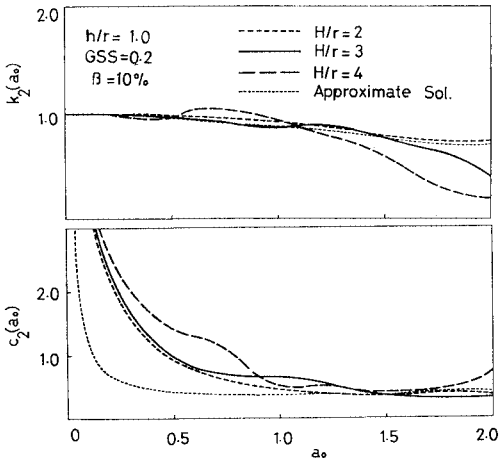

Fig. 4 Influence of Depth to Radius Ratio H/r on Impedance Function.

いる．これは地盤の固有振動数の低下と密接な関係がある．ところで地盤の深さが H の場合，地盤の固有振動は水平および垂直振動に関して無次元振動数を用いて表わすと，

$$\left.\begin{aligned} a_H &= \bar{a}_0 r\pi(1+2n)/2H \\ a_V &= \sqrt{2(1-2\nu)/(1-2\nu)}\cdot a_H \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

となる．

ただし，

$n=0, 1, 2, \cdots$

$\bar{a}_0$：基準せん断波速度 200 m/s に対する比

したがって，この場合 $\bar{a}_0$ は 1.5 であり，**Fig. 3** に示すように地盤の深さ H とともに共振点は変化している．a_0 が1以下では基盤が深いほど $k_2(a_0)$ は振動数の増加に従い減少が早くなるが，$c_2(a_0)$ では大きな相違はみられない．a_0 が1を超えて大きくなると $k_2(a_0)$ は減少ののち増加し，$c_2(a_0)$ では基盤が深いほど早く増加する．ところでロッキング振動は水平変位に比べ鉛直変位が卓越する場合生じる．したがって，地盤の2次の水平振動あるいは1次の鉛直振動が生じる振動数の付近において $k_2(a_0)$ の減少がみられ逸散減衰が増加する傾向を示している．これは表面波の卓越により波動の逸散が増加するためと考えられる．これらのことから基礎-地盤系の動的相互作用解析を行う場合振動数に独立な付加質量という簡単なモデル化では十分な特性の把握はできないと考えられる．

次に基礎の側方部と底面より下方部の地盤の剛性が異なる 2 層地盤に関して基盤の深さの影響を調べたのが **Fig. 4** である．剛性の比 GSS が 0.2 となる2層地盤では基盤の深さの増加に伴い地盤の固有振動数の低下の影響が表われる．すなわち上層地盤の固有振動のうち鉛直振動の1次および水平振動の2次，3次に相当する点でインピーダンス関数に変化がみられる．つまり $k_2(a_0)$ の減少と $c_2(a_0)$ の増加が表わされる．またここで求めたインピーダンス関数を半無限弾性地盤での近似解と比較すると a_0 が1以下のとき，$k_2(a_0)$ の値に大きな相違はみられないが $c_2(a_0)$ の値は全般に大きい．しかし，a_0 が1を超えると基盤の深さが増加するにつれて $k_2(a_0)$ は減少する．近似解としてのインピーダンス関数が滑らかな曲線となるのに対して，有限要素法による解が振動している点に相違がみられる．複雑な剛性の変化を示す実地盤に関するインピーダンス関数は，有限要素法による結果に示されるように，基盤の存在，地盤の層厚などのために生じる波の反射，分散，地盤の共振などにより変化するものと考えられる．このように基盤の深さの変化に伴いインピーダンス関数は大きな影響を受けることがわかる．特に相互作用系の耐震応答解析において上部構造物の応答が卓越する振動数が基礎地盤の固有振動数に接近する場合，ばね効果の減少は応答量の増加につながる．このような特性は半無限弾性地盤の結果を利用したモデルでは十分表わし得ない場合もある．したがって，基礎地盤と上部構造物のそれぞれの固有振動数が接近する場合は，有限要素法などによる動的相互作用特性の検討が必要になる．

