

## 締固め土の変形とポアソン比測定に関する一考察

A STUDY ON DEFORMATION PROPERTIES AND MEASUREMENTS  
OF POISSON'S RATIO FOR COMPACTED SOILS山 野 隆 康\*  
By Takayasu YAMANO

## 1. ま え が き

土構造物の変形解析において、ポアソン比は変形係数とともに重要な役割を担う因子であるが、その実態はまださほど明らかにされていない。それは土の力学的挙動が非線形であり、ダイラタンシーなど複雑な現象が随伴するためであるが、土供試体に対する材料試験の困難さが、よりいっそう解明を遅らせているといえる。一般に一軸方向の応力変化に対してひずみは各軸方向に生じる。そして横ひずみの縦ひずみに対する比は弾性限度内において一定であるため、この比例定数をもってポアソン比とするのであるが、土のような弾性範囲の狭い材料の場合は、縦ひずみ-横ひずみ曲線の接線係数をもってポアソン比とする例が多いので以下これに従う。さて土供試体に対する一軸または三軸圧縮試験が、材料試験としての理想域に到達しにくいのは、a) 破壊に至るまでの変形量が金属やコンクリートに比べて大きいこと、b) 土がわずかの応力変化にも相互に移転し合う粒子の集合体であること、にかかわっていると思われる。すなわち、前者は端面拘束の影響をぬぐい難いものにしがちであり、後者はゴム膜貫入など変形計測の精度向上を妨げる要因に結びつく。

圧縮試験における理想状態とは、供試体端面と載荷板の間に摩擦がなく、軸圧開始から破壊の寸前まで終始等分布荷重が伝えられ、供試体は荷重方向とその垂直方向に一樣なひずみを生じつつ変形していくことである。実際には端面摩擦の影響で供試体中央部分に側方変位が集中し、いわゆるタル型変形を示すこととなる。これの軽減策として Rowe と Barden<sup>1)</sup> の Enlarged frictionless end platen があり、類似の手法はわが国でも砂質土の実験に用いられるようになった。一方、円筒形供試体に端面摩擦が作用する場合の内部応力を弾性論により

解析し<sup>2)</sup>(Balla)、さらに非線形解析による変形状態の追求<sup>3)</sup>(梶田ら)など、端面摩擦が破壊強さや変形特性に与える影響度を調べるための研究も行われている。土供試体の圧縮過程における変形状態を実験的に解明する作業は、Roscoe<sup>4)</sup> たち、および Balasubramaniam<sup>5)</sup> らにより進められているが、具体的に軸ひずみ-径ひずみ関係を取り上げているのは、Kulhawy<sup>6)</sup> たちにその例をみる程度である。なお Roscoe たちは砂の三軸試験における体積ひずみが、ゴム膜貫入量に影響されることを指摘し、等方圧縮に対する補正値を求めている<sup>7)</sup>。これは土粒子骨格に生じる変形の把握が、厳密には至難の業であることを示しており、間隙圧発生への影響<sup>7)</sup>(Lade ら)も考えられるから、この分野に携わる者のつねに留意すべき事項と思われる。

実際に現われる供試体の変形が、理想像と宿命的に隔たるものならば、端面や周面からの影響を最も被らずにすむ部位を選定し、局所的に計測する方法が想起される。たとえば、コンクリート供試体などではその標点設定にあたり端面付近を避けることにしている。しかし、土供試体に計器埋設を行おうとしても現状では技術上の困難が多く、また、測定部位の選定基準も確立されていない。ゆえに不備不足はあっても、供試体外面の挙動から平均軸ひずみ平均径ひずみを判定し、ポアソン比算出に用いるのが至当と思われ、こうした取り扱いは一様に容認されている<sup>8)</sup>。

筆者は数年前から径ひずみ測定装置の試作に着手し、簡単な器具ながら三軸圧縮時の径変化を忠実に追跡できるようにした。そして締固め土を対象に径ひずみの測定、体積変化、間隙圧の測定、バックプレッシャー導入などを伴う一連の実験を行ってきた。また、UU 試験に限っては、端面を通常の方法と摩擦軽減策を講じた場合の2者につき比較することも試みた。ここではまず軸ひずみ~径ひずみ関係に直結するデータを抽出して報告し、ついで径ひずみの測定値から平均径ひずみを求める

\* 正会員 農博 富山県立技術短期大学教授

ための新たな手法を提案する。

2. 装置，試料および実験方法

(1) 装置の概要

使用した三軸試験装置は図-1に示すとおり定側圧でひずみ制御を行う普通の型である。供試体寸法は直径約5cm，高さ12cmとしている。側圧や間隙圧の測定には感度0.01 kg/cm<sup>2</sup>の精密圧力計を用いている。側圧は空気圧制御とし精密減圧弁により容易に調整できる。体積変化は三軸室へ出入りする水を2重管式ビューレットに導いて測定する。バックプレッシャーの導入には排水量測定用2重管式ビューレットを用いるが，非浸水供試体に対しては系内の水を抜き取り空気圧で導入することを試みた。

(2) 径ひずみ測定装置

径ひずみを直接はかるため無接触型変位計<sup>9)</sup>や，プロキシミター<sup>10)</sup>，Lateral strain caliper<sup>11)</sup>，Radial strain ring<sup>12)</sup>などが工夫されている。筆者は自立可能な締固め土を対象に図-2に示す装置を試作した。ゴムスリーブ表面に密着した8個のプラスチック製側板は，2本のゴムバンドで支持され変形過程での相対高さが一定となること，およびA型側板位置でのおもりの作用により，たえず供試体径の平均増分が鎖の移動量を介して求められること，の2点に特徴がある。三軸室は透明円筒でできており，鎖の移動を図-1のように外部から顕微鏡で測定できる。すなわち接眼マイクロメーターを用いて図-2(b)のx/x<sub>0</sub>を読み取れば，

$$L = (x/x_0 + n)d \dots \dots \dots (1)$$

として基準環よりの距離が求まる。ただし，nは基準環より側板直近の環までの個数，dは環1個分の長さである。ゴムスリーブ表面から鎖中心線までの径方向距離は2.5mmあるため供試体表面より2.7mm隔たった位置での運動となるが，側板(中心角30°，内側弧長約13.2mm，肉厚2mm，縦15mm)から側板へ渡る空間部分(初期間隔約7.3mm)の鎖形状を円弧に近似させて扱えば，同心円の変形となり供試体の周長変化即鎖の長さ変化となる。よって初期値をL<sub>0</sub>とすれば径ひずみ(ε<sub>r</sub>)は，

$$\epsilon_r = (L - L_0) / 2\pi r_0 \dots \dots \dots (2)$$

ここに，r<sub>0</sub>は供試体の初期半径である。鎖は側板に沿って滑らかに動く必要があるので，18K小豆型のネックチェーン(d≒1.3mm)を用いている。そして0.1

