

成層化した二次元貯水池に流入する密度流の実験的研究†

EXPERIMENTAL STUDY ON DENSITY CURRENTS ADVANCING INTO A TWO DIMENSIONAL STRATIFIED RESERVOIR

福岡捷二*・福嶋祐介**・村田和夫***・荒井 健****
By Shoji FUKUOKA, Yusuke FUKUSHIMA, Kazuo MURATA
and Ken ARAI

1. 序 論

密度分布をもつ濁水が成層した流体中に流入すると、濁水の密度が周囲水の密度に比べ大きいか、小さいか、同一かによって下層密度流、上層密度流、中層密度流を形成する。成層化した貯水池に濁水が進入する場合には濁水自身が密度分布をもつため、躍層面において中層密度流と下層密度流に分岐を生じ、そのため複雑な流動形態があらわれる。

貯水池密度流の流動形態は貯水池が混合型か成層型かによって異なる。混合型貯水池では、周囲水がほとんど密度分布をもたないため流入濁水は plunging 部で希釈混合した後、流路床に沿って進入し下層密度流を形成する。一方、成層型貯水池では、図-1 に示すように、流入濁水ははじめ下層密度流となって進行してゆくが密度躍層面に到達すると流入濁水自身が密度分布をもつため流入濁水のうち周囲水と等しいか小さい密度をもつ濁水はこれより下層に進入できず躍層に留まり、やがて水平方向に運動を始め中層密度流を形成する。一方、周囲水より密度の大きな濁水部分は、さらに流路床に沿って進入してゆき新たな下層密度流を形成する。このように躍

層面では濁水と周囲水の密度の大小関係により、中層密度流と下層密度流に分岐する。流入濁水が流路床から離れ中層密度流となると重力の影響が減じ進行速度が著しく遅くなる。このため、成層型の貯水池では濁水が長期にわたり広い範囲に滞留することが多い。したがって、成層型貯水池での密度流の流動形態を正確に予知できれば、濁水層の効果的な選択的放水を行うことによって、濁水の長期化現象を制御することが可能となる。しかし成層型貯水池で生ずる濁水の分岐現象、中層密度流の先端移動速度、先端形状と周囲水の密度分布との関係についてはいまだ明らかにされていない点が多い。したがって、貯水池密度流の予測モデルを構築するために、上述の問題について解明する必要がある。

著者らの1人¹⁾は、下層密度流先端部の運動特性、内部構造について理論と実験の両面から考察し、density front の発達機構、移動速度、混合機構を明らかにした。本論文は、下層密度流先端部について得られた成果を基礎に、実験的な立場から成層化した貯水池密度流の流動特性を検討する。すなわち、(1) 密度躍層をもつ貯水池における濁水の流動機構と内部構造、密度躍層での分岐現象を実験的に考察する。(2) 流入濁水厚に比して躍層が十分大きい場合に相当する周囲水が直線密度分布をもつ場合について周囲水の密度分布が中層密度流の先端形状と先端移動速度に与える影響について考察する。

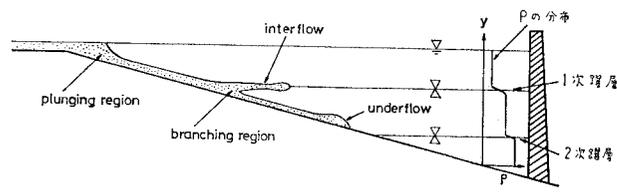


図-1 成層化した貯水池での密度流

2. 貯水池密度流の流動形態

貯水池における密度流の流動形態は、流入濁水と貯水池水の相対的な密度分布によって決まる。大別すると次の2つの流動形式をとる。

(i) 下層密度流：流入濁水の密度が周囲水の密度に比べて大きく、貯水池の流路床に沿って運動する密度流。下層密度流は、先端部と等流部、両者の間に存在す

† この研究は、一部文献 18) に発表済である。
* 正会員 Ph. D. 工博 東京工業大学助教授
工学部土木工学科
** 正会員 工修 東京工業大学助手 工学部土木工学科
*** 正会員 工修 建設技術研究所(株)
**** 正会員 前田建設工業(株)

る遷移部で構成される。

(ii) 中層密度流: 流入濁水の密度が躍層の密度とほぼ等しく水平に進入する密度流, 中層密度流の進入形状は流入濁水量, 相対密度分布と濁水厚の大きさによって異なる。躍層の厚さに比べ流入濁水厚が大きい場合には流入濁水は明確な先端部を形成して進入するが, 躍層の厚さに比べ濁水厚が小さい場合には全体としてくさび状に進入してゆく。

成層型貯水池ではこれらが複雑に組み合わされた流動形態をとる。一方, 成層していない貯水池に周囲水より密度が大きい濁水が流入する場合には下層密度流を形成する⁹⁾。

貯水池における濁水の流動形式は, 次の2つの地点の影響を強く受ける。

(i) plunging 部: 貯水池への流入水が水面下に潜り込む地点で, この plunging 部では周囲水との混合がきわめて大きい。

(ii) 分岐部: 下層密度流として進入してきた濁水が躍層に到達し, 中層密度流と下層密度流とに分岐する地点。分岐部の位置, 分岐部での濁水厚, 分岐後の流量配分等は, 躍層の密度差, 濁水自身の密度分布, 流入濁水量によって決まると考えられる。

plunging 部における流入濁水の周囲水との混合希釈の問題は, 濁水の流入形式, 貯水池流入部付近の幾何形状と水理条件によって大きく影響される^{2)~4)}。したがって, 本研究では, 密度差が支配的でその他の条件は運動に対し二次的な影響をもつに過ぎない plunging 部通過後の密度流を扱う。すなわち, 濁水の流入条件を一定に保ち, plunging 部での混合を制御して実験を行い, 希釈混合された濁水のその後の運動を取り扱う。

3. 実験装置および実験方法

実験装置を図-2に示す。水路は長さ7m, 幅0.2m, 水深0.8m, 底勾配1/10の片面ガラス張り開水路である。食塩を用いて一様密度に調整した濁水*を一定ヘッドタンクに導き, 流量制御バルブを通して上流端の矩形堰から射流状態で静かに流入させる。流入濁水は plunging 部で跳水を起し激しい希

釈混合後, 流路床に沿って流下する。測定区間は堰より90cm離れた地点より下流とした。実験条件を表-1に示す。Run No. 1からRun No. 14は, 一次躍層と二次躍層をもつ周囲水中に流入する濁水の流動形態および中層密度流の流動特性を調べるために行ったものである。これらのうち, Run No. 5, 9, 14では一次躍層の位置を変化させることによって, 上層水深が plunging 部における混合に与える影響を調べた。この結果本実験装置では上層水深が20~30cmであれば plunging 部での混合の状態はほぼ同じであることがわかった。Run No. 15~18は躍層における濁水の分岐特性を調べるために行ったものである。このため, 各Runで流入濁水と周囲水との相対密度差 $\Delta\rho_1/\rho_1$, 躍層での密度差 $\Delta\rho_2/\rho_1$ ($=(\rho_2-\rho_1)/\rho_1$) を一定に保ち, それぞれ複数回の実験を行って, 流速分布, 密度分布等を測定した。Run No. 19~22は, 流入濁水厚に比べ躍層が非常に大きい場合の流入濁水の流動特性を調べるため, 周囲水の密度分布

