

振動法によるケーブル張力の実用算定式について

PRACTICAL FORMULAS FOR ESTIMATION OF CABLE TENSION BY VIBRATION METHOD

新家 徹*・広中邦汎**・頭井 洋***・西村春久****

*By Tohru SHINKE, Kunihiro HIRONAKA, Hiroshi ZUI
and Haruhisa NISHIMURA*

1. 緒 言

最近、数多く架設されるようになってきた斜張橋、二
ールセン橋等のケーブル構造物においては、架設の際に
ケーブルに所定の設計張力が導入されているかどうかを
十分に確認しておく必要がある。ケーブル張力計測の一
方法として、ケーブルの固有振動数を測定して、これか
ら張力を算定する、いわゆる振動法は簡便さの点で優れ
た手法ではあるが、精度や適用範囲（対称振動、逆対称
振動の適否）の面で不明瞭な点がある。本文は、この振
動法について実験および数値計算により、従来用いられ
てきた弦理論による張力算定式では十分な精度が得られ
ない場合があることを指摘するとともに、曲げ剛性、サ
イグあるいは傾斜角の影響を考慮して、実用上十分な精度
の得られる張力算定式を提案するものである。

まず、実橋において一般によく使用されるパラレルワイヤストランド、ロックドコイルロープ、ストランドロープを用いて、振動実験および静的曲げ実験を行い、ケーブル張力と振動数の関係およびロープの曲げ剛性を把握した。また、有限要素法による固有振動解析により曲げ剛性、サグ、傾斜角等がケーブルの固有振動数と張力の関係に及ぼす影響を明らかにした。この結果、特にスパン長が短く、太径のロープの場合、あるいはスパン長が長く、サグ比が大きな場合には従来適用してきた弦理論による張力と振動数の関係を適用するとかなりの誤差を生ずる場合のあることが明らかになった。本文では、このような場合にも適用でき、また従来のものに比しより精度のよい張力

算定式を提案した。さらにケーブルサグおよび傾斜角の影響が問題となる範囲は 1 つの無次元値 Γ で判定することができ、この範囲では対称 1 次振動の適用は不都合であり逆対称 1 次振動による張力測定を行う必要があることを明らかにした。

2. ケーブル張力と固有振動数の関係

本文で用いている記号およびパラメーターをまとめて文末に記した.

(1) 弦理論式

一般にケーブルの固有振動数から張力を算定する場合、ケーブルの曲げ剛性およびサグの影響を無視して、式(1)で示す1次あるいは2次の振動の弦理論式により張力算定が行われることが多い。

ここに, T : 張力, l : ケーブル弦長, w : 単位重量, g : 重力の加速度 (9.8 m/sec^2), $f_n s$: n 次の固有振動数で

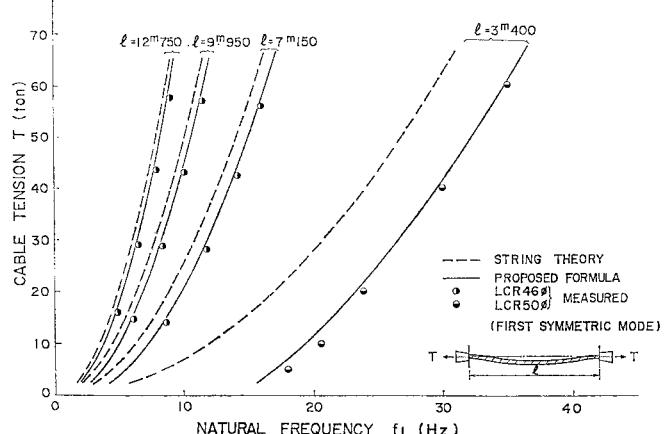


図-1 張力と振動数の関係

* 正會員 工博（株）神戸製鋼所

** 正会員 王博（株）製鋼所
工修（株）神戸製鋼所

*** 正金冒 (株) 神戸製鋼所

***** 正会員 工修 (株) 神戸製鋼所

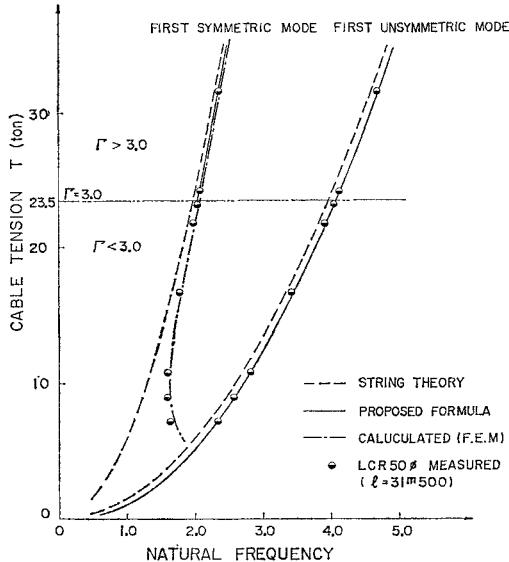


図-2 張力と振動数の関係

ある。

問題を明らかにするために弦理論式による計算値（点線の表示）と実験値（○印）の比較を図-1, 2に示す。図-1はケーブル長が短く、サグのほとんどない場合の値であるが、ケーブル長が短いほど計算値と実験値の差が著しい。また、図-2にはケーブル長が比較的長い場合の値を示している。張力が低くなり、サグが大きくなると対称1次振動において、サグの影響が現われ、弦理論式をそのまま適用できないことがわかる。すなわち、ケーブル張力を振動数から換算する場合、上記の弦理論式では誤差が大きくなる場合があり、より精度のよい張力算定式が必要であると思われる。