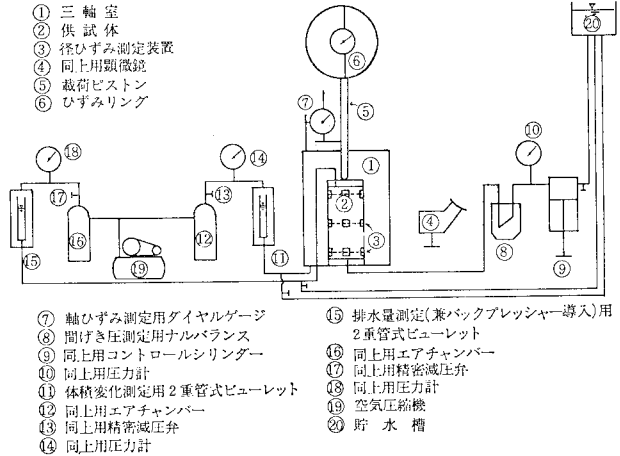


図-1 三軸圧縮試験装置

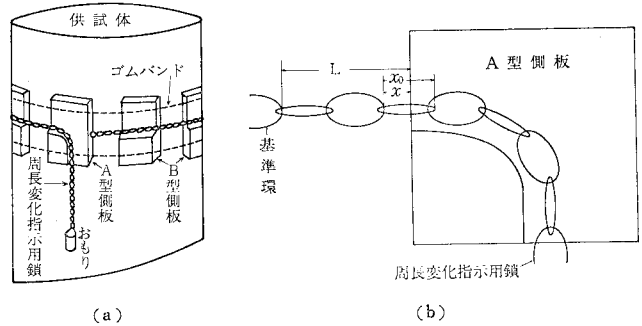


図-2 径ひずみ測定装置

mmのマイクロメーターを用いε<sub>r</sub>≒0.0007に相当する最小読みを得ている。側板は0.95g/個，おもり6.8g(いづれも空中重量)で供試体には上中下3組の装置が取り付けられるから，圧縮強度などへの影響が危惧される。しかし，現在までに行った比較試験からは有意差が認められない。セット時の正確な装着や取り扱いの煩わしさは，実験担当者の熟練につれて十分かつ能率的に行えるようになった。

(3) 供試体端部

供試体下端と試料台，および上端と円形載荷板の間には，通常ろ紙とポーラスストーンが置かれ，圧縮時には相互に緊密化して端部での径方向変形がほとんど抑制される。このような通常の場合を“拘束”とよぶことにする。図-3のように供試体より大きい試料台および載荷板を用い，より平滑にするためのプラスチック板，ならびに油脂塗りゴム膜片をはさんでセットすれば，端面摩擦はかなり軽減され端部での変形が目に見えて現われる。これを“非拘束”とよぶものとする。非拘束状態で圧密や間隙圧測定を行おうとすれば，おのずと自由な変形をはばむことになるから，現在までのところUU試

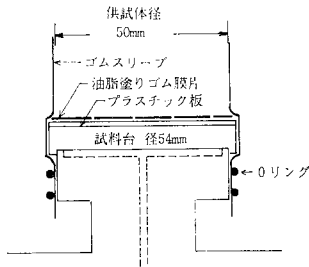


図-3 供試体端部(非拘束)

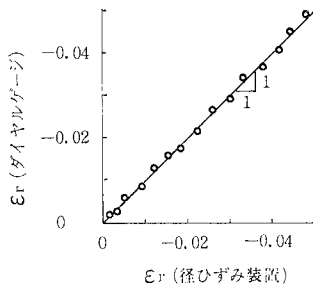


図-4 ゴム供試体による検定

験に限定して使用している。

(4) 径ひずみ測定装置の検定

式(2)は図-2(a)の周長変化指示用鎖が、供試体断面と同心円上にあるとして導いており、側板と鎖の摩擦抵抗は正の径ひずみ表示を鈍化するおそれがある。これらに対処するため直径5cm、高さ12.5cmの軟質ゴムでできた供試体を用い、一軸圧縮の反復による検定を行った。その要領はまず一軸圧縮試験機の前後に、径方向変形量を直示させるためのダイヤルゲージをセットし、垂直変位、軸方向圧縮力の変化に伴う径ひずみの変化を記録する。次に径ひずみ測定装置を装着して同様の測定をし、同一の軸ひずみに対応する径ひずみを比較して検定を行う。ダイヤルゲージによる測定では、相対高さに合わせてゲージ取付位置を調整する必要があり、また、非拘束の場合は偏心に伴う回転運動を警戒するなど、精度確保のための努力が要求された。図-4は中央高さにおける検定結果で、端部は拘束とし、径ひずみ測定装置による場合のみゴムスリーブ使用のケースである。図示のとおり両者の差はわずかであり、径ひずみ測定装置による計測が妥当なことを立証している。

(5) 試料および実験方法

試料は富山県内のフィルダム計画地点でコア材料に予定されているものから選び、三軸圧縮試験には2mm以下の細粒部分を使用した。その物性を表-1に、実験の内容などを表-2、図-5に示す。これは一連のUU試験から側圧3.0kg/cm<sup>2</sup>の場合を抽出したもので、特に

表-1 試料の物性

実験名	G <sub>S</sub>	コンシステンシー(%)			粒度組成(%)		
		w <sub>L</sub>	w <sub>P</sub>	I <sub>P</sub>	砂分	シルト分	粘土分
1, 2, 3a, 3b	2.75	37.2	25.3	11.9	47.7	28.0	24.3
4a, 4b, 5a, 5b	2.65	61.2	50.8	10.4	80.6	10.0	9.4