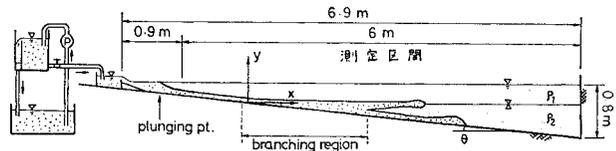


図-2 実験装置

表-1 実験条件

Run No.	上層		一次躍層		二次躍層		流入水	
	ρ_1 (g/cm ³)	T_1 (°C)	$\Delta\rho_1/\rho_1$	堰からの距離	$\Delta\rho_2/\rho_2$	堰からの距離	$\Delta\rho_1/\rho_1$	Q (l/sec)
1	0.9981	25.4	0.0070	90	0.0174	290	0.0119	0.4
2	0.9981	24.0	0.0037	90	0.0202	290	0.0119	0.1
3	0.9981	24.5	0.0048	90	0.0171	290	0.0119	0.1
4	1.0000	23.0	0.0026	90	0.0173	290	0.0175	0.1
5	0.9994	10.5	0.0026	190	0.0069	390	0.0142	0.1
6	0.9998	21.0	0.0022	* 90	0.0186	290	0.0212	0.1
7	0.9998	20.8	0.0025	* 90	0.0182	290	0.0212	0.1
8	0.9984	20.6	0.0041	* 90	0.0180	290	0.0226	0.1
9	0.9993	9.5	0.0025	*190	0.0072	390	0.0182	0.1
10	0.9998	23.0	0.0019	* 90	0.0195	290	0.0252	0.1
11	0.9987	19.9	0.0031	* 90	0.0091	290	0.0223	0.1
12	0.9985	15.3	0.0034	* 90	0.0081	290	0.0235	0.1
13	0.9983	16.2	0.0033	* 90	0.0070	290	0.0209	0.1
14	0.9994	10.0	0.0020	*190	0.0075	390	0.0181	0.1
15a	0.9965	27.2	0.0034	*190			0.0304	0.1
b	0.9968	25.9	0.0034	*190			0.0315	0.1
c	0.9973	24.6	0.0035	*190			0.0309	0.1
16a	0.9975	23.0	0.0029	*190			0.0230	0.1
b	0.9976	22.6	0.0030	*190			0.0230	0.1
c	0.9979	21.7	0.0030	*190			0.0223	0.1
17a	0.9984	18.8	0.0030	*190			0.0289	0.1
b	0.9985	18.7	0.0030	*190			0.0285	0.1
18a	0.9993	14.2	0.0029	*190			0.0271	0.1
b	0.9994	13.0	0.0029	*190			0.0270	0.1
19	1.0002	14.1		$N=3.9 \times 10^{-1}$			0.0058	0.1
20	0.9999	13.6		$N=3.9 \times 10^{-1}$			0.0181	0.1
21	1.0007	13.5		$N=4.0 \times 10^{-1}$			0.0173	0.1
22	0.9990	13.8		$N=4.4 \times 10^{-1}$			0.0190	0.1

* 本実験では, 濁質の沈降速度が密度流の流下速度に比べ十分小さく, 濁質の沈降速度が密度流に有意な影響を与えない範囲を取り扱うこととし, 塩水をもって濁水に変える。

を直線分布としたものである。表-1 に記された N は buoyancy frequency ($=[-g/\rho_1 \cdot d\rho/dy]^{1/2}$) である。図-2 のように、Run No. 1~18 では一次躍層が流路床と交わる位置を座標原点とし、流下方向に x 軸、鉛直上向きに y 軸をとる。Run No. 19~22 では、堰からの水平距離が 190 cm の流路床上を座標原点とし、 x 軸、 y 軸を同様定める。

測定は次の項目について行われた。

(i) 流入濁水の流動形態と先端移動速度

水槽と平行に 35 mm カメラを数台設置し、フルオレイセンナトリウムで着色した濁水の先端が堰から 90 cm の位置を通過したときを $t=0$ sec とし、10 秒間隔で撮影する。同時に 8 mm カメラにより濁水の先端を追跡する。こうして得られた 35 mm フィルムと 8 mm フィルムから流入濁水の流動形態、濁水の厚さ、先端形状、先端移動速度の場所的、時間的変化を読みとる。

(ii) 流速分布

$x=255$ cm の位置に水素気泡発生装置を固定し、先端が $x=200\sim 220$ cm に到達したときから 20 cm 流下するごとに写真撮影し流速分布を測定した。これは文献 1) の Euler 的流速分布に相当する。水素気泡はブロック状に発生させ気泡の浮力による影響を補正した。

(iii) 密度分布

1 断面で 3 cm 間隔に 10 点同時に 3 回採水できる装置を $x=55$ cm に固定し、1 断面で 2 cm 間隔に 20 点同時に採水できる装置を $x=155$ cm と $x=255$ cm に固定する。濁水の先端位置が $x=90$ cm, 190 cm に達したとき、 $x=55$ cm で試料を採水し、濁水の先端が $x=290$ cm に達したとき、3 断面で同時に採水する。採水した試料は硝酸銀溶液で滴定し Cl^- イオン濃度を求め、比重計との対応から密度を求める。

(iv) 濁水の分岐特性

流入濁水の先端部が躍層に到達した後、中層密度流と下層密度流に分岐し、それぞれの先端部が定常運動するまでの過程を (i) の方法により測定する。得られたフィルムから、分岐開始位置、分岐部での濁水厚、分岐後の中層密度流と下層密度流の先端移動速度、先端部厚さを読みとる。さらに、図-3 のように、等流部 (断面 I)、分岐開始位置 (断面 II)、分岐後 (断面 III) の 3 断面で流速分布、密度分布を測定し、分岐部に流入する濁水の

流入量、中層密度流と下層密度流への配分流量を求める。

4. 実験結果と考察

(1) 躍層到達時の濁水先端部の運動

濁水が貯水池に流入すると流入直後の plunging 部で internal jump を生じて、周囲水と激しく希釈混合し濁水流量が増大する。このため、濁水の密度は流入前の密度に比べ著しく減少し (本実験の場合、4~10 倍程度薄まる)、濁水自身が密度分布をもつことになり、plunging 部を通過した流入濁水は、はじめ下層密度流を形成する。このとき躍層に到達した濁水が分岐するか、そのまま躍層中を進入するかによって濁水先端部の流動形態が異なる。すなわち、

(i) 流入濁水の最大密度が躍層より下層の流体密度と等しいか、これより小さい場合には、濁水全体が運動方向を変化して躍層中に進入し中層密度流を形成する。これを type I とよぶ。

(ii) 流入濁水の最大密度が下層流体の密度より大きい場合には、流入濁水は躍層をつき破って下層密度流を形成する部分と中層密度流を形成する濁水に分岐する。これを type II とよぶ。

(iii) 流入濁水の密度が周囲水の密度より大きい場合にはそのまま下層密度流を形成する。これを type III とよぶ。

著者らが文献 1) で取り扱ったのは type III の場合である。表-1 中の躍層の位置を示す項に記された記号 * は、その躍層で濁水が分岐し type II の流動形態があらわれたことを示している。その他は type I である。著者らは type I の流動形態および 2 つの躍層に進入する場合の流動形態について、文献 18) で詳細に述べている。以下では、分岐を伴う type II を中心に躍層到達時の濁水先端部の流動特性について考察する。写真-1 は、躍層到達時の濁水の運動の代表例 (Run No. 16) である。下層密度流として進入してきた濁水が中層密度流と下層密度流とに分岐する過程をみることができる。

図-4 は、このような写真をもとに躍層到達後の濁水の先端部形状と周囲水の内部境界面形状を 10 秒おきにスケッチしたものを示す。下層密度流の先端部は流下距離によらずほぼ相似な形状を保って進行する (①)¹⁾。しかし、下層密度流の先端部が躍層に到達すると、先端部はこれまでの相似な形状を保てず著しく変形し、前面がほぼ垂直に立ち上がる (②)。濁水の先端部形状は、濁水と周囲水の内部境界面において、濁水内部の圧力、周囲水の圧

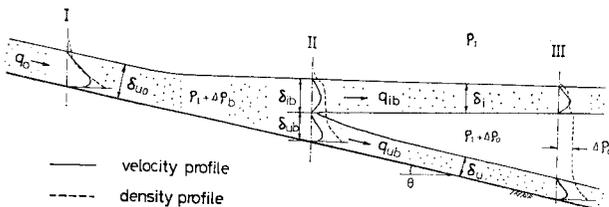
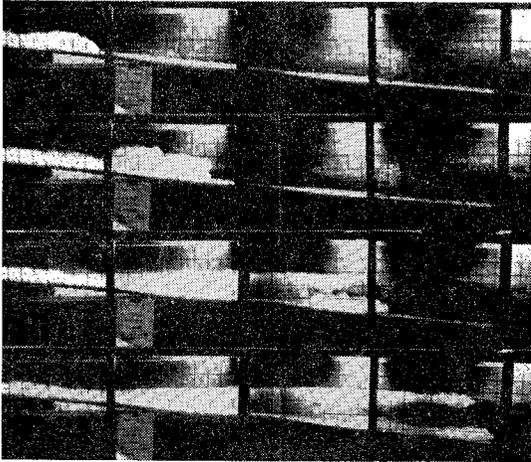
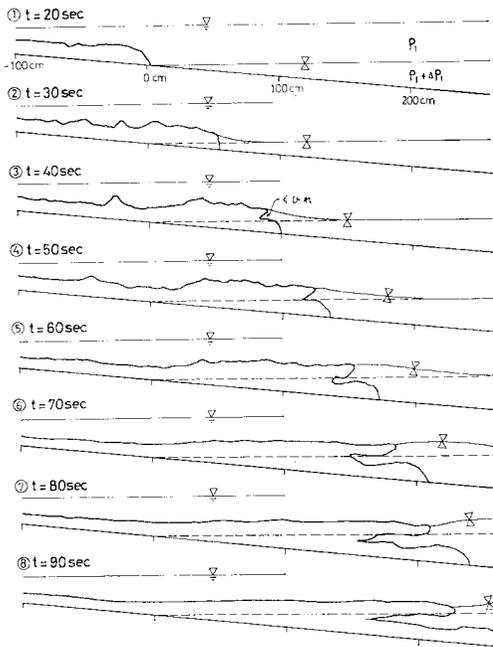