（2） 根入れ比の影響

基礎の根入れ比 h/r の変化がインピーダンス関数に及ぼす影響を調べるために，根入れ比が 1/3, 1, 4/3 のそれぞれの場合について解析した．1層地盤におけるインピーダンス関数を **Fig. 5** に示す．根入れ比の増加に伴ってインピーダンス関数は地盤の1次の鉛直振動数になると変化が表われてくる．2次の水平振動数付近では $k_2(a_0)$ は減少し $c_2(a_0)$ は増加している．したがって，

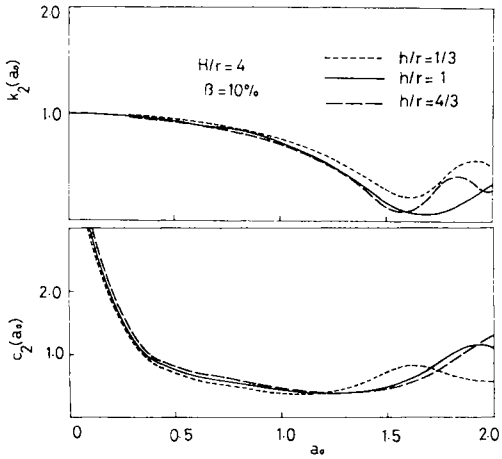

Fig. 5 Influence of Embedment Ratio h/r on Impedance Function.

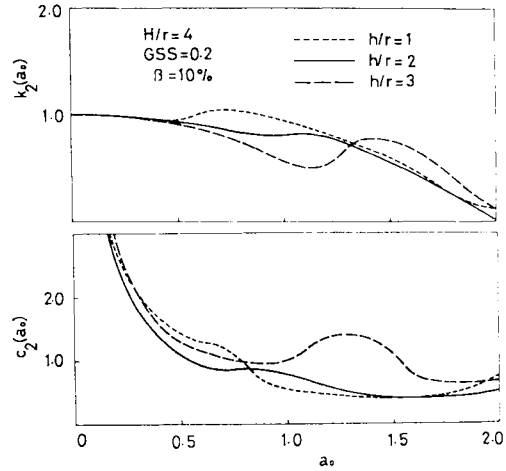

Fig. 6 Influence of Embedment Ratio h/r on Impedance Function.

根入れ比の影響は地盤の1次の鉛直振動数以上の振動数で表われており，逸散減衰の影響が卓越することがわかる．

GSS が，0.2 の 2 層地盤に関して，根入れ比 h/r がそれぞれ 1, 2, 3 となる場合の結果を **Fig. 6** に示す．根入れ比の影響は1層地盤の場合に比べて大きい．特に根入れ比が大きくなると地盤の振動のうち1次の鉛直振動数や 2 次の水平振動数に相当するところでは $k_2(a_0)$ の減少と $c_2(a_0)$ の増加という形の変化が表われている．そしてロッキング振動の卓越する振動数では根入れ比が大きいほど，この現象は顕著であることがわかる．$c_2(a_0)$ は1次の鉛直振動数を超える振動数で波動の逸散が卓越しており，一般に根入れの増加に従いこの影響は大きくなる．

（3） 内部減衰の影響

地震時のように地盤内に大きなひずみが生じる場合は，地盤の内部減衰が相当に大きくなるものと考えられる．ここでは内部減衰がそれぞれ 5%, 10%, 20% となる場合について解析した．1層地盤に関する結果を **Fig. 7** に示す．内部減衰の影響は $k_2(a_0)$ に関して地盤の固有振動数のうち2次の水平振動数付近で顕著に表われている 一方，$c_2(a_0)$ は内部減衰とともに増加しておりその影響は大きい．しかしながら，表面波の卓越に伴う逸散減衰の増加は地盤の2次の水平振動数付近で顕著であり，内部減衰が小さいほど波動の伝播が容易となるため大きくなることがわかる．