表-2 実験の内容

実験名	排水条件	側圧(kg/cm <sup>2</sup> )	端面の条件	成形時日標合水比	供保試体	バックプレッシャ(kg/cm <sup>2</sup> )	間隔圧定	径ひずみ測定(z/h)
1	非圧密 非排水(UU)	3.0	拘束	w <sub>wet</sub>	浸水	u <sub>b</sub> =1.0	実施	0.5
								0.1
								0.5
								0.114
								0.5
2	"	"	"	w <sub>opt</sub>	湿気箱	"	"	0.5
								0.114
3a	"	"	"	w <sub>dry</sub>	"	"	"	0.5
3b	"	"	非拘束	"	"	u <sub>b</sub> =0	省略	0.5
4a	"	"	拘束	w <sub>wet</sub>	浸水	"	実施	0.5
4b	"	"	非拘束	"	"	"	省略	0.5
5a	"	"	拘束	w <sub>opt</sub>	湿気箱	"	実施	0.5
5b	"	"	非拘束	"	"	"	省略	0.5

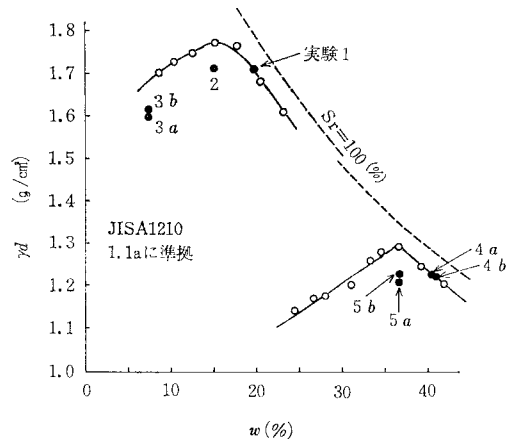


図-5 締固め曲線

実験1については、同一条件の供試体5個に対する一斉試験を試みてある。すなわち径ひずみ測定を5種の相対高さ(z/h)に指定し、もって1個の供試体の各位置に現われる径変化を把握しようとしたものである。なおzは端部からの距離、hは供試体高さを表わす。前述のと

おり径ひずみは上中下3か所で測定しており、上下の測定値に差があるときは、平均値を求めて当該相対高さの読みとした。

供試体成形には2つ割りモールドおよびハーバード型タンパーを使用し、8層に分けて締固め、上下端に有孔金属盤を緊結した後、浸水箱または湿気箱に入れて保存した。なおばらつきを避けるため供試体5~10個を一度にまとめて成形した。締固め曲線(図-5)上に各供試体の値をプロットしたが、表-2のとおり最適含水比( $w_{opt}$ )と、その乾燥側( $w_{dry}$ )および湿潤側( $w_{wet}$ )をめざして調製した。ただし、 $w_{dry}$ 、 $w_{wet}$ は0.95 $\tau_{dmax}$ に対応する値である。用いたゴムスリーブは肉厚0.2mmのものである。UU試験であるが側圧負荷後30分以上放置し、等方圧による収縮をまってから軸方向の圧縮を始めた。ひずみ速度は毎分0.05%とし、軸差応力( $\sigma_1 - \sigma_3$ )の最大時を破壊点とした。本論文ではすべて破壊点までの現象を扱うこととし、後に掲げる各図においても破壊以後のデータは省略してある。

体積変化を厳密に測定するのは難事であるが、軸方向圧縮過程に限定すれば、a) 載荷ピストンの貫入に対する補正、b) 同すり合わせ部からの水の漏えいに対する補正、を行うことにより一応の目的は果たされる。前者はピストン径から単位貫入長当りの補正值を計算できる。後者に対しては供試体をセットせずに定側圧・定ひずみの運転を行い、図-1⑩のビューレット水位と経過時間の関係を求めて補正值を決めればよい。しかし、ピストンすり合わせ部を流動する油の粘度に留意する必要がある。異なる室温下で各種の側圧に対する検定を行ったが、ばらつきは意外に少なかった。

軸差応力の計算は通常用いられる次式によった。

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (P/A)(1 - \Delta h/h_0) \dots\dots\dots (3)$$

側圧負荷時に生じた軸方向変形の大部分は、軸方向圧縮開始直前の操作により載荷ピストンで埋め合わせられるが、図-6に示したような初期低迷部( $\Delta h = 0 \sim \Delta h_3$ )の発生は避け難い。よって軸ひずみ( $\epsilon_a$ )の計算には図示の記号を用いて次のように補正した。

$$\epsilon_a = (\Delta h - \bar{\Delta h})/h_0 \dots\dots\dots (4)$$

$$\bar{\Delta h} = \frac{(\Delta h_2 - \Delta h_3) \left( \frac{\Delta h_1}{\sigma_{d1}} - \frac{\Delta h_2}{\sigma_{d2}} \right)}{(\Delta h_2 - \Delta h_3) \left( \frac{1}{\sigma_{d1}} - \frac{1}{\sigma_{d2}} \right)} - \frac{(\Delta h_1 - \Delta h_2) \left( \frac{\Delta h_2}{\sigma_{d2}} - \frac{\Delta h_3}{\sigma_{d3}} \right)}{(\Delta h_1 - \Delta h_2) \left( \frac{1}{\sigma_{d2}} - \frac{1}{\sigma_{d3}} \right)} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\Delta h$ は軸方向変形量、 $h_0$ は供試体の初期高さを表わす。式(5)は破壊点(サフィックス1)変曲点(同

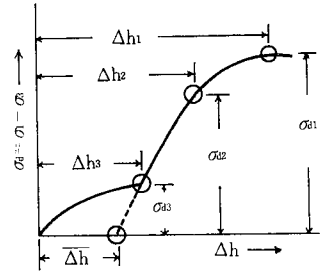


図-6  $\Delta h$ の補正

3) およびその中間点(同2)を通る双曲線を仮定して導いた。体積ひずみ( $\epsilon_v$ )ならびに平均径ひずみ( $\epsilon_R$ )は次式による。

$$\epsilon_v = \{ \Delta V + (\Delta h - \bar{\Delta h})C_P - \Delta t C_L \} / \pi r_0^2 h_0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\epsilon_R = \sqrt{(1 + \epsilon_v)/(1 + \epsilon_a)} - 1 \dots\dots\dots (7)$$

$\Delta V$ はビューレットに現われた変化量、 $\Delta t$ は経過時間であり、ともに $\epsilon_a = 0$ に対応する起算点を与えて計算する。 $C_P$ 、 $C_L$ はそれぞれピストン貫入ならびに水の漏えいに対する補正係数である。データ整理にあたっては体積収縮(高さ径ともに減)を正として扱った。