図-3 分岐部の濁水の流動の模式図



写真一 躍層到達時の濁水先端部 (Run No. 16)



図一 躍層到達後の濁水先端部と躍層形状の時間的变化 (Run No. 18)

力、内部境界面に働くせん断力等のつり合い関係によって決まると考えられ、濁水内部の密度分布、流動機構と密接に関連する。濁水が躍層に到達すると、躍層の下層から密度差に起因する進行方向と逆向きの圧力を受けるため、先端移動速度が急激に減るとともに先端形状が変形してゆくと考えられる。さらに濁水が進入すると(③)、先端部にくびれが生じそれが時間とともに大きくなり、やがてそれぞれが新たな先端部を形成した後分岐してゆく。くびれの位置は $t=60 \text{ sec}$ (⑤) までは流下方向に前進するが、それ以後はほとんど時間的に変化がない。躍層到達時には濁水と周囲水との内部境界面で大

きな渦が発生するのがみられる(②, ③)。これは、先に述べたように先端移動速度が減じ、急激に形状が変化することに関係すると考えられる。時間とともに内部境界面の大きな渦は減じてゆき $t=90 \text{ sec}$ (⑧) になると分岐点の位置より上流の内部境界面は、同じ高さを保ちほぼ水平となる。濁水が躍層に到達すると、濁水の浸入によって下層流体の一部は押し上げられ、濁水の前面で段波状に盛り上がる(②~④)。盛り上がり部ははじめ三角形をなして濁水の先端に接しているが、盛り上がり高さがある高さになると濁水の先端移動速度より速い伝播速度となり濁水から離れてゆく(⑥~⑧)。この周囲水の盛り上がり部は濁水の浸入によって生じた内部孤立波と考えることができる。二層界面に発生する内部孤立波の波速 c は次式であらわされる⁵⁾。

$$c^2 = gh \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \left\{ 1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \frac{a}{h} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 g は重力加速度、 ρ_1, ρ_2 はそれぞれ上層と下層の密度、 h は各層の厚さ $h_1 = h_2 = h$ 、 a は波高である。式(1)によって、実験条件の範囲で波速 c を求めると $c=4.3 \sim 8.3 \text{ cm/sec}$ であり、4.(5)で述べる中層密度流の先端移動速度より大きいことが示される。用いた水路の下流端は固定壁であるため、内部孤立波は反射し戻ってくる。このため、ある時間以上経過すると周囲水の逆流等が顕著となり、濁水の流動に著しい影響を及ぼす。流速分布、密度分布等の測定では、この点を考慮し反射した内部孤立波の影響のあらわれない時間帯を選んでいる。

躍層において分岐を生じない type I の場合も躍層到達時の濁水先端付近の流動形態は、type II の場合とほとんど同様である。ただし、type I では濁水先端が垂直に立上がった後、くびれを形成することなくすべてが中層密度流として進行する。また、下層への濁水の押し込み量が小さいため、盛り上がりも小さくその影響は type II ほど顕著ではない。

(2) 躍層における濁水の分岐機構

図一3を参照して記号の説明を行う。濁水厚を δ 、濁水と躍層の上層流体との密度差を $\Delta\rho$ 、流速を u 、濁水の単位幅流量を q とし、下層流には添字 u を中層流には添字 i を付す。分岐部の値には添字 b 、平均量には添字 m をつける。また、流速分布から求めた濁水厚さと密度分布から求めた濁水厚は、添字 v と添字 d で区別する。

図一5は等流部(断面I)、分岐部(断面II)、分岐後(断面III)の3断面の流速分布(実線)と密度分布(丸印)の測定例(Run No. 18)を示す。このとき、中層密度流の先端位置は $x_1=245 \text{ cm}$ 、下層密度流の先端位

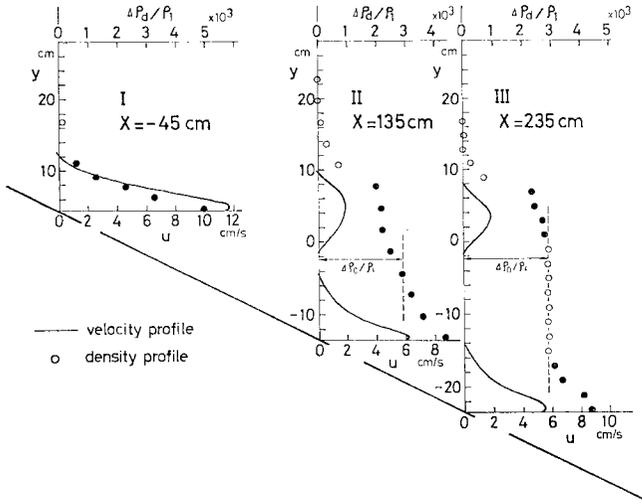


図-5 分岐部、および前後の断面の流速分布、密度分布 (Run No. 18)

置は $x_2=344$ cm である。●印は濁水が進入している領域を示し、流速分布と対応していることがわかる。等流部の密度分布はほぼ指数分布をなし、流速分布は底面付近に最大値をもつ。分岐部では濁水厚が増し濁水内部で強い二次の流れが生じて混合が促進される。このため、分岐部の密度分布は等流部の密度分布に比べかなり一様化し直線分布に近い分布形となる。流速分布には2つのピークがあらわれ、濁水が中層密度流と下層密度流に分岐していることが示される。断面Ⅲでは、濁水の密度分布は分岐部の密度分布とほぼ等しい。これは他の実験条件でも同様である。中層流の密度の流下方向の変化については、4.(3)、(4)でさらに詳しく述べる。

図-6 (a)~(c) は、濁水が分岐後、ほぼ定常となったときの分岐部の流速分布と密度分布を示す。この位置では、濁水内部の激しい渦運動が流速分布に与える影響は

大きい。このため、流速分布は約 20 秒間の測定値を平均している。得られた流速分布を比較すると、分岐部の中層流と下層流の濁水厚 δ_{ibv} , δ_{ubv} 、およびそれぞれの最大流速は実験ごとに非常に異なる。これは、周囲水と流入濁水の相対的な密度差が異なるためである。濁水の密度差が、躍層の上下流体の密度差 $\Delta\rho_0$ と等しくなる高さをもって、濁水の上部と下部の濁水厚 δ_{ibd} , δ_{ubd} を定めた。これを、流速が零となる高さにより定めた濁水厚 δ_{ibv} , δ_{ubv} と比較すると、それぞれの濁水厚は実験精度の範囲内ではほぼ一致しており、濁水の流動は密度分布に強く依存していることが示される。図-6 の一点鎖線は分岐部の濁水の密度 $\Delta\rho_b$ を直線分布、

$$\Delta\rho_b = \Delta\rho_{bm} \left\{ 1 - \beta_u \left(\eta - \frac{1}{2} \right) \right\}, \quad \eta = y'/\delta_b' \quad (2)$$

で近似したものである。ここで、 $\Delta\rho_{bm}$ は濁水の平均密度差、 y' は流路床面上から鉛直上向きにとった座標、 δ_b' は分岐部の全濁水厚 (= $\delta_{ib} + \delta_{ub}$) である。 β_u は密度勾配をあらわす無次元パラメーターであり、本実験の範囲では $\beta_u=0.7\sim 1.2$ の値をとる。

図-7 は、分岐部における周囲水の混合を調べるため得られた流速分布を積分し、断面Ⅰの単位幅流量 q_0 と断面Ⅱの中層密度流と下層密度流の単位幅流量 q_{ib} , q_{ub} の和 $q_{ib}+q_{ub}$ の大きさを比較したものを示す。室田ら⁶⁾は、斜面上の流れが射流の場合には、躍層付近で内部跳水を生じ多量の周囲水を混合・連行することを報告している。本実験は内部跳水が生じていない条件で行われたものであり、このときには実験精度から判断して、図-7 が示すように、分岐部での連行量は有意に認め得るほ