（2）曲げ剛性の影響を考慮した関係式

ここではケーブルが比較的短く、サグの影響が無視できる場合の曲げ剛性を考慮した実用的な計算式を作成する。ケーブルには素線自体の曲げ剛性および素線間の摩擦等の影響により曲げ剛性（ EI ）が存在する。ケーブルの曲げ剛性は実際にはケーブル長、張力あるいはたわみによって変化すると考えられるが、ここでは全長にわたって一様であり、常に一定と仮定する。また、一般にケーブルはその両端においてソケット前面で支持されることが多い、このことを考慮して、ケーブルの振動方程式として張力の入った両端固定はりの関係式¹⁾を適用する。振動方程式は無次元化して次式で表わされる。

$$2n\pi\eta_n^B(1-\cos\alpha l \cosh\beta l) + \xi \sin\alpha l \sinh\beta l = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\alpha l = \xi \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2n\pi\eta_n^B}{\xi} \right)^2} - 1 \right\}} \quad \dots\dots\dots(3)_1$$

$$\beta l = \xi \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{2n\pi\eta_n^B}{\xi} \right)^2} + 1 \right\}} \quad \dots\dots\dots(3)_2$$

ここで η_n^B , ξ は無次元値であり、以下に示すように前者は弦理論式から得られる振動数に対する比であり、後者はケーブル横方向剛性に関するパラメーターであり、ケーブルの力学的性状が弦に近いか（ ξ 大）、はりに近いか（ ξ 小）を表わす無次元値である。

$$\eta_n^B = f_n^B / \left(\frac{n}{2T} \sqrt{\frac{Tg}{w}} \right), \quad \xi = \sqrt{\frac{T}{EI}} \cdot l \quad \dots\dots\dots(4)_{1,2}$$

ここで、 EI ：ケーブルの曲げ剛性、 n ：振動次数。

すなわち、ケーブルの振動数と張力の関係において、曲げ剛性の影響はパラメーター ξ のみで表わされ、これの振動数に及ぼす影響はパラメーター η_n^B により表示されることがわかる。

ところで式(2)は振動数に関して非線形の方程式であり、簡単に振動数より張力を算定できない。また、実際にケーブルを容易に加振できるのは1次振動（対称1次）、あるいは2次振動（逆対称1次）のモードである。したがって、以下に示すように1次、2次振動に範囲を限定して $\xi-\eta_n^B$ の簡単な関係式を導くことを考える。

式(2)から求まる $\xi-\eta_n^B$ 関係を近似する方法として次の2通りの方法を適用した。

(i) ξ が大きい場合の挙動は弦に近く、式(2)の解 η_n^B が1に近いことから、弦理論値に補正を加えた形 ($\eta_n^B=1+4$) で表わされるものとする。式(2)にこの関係を代入し、 $2n\pi\eta_n^B/\xi \ll 1$, $\sinh\beta l \approx \cosh\beta l \gg 1$ とみなすことによって次式が得られる。

$$\eta_n^B = n\xi / (n\xi - 2) \quad (n=1, 2) \quad \dots\dots\dots(5)$$

(ii) ξ が小さい場合は軸力のないはりに近いことから、式(2)の解は張力を無視したはりの解に張力による補正項を加えた形で表わされるものとする。ここで、両端固定はりの静的変位を求める際に用いられる換算剛性式²⁾ $EI' = EI \left(1 + \frac{Tl^2}{4\pi^2 EI} \right)$ を用いると、結局次式が得られる。

$$\eta_1^B = \frac{(4.73)^2}{2\pi^2} \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\xi} \right)^2} \quad \dots\dots\dots(6)$$

次に、これらの式をもとに式(2)との誤差を小さくするべく係数の補正を行うことによって次式が得られる。

$$\eta_1^B = \xi / (\xi - 2.2) \quad (\xi \geq 17) \quad \dots\dots\dots(7)_1$$

$$\eta_1^B = 1.08 \sqrt{1 + (6.6/\xi)^2} \quad (17 \geq \xi \geq 3) \quad \dots\dots\dots(7)_2$$

$$\eta_2^B = 0.99 \xi / (\xi - 3.1) \quad (\xi \geq 10) \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここに、式(7)_{1,2}は1次振動（対称1次）の近似式であり、式(8)は2次振動（逆対称1次）の近似式である。後述するように実用的見地から1次振動について $\xi \geq 3$ 、2次振動については $\xi \geq 10$ の適用範囲となっている。なお、式(7)_{1,2}の適用境界 $\xi=17$ については、両式が与える η_n^B の差が最小となる ξ の値を選んだも

のである。すなわち、式(2)の解と式(7)_{1,2}おのおのを比較し 1% 以内に許容誤差とみなせば、それぞれ $5 \leq 10, 3 \leq \xi \leq 25$ 程度の範囲で通用し得るといえる。

張力算定式は式(7)_{1,2}, (8)を整理して次式で表わされる。

(i) 対称 1 次振動を対象とする場合

$$T = \frac{4w}{g} (f_1 B l)^2 \{1 - 2.2(c/f_1 B) - 2(c/f_1 B)^2\} \\ (\xi \geq 17) \dots \dots \dots (9)_1$$

$$T = \frac{4w}{g} (f_1 B l)^2 \{0.857 - 10.89 (c/f_1 B)^2\} \\ (17 \geq \xi \geq 3) \dots \dots \dots (9)_2$$