Fig. 8 は根入れ比 $h/r=2$, 地盤の剛比 GSS=0.2 となる2層地盤に関して内部減衰がインピーダンス関数に

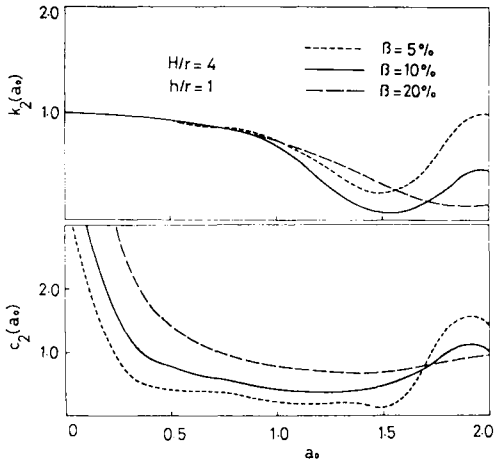

Fig. 7 Influence of Internal Damping β on Impedance Function.

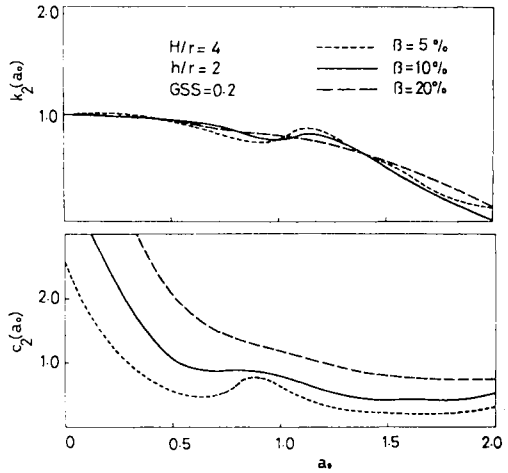

Fig. 8 Influence of Internal Damping β on Impedance Function.

及ぼす影響を示したものである．ロッキング振動が卓越する地盤の2次の水平振動数付近で内部減衰の大きさにかかわらず $k_2(a_0)$ は小さな振動を示している．しかし，1層地盤で示された程度の相違はみられない．一方，$c_2(a_0)$ は1層地盤に比べて大きいが，内部減衰が小さいとき表面波の卓越による逸散減衰の増加は，地盤の1次の鉛直振動数付近に表われている．しかし，内部減衰が大きい場合，逸散減衰は1層地盤の場合よりも小さいことがわかる．このように有限な深さの地盤を扱う場合，特に1層地盤ではインピーダンス関数に及ぼす内部減衰の影響は大きい．したがって，内部減衰の程度により波動の逸散効果も変化するため基礎-地盤系の動的相互作用解析にあたってはこの点に十分注意する必要がある．

（4） 2層地盤における剛比の影響

上層と下層の地盤の剛性の相違がインピーダンス関数に及ぼす影響を調べるために，せん断弾性定数の比GSSがそれぞれ0.1, 0.2, 1.0（1層地盤に相当する）の場合について解析した．根入れ比が1の場合の結果を **Fig. 9** に示す．地盤の剛比 GSS=0.2 のときインピーダンス関数は最も大きな影響を受けている．すなわち，GSS=0.2 の場合，1次の鉛直振動数付近で逸散減衰の増加がみられる．そして，3次の水平振動数付近でばねの減少と逸散減衰の増加がみられる．一方，GSS=0.1 になるとインピーダンス関数は GSS=1.0 の場合と類似した傾向を示している．したがって，基礎構造物の側方地盤と下方地盤の剛性の比によりインピーダンス関数に及ぼす影響は変化する．そのためインピーダンス関数を用いた応答解析においてはこの点にも注意する必要があると考えられる．

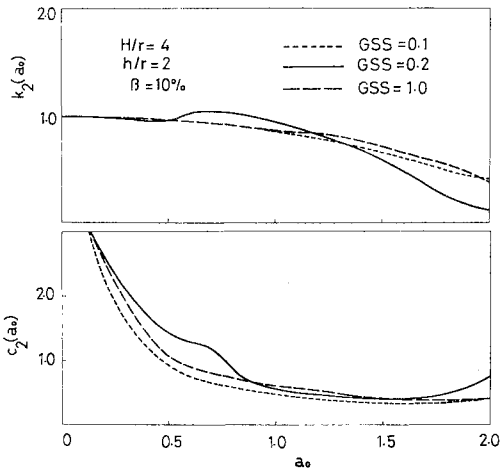

Fig. 9 Influence of Shear Modulus Ratio GSS on Impedance Function.