### 3. 試験結果

実験1で行った5個の供試体に対する応力-ひずみ曲線、軸ひずみ-径ひずみ曲線の分布範囲を図-7に示

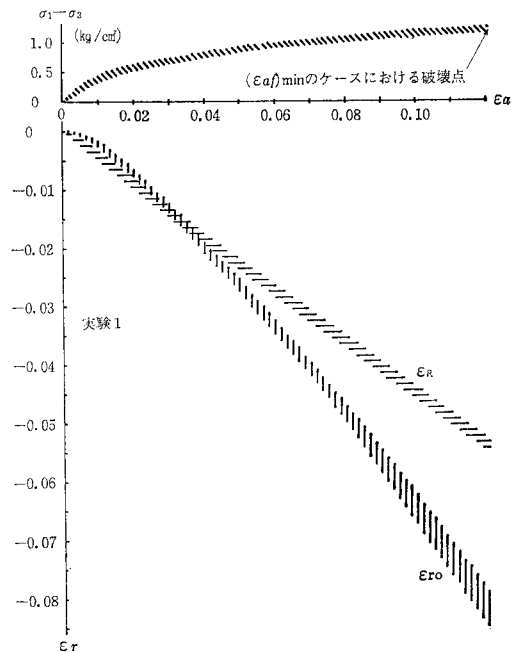


図-7 測定値の分布範囲

す。図中の  $\epsilon_{r0}$  は中央高さ ( $z/h=0.5$ ) における径ひずみであるが、軸圧初期において平均径ひずみよりも小さな (絶対値、以下同様) 領域を有することに注目される。  $|\epsilon_{r0}| < |\epsilon_R|$  から  $|\epsilon_{r0}| > |\epsilon_R|$  に変わる点を筆者は移行点と仮称しているが、すでに行った 50 余の実験例でもその存在は認められ、飽和度の高い供試体に対する拘束試験で較差 ( $|\epsilon_R| - |\epsilon_{r0}| > 0$ ) がより明らかに出た。供試体端部 ( $z/h=0$ ) における径ひずみ ( $\epsilon_{rT}$ ) を零に拘束したとき  $|\epsilon_{rmax}| > |\epsilon_{r0}|$  となる点が現われるという計算結果<sup>3)</sup>もあるので、全面的に否定することはできないが、常識的には移行点の発生原因を測定手法の相違に求めるべきであろう。考えられる理由を列記すれば以下のようである。

a) 側圧負荷時に生じていたゴム膜の貫入部分が、軸圧開始後の間隙圧増加により、押し戻されビューレット水位に反映する。一方、径ひずみ測定用の側板は、土粒子骨格の変位にしか応答できない。

b) 供試体セットから側圧負荷終了に至るまで、側板はゴム膜表面に密着し供試体とのなじみもできている。しかし、このなじみは、軸圧開始後さらに強まり側板は供試体にくい込んだ形になってから落ち着く。

c) 側板と鎖の摩擦に比較しておもりが軽かった場合、側圧負荷時に生じた鎖のゆるみが軸圧開始後の読みを過小にする。

d)  $|\epsilon_{rmax}| > |\epsilon_{r0}|$  となる現象が極端に現われ、結果として  $|\epsilon_R| > |\epsilon_{r0}|$  となった。

a) については Roscoe たち<sup>4)</sup>や Lade ら<sup>5)</sup>の考察から容易に推論できる。また、モールドを用いて成形した供試体では、側圧負荷時のゴム膜貫入を避けることは困難であり、ほとんどの場合にこのようなデータを生む可能性がある。b) はごく柔らかな供試体について抱かれる疑いであるが、事後の観察から証左とみられる異状はまだ発見されない。c) はゴム製供試体を用いての入念な検査により、解決済みと考えられる。d) については径ひずみ測定の精度を高めることにより、将来ともチェックする必要があるが、移行点を境として逆転することの説明が困難と思われる。ゆえに現段階では移行点の生じる原因を、ゴム膜貫入に求めるのが妥当と判断される。

図-8 は 5 個の供試体を通じて実測された、各相対高さにおける径ひずみ ( $\epsilon_{rT}$ ) を集積したものである。図中の  $\epsilon_{r0}$ ,  $\epsilon_R$  は実測値をそれぞれ、

$$\epsilon_r = A \epsilon_a^B \dots\dots\dots (8)$$

の形に整理し  $A$ ,  $B$  の平均を求めて描いた曲線である。実験 1 では浸水状態で保存した供試体に  $u_0 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  のバックプレッシャーを導入しているため、軸方向圧縮過程での飽和度は 100% に近づいていると考えられ、 $\epsilon_R$  に対する式 (8) の  $B$  値はいずれも 1 に近いものと

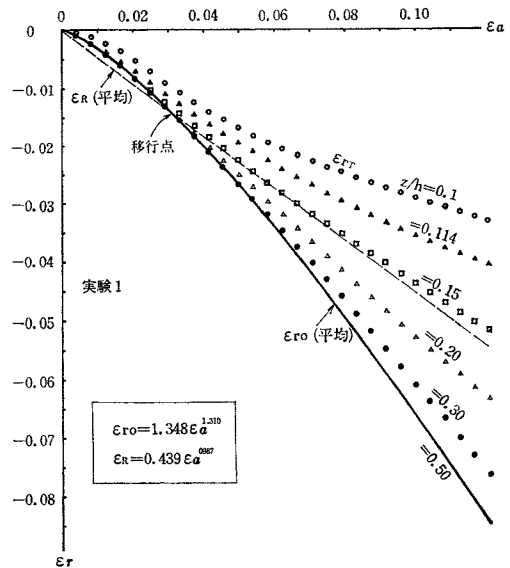


図-8 各高さにおける径ひずみ

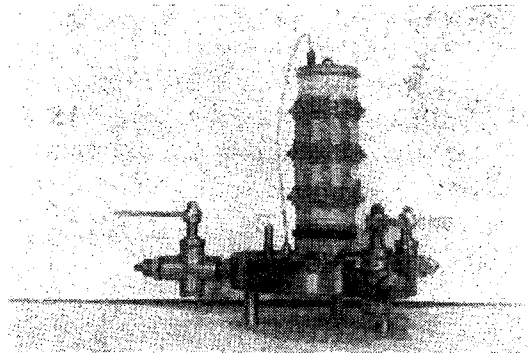


写真-1 試験後の供試体

なった。  $\epsilon_{rT}$  はいずれも破壊点に向かって増大しているが、増加度合いは  $z/h$  の減少とともに小となっている。これは端面摩擦の影響が端部に近づくにつれて強まることを意味している。ただし、移行点以前ではデータのばらつきがめだっていた。写真-1 に供試体変形の例を示す。