(ii) 逆対称1次振動を対象とする場合

ここに、 $c = \sqrt{EIg/wl^4}$

上式で求められる張力と振動数の関係を前述の図-1, 2において実線で示している。これより本文で提案する張力算定式は、図-2に示す対称振動で張力 $T < 23.5 \text{ t}$ の範囲（後述する対称1次振動が適用できない範囲）を除いて対称、逆対称振動のいずれにおいても実験値とよく一致しており、実用上十分な精度で張力の算定が可能といえる。

(3) ケーブルサグ, 傾斜角の影響を考慮した関係式

ケーブルサグが大きい場合の固有振動解析について

$$K = \begin{bmatrix} EA/l_e & & & & \\ 0 & (12EI/l_e^3 + 6T_0/5l_e) & & & \text{Sym.} \\ 0 & (6EI/l_e^2 + T_0/10) & (4EI/l_e + 2T_0l_e/5) & & \\ -EA/l_e & 0 & 0 & EA/l_e & \\ 0 & -(12EI/l_e^3 + 6T_0/5l_e) & -(6EI/l_e^2 + T_0/10) & 0 & (12EI/l_e^3 + 6T_0/5l_e) \\ 0 & (6EI/l_e^2 + T_0/10) & (2EI/l_e - T_0l_e/30) & 0 & -(6EI/l_e^2 + T_0/10) & (4EI/l_e + 2T_0l_e/5) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$M = wl_e \begin{bmatrix} 1/3 \\ 0 & 13/35 \\ 0 & 11l_e/210 & l_e^2/105 & \text{Sym.} \\ 1/6 & 0 & 0 & 1/3 \\ 0 & 9/70 & 13l_e/420 & 0 & 13/35 \\ 0 & -13l_e/420 & -l_e^2/140 & 0 & -11l_e/210 & l_e^2/105 \end{bmatrix} \dots \quad (14)$$

ここで、 T_0 ：部材初期張力、 l_e ：要素長、

図-2において一点鎖線で示した値は本解析による数値計算結果である。本計算値は1次、2次振動（図では一点鎖線と直線が重なっている）のいずれも実験値とよく一致しており、サグの大きいケーブルについて本解析は十分妥当な解を与えることがわかった。そこでケーブ

ルは、これまで入江³⁾、Irvine⁴⁾ らによって振動方程式の解が得られており、また、Henghold⁵⁾、West⁶⁾ らによつてマトリックス法により解かれている。しかしこれらはいずれもケーブルの曲げ剛性を無視して解析がなされてゐる。本文ではケーブルの曲げ剛性を考慮し、図一

図-3 解析モデル

3 に示すようなサクおよ
び傾斜角のあるケーブルの固有振動解析をマトリックス法により行い、これらの影響を明らかにする。

なお、解析を行ううえで次の仮定を設けた。

(i) サグのあるケーブル形状は次式で示す放物線とする。

ここに, δ : サグ比 (s/l_0), s : サグ.

(ii) ケーブル張力 (T) は水平張力 (H) を傾斜角 (θ) の余弦で割った一定値とする.

(iii) 振動振幅は微小とする.

計算は、ケーブルを 20 要素に分割し、式 (13), (14) に示す初期張力の影響を考慮した剛性マトリックス K^T 、および分布質量マトリックス M を用いて Wilkinson-Guptta 法により 1 次、2 次の固有値および固有モードを求めた。

弦長、サグ比、曲げ剛性、傾斜角、張力等の諸要因の種々の組合せについて計算を行い、これらの諸要因が固有振動数に及ぼす影響を定量的、定性的に把握した。

ところで、入江³⁾、Irvine⁴⁾ らはサグが比較的大きく、両端支持点に傾斜があるケーブルを対象として、その伸縮を考慮し、曲げ剛性を無視した固有振動解析を行い、面内の振動数が次式で表わされることを示している。

$$\Gamma_0 = \frac{wl}{128EA(\delta)^3 \cos^5 \theta} \dots \dots \dots \quad (15)_4$$

ここで、 s ：サグ、 δ ：サグ比、 θ ：傾斜角。

すなわち、逆対称振動に関しては振動時にケーブルには伸縮が生じず、形状が変化するだけであり、これを無視している弦理論の解と一致する。一方、対称振動の場合には、この影響が顕著に現われ、無次元値 Γ_0 （サグ、傾斜角、ケーブルの材料定数によって定まる無次元値）によって決定されることが示されている。

そこで本文では、これらの式との統一を図る意味で、前述の ξ および無次元値 $\Gamma' (\Gamma' = \sqrt{\Gamma_0})$ である) をパラメーターとして計算結果を整理した。すなわち、パラメーター ξ, Γ' を一定 ($\xi=20.0, \Gamma'=1.0$) とし、ケーブル弦長、サグ比、傾斜角等の諸元を種々組合せたケースについての計算結果を表-1に示す。ただし1次、2次振動の計算結果は弦理論による計算値に対する比 η_1^R, η_2^R および前述の張力を考慮した両端固定はり理論による計算値に対する比 $\tilde{\eta}_1^R, \tilde{\eta}_2^R$ で表示されている。

表-1 より次のことがいえる。

- (i) パラメーター ξ および I' が同一であれば、ケーブル弦長, サグ比, 曲げ剛性, 傾斜角の値にかかわらずほぼ同じ η_1^R , η_2^R および $\tilde{\eta}_1^R$, $\tilde{\eta}_2^R$ が得られる.