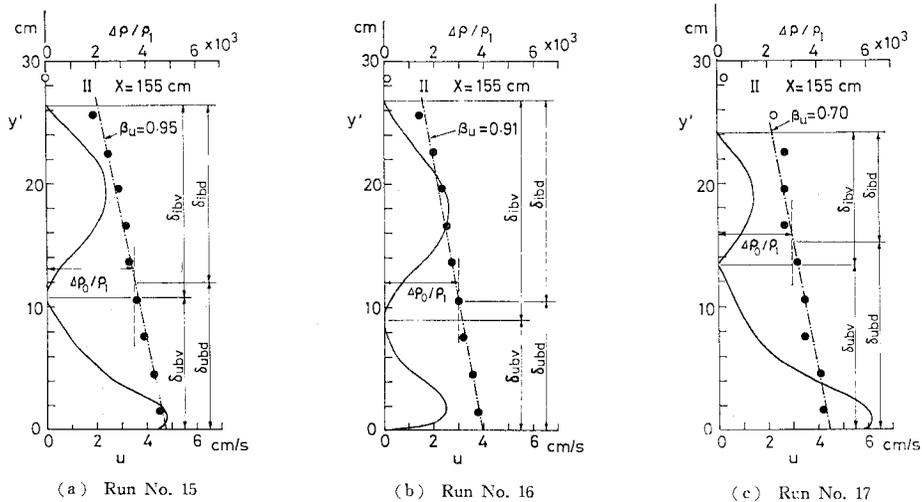


図-6 分岐部の流速分布と密度分布

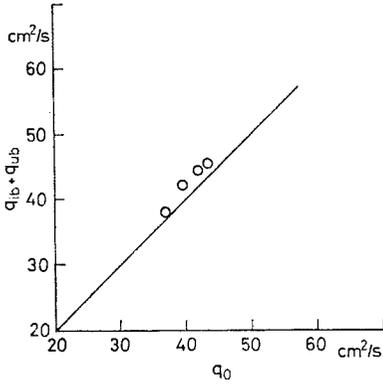


図-7 等流部流量と分岐部流量

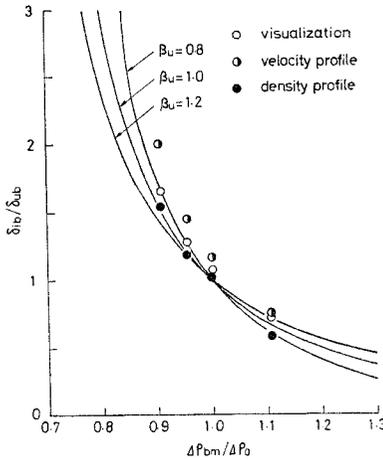


図-8 分岐部の濁水厚比 (Eq. 3)

ど大きくなく濁水の流量は断面によって変化しない。

分岐部の 中層密度流と下層密度流の濁水厚 δ_{ib} , δ_{ub} は、先に述べた流速分布、密度分布により求める方法のほか、濁水を可視化し濁水のくびれ点の位置からも求めることができる。図-8 は、3つの方法により求めた分岐部の濁水厚の比 δ_{ib}/δ_{ub} と、分岐部の濁水の平均密度差 $\Delta\rho_{bm}$ と躍層の上下流体の密度差 $\Delta\rho_0$ の比の関係を示す。図中の実線は、密度分布を式 (2) で近似し、 δ_{ib}/δ_{ub} を求めた次式、

$$\frac{\delta_{ib}}{\delta_{ub}} = \frac{\beta_u + 2(\Delta\rho_0/\Delta\rho_{bm} - 1)}{\beta_u + 2(1 - \Delta\rho_0/\Delta\rho_{bm})} \dots\dots\dots(3)$$

である。図-8 によると3つの方法で求めた濁水厚は実験精度から判断してほぼ一致し式 (3) で近似することができる。

次に、濁水が分岐を開始する位置について考察する。分岐の開始位置は、濁水の進入によって生じた躍層の上昇高さによって強く影響される。このため、上昇した躍層の位置と等しい高さの斜面上の点を基準として分岐開始時の進入長 l_1 を測定し、これを分岐部の濁水厚 δ_b' 、

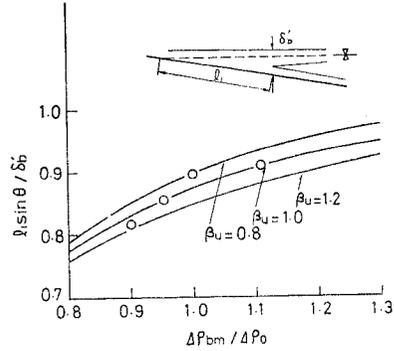


図-9 分岐の開始位置 (Eq. 4)

流路床勾配で無次元化し $\Delta\rho_{bm}/\Delta\rho_0$ の関数として 図-9 に示す。図中の実線は、濁水先端の密度分布を式 (2) で近似し、中層密度流となる濁水について力のつり合い条件から求めた濁水の分岐位置をあらわす理論式¹⁹⁾、

$$\frac{l_1 \sin \theta}{\delta_b'} = \frac{1}{2} \left[\frac{3}{2} + \frac{1}{\beta_u} \left(1 - \frac{\Delta\rho_0}{\Delta\rho_{bm}} \right) + \left(1 - \frac{\beta_u}{2} \right) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\beta_u} \left(\frac{\Delta\rho_0}{\Delta\rho_{bm}} - 1 \right) \right\} \right] \dots(4)$$

である。実測値を理論式と比較すると、理論値は実測値をよく説明し、式 (4) によって濁水の分岐位置を表現できることがわかる。

分岐後の流量比は分岐部の濁水厚 δ_{ib} , δ_{ub} と密度分布によって決まると考えられる。著者ら¹⁹⁾は、分岐部の断面平均流速が中層密度流と下層密度流の先端移動速度に比例すると考え、分岐部の流量比 $r = q_{ib}/q_{ub}$ を次のように求めた。

$$r = \frac{q_{ib}}{q_{ub}} = c_0 \left[\frac{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\beta_u}{2} \right) \frac{\Delta\rho_{bm}}{\Delta\rho_0} \right\} \cdot \left(1 - \frac{\beta_u}{2} + \frac{\Delta\rho_0}{\Delta\rho_{bm}} \right) \left(\frac{\beta_u}{2} - 1 + \frac{\Delta\rho_0}{\Delta\rho_{bm}} \right)^3}{\left(1 + \frac{\beta_u}{2} - \frac{\Delta\rho_0}{\Delta\rho_{bm}} \right)^4} \right]^{1/2} \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 c_0 は中層流と下層流で抵抗が異なることに起因する係数であり、流路床勾配、レイノルズ数、密度分布形によって決まると考えられる。式 (5) は、流量比 r が形式的には分岐部の濁水の平均密度差 $\Delta\rho_{bm}$ と周囲水の密度差 $\Delta\rho_0$ だけに依存することを示す。しかし、分岐部の密度は流入濁水量、流入濁水の密度分布によって決まり、流量比 r はこれらの影響を受ける。図-10 は、濁水の分岐後十分時間が経ち定常になったときの 中層密度流と下層密度流の流量比 $r (=q_{ib}/q_{ub})$ の実測値と式 (5) を比較したものである。ただし、式 (5) 中の β_u の値は図-8, 9 から判断して $\beta_u = 1.0$ としている。実測値は $\Delta\rho_{bm}/\Delta\rho_0$ に対して急激に変化し、分岐部の密度のわずかな違いが流量配分に大きな影響を与えることがわかる。また式 (5) による値を実測値と比較すると、本実

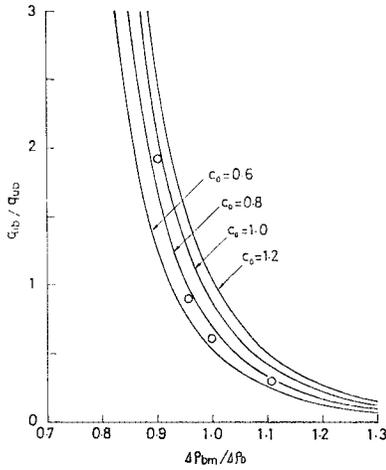


図-10 分岐後の流量比 (Eq. 5)

験の範囲では c_0 の値を 0.8 程度にとれば式 (5) は実測値とよく一致し、分岐部の流量配分により説明を与える。 c_0 の値には、流路床勾配、底面からの抵抗等の影響がすべて反映されている。したがって、他の条件では c_0 の値が変化することに留意しておく必要がある。