図-9 は実験 1, 2, 3a に対する応力-ひずみ関係、軸ひずみ~径ひずみ関係をまとめたもので、径ひずみを  $\epsilon_R$  に代表させて描いてある。同一試料に関して成形時含水比を異にする場合の  $\epsilon_a - \epsilon_R$  関係は  $\epsilon_a - \sigma_1 - \sigma_3$  関係とよく対応している。すなわち飽和度が低い供試体ほど径ひずみの発生が遅れており、気体成分が増えることによって体積収縮が著しくなることと符合している。記載を省略したが  $\epsilon_{r0}$  も  $\epsilon_R$  同様の傾向をもち、飽和度の低下に伴って  $\epsilon_{r0}$  と  $\epsilon_R$  の差も減少する。しかし移行点を生ずる傾向は明らかに認められた。

拘束条件の相違による径ひずみの比較を、飽和度の高

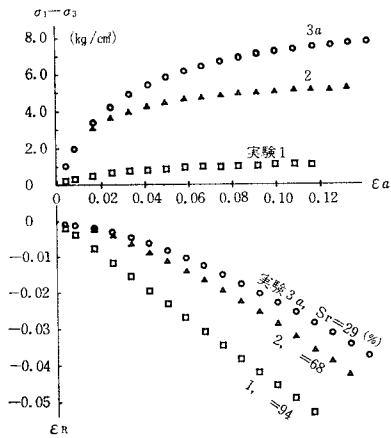
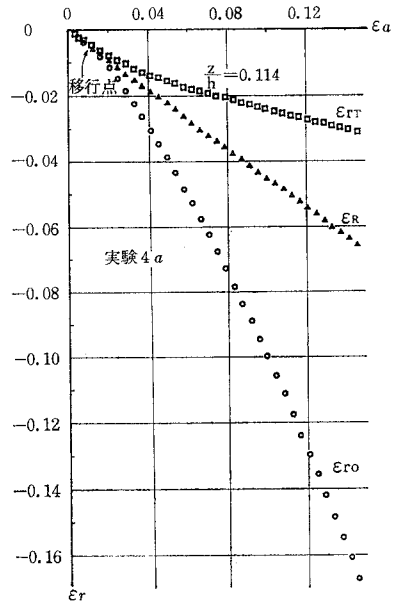


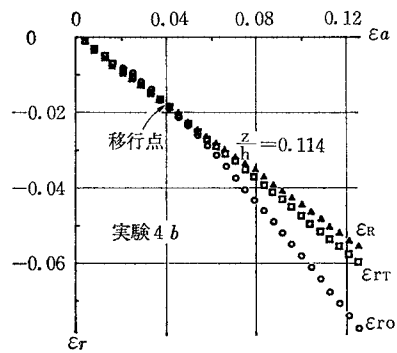
図-9 成形時含水比別の比較

い場合について掲げたのが 図-10 である ( $S_r \doteq 97\%$ ).  $\epsilon_{r0}$  と  $\epsilon_R$  の差は (a) 図の場合移行点經過後急速に増大し,  $z/h=0.114$  における  $\epsilon_{rT}$  と  $\epsilon_R$  の差も判然と拡大している. これに対し (b) 図では, 軸方向圧縮がかなり進行するまで  $\epsilon_{r0}$ ,  $\epsilon_{rT}$  も  $\epsilon_R$  に接近して現われている. そして破壊に近づくにつれて  $\epsilon_{r0}$  と  $\epsilon_R$  の差が開いている.  $|\epsilon_{rT} - \epsilon_R| > 0$  なる領域が出ていることについては,  $\epsilon_{rT}$  が少なからぬ差をもつ上下2個の測定値の平均であるため速断のおそれがあるが, やはり測定手法の相違によると考えるべきであろう. (b) 図から締固め土の非拘束試験を, 破壊に至るまで理想的に行うことの困難さがうかがわれる.

図-11 は 図-10 で行った比較を飽和度のいくぶん下がった場合について行ったものである ( $S_r \doteq 77\%$ ). 全体的に径ひずみの値は減少し,  $\epsilon_a - \epsilon_R$  関係の湾曲がめだっているが, (a) 図についての  $\epsilon_{r0} - \epsilon_R$  関係および  $\epsilon_{rT} - \epsilon_R$  関係は, 図-10 (a) のそれと同一の傾向を示している. 図-11 (b) では各径ひずみとも終始接近して現われているが, 破壊がもう少し遅く生じていたら,

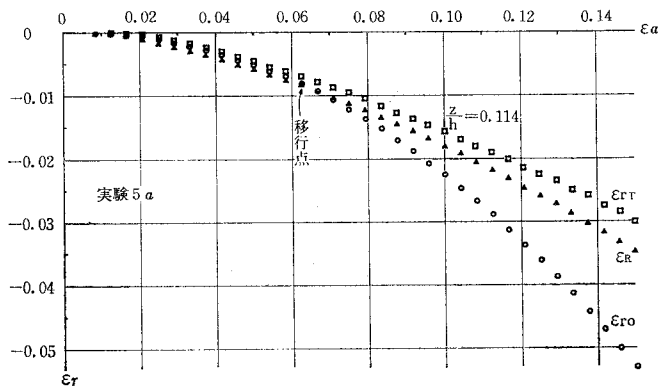


(a) 端面拘束

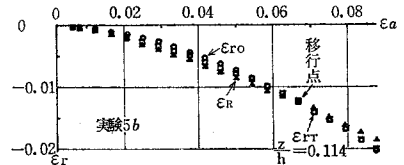


(b) 端面非拘束

図-10 径ひずみの推移



(a) 端面拘束



(b) 端面非拘束

図-11 径ひずみの推移

やはり 図-10 (b) と同様の型になったであろうと推察される。現在までの経験では、同一条件の供試体に関して非拘束は拘束よりも早期に破壊する傾向が認められる。また、非拘束はタル型変形への誘因が少ないから、破壊面の形成もより早期化すると推察されるのであるが、予期したほど顕著な差はみられず、まして径ひずみ測定 of 支障となるような不整合部が破壊以前に生じることとはなかった。