(ii) 逆対称振動については表に示すすべての場合に
 $\tilde{\eta}_2^R = 1.00$ であり、式(2)に示し
 た両端固定はり理論の計算値に一致する。
 すなわち、逆対称振動に
 関しては曲げ剛性を考慮した場合
 でもこれを無視した Irvine らの
 報告¹⁾で示されていると同様にサ
 グや傾斜角の影響が無視できる。

(iii) 対称振動については η_1^R , $\tilde{\eta}_1^R$ とともに 1.0 より大きく、サグや傾斜の存在によって、これらのない場合に比し振動数が増加することを示している。ただし、いずれの場合も $\tilde{\eta}_1^R$ は η_1^R に比しより 1.0 に近く、両端固定はり理論に基づく式(7)_{1,2}は弦理論に比し

よりよい近似値を与える。

上記の計算結果から逆対称振動の場合は先に述べた式(8)が適用できることがわかる.

次に対称振動の場合について以下に示すように定式化を図った。まず種々の ξ に対する $\eta_1^{R-F'}$ の関係を求め 図-4 に示した。図中実線は曲げ剛性を無視した式(15)_{1,3,4} より得られる η_1^c-F' の関係を示したものである。図より曲げ剛性を考慮した $\eta_1^{R-F'}$ の点列は、これを無視した式(15)_{1,3,4} の曲線を平行移動したような関係にあり、 F' が大きくなるとそれぞれの ξ 値によって一定値 η_1^B (式(2)の計算値)に収束することがわかる。そこで振動数に関するパラメーター η_1^R を式(2)の両端固定はり理論の計算値との比 $\tilde{\eta}_1^R(f_1^R/f_1^B)$ とし、サグ比および傾斜角に関するパラメーター F' を ξ を含んだ次式で示す F' で表わす。

$$I = I'(0.31 \xi + 0.5) / (0.31 \xi - 0.5) \dots \dots \dots \quad (16)$$

こうして得られる $\tilde{\eta}_1^{R-G}$ の関係を図-5に示す。図中実線は式(17)に示すように、曲げ剛性を無視した場合の $\eta_1^{c-G'}$ の関係(式(15)_{1,3,4}で示される)を式(16)を用いて $\tilde{\eta}_1^{R-G}$ の関係に置き換えたものである。

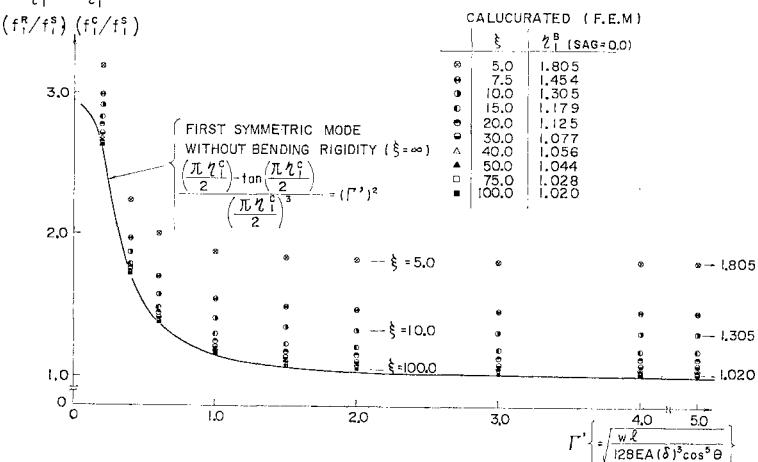
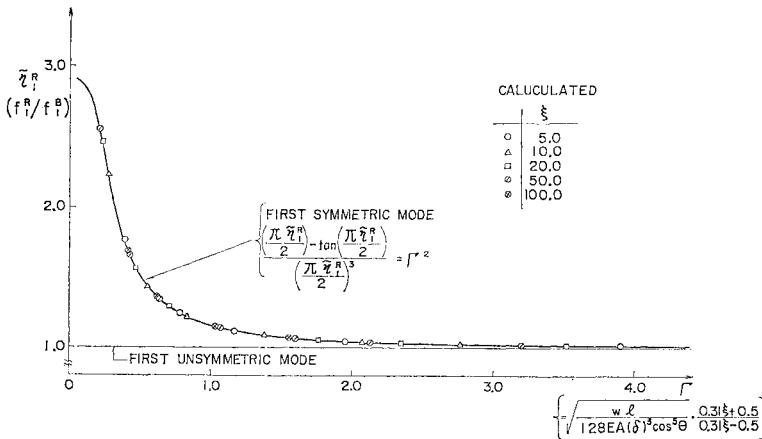
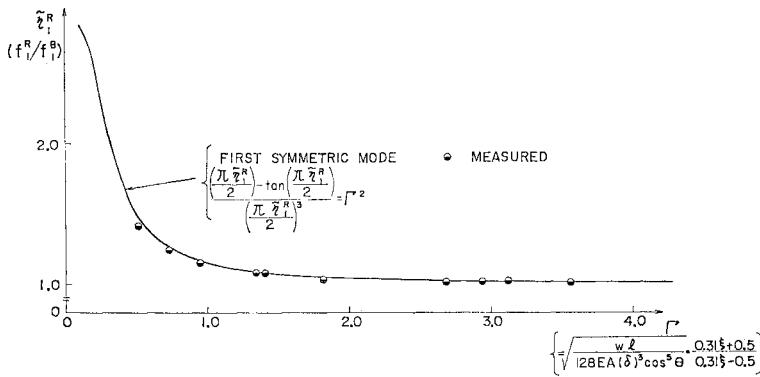