濁水は分岐後、それぞれが新たに先端部を形成し、進行する。実測によれば、分岐直後の中層密度流の先端部の最大厚さ δ_{ihmax} 、下層密度流先端部の最大厚さ δ_{uhmax} はそれぞれ分岐部の濁水厚 δ_{ib} 、 δ_{ub} にほぼ等しくなる。

(3) 一次躍層と二次躍層をもつ貯水池に流入する濁水の運動⁽⁸⁾

自然の貯水池は、一次躍層、二次躍層をもつことが多く⁽⁷⁾、このような環境水中に非一様密度分布の濁水が流入したときの濁水の流動形態を次に調べる。

a) 流動形態と先端移動速度

一次躍層と二次躍層をもつ貯水池水中に流入濁水が入る場合には、一般的には 4.(1), (2) で述べた流動現象が繰り返されると考えられる。これをまとめて表わせば、次のようになる。

一次躍層	二次躍層	Run No.
分岐なし (type I)	—	1~5
分岐あり (type II)	分岐なし (type I)	6~14
	分岐あり (type II)	—

Run No. 1~14 では、流入濁水の密度、plunging 部を経て希釈されてもなお最大密度は最下層の密度より小さくなるような条件に調整されている。このため、濁水が一次躍層で分岐するものは、二次躍層に達すると中層密度流となる。二次躍層で分岐を伴う密度流は 4.(1), (2) で述べた機構で代表されるため、ここでは除外する。

まず、中層密度流の先端部形状について考察する。写

真-2 は一次躍層に進入する中層密度流先端部の一例である。先端部形状は上下対称形をなし、内部境界面から大規模な渦が発生しているのがみられる。写真-3 は二次躍層に進入した濁水の先端部の一例 (Run No. 10) を示す。先端部形状は一次躍層に進入する場合と非常に異なり、上下非対称である。また濁水の上部からは大規模な渦が発生しているのに対し、濁水の下部は滑らかであり、Simpson⁽⁹⁾、福岡⁽¹¹⁾の実験にみられるような下層密度流の先端部形状に近い形をなす。中層密度流の先端部形状は、濁水の密度と周囲水の密度の相対的な大きさ

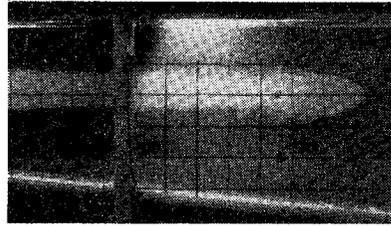


写真-2 一次躍層を進入する中層密度流先端部 (Run No. 4)

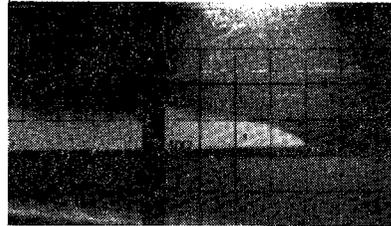
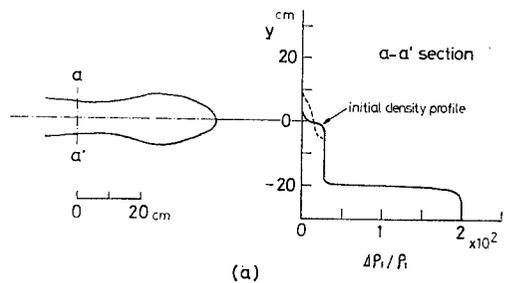
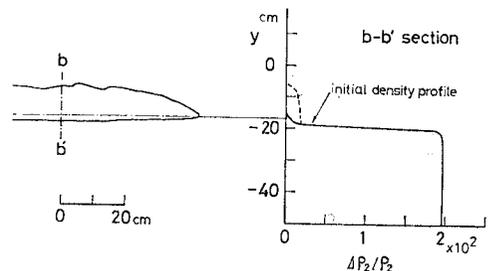


写真-3 二次躍層を進入する中層密度流先端部 (Run No. 10)



(a)



(b)

図-11 中層密度流の先端部形状と密度分布

に支配され、内部境界面での濁水と周囲水の圧力、せん断力のつり合い条件で決まる。図-11 は、躍層に進入した濁水の先端形状と密度分布との関係を調べたものである。流入濁水の密度が躍層の上下流体の密度のほぼ中間の場合には先端形状がほぼ対称となり（図-11 (a)）、流入濁水の密度が躍層の上下いずれかの密度に非常に近い場合には先端形状は非対称となる（図-11 (b)）。これは次の理由による。躍層に対する濁水の相対的な位置は鉛直方向の圧力のつり合いによって決まる。したがって、濁水の平均密度差 $\Delta\rho_{im}$ が躍層の上下の流体の密度差 $\Delta\rho_0$ のほぼ $1/2$ の場合、すなわち、 $\Delta\rho_{im} \approx 1/2 \cdot \Delta\rho_0$ の場合には濁水は躍層に対してほぼ対称に進入し、躍層の上下の濁水厚はほとんど等しい。このため、先端付近の濁水の流動は上下対称となる（図-11 (a)）。一方、濁水と上層流体の密度差が濁水と下層流体の密度差に比べ非

常に小さく $\Delta\rho_{im} \ll \Delta\rho_0$ の場合、逆に、濁水と上層流体の密度差が濁水と下層流体の密度差に比べ非常に大きく $\Delta\rho_0 - \Delta\rho_{im} \ll \Delta\rho_0$ の場合には、躍層の上下の濁水厚さは極端に異なる。図-11 (b) は $\Delta\rho_{im} \ll \Delta\rho_0$ の場合である。このとき流入濁水は躍層の下層流体を押しのけることができず、固定壁面上を進行する下層密度流と同様な形状で進行する。濁水の上面では流線の曲率が大きいため、境界面に強いシアアが働き大規模な渦が発生する。一方、濁水の下面では流線の曲率が小さいため、滑らかな境界面形状を保つ。

図-12, 13 は、それぞれ、一次躍層に進入した濁水と二次躍層に進入した濁水の先端移動速度を流下距離とともに示す。いずれの場合にも先端移動速度は濁水先端が一次躍層に到達するまで増大し、躍層に到達すると

4. (1) で述べたように躍層の下層から密度差に起因する進行方向と逆向きの圧力を受けるため、移動速度は急激に減少する。さらに、濁水が流路床を離れて（図-12 では $x=50\sim 100$ cm, 図-13 では $x=200$ cm）中層密度流を形成すると運動方向が水平方向に変化するため、有効重力が減じ、移動速度は一定値に近づく。

b) 流速分布と密度分布

一次躍層に進入した密度流の流速 u を断面最大流速 u_{max} で、 y 軸を最大流速の半値半幅で無次元化した結果を図-14 に示す。 x' は先端から測定位置までの距離、図中の実線は余弦分布であらわしたものである。この場合、流入濁水の平均密度差 $\Delta\rho_{im}$ と躍層の上下流体の密度差 $\Delta\rho_1$ の関係は $\Delta\rho_{im} \approx 1/2 \cdot \Delta\rho_1$ となっているため、流速分布は先端形状と同様上下対称となる。また、分布形は流下方向にほとんど変化せず相似形をなし、余弦分布で近似される。

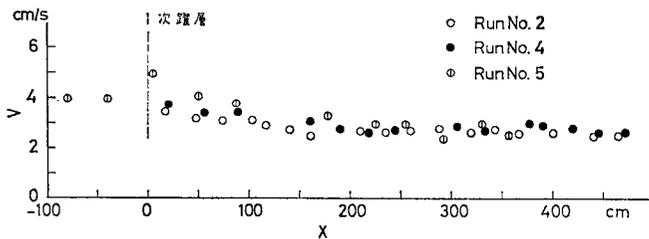


図-12 一次躍層を進入した濁水の先端移動速度

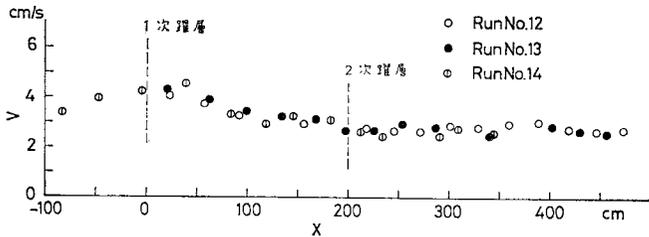


図-13 二次躍層を進入した濁水の先端移動速度

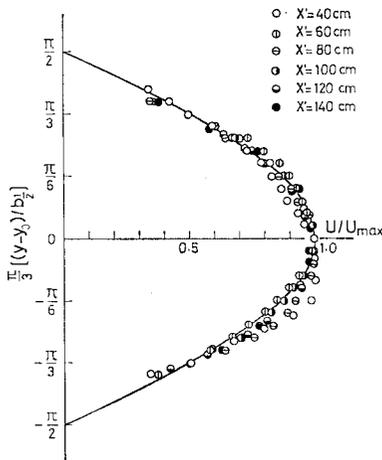


図-14 無次元流速分布 (type I, Run No. 3)