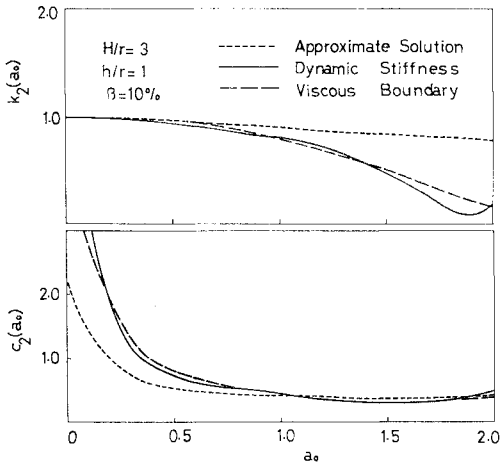

Fig. 10 Influence of Finite Boundary on Impedance Function.

（5） 有限境界の影響

有限境界として式（20）で述べたように3次元領域に拡張された粘性境界を用いて計算したインピーダンス関数と **2.** で述べた動的剛性による結果および半無限弾性地盤に基づく結果を比較すると **Fig. 10** が得られる．有限境界の設定によるインピーダンス関数は比較的類似した結果を与えているが，半無限弾性地盤に関する近似解との間には若干の相違がみられる．つまり $k_2(a_0)$ に関して動的剛性の境界を用いるとインピーダンス関数は地盤の1次の鉛直振動数付近で若干低下するが，粘性境界を用いた場合は滑らかな減少を示している．一方，$c_2(a_0)$ は動的剛性の境界を用いた場合と粘性境界に基づく結果に関しては比較的一致した値を示している．また，半無限弾性地盤に対する近似解から得られた結果と比較すると $k_2(a_0)$ は地盤の1次の垂直振動数付近で大きく減少している．そして半無限弾性地盤に対する近似解に比べて有限境界を設定して有限要素法で解析すると内部減衰の効果は大きく評価されている．したがって，a_0 が1を超えないとき，半無限弾性地盤に対する結果より大きな値を示している．

（6） 動的剛性マトリックスの近似化

有限境界の取り扱い方として **2.**（2）で述べた動的剛性マトリックスは，複素数マトリックスの固有値解析を含む煩雑な計算から得られる．つまり，ある振動数に対してレイリー波とラブ波のモードを求めるため，それぞれに関する複素数マトリックスの固有値問題を解き，さらに各モードの影響係数を求めるために複素数マトリックスの逆行列を求めなければならない．したがって，工学的な見地からは，境界の動的剛性をより簡単な形で表わすことが望まれる．**Fig. 11** は動的剛性マトリックスの

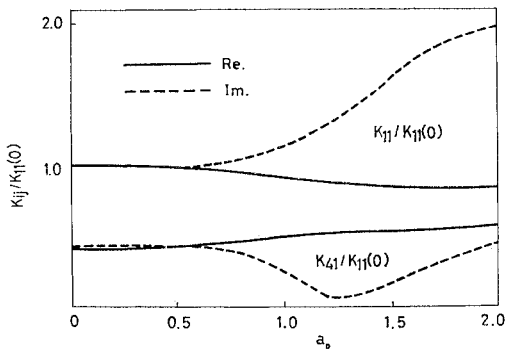

Fig. 11 Comparison of Dynamic Stiffness Matrix.