4. 平均径ひずみに対する考察

(1) 実験式の提案

$\epsilon_R$  を体積変化の実測値から求めてもゴム膜貫入に伴う誤差が生じ、これに対する適確な補正法がみあたらない現状では、 $\epsilon_r$  の実測値から  $\epsilon_R$  を求めることも一つの打開策と考えられる。しかし、径ひずみ測定装置を供試体にくまなく装着するのは不合理であるから、なんらかの解析法を模索しなければならない。円筒形供試体に起こり得る多様な変形を表わすために、次の実験式を採択し、その適用性を検討する。

$$\epsilon_R = \epsilon_{rt} + \frac{1}{r_0} \left( 1 - \frac{\epsilon_{rt}}{\epsilon_{r0}} \right) \left[ \frac{C_1 h^4}{16 C_2^4} \cdot \left\{ \frac{\cos C_2 \left( 1 - \frac{2z}{h} \right)}{\cos C_2} - 1 \right\} \cdot \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{C_2}{\tan C_2} \right) C_3 \right\} - \frac{C_1 h^4}{8 C_2^2} \frac{z}{h} \cdot \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \right] \quad (9)^*$$

ただし、

$$C_2 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad \dots\dots\dots (9)^*$$

上式中  $C_1, C_2, C_3$  は実験定数である。そして上式は  $C_2$  を一定にしたときの  $z/h - \epsilon_r$  関係を、また  $z/h$  を一定としたときの  $C_2 - \epsilon_r$  関係を表わすが、いずれにせよ  $\epsilon_{rt}$  を与えなければ具体的な計算はできない。平均径ひずみについて、

$$\epsilon_{Rr_0} = \frac{1}{h} \int_{z=0}^h y dz, \text{ ただし } y = \epsilon_r r_0$$

とおけるから、これに式 (9) を入れて整理し、

$$\frac{\epsilon_R - \epsilon_{rt}}{\epsilon_{r0} - \epsilon_{rt}} = \frac{1}{\epsilon_{r0} r_0} \left[ \frac{C_1 h^4}{16 C_2^4} \left\{ \frac{\tan C_2}{C_2} - 1 - \left( \frac{\tan C_2}{C_2} + \frac{C_2}{\tan C_2} - 2 \right) C_3 \right\} - \frac{C_1 h^4}{48 C_2^2} \right] \dots\dots\dots (10)$$

式 (9) の両辺に  $r_0$  を乗じ  $z/h=0.5$  を代入すれば  $\epsilon_{r0} r_0$  が求まる。ゆえに、

$$\frac{C_1}{16} = \frac{\epsilon_{r0} r_0 C_2^4}{h^4} \left[ \left( \frac{1}{\cos C_2} - 1 \right) \cdot \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{C_2}{\tan C_2} \right) C_3 \right\} - 0.5 C_2^2 \right]^{-1} \dots\dots\dots (11)$$

同じく式 (9) において  $z/h$  を任意の値に固定した場合、

$$\frac{\epsilon_{rT} - \epsilon_{rt}}{\epsilon_{r0} - \epsilon_{rt}} = \frac{1}{\epsilon_{r0} r_0} \frac{C_1 h^4}{16 C_2^4} \cdot \left[ \left\{ \frac{\cos C_2 \left( 1 - \frac{2z}{h} \right)}{\cos C_2} - 1 \right\} \cdot \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{C_2}{\tan C_2} \right) C_3 \right\} - C_2^2 \frac{2z}{h} \left( 1 - \frac{z}{h} \right) \right] \dots\dots\dots (12)$$

式 (10)~(12) より次の各式が導かれる。

$$C_3 = \frac{J_R (J_3 - J_5) - J_1}{J_R J_3 J_4 - J_2} \dots\dots\dots (13)$$

$$\epsilon_r = (\epsilon_{r0} - \epsilon_{rt}) J_T + \epsilon_{rt} \dots\dots\dots (14)$$

$$C_3 = \frac{J_6 - J_7 - J_T (J_3 - J_5)}{J_4 J_6 - J_T J_3 J_4} \dots\dots\dots (15)$$

$$\epsilon_R = (\epsilon_{r0} - \epsilon_{rt}) J_R + \epsilon_{rt} \dots\dots\dots (16)$$

$$J_R = \frac{\epsilon_R - \epsilon_{rt}}{\epsilon_{r0} - \epsilon_{rt}}, \quad J_T = \frac{\epsilon_{rT} - \epsilon_{rt}}{\epsilon_{r0} - \epsilon_{rt}},$$

$$J_1 = \frac{\tan C_2}{C_2} - 1 - \frac{C_2^2}{3}$$

$$J_2 = -\frac{\tan C_2}{C_2} + \frac{C_2}{\tan C_2} - 2, \quad J_3 = \frac{1}{\cos C_2} - 1,$$

$$J_4 = 1 - \frac{C_2}{\tan C_2}, \quad J_5 = 0.5 C_2^2,$$

$$J_6 = \frac{\cos C_2 \left( 1 - \frac{2z}{h} \right)}{\cos C_2} - 1,$$

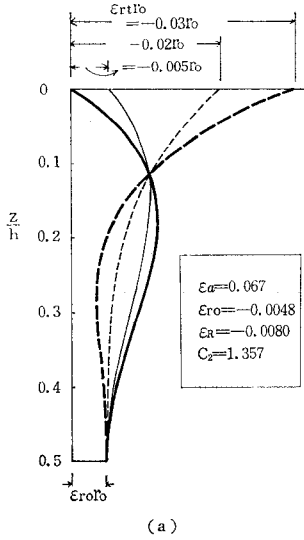
$$J_7 = \frac{2z}{h} \left( 1 - \frac{z}{h} \right) C_2^2 \dots\dots\dots (17)$$

$|\epsilon_{r0}| < |\epsilon_R|$  となる場合の  $z/h - \epsilon_r$  関係を、 $\epsilon_{rt}=0, -0.005, -0.02, -0.03$  の4種について式 (13), (12), (14) により計算した例が 図-12 (a) である。ただし、式 (12) は演算上次のようにして用いる。