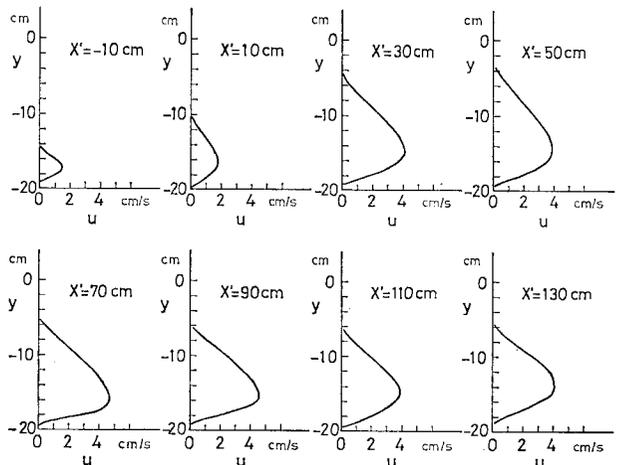


図-15 流速分布 (Run No. 8)

図-15 は二次躍層に進入した濁水の流速分布である。この場合、流入濁水の密度は躍層の下層流体の密度に比べきわめて小さく $\Delta\rho_{im} \ll \Delta\rho_0$ である。このような密度分布の非対称性は、先端形状とともに流速分布にも反映し、最大流速が濁水厚さの約 1/5 の高さにあらわれている。

図-14, 15 をみると、中層密度流先端部 ($x' \leq 30$ cm) の流速分布形はこれより上流 ($x' \geq 50$ cm) の流速分布形と比べ、ほとんど差がない。しかし、下層密度流先端部の流速分布は内部の激しい渦運動のため、かなり一様な分布形をなす²⁾。このような流動特性の相違は、下層密度流に比して中層密度流では上流から先端部に流れ込む流量が小さく内部の回転流が弱いこと、周囲水との相対速度が小さいこと等のため、先端部内の渦運動が抑えられ混合が小さいためと考えられる。他の注目すべき点は、密度流が到達する以前に、先端の前方(図-15 では $x' = -10$ cm) に流速分布があらわれることである。この点については 4.(4) で再び述べる。

図-16, 17 は、それぞれ、濁水が一次躍層に進入した場合 (Run No. 5) と、一次躍層、二次躍層の両層に進入した場合 (Run No. 14) に得られた密度分布を示す。図中の口印は先端が $x=90$ cm に、 Δ 印は $x=190$ cm に、 \circ 印は $x=290$ cm に到達したとき測定したものである。 x' は先端からの距離、黒く塗りつぶした印は濁水が及んでいる範囲を示す。図-16 は、いずれの断面でも濁水の密度が中層の密度より小さく、これより下層に濁水が進入できないことを示す。 $x=155$ cm, $x=255$ cm では濁水の最下端の密度は中層の密度と一致し、濁水の密度はほぼ直線分布をなすことがわかる。Run No. 14 (図-17) では、 $x=55$ cm の断面の最大密度は中層の密度より大きく、濁水の一部は一次躍層には留まれないことを示す。この位置での濁水の密度は時間とともにわずかながら増大する。これは、濁水が一次躍層に到達すると先端移動速度が減り濁水厚が増加するため、時間とともに周囲水との混合による希釈率が小さくなることによる。一定時間経過後分岐部の濁水厚がほぼ一定となることから、分岐部内の密度も時間によって変化せず一定値に近づくと考えられる。3断面の密度分

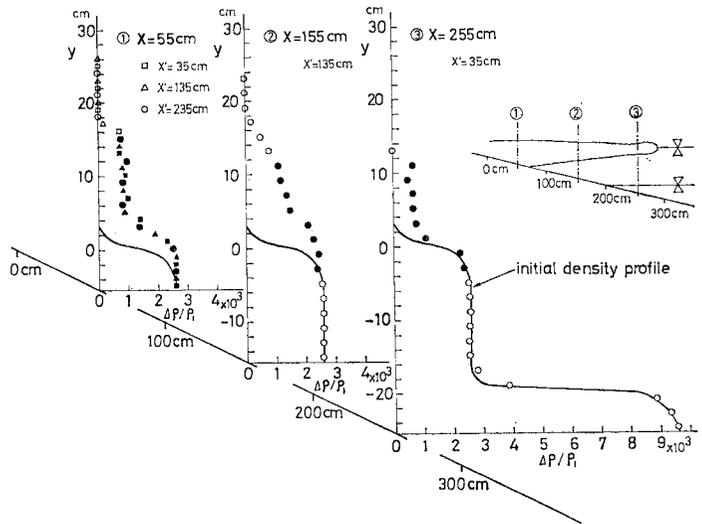


図-16 密度分布 (Run No. 5)

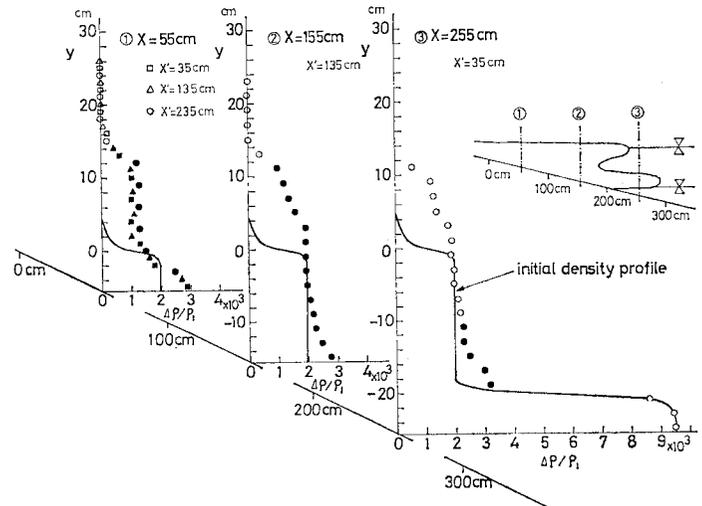


図-17 密度分布 (Run No. 14)

布を比較すると、いずれの断面でも密度分布形はほぼ等しい。先に述べたように、中層密度流では濁水内部での渦運動が比較的小さく濁水内部での混合が弱い。このため、中層密度流の密度分布は、流下方向にほとんど変化せず、分岐部の密度分布形とほとんど等しい分布形となると考えられる。

(4) 直線密度分布をもつ貯水池に流入する濁水の運動

次に、躍層が非常に厚くなった場合に相当する直線密度分布をもつ周囲水中に濁水が進入する場合を考える。この場合には周囲水がステップ状の密度分布をもつ場合と異なり、流入濁水は明確な先端部を形成することなく全体がくさび状をなして進入する。図-18 は、先端形

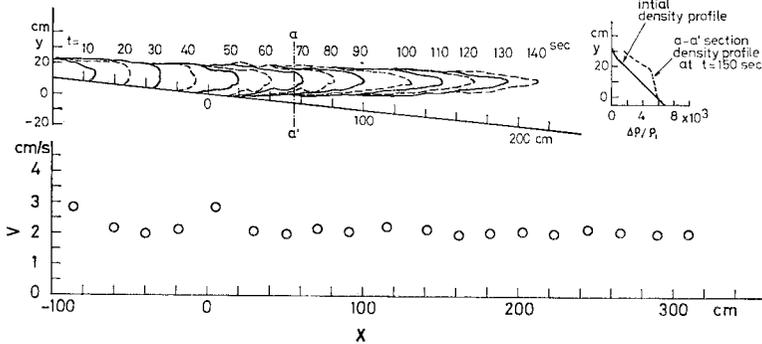


図-18 先端形状と先端移動速度の流下距離変化 (Run No. 20)