図-4 $\eta_1^c - \Gamma'$ および $\eta_1^R - \Gamma' - \xi$ の関係

表-1 無次元値 ξ , Γ' を一定としたときの諸元と計算結果の比較

ξ	I'	Γ	ケーブル 弦長 $l(m)$	傾斜角 θ°	伸び剛性 $EA(t)$	単位重量 $w(t/m)$	曲げ剛性 $EI(t \cdot m^2)$	張力 $T(t)$	サグ比 δ	固有振動数比		固有振動数比			
										(1)		(2)			
20.0	1.0	1.175	10.0	0°	1.6×10^4	0.008	0.737	2.947	0.0034	3.762	6.997	1.252	1.164	1.113	1.00
						0.016	1.170	4.678	0.0043	3.351	6.233	1.252	1.164	1.113	1.00
				30°	3.2×10^4	0.928	3.713	0.0027	4.222	7.854	1.252	1.115	1.113	1.00	
						0.669	2.678	0.0043	2.593	6.671	1.255	1.165	1.116	1.00	
				45°	0.008	0.585	2.339	0.0060	3.354	6.235	1.253	1.165	1.114	1.00	
						0.464	1.856	0.0107	2.976	5.551	1.248	1.164	1.110	1.00	
				60°	1.6×10^4	4.68	4.678	0.0043	2.370	4.408	1.252	1.164	1.113	1.00	
						13.79	6.131	0.0049	1.808	3.364	1.252	1.164	1.113	1.00	
				0°	20.0	13.79	6.131	0.0049	1.808	3.364	1.252	1.164	1.113	1.00	
						13.79	6.131	0.0049	1.808	3.364	1.252	1.164	1.113	1.00	

注) l , θ , δ は 図-4 参照.

図-5 $\tilde{\eta}_1^R - \Gamma$ の関係 (式 (17) と計算値の比較)図-6 計算値と実験値の比較 ($\tilde{\eta}_1^R - \Gamma$)

$$\begin{aligned} & \frac{\left(\frac{\pi\tilde{\eta}_1^R}{2}\right) - \tan\left(\frac{\pi\tilde{\eta}_1^R}{2}\right)}{\left(\frac{\pi\tilde{\eta}_1^R}{2}\right)^3} = \Gamma^2 \\ & = \sqrt{\frac{wl}{128EA(\delta)^3 \cos^5 \theta}} \cdot \frac{0.31 \sqrt{\frac{T}{EI}} \cdot l + 0.5}{0.31 \sqrt{\frac{T}{EI}} \cdot l - 0.5} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (17)$$

図-5 より上記のごとく変換したパラメーター $\tilde{\eta}_1^R$, Γ で整理することにより ξ 値が異なっても式 (17) で表わされる 1 つの曲線によってきわめて高精度で張力と振動数の関係を表し得ることがわかった。図-6 は式 (17) と後述する実験値との比較図である。両者はよく合致しており、本式の妥当性が確認された。

しかしながら、対称振動においてサグの影響が大きな範囲では図-2 に示すように 1 個の計測振動数に 2 個の張力値が対応する場合があり、また張力と振動数の関係を表わす曲線の傾斜が大きく、わずかの振動数計測誤差が算定張力に大きな誤差を生ずる。これは振動法による張力計測の立場からは好ましくない。これに対して逆対

称 1 次振動の張力と振動数の関係にはサグ、傾斜角の影響が現われないことが判明したので、このようなサグの影響が大きな範囲では逆対称 1 次振動によって張力を計測すべきだといえる。

そこで実用的見地からは対称 1 次振動で行える範囲を定めておく必要が生じてくる。式 (17) あるいは図-5 に示す $\tilde{\eta}_1^R$ は、サグおよび傾斜角が振動数に与える影響の度合そのものであるから、 $\tilde{\eta}_1^R$ をある値以内に抑えるようなパラメーター Γ の範囲を定めることによってこの目的は達せられる。いま、サグ、傾斜角の影響の小さい範囲として、この影響度を 2% 以内 ($\tilde{\eta}_1^R \leq 1.02$, 本文では実用的見地から、この程度を許容範囲と考える) にとると $\Gamma \geq 3$ が対称 1 次振動による計測可能範囲となる。

3. 振動法によるケーブル張力算定式

上述の検討から本文では表-2 に示す張力算定式を提案する。すなわち、まずパラメーター ξ , Γ 値を求め Γ が 3.0 以下であれば逆対称 1 次振動による張力測定を行う。 Γ が 3.0 以上であれば対称、逆対称のいずれでもよいが、 Γ 値が大きいロープは導入張力が大きくて、サグ比 δ が小さい場合であり、対称 1 次振動を生じさせる方が容易である