対角要素に対する非対角要素の大きさの比較の一例を示したものである．対角要素の実部は振動数の増加とともに減少し虚部は増加する．これは有限境界における地盤のばね定数は振動数の増加に伴って減少し，内部減衰を含む波動の逸散は増加することを表わしている．また，非対角要素の中で最も大きい K_{41} の項は対角要素の約 1/2 であり，振動数に対する特性は対角要素に関するものとは異なっている．そして他のすべての非対角要素は対角要素に比べ 1/100, 1/1 000 のオーダーであり非常に小さな値を示している．

このことは本解析結果を通じていえることであるが，一般に動的剛性マトリックスは変形の影響関数的な性質を有するため互いに離れた要素の変形の影響は小さいことによるものと考えられる．したがって，有限要素法では各要素内の変形は独立に扱うことに基づいているため層分割された有限境界の各節点のみでばね効果および減衰効果を有するモデルを考えることが可能なことを示している．したがって，複素数のフルマトリックスとなる動的剛性マトリックスの対角項のみを採ることにより簡略化された有限境界について検討する．

1 層地盤に関する結果を **Fig. 12** に示す．インピーダンス関数はともに比較的滑らかな曲線となり根入れ比による相違も a_0 が 1.0 以下では非常に小さい．地盤の 2 次の水平振動数付近にみられた $k_2(a_0)$ の減少と，それに伴う $c_2(a_0)$ の増加は動的剛性の近似化を行った場合表われていない．したがって，逸散減衰の卓越もみられない．しかし，a_0 が 1.5 以下では $k_2(a_0)$ の減少を除けば近似化した結果と比較的よく一致している．また，動的剛性の近似化によって得られるインピーダンス関数は粘性境界を用いて得られた結果とも類似した値を示している．

また，2 層地盤に関しては **Fig. 13** に示すような結果が得られる．動的剛性を近似化すると $k_2(a_0)$ は a_0 の増加に伴い滑らかな形で減少する．そして一般に近似化しない動的剛性を用いた場合と比較的よく一致している．また，$c_2(a_0)$ は動的剛性の近似化により逸散減衰の増加はみられるが全体的な傾向は一致している．

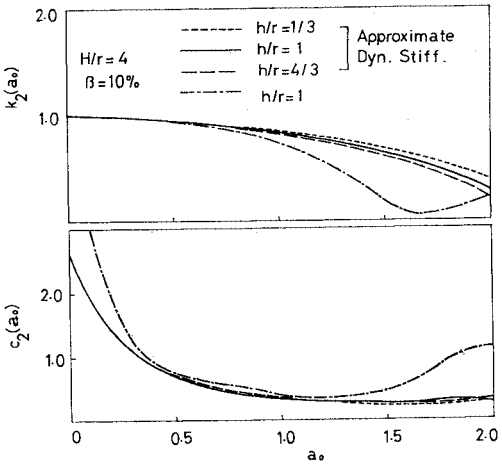

Fig. 12 Impedance Function for Approximate Dynamic Stiffness Matrix.

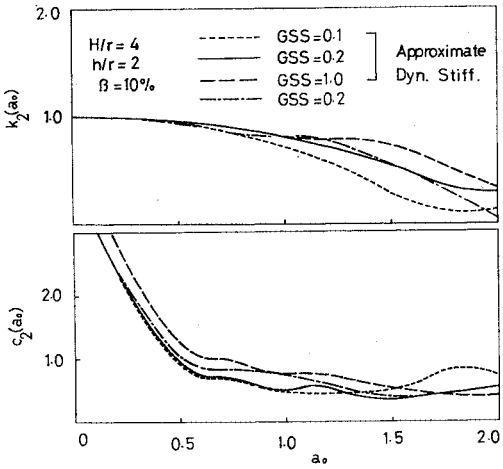

Fig. 13 Impedance Function for Approximate Dynamic Stiffness Matrix.

これらの結果を整理するとインピーダンス関数は全般的に類似しており，特に長大吊橋の塔-基礎系のような土木構造物の動的相互作用解析に重要だと考えられる a_0 が 1.0 以下の振動数領域では，比較的類似した傾向を表わしている．これは連続体である地盤を有限化して扱う場合，境界における連続体としての応力を力学的に等価な節点力を用いて表わす動的剛性を近似的に用いることが可能なことを示している．ところで動的剛性の実数部は地盤のばね特性を表わし，虚数部は内部減衰を含む逸散減衰の影響を表わすが，これらの大きさを調べるため対応する有限境界の各節点の剛性マトリックスと比較すると **Fig. 14** が得られる．すなわち，K は三角形リング要素により離散化された地盤の境界に相当する剛性マ

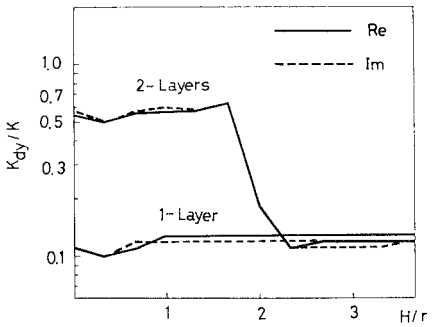

Fig. 14 Comparison Dynamic Stiffness Matrix K_{dy} with Finite Element Matrix K.