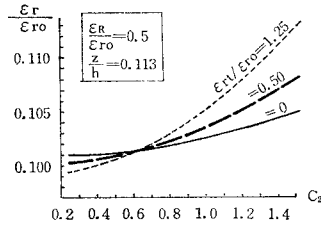
$$J_T = \frac{J_6 (1 - J_4 C_3) - J_7}{J_3 (1 - J_4 C_3) - J_5}$$

図からわかるようにどの変形曲線も  $z/h \approx 0.114$  において  $\epsilon_r$  値が近似し、あたかも一点で交わるようにみえる。そこで 図-12 (b) に示すような計算を  $\epsilon_R/\epsilon_{r0}$  と  $z/h$  の組み合わせを変えて試算し、 $\epsilon_{rt}$  の大小にかかわらず  $\epsilon_r$  の決まる点が、次式によって求まることをみいだした。

\* 【付録 1】 参照



(a)



(b)

図-12 端部径ひずみと変形曲線

$$\frac{z}{h} \doteq 0.00074C_2^{2.15} + 0.11265 \dots\dots\dots (18)$$

實際上  $C_2$  の変域は  $0 \sim 1.57$  であり上式より、

$$\frac{z}{h} \doteq 0.113 \sim 0.115 \doteq 0.114$$

とすることができる。ゆえに径ひずみ測定装置を  $z/h = 0.114$  に装着して  $\epsilon_{rT}$  の実測値を得れば、(17) 第2式を拘束、非拘束にかかわりなく、

$$J_T = \frac{\epsilon_{rT} - \epsilon_{rt}}{\epsilon_{r0} - \epsilon_{rt}} = \frac{\epsilon_{rT}}{\epsilon_{r0}}$$

とおき、 $\epsilon_{rt} = 0$  と仮定して  $\epsilon_R$  を求め得る。

(2) 考 察

図-8 に掲げたデータのうち  $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_R$  および  $z/h = 0.114$  に対する  $\epsilon_{rT}$  を図-13 に再録し、式(13)、(12)、(14) による  $\epsilon_{rT}$  と式(15)、(10)、(16) による  $\epsilon_R$  の計算値を付加した。ただし、式(10)の演算は次のようにして行った。

$$J_R = \frac{J_1 - J_2 C_3}{J_3(1 - J_4 C_3) - J_5}$$

この例では、 $\epsilon_{rT}$  の計算値が移行点付近を通過するが、 $z/h$  が大きくなると  $\epsilon_{rT}$  と  $\epsilon_{r0}$  の交点は破壊点の方へずれてくる。 $\epsilon_{rT}$  の実測値と計算値に差がでるのは測定手

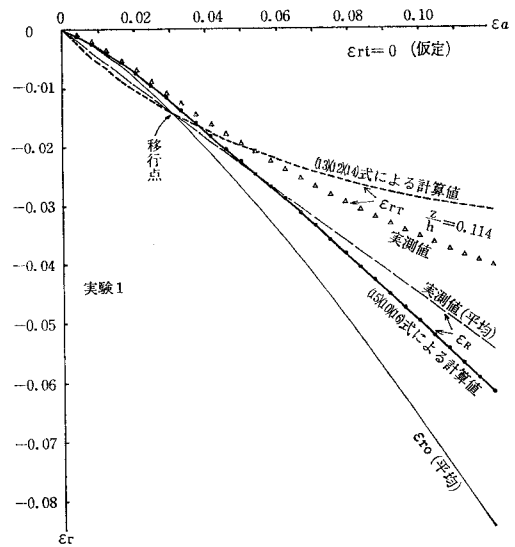


図-13 式(14)、(16)の適用例

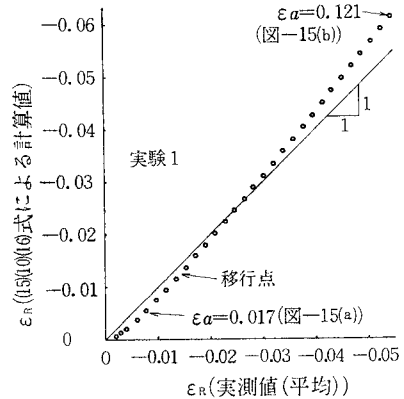


図-14 平均径ひずみによる検証

法の相違に起因すると考えられる。 $\epsilon_R$  の実測値と計算値の関係をみやすく書き換えたのが図-14である。わずかな差ではあるが前半で計算値が実測値より小、後半これが逆転し破壊に向かって計算値の卓越が顕著となっている。同図に指定した2点について変形曲線を求め、式(9)の適用性を照査したのが図-15である。拘束が完全であったとして  $\epsilon_{rt} = 0$  による  $J_R$  を求め、式(13)によって決まる  $C_3$  を式(12)に入れば  $J_T$  を算出できるから、種々の  $z/h$  に対する  $J_6$ 、 $J_7$  を用いて描いたのが太実線である。細実線は  $J_R$  で  $\epsilon_R$  実測値を前提とする平均線である。一方、式(15)によって決まる  $C_3$  を式(10)に入れば  $J_R$  が算出されるから、 $z/h$  5種に対する  $J_R$  の平均を求め、改めて式(13)、(12)による  $z/h - \epsilon_r/\epsilon_{r0}$  関係を描いたのが太破線である。細破線は  $\epsilon_{rT}$  実測値を前提とする平均線である。移行点以前の状態を示す(a)図では、太実線が大きくふくらみ極大



点では  $\epsilon_{r0}$  の 1.6 倍にも達している。一方、太破線は  $\epsilon_{rT}$  の実測値 (黒丸) によく適合しており、 $\epsilon_{rI}=0$  の仮定についても首肯できる姿で納まっている。破壊時の変形を示す (b) 図においても、太破線は実測値によく適合している。また、(b) 図では実線破線とも  $\epsilon_{r0}$  が極大となっている。以上により提案式 (9) の適用性は十分妥当なものと判断される。