表-2 振動法によるケーブル張力算定式

Γ	張力算定式
$\Gamma < 3$	逆対称 1 次振動により張力計測を行う。 $T = \frac{w}{g} \cdot (f_1 l)^2 \left\{ 1.02 - 6.26 \frac{C}{f_1} \right\}$ ($\xi \geq 10$)
(サグの大きい場合)	対称 1 次振動により張力計測を行う。 $T = \frac{4w}{g} \cdot (f_1 l)^2 \left\{ 0.857 - 10.89 \left(\frac{C}{f_1} \right)^2 \right\}$ ($3 \leq \xi \leq 17$)
$\Gamma \geq 3$	$T = \frac{4w}{g} \cdot (f_1 l)^2 \left\{ 1 - 2.2 \frac{C}{f_1} - 2 \left(\frac{C}{f_1} \right)^2 \right\}$ ($17 \leq \xi$)
(サグの小さい場合)	ただし、 $\xi > 100$ の場合、 $T = \frac{4w}{g} \cdot (f_1 l)^2$ によるも可

f_1, f_2 : 計測した 1 次、2 次の固有振動数

$$C = \sqrt{\frac{EIg}{wl^4}}, \quad \xi = \sqrt{\frac{T}{EI}} \cdot l$$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{wl}{128EA(\delta)^3 \cos^5 \theta}} \left(\frac{0.31\xi + 0.5}{0.31\xi - 0.5} \right)$$

注) $\Gamma \geq 3$ の範囲において逆対称 1 次による起振が可能であれば、これによる張力計測も可能である。

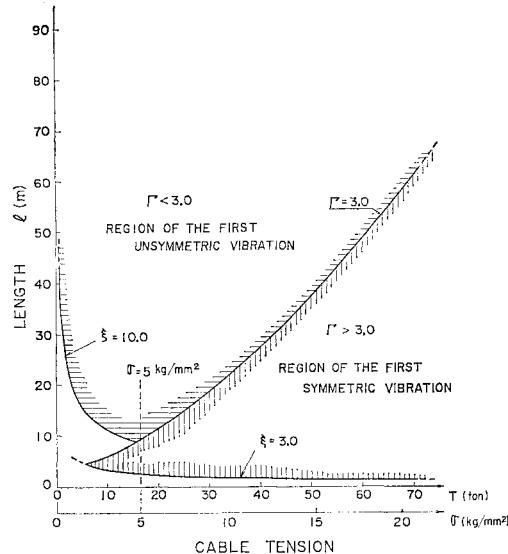


図-7 張力算定式の適用限界 (LCR 70φ)

ので対称振動によるものとした。なお、 ξ の値に考慮されるべきロープの曲げ剛性に関しては後述するような実験によるのがよいが、ロックドコイルロープについては充実断面とみなした場合の曲げ剛性の 50% とみなして大きな誤りを生じないことを確かめている^{8)~10)}。

本提案式により、一般の斜張橋やニールセン橋に用いられる程度の振動可能なケーブルであれば、その張力を妥当に評価し得ると考える。ただし、先に述べたように式の作成過程で、精度の面から、表-2 に示す若干の適用限界がある。この適用限界を超えるのは、(i) 径が太く、きわめて短いケーブルに低い張力が導入されている場合 ($T \geq 3.0, \xi < 3.0$)、あるいは、(ii) ケーブル弦長が長く、張力が低くて、サグがきわめて大きい場合 ($T < 3.0, \xi < 10.0$) であり、このようなケースが張力計測の対象となるのは実際まれである。本提案式は実用上十分な適用範囲をもつといえる。ちなみに本文で用いた供試体のうち最も太径の LCR 70φ について上述の適用を図-7 に示した。図においてハッチングを施した部分が適用範囲である。これより一般に張力計測が行われる $\sigma = 5 \text{ kg/mm}^2$ 以上であれば、きわめて短いもの (LCR 70φ の場合 $l < 2.6 \text{ m}$, LCR 50φ の場合 $l < 1.8 \text{ m}$) 以外は適用可能なことがわかる。

4. 実験

以上の諸式の妥当性を検討するために行った実験について概要を述べる。

(1) 実験系列と実験装置

本実験では斜張橋、ニールセン橋等で一般に使用され

るパラレルワイヤストランド (PWS), ロックドコイルロープ (LCR), ストランドロープを対象として表-3 に示す種々の径、長さのロープについて実験を行った。なお、表中には一部実橋での実験により得られているデータ¹¹⁾を併記した。

実験装置の概略を写真-1 に示す。

導入張力に関しては応力レベルで 3~40 kg/mm² の範

表-3 供試体諸元

種類	ケーブル弦長 l(m)	単位重量 w(kg/m)	断面積 A(cm ²)	換算曲げ剛性 EI(t·m ²) (ε 値)
パラレルワイヤ	PWS 37	12.75	5.68	7.265 (0.5)
	PWS 61	12.75	9.38	11.89 (0.8)
	PWS 91	12.75 9.95 7.15	14.0	17.87 (1.0) (0.17)
ロックドコイルロープ	LCR 30φ (B型)	10.39 7.15	5.0	6.38 (0.6) (0.7)
	LCR 46φ (C型)	12.75 9.95 7.15	12.0	13.51 (2.4) (0.5)
	LCR 50φ (D型)	71.382 59.703 37.953 31.5 3.4	14.7	18.20 (3.2) (0.5)
	LCR 54φ (C型)	3.49	16.5	19.80 (4.4) (0.5)
スドトラップ	LCR 70φ (D型)	46.537* ² 3.813	28.2	33.80 (12.4) (0.5)
	CFRC 60φ 7×7 + 6×WS(31)	12.75 9.45 7.15	15.10	19.26 (3.3) (0.25)