トリックスの対角要素を表わしている．また，K_{dy} は境界での動的剛性マトリックスの中でそれに対応する対角要素を表わしている．したがって，K_{dy}/K は境界における各節点に関して剛性マトリックスと動的剛性マトリックスの比を表わす．動的剛性の大きさは1層地盤では対応する境界での剛性マトリックスの約1割，2層地盤では上層で約5割，下層で約1割となっていることがわかる．このように境界条件を各層ごとに独立に表現できればその扱いは簡単になる．このような境界の近似は上部構造物の応答量の卓越がみられる固有振動数と基礎の回転振動が卓越する地盤の固有振動数とが一致する場合は検討の余地があるが，他の場合は比較的よく近似できるものと考えられる．

（7） 多層地盤における根入れ基礎

これまで述べた有限境界に動的剛性を用いる方法は多層地盤にも適用できる．そこで，**Fig. 15** に示すような洪積層からなる多層地盤に根入れ比 h/r が 1 および2の基礎がある場合のインピーダンス関数を求めると，**Fig. 16** の結果が得られる．ここで基礎の半径は 15 m とし，a_0 はせん断波速度 200 m/s を用いて表わしている．これらの結果は2層地盤の場合と比較的よく似た値を示している．多層地盤に対して得られたインピーダンス関数は，根入れ比による相違は少なく滑らかな曲線となっている．そして振動数の増加に伴って逸散減衰は増加し，ばね効果は減少する．特に，動的相互作用を考慮した土木構造物の耐震応答解析では基礎-地盤系と上部構造物のそれぞれの固有振動数の接近が問題となる．応答に及ぼす影響の大きな振動数は 3 rad/sec～20 rad/sec 程度の範囲であり，これを無次元振動数 a_0 の範囲で表わすと 0.3～1.5 となる．したがって，もう少し高次振動数まで含む a_0 が2以下の振動数範囲での扱いが重要になると考えられるため，このようなインピーダンス関数の評価が可能になる．したがって，基礎-地盤系の動的相互作用解析に有限要素法を適用する場合，有限境界の形は工学的にも比較的簡単なものとなり扱い方も容易になると考えられる．

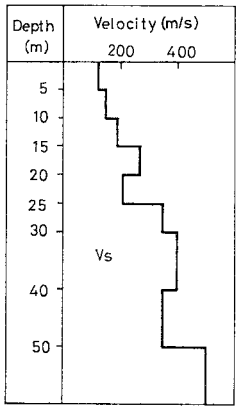

Fig. 15 Profile of Multi-Layers System.

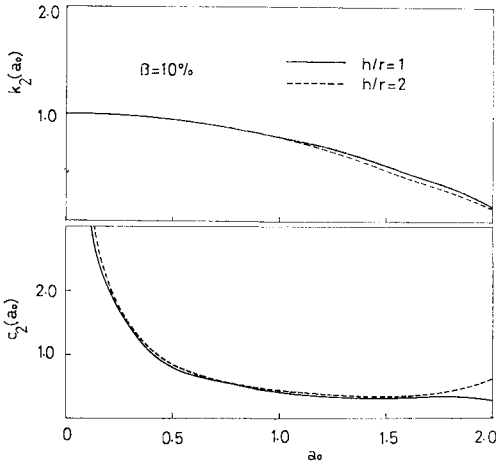

Fig. 16 Impedance Function for Multi-Layers System.