タル型変形を数式表示し特定位置の径方向変形量から平均変形量や体積変化を計算しようとする場合、2 次曲線など比較的簡単な曲線型を仮定するのが通常と思われる。しかし、中央高さにおける径変形を常に卓越するものとし、供試体端部の径変形を不問にする場合はそれでもよいが、変形がある程度以上に大きくなると精度が低下し適用範囲はごく限られたものとなる。本論文では径変形の卓越位置が中央高さ以外にある“ひょうたん型”や“鼓型”をも議論の対象に入れ、タル型の場合も中央高さ以外に変曲点をもつような大変形まで含めて考察するため、複雑ではあるが上述のような式を用いることとした。式 (9) は  $C_3$  値の正負両域にわたって計算可能であり、図-12 (a)、図-15 (a)、(b) に示すような多様な形状を表現できる。そして端部径ひずみにかかわらず径ひずみの近似値が決まる特異点をもつため、平均径ひずみの算定上便利な特徴を有している。なお【付録 1】式 (b) に鑑みて  $C_2$  値を軸差応力の比から求めることとしたが、実際に計算してみると  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  を多少大きめに与えても曲線形状はほとんど変わらない。よって演算上は  $\tan \pi/2$  などの計算を避け得るようあらかじめ調整しておくことが望ましい。

図-16 は次式で定義されるポアソン比 ( $\nu$ ) に関して比較したものである。

$$\nu = d\epsilon_R / d\epsilon_a \dots\dots\dots (19)$$

すでに述べたとおり、 $\epsilon_{rI}=0$  として  $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_{rT}$  の実測値から  $J_T$  を決め、式 (15)、(10)、(16) により  $\epsilon_R$  の計算値を求めれば  $\epsilon_a - \epsilon_R$  関係が描かれる。これに基づくポアソン比が縦軸の値であり、横軸は体積変化の実測値によって決まる  $\epsilon_R$  を使用したポアソン比である。(a) 図ではきわめて飽和度の低い ( $S_r \div 29\%$ ) 場合について拘束、非拘束の両者をそれぞれ対比してある。 $\nu$  は接線係数であるから軸方向圧縮の初期では小さく、しだいに増大し  $d\epsilon_o/d\epsilon_a=0$  に至って  $\nu=0.5$  となる。本実験の場合、横軸 (実測値) は破壊に至るまで 0.5 以下であるが縦軸 (計算値) は拘束、非拘束とも 0.5 以上となり、破壊に近づくにつれて体積膨張を起こした形となっている。縦横両軸の近似度では、軸方向圧縮初期における非拘束試験がやや優位に見えるが、全体的にはほぼ同

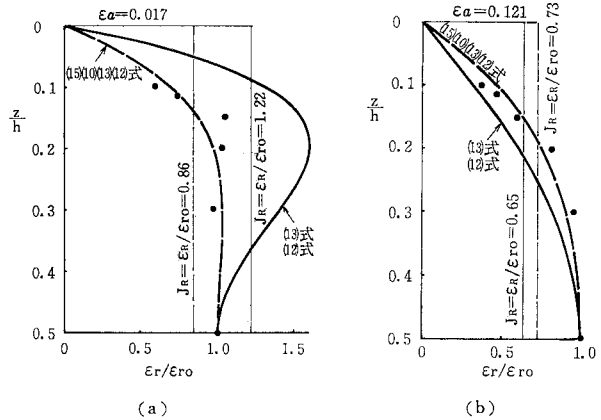


図-15 変形曲線

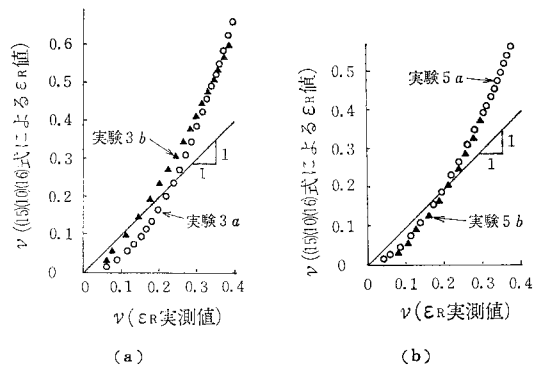


図-16 ポアソン比による検証

等といったよく、前半で縦軸 (計算値) の  $\nu$  値が小、後半逆転し破壊に向かって過大化する傾向を示している。

(b) 図はやや飽和度の高いケース ( $S_r \div 77\%$ ) で、横軸 (実測値) の  $\nu$  は 図-11 の  $\epsilon_a - \epsilon_R$  関係から決まる値であり、(a) 図同様  $\nu < 0.5$  に終始している。破壊の早かった非拘束を別にして縦軸 (計算値) の  $\nu$  をみれば、これも (a) 図同様膨張領域に達している。また、(a) 図に比べて拘束、非拘束の経路が接近しているのを指摘することができる。図示を省略したが、飽和度の高い実験 4a、4b の場合は、図-10 の  $\epsilon_a - \epsilon_R$  関係からわかるとおり、横軸 (実測値) の  $\nu$  が拘束、非拘束とも 0.45 付近に集中し、結果として縦軸に平行な短い線が重複して引かれることになる。

ポアソン比測定の手法を検討する場合、やや飽和度の高い場合に主眼をおくのが実際的と思われる。よって図-16 (b) につき縦横両軸の近似度をみるならば、前半では計算値 (縦軸) が小、後半では計算値が過大といえる。そこでまず前半であるが、ゴム膜貫入問題があるため横軸 (実測値) の信頼度は決して高くない。径ひずみ測定装置による  $\epsilon_{r0}$ 、 $\epsilon_{rT}$  の実測値は、土粒子骨格の変位を比較的忠実に表わすものと考えてよ

く、これが 図-11 (a) の前半にみられるように体積変化に基づく  $\epsilon_R$  よりも小であることは、実際の平均径ひずみもまた小であると推論できる。次に軸方向圧縮後半であるが、ゴム膜貫入問題は依然として続くものの径ひずみの絶対値が大きくなるため、その誤差率は比較的小となり横軸（実測値）の信頼度は高まると考えられる。これに対して縦軸（計算値）は、載荷板の傾斜や軸方向変形の非均等化など、軸対称変形をそこなう要因が増大し、径ひずみ測定時の周長変化量が等体積の円筒形に換算して求めた場合より大きく現われるようになる。すなわち、縦軸（計算値）は等周長の円への換算を根拠とするのに対し、横軸（実測値）は等面積のそれを用いているのである。ゆえに現状ではその優劣を択一的に決めるのは困難である。しかし土構造物の変形解析に用いるポアソン比が、変形初期ないしは軸方向圧縮前半の精度に重点をおいて選