*1 換算曲げ剛性は静的な曲げ試験より得られた値であり () 内の値は素線間のすべりがないものとして算定した曲げ剛性との比 ε を示す。

*2 斜め張りケーブルのケーブル弦長であり、おのおの傾斜角は上から順に $\tan \theta = 0.390, 0.447, 0.672, 0.679$ 。

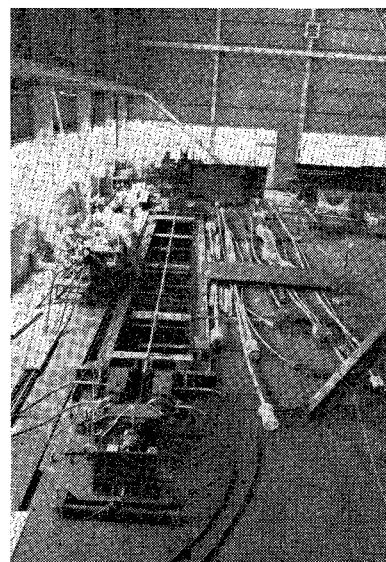


写真-1 実験装置概要

囲にわたって種々のケースで実験を行った。

(2) 実験方法

a) 振動実験

水平にセットした供試体ロープに所定の張力を導入し、これをスパンセンターで一定の変位だけたわませ、瞬時に開放する方法、あるいは架設現場で行われるように人力で加振する方法などにより自由振動させた。振動数および振動波形はロープの数か所に設置した加速度計および差動変位計により計測した。

b) 静的曲げ実験

一定の水平張力 T が導入され

たロープのスパンセンターに所定の鉛直変位 (y_c) を与えたときの鉛直荷重 (P) を計測した。なお、このときの鉛直変位は、ロープ加振時の y_c/l に相当する $1/2000$ 程度とした。次にロープの換算曲げ剛性 (EI) は、ロープを両端固定で、全長にわたりほぼ一様な曲げ剛性をもつてみるとみなして、式(18)に示す、張力を考慮した両端固定はりの式に P , y_c , l を代入して求めた。

$$y_c = \frac{Pl}{4kT} \left\{ k - \frac{2-2 \cosh k}{\sinh k} \right\}, \quad k = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{T}{EI}}$$
.....(18)

(3) 実験結果と考察

静的曲げ実験から求めた曲げ剛性を素線間のすべりがないものとして求めた曲げ剛性との比 (κ) で表示し、表-3 に示した。ロックドコイルロープでは径が 46ϕ ~ 70ϕ のものについて一様に $\kappa=0.5$ とみなしせる。PWS に関してはかなり小さな値であり、また、供試体ごとにかなり相違する。この理由は PWS の供試体は素線配列がくずれるのを防ぐため、数か所テープでまかれているが、このテープのピッチが供試体ごとに相違するためと考えられる。したがって、PWS の曲げ剛性を評価するにあたっては、実際に用いられるケーブルの状態で実験を行うよう注意する必要がある。

一方、振動実験結果については、その一部をすでに図-1, 2 および図-6 に示して、本文の提案式とよく一致していることを示している。図-8 はさらに多くの種類、径、スパン長の供試体による実験結果を前述の無次元値 ξ , η_1^B , η_2^B で整理し、まとめて式(7), (8) (表-2 で示す提案式と等価である) と比較して示したものである。ただし、ここでは前述の $\Gamma < 3$ の範囲における

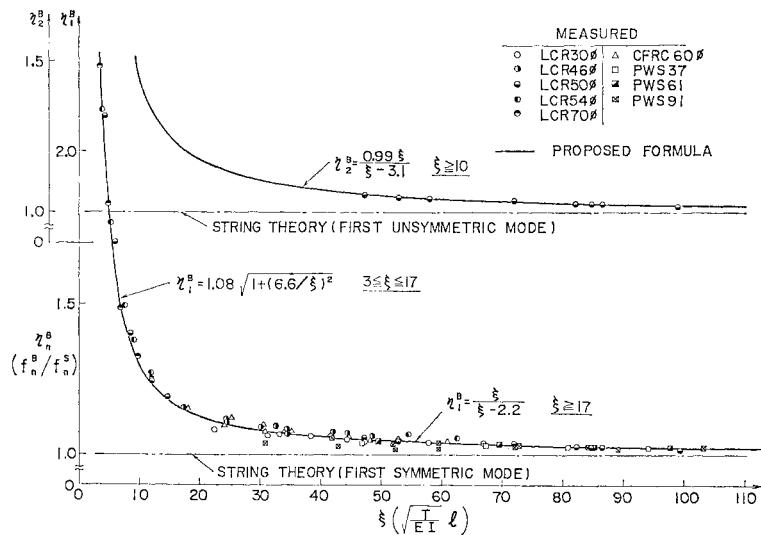


図-8 提案式と実験値の比較 ($\xi - \eta_{1,2}^B$)

対称 1 次振動の結果は除いてある。図より ξ が 100 以下であれば、 η_n^B が次第に 1.0 より大きくなっているが、この値が 1.0 である弦理論式が適用できず、本提案式によって十分妥当な解が得られることが確認された。