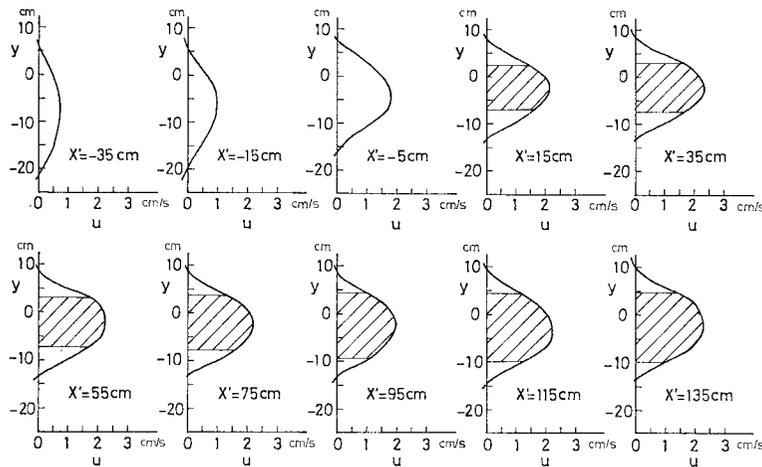


図-19 流速分布 (Run No. 21)

状と先端移動速度の流下距離変化の一例 (Run No. 19) を示す。図中には先端が $x=290$ cm に達したときの a-a' 断面 ($x=55$ cm) の密度分布も記されている。流入濁水は、 $x=20$ cm 付近で斜面を離れた後水平に進入している。その後、この位置での濁水厚は時間的にほとんど変化せず、濁水長だけが伸びてゆく。先端移動速度は流下距離によらず、ほぼ一定である。Maxworthy⁹⁾ は、本実験より低流量で周囲水の密度勾配が大きい条件で実験を行い、くさび上流部での貯留量が時間的に増大することを示した。Maxworthy の実験は本実験に比してレイノルズ数が非常に小さく ($6 \leq Re \leq 122$)、buoyancy frequency N が大きい ($1.1 \leq N^2 \leq 5.7$) ため、界面抵抗が大きくなる。したがって、先端が前進するためには大きな位置エネルギーをもつ必要があり、貯留量が時間的に増加したものと考えられる。Maxworthy と同様な実験をより大きなレイノルズ数 ($100 \leq Re \leq 500$) で行った Manins¹⁰⁾ によると、先端移動速度は一定であり、貯留量の変化は報告されていない。

図-19 は Run No. 20 の流速分布である。 x' は濁水先端から測定位置までの距離、斜線は濁水の及ぶ範囲

を示す。濁水厚が躍層厚に比べて大きい **4. (3), b)** の場合には、濁水の外縁で流速はほとんど零となった。これに対し、図-19 では濁水の厚さに比べ広い範囲で流れが生じている。これは密度分布と位置エネルギー、運動エネルギーとの関連で論ずることができる。周囲水の密度分布が連続的に変化している場合には、濁水と周囲水との相対的な密度差は周囲水がステップ状の密度分布をもつ場合の濁水と周囲水の相対的な密度差に比べ小さい。濁水が流動するときには、周囲水との密度差が小さい方がまわりの流体を押しよけやすく広い範囲の位置エネルギーが増加し、その範囲の流体が流動することになる。また、図-19 は、**4. (3), b)** と同様、濁水の到達以前 ($x' < 0$) に流速分布があらわれることを示す。これは、濁水の進入によって生じた columnar wave¹⁰⁾ によって周囲水が流動したものである。この columnar wave は非定常選択取水時に見出される波動現象¹¹⁾ と同一のもの

と考えられる。

図-20 は流速分布を無次元化し、各断面の分布形を比較したものである。図中の実線は余弦分布を示す。これから、流速分布は各断面でほぼ相似であり、二層界面中に中間密度の濁水が進入する場合と同様余弦分布で近

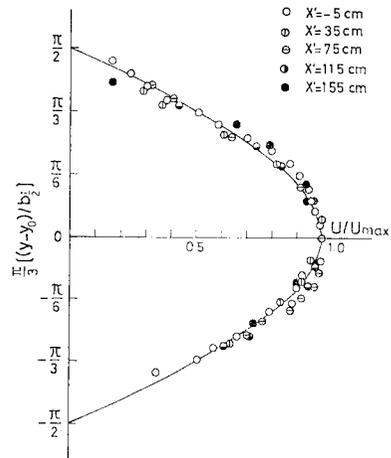


図-20 無次元流速分布 (Run No. 21)

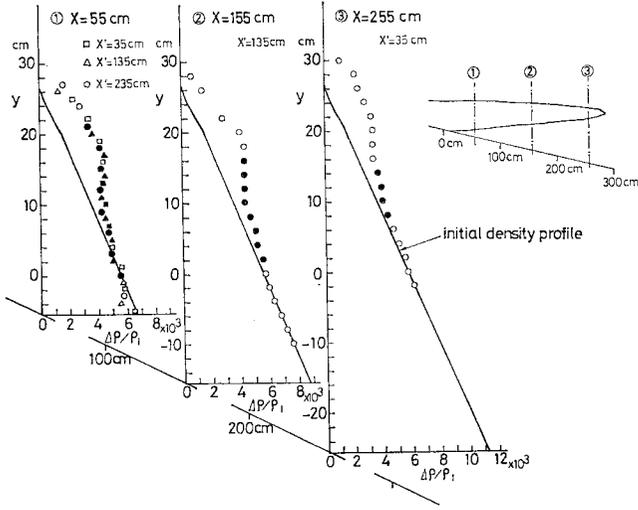


図-21 密度分布 (Run No. 22)

似できると考えられる。

Run No. 22 の密度分布を 図-21 に示す。実線は濁水流入前の周囲水の初期密度分布である。黒く塗った印は濁水の及ぶ範囲を示す。濁水の進入によって周囲水が押し上げられるため、濁水の上側の密度分布は初期密度分布を平行移動した分布となっている。濁水の下側では密度分布は変化せず、濁水の下端の密度は周囲水の密度と一致する。したがって、流入濁水は最大密度と等しい密度の位置を最下端として進入していることになる。 $x=55\text{ cm}$ の断面の密度分布は時間的にほとんど変化せず、周囲水の密度勾配に比べ密度勾配が小さい。さらに、3断面で濁水の密度分布がほぼ等しいことから、流入濁水は周囲水とほとんど混ぜせずに進入していると考えられる。

このように躍層厚に比べ流入濁水の厚さが十分小さい場合には、いくつかの特徴的な流動特性があらわれる。すなわち、

(i) 流入濁水が流路床を離れ中層密度流となった直後には先端部を形成するが、時間とともに濁水のもつ慣性力が失われ、先端部は不明確となりくさび状となって進行する。

(ii) 濁水の流動が及ぶ範囲に比べ広い範囲の周囲水が流動する。

である。これらは、いずれも周囲水の密度が滑らかに変化しており、濁水と周囲水との密度差が小さいことに起因する。濁水の到達以前に周囲水を前進させる columnar wave は、先端付近の濁水と周囲水の相対速度差を小さくする作用をなす。したがって、濁水先端に働く抵抗は 4.(3), a) の濁水先端部に働く抵抗に比べ小さくなり、進入しやすくなる。このため、濁水は全体としてくさび状に進入することになる。Simpson⁸⁾ は流路床を流下方

向に移動させた場合には、下層密度流先端部の形状は流路床を動かさない場合に比べ、先端部前面の勾配が小さくなることを示した。これは底面が移動することにより、濁水に働く底面せん断力が減小するため先端がくさび状になったものであり、中層密度流の先端形状についての上述の考察と一致する。

(5) 中層密度流の先端移動速度

中層密度流の先端移動速度をこれまで取り扱った2つの極限的な場合について考察する。すなわち、a) 流入濁水厚が躍層厚に比べて十分大きく、周囲水が異なる密度の2つの層からなる場合と、b) 流入濁水厚が躍層厚に比べて十分小さく、周囲水の密度分布が直線分布している場合である。

a) 二層界面中に進入する場合

図-22 は、先端移動速度 v の実測値を濁水先端部厚さ δ 、濁水の密度差 $\Delta\rho_d$ と躍層の密度差 $\Delta\rho_0$ で無次元化し、レイノルズ数 ($=v\delta/\nu$) で整理したものを示す。図中の実線は Kao⁷⁾ が非粘性、無限水深の条件下で導いた二層界面に進入する流体の先端移動速度の理論式

$$v^2 = 2 \frac{\Delta\rho_d}{\rho_1} r_1 g \delta, \quad r_1 = \frac{\Delta\rho_0 - \Delta\rho_d}{\rho_1} \dots\dots\dots (6)$$