このように多層地盤を含む実地盤に根入れを有する基礎構造物のインピーダンス関数が得られれば，動的相互作用を考慮した構造物の耐震応答解析はサブストラクチャ法の利用によって容易に定式化される．この場合の運動方程式の減衰項と剛性項は一般に振動数に依存した関数となるが，モーダルアナリシスと高速フーリエ変換の利用により能率的な解析がなされる．

5. 結　　言

本研究においては3次元領域に拡張された有限要素法を用いて根入れを有する基礎構造物の動的相互作用解析を行い，有限境界の設定に伴うインピーダンス関数の評価に関する問題について考察した．これらの結果を要約すると次のようになる．

（1） 地盤の力学的連続性を表わすため表面波の波動モードなどにより構成される動的剛性に基づいて有限境界の設定を行うと，3次元領域における動的相互作用問題は比較的小さな領域の離散化により解析することが可能となる．そして3次元領域に拡張された粘性境界を用いた場合と比較的よく一致した結果を与える．したがって，耐震応答解析上最も重要と思われる振動数の範囲で

は粘性境界における境界応力の振動数依存性がインピーダンス関数に及ぼす影響は小さいと考えられる．

（2） 基盤を有する基礎-地盤系に関して有限要素法により求めたインピーダンス関数と半無限弾性地盤の仮定に基づく近似解との間には相違がみられる．つまり層地盤の固有振動数のうちロッキング振動が卓越する振動数で剛性の減少と逸散減衰の増加が表われている．したがって，地盤-構造物系の動的相互作用解析にこのような近似解を用いる場合，その地盤条件や固有振動数におけるインピーダンス関数の変化に注意する必要がある．

（3） 根入れ比の増加に伴いインピーダンス関数は地盤の1次の垂直振動数を越える振動数に対して変化し，剛性の減少と逸散減衰の増加がみられる．特に2層地盤ではこの変化は根入れ比が大きいほど，顕著に表われている．

（4） 層状地盤において，地盤の内部減衰がインピーダンス関数に及ぼす影響は大きい．すなわち，内部減衰が大きくなると波動の逸散効果は小さくなり，ロッキング振動が卓越する地盤の振動数付近での逸散減衰の増加は少なくなる．剛性も内部減衰により変化し，特に1層地盤において大きな影響が表われている．したがって，動的相互作用解析にあたっては内部減衰の影響に対する配慮が必要になる．

（5） 基礎構造物の側方地盤と下方地盤の剛性の相違によりインピーダンス関数に及ぼす影響は変化する．すなわち2つの地盤の剛比の相違によりロッキング振動が卓越する地盤の振動数での剛性の減少と逸散減衰の増加の程度が違ってくることが示される．

（6） 有限境界として粘性境界あるいは動的剛性による境界を用いた有限要素法によって得られるインピーダンス関数は，半無限弾性地盤に対して近似的に求められる値に比べ内部減衰の影響が大きい．特に表面波による波動の逸散が生じない地盤の固有振動数より小さな振動数の範囲では内部減衰の影響が大きく表われている．

（7） 有限境界として用いられる動的剛性は複素固有値解析を含む煩雑な計算を必要とするため工学的には簡単化した扱いが望まれる．そこで動的剛性を近似化して扱うと1層地盤におけるインピーダンス関数は地盤の固有振動数での逸散減衰の卓越は表われず若干の相違があるが，2層地盤では比較的よく一致した結果が得られる．したがって，耐震応答解析で最も重要と思われる振動数の範囲では近似した値を示すものと考えられ，有限境界の扱いはより簡明な評価が可能であり，粘性境界を用いる場合に比べ比較的小さな領域の離散化に基づく基礎-地盤系の動的相互作用解析ができることを示唆している．

最後に，本文投稿にあたり貴重な助言をいただいた岡山大学の竹宮宏和助教授，京都大学の家村浩和助教授，および古川浩平助手に感謝の意を表わす次第である．なお，本計算は京都大学大型計算機センターの FACOM M 190 を用いて行ったものである．