5. 結 言

本文はケーブル張力を振動法により計測する際に問題となるケーブルの曲げ剛性、サグ等が固有振動数に及ぼす影響を数値計算および実験により検討した。その結果は以下の諸項目にまとめることができる。

(1) ケーブルの固有振動数に及ぼす曲げ剛性、サグ等の影響は 2 個の無次元パラメーター ξ , Γ により表わされることが明らかになった。

(2) $\xi < 100$ の範囲で曲げ剛性の影響が大きくなり、これを考慮した張力算定式を適用する必要がある。

(3) $\Gamma < 3.0$ の範囲でサグ、傾斜角の影響が対称振動において大きくなり、この範囲ではこれらの影響の現われない逆対称振動により張力計測する必要がある。 $\Gamma \geq 3.0$ の範囲では対称振動によって張力計測を行うことができる。

(4) これらを考慮して表-2 に示す実用張力算定式を提案した。

本文で提案する張力算定式により、一般の斜張橋やニールセン橋に用いられている振動可能なケーブルの張力を数%の誤差内で妥当に評価できる。また、本提案式はパラメーターの代数式で表わされているので現場において手計算により迅速に張力を算定できる点で活用しやすいものと考える。

最後に本研究にあたり、終始懇篤なるご指導を賜った大阪大学 小松定夫教授ならびに有益なる助言をいただいた大阪市橋梁課係長 松村 博氏に深甚の謝意を表します。

記号とパラメーター

A ：ケーブル断面積

EI ：ケーブルの曲げ剛性

EA ：ケーブルの伸び剛性

f_n^s ：曲げ剛性、サグを無視した場合の n 次の固有振動数（弦理論）

f_n^B ：曲げ剛性は考慮し、サグを無視した場合の n 次の固有振動数（張力を考慮したはり理論）

f_n^c ：曲げ剛性を無視し、サグ、傾斜角を考慮した場合の n 次の固有振動数

f_n^R ：曲げ剛性、サグ、傾斜角を考慮した場合の n 次の固有振動数

f_n ：ケーブルの n 次の固有振動数の計測値

g ：重力加速度（ 9.8 m/sec^2 ）

H ：ケーブル水平張力

K ：剛性マトリックス

l ：ケーブル弦張

l_e ：部材要素長

l_0 ：ケーブル水平長

M ：質量マトリックス

P ：鉛直荷重

θ ：ケーブル傾斜角

T ：ケーブル張力

T_0 ：部材初期張力

w ：単位長さ当たりの重量

δ ：サグ比

y_c ：ケーブルのスパンセンターのたわみ

s ：ケーブルのサグ

ξ ：(T/EI) $^{1/2} \cdot l$ 曲げ剛性の影響を表わすパラメーター

$$\left. \begin{array}{l} \Gamma_0 : wl/(128EA(\delta)^3 \cos^5 \theta) \\ \Gamma' : \sqrt{\Gamma_0} \\ \Gamma : \Gamma' \left(\frac{0.31\xi+0.5}{0.31\xi-0.5} \right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{サグ、傾斜角の影響を表わすパラメーター} \\ \text{ターネー} \end{array}$$

κ ：ロープの曲げ剛性（実験値）と素線間のすべりがないとして計算した曲げ剛性との比

η_n^B ： f_n^B/f_n^s 、振動数比（弦理論に対する曲げ剛性の影響）

η_n^c ： f_n^c/f_n^s 、振動数比（弦理論に対するサグ、傾斜角の影響）

η_n^R ： f_n^R/f_n^s 、振動数比（弦理論に対する曲げ剛性、サグ、傾斜角の影響）

$\tilde{\eta}_n$ ： f_n^R/f_n^B 、振動数比（はり理論に対する曲げ剛性、サグ、傾斜角の影響）

参考文献

- 1) 頭井忠二：振動論、現代工学社。
- 2) 櫻井豊三：固定梁の軸張力実用計算法、土木学会誌、第26卷、5号、1940。
- 3) 入江敏博：架空索の振動に関する研究、第15回ワイヤロープ研究会報、1964。
- 4) Irvine, H.M. and T.K. Caughey : The Linear Theory of Free Vibration of a Suspended Cable, Proceeding of the Royal Society, London, England, Series A, Vol. 341, 1974.
- 5) Henghold, W.M. and J.J. Russell : Equilibrium and Natural Frequencies of Cable Structures, Journal of Computer and Structures, Vol. 6, 1976.
- 6) West, H.H., L.F. Geshwindner and J.E. Suhoski : Natural Vibrations of Suspension Cables, ASCE, Vol. 101, No. ST 11, Nov., 1975.
- 7) Przemieniecki, J.S. : Theory of Matrix Structural Analysis, McGRAW-HILL, 1968.
- 8) 新家・広中・西村：ロープの振動特性に関する実験的研究、土木学会第32回年次学術講演会講演集、1977。
- 9) 新家・広中・頭井・湊：ニールセン橋の斜材張力調整に関する手法、神戸製鋼技報、R & D, Vol. 27, No. 1, 1977.
- 10) 長井・岸田・西村：ニールセン橋におけるケーブル張力の管理について、土木学会第33回年次学術講演会講演集、1978。
- 11) 頭井・松村・寺西：斜張橋ケーブルの張力調整について、土木学会第33回年次学術講演会講演集、1978。

(1978.9.25・受付)