である。実測値はレイノルズ数の小さい範囲では式 (6) の値に比べ小さく、レイノルズ数が大きくなるに従って式 (6) に近づく傾向を示す。Kao⁷⁾ は、濁水と周囲水の密度分布が先端移動速度に与える影響についても理論的に考察している。しかし、これらを考慮しても理論は実測値を十分説明し得ない。したがって、この範囲のレイノルズ数では、先端部に働く抵抗、濁水の厚さが有限であるために生ずる逆流等の影響を無視できないことがわかる。実際、逆流の効果の考慮に入れると実験結果をかなり適切に説明できる。

b) 連続的な密度分布をもつ周囲水中に進入する場合

この場合の先端移動速度については、これまで多くの研究がある。Maxworthy⁹⁾ は、直線密度分布をもつ周

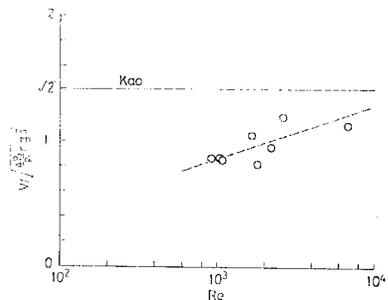


図-22 二層界面に進入する中層密度流の先端移動速度

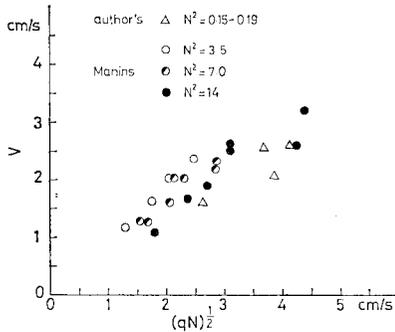


図-23 先端移動速度と $(qN)^{1/2}$ の関係

囲水に等密度の水を進入させ、その進入長 L を実験的に求めた。その結果、進入長 L が供給水の流量 q 、周囲水の密度勾配 $\partial\rho/\partial y$ と時間 t の関数として、

$$L \propto t^{5/6} q^{2/3} \left(\frac{\partial\rho}{\partial y} \right)^{1/6} \dots\dots\dots (7)$$

であらわされることを示した。永田ら^{15),16)}は二成層の界面に中間密度の水を進入させ、進入長の時間変化を測定した。この場合にも進入長は式(7)であらわされ、界面付近の微小な範囲の密度勾配によって先端移動速度が支配されることを示した。式(7)によれば、先端移動速度は $t^{-1/6}$ に比例して減少することになる。一方、Manins, および著者らの実験では先端移動速度は、時間的に変化せず一定となる。行われた実験のレイノルズ数の範囲がそれぞれ非常に異なるため明確ではないが、式(7)の適用できる範囲は $Re \leq 100$ に限定されたと考えられる。Manins¹⁰⁾は次元解析によって先端移動速度 v と buoyancy frequency $N = (-g/\rho_1 \cdot d\rho/dy)^{1/2}$ 単位幅流量 q との関係を示した。

$$v \propto (qN)^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

図-23はManinsの実験結果に今回の測定例を加えたものである。単位幅流量 q は撮影した写真から濁水の及ぶ範囲の面積を求め、その時間変化により求めた。buoyancy frequency N 、レイノルズ数 Re の範囲が非常に異なるにもかかわらず、今回の実測値がManinsの結果と同じ傾向を示すことは興味深い。著者らの測定値が若干小さい値となるのは、本実験が流下方向に水深の変化する水路で行われたこと、全水深に比べ濁水厚が大きいこと、境界の影響が無視できないこと等の理由が考えられる。

5. 結 論

成層化貯水池における密度流の挙動を予測することができれば、高濁度層の効果的な選択的放水を行うことによって濁水の長期化を軽減することが可能となる。しかし、予測モデルを構築するうえで必要となる貯水池密度

流の流動特性に関する知識はこれまでのところ十分ではなかった。このような問題意識のもとに、本研究は予測モデルを構築するための基本的情報を実験的に得るといふ目的で行われた。得られた主要な結論を以下にまとめる。

(1) 躍層到達時の下層密度流先端部の流動形態を明らかにし、先端部がこれまでの相似な形状を保てず著しく変形し移動速度が減ることを実験的に示した。

(2) 濁水自身が密度分布をもつとき、躍層で生ずる濁水の分岐機構を調べ、以下の点を明らかにした。

(a) 分岐部の濁水の密度分布は、濁水厚の増加に伴う強い二次的流れによって混合が促進されるため、等流部の密度分布に比べ一様化しほぼ直線的な分布形となる。

(b) 分岐部における中層流と下層流の濁水厚を目視、流速分布、密度分布から求め、3つの方法によって求めた濁水厚がほぼ一致することを示した。

(c) 分岐部での流量の和は等流部の流量とほぼ等しく、分岐部での混合は無視しうる。

(d) 分岐の開始位置、分岐後の中層流と下層流の流量配分等は濁水と周囲水との相対的な密度分布が強い影響をもつ。

(3) 中層密度流の先端形状、先端部最大厚さ、先端移動速度は下層密度流からの遷移区間を経た後は距離的(時間的)にはほとんど変化しない。

(4) 中層密度流では、先端部に流入する濁水量、周囲水との相対速度が小さいために先端部内の渦運動が抑えられ混合が弱い。その結果、流速分布と密度分布は先端部とこれに続く部分とで明確に区別できず、流下方向に相似形を保つ。

(5) 中層密度流の運動特性と周囲水の密度分布形との関連を明確にし、特に中層密度流の先端形状と先端移動速度に与える影響について明らかにした。

最後に、本研究を取りまとめるにあたり有益な助言をいただいた早稲田大学 吉川秀夫教授、実験に多大の労を煩した東京工業大学学生 中村健一君に感謝の意を表します。また、本研究の一部は文部省科学研究費、自然災害特別研究(貯水池濁度の水理に関する災害科学的研究、代表者 足立昭平名大教授)の援助を受けた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 福岡捷二・水村和正・加納敏行：密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第274号，1978。
- 2) 石橋 毅・秋元 保・白砂孝夫・石川晴雄・斎藤 茂・宮永洋一：成層型貯水池内の流れと熱収支の現地観測，第21回水理講演会論文集，1977。
- 3) 板倉忠興・岸 力：貯水池密度流に関する研究，第14回

- 自然災害科学総合シンポジウム, 1977.
- 4) 岩崎敏夫・三王英寿・阿部至雄・大杉 勉：貯水池における凝集性懸濁物質の挙動について，第 22 回水理講演会論文集，1978.
 - 5) Turner, J.S. : Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge Univ. Press. p. 53, 1953.
 - 6) 室田 明・中辻啓二・栗本博樹：成層型貯水池における流入濁水の分岐現象について，第 33 回年次学術講演会概要集，第 2 部，1978.
 - 7) Kao, T.W. : Density Currents and Their Applications, Jour. of Hydraulic Div., ASCE, Vol. 103, HY 5, 1977.
 - 8) Simpson, J.E. : Effect of the Lower Boundary on the Head of a Gravity Current, Jour. of Fluid Mech., Vol. 53, Part 4, 1972.
 - 9) Maxworthy, T. : Experimental and Theoretical Studies of Horizontal Jets, International Symposium on Stratified Flows, Novosibirsk Communication, 1972.
 - 10) Manins, P.C. : Intrusion into a stratified fluid, Jour. of Fluid Mech., Vol. 74, Part 3, 1976.
 - 11) 吉川秀夫・山田 正・水谷俊孝：2 次元および軸対称選択取水に関する研究，土木学会論文報告集，第 280 号，1978.
 - 12) Benjamin, T.B. : Gravity Current and Related Phenomena, Jour. of Fluid Mech., Vol. 31, Part 2, 1968.
 - 13) Wilkinson, D.L. and I.R. Wood : Some Observations on the Motion of the Head of a Density Current, Jour. of Hydraulic Res., Vol. 10, No. 3, 1972.
 - 14) Moshagen, H. : Density Front between Sliding Layers, International Symposium on Stratified Flows, Novosibirsk Communication, 1972.
 - 15) Masuda, A. and Y. Nagata : Water Wedge Advancing along the Interface between two Homogeneous Layers, Jour. of the Oceanographical Society of Japan, Vol. 30, 1974.
 - 16) 永田 豊：海洋中の非連続境界面，第 9 回乱流シンポジウム，1977.
 - 17) 安芸周一：貯水池濁水現象，水工学に関する夏期研修会講義集 A，土木学会，1975.
 - 18) 福岡捷二・福岡祐介・村田和夫・荒井 健：成層化した貯水池に進入する density front の運動，第 22 回水理講演会論文集，1978.
 - 19) 福岡捷二・福岡祐介：成層化した二次元貯水池中で分岐する密度流の解析的研究，土木学会論文報告集，第 293 号，1980.

(1979.2.17・受付)