参考文献

1) Clough, R.W. : Analysis of Structural Vibrations and Dynamic Response, Recent Advances in Matrix Methods in Structural Analysis and Design, Proc. of the U.S.-Japan Seminar, 1969, The University of Alabama Press, Huntsville, Alba., 1971.
2) Yamada, Y., H. Takemiya and K. Kawano : Seismic Response Analysis of Long-Span Suspension Bridge Tower and Pier System, Proc. 6th WCEE, Session 3, pp. 297～302, New Delhi, 1977.
3) Veletsos, A.S. and Y.T. Wei : Lateral and Rocking Vibration of Footing, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. SM 9, pp. 1227～1248, 1971.
4) Luco, J.E. and R.A. Westmann : Dynamic Response of Circular Footings, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. EM 5, pp. 1381～1395, 1971.
5) Kobori, T.,R. Minai and T. Suzuki : The Dynamical Ground Compliance of a Rectangular Foundation on a Viscoelastic Stratum, Bull. Disas. Prev. Res. Inst. Kyoto Univ., Vol. 20, No. 183, pp. 289～329, 1971.
6) Tajimi, H. : Dynamical Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum, Proc. 4th WCEE, Session A-6, pp. 53～69, Santiago, Chile, 1969.
7) Novak, M. and Y.O. Beredugo : Vertical Vibration of Embedded Footings, Proc. of ASCE, Vol. 98, No. SM 12, pp. 1291～1309, 1972.
8) Beredugo, Y. and M. Novak : Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings, Can. Geotech. J., Vol. 9, pp. 447～497, 1972.
9) Bielak, J. : Dynamic Behaviour of Structure with Embedded Foundations, Earthq. Engng. and Struc. Dynam. Vol. 3, pp. 259～274, 1975.
10) Wilson, E.L. : Structural Analysis of Axisymmetric Solids, AIAA Journal, Vol. 3, No. 12, pp. 2267～2274, 1965.
11) Lysmer, J. and R.L. Kuhlemeyer : Finite Dynamic Model for Infinite Media, Proc. of ASCE, Vol. 95, No. EM 4, pp. 859～877, 1969.
12) Urlich, C.M. and R.L. Kuhlemeyer : Coupled Rocking and Lateral Vibrations of Embedded Footing, Can. Geotech. J., Vol. 10, pp. 145～160, 1973.
13) Lysmer, J. and G. Waas : Shear Waves in Plane Infinite Structures, Proc. ASCE, Vol. 98, EM 1, pp. 85～105, 1972.
14) Kausel, E., J.M. Roesset and G. Waas : Dynamic Analysis on Layered Media, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. EM 5, pp. 679～693, 1975.
15) Kausel, E. : Forced Vibrations of Circular Foundations on Layered Media, MIT Res. Rep. RT 4-11, Massachusetts Inst. of Techn. Cambridge, Jan. 1974.
16) 田治見宏・下村幸男：3次元薄層要素による建物-地盤系の動的解析，日本建築学会論文報告集，No. 243, pp. 41～51, 昭和51年3月.
17) Shimizu, N., S. Yamamoto and Y. Koori : Three-Dimensional Analysis of Soil-Structure System by Thin Layer Element Method (Part 1. Outline of Analysis Method and Formulation of Layered Zone), 日本建築学会論文報告集, No. 253, pp. 31～43, 昭和52

年3月.

18) Shimizu, N., S. Yamamoto and Y. Koori : Three-Dimensional Analysis of Soil-Structure System by Thin Layer Element Method (Part 2. Formulation of Irregular Zone and Energy Transmitting Boundary), 日本建築学会論文報告集, No. 254, pp. 39～49, 昭和 52 年4月.

19) Sezawa, K. : Further Studies on Rayleigh-Waves having Some Azimuthal Distribution, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, Vol. 6, pp. 1～18, 1929.

20) Kuhlemeyer, R.L. and J. Lysmer : Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems, ASCE, Vol. 95, No. SM 5, pp. 421～427, 1973.

21) Richart, F.E., J.R. Hall and R.D. Woods : Vibrations of Soils and Foundations (岩崎敏男, 嶋津晃臣共訳) : 土と基礎の振動, 鹿島出版会, 1975.

22) Lysmer, J. and F.E. Richart : Dynamic Response of Footings to Vertical Loading, Proc. of ASCE, Vol. 92, No. SM 1, pp. 65～91, 1966.

(1978.6.3・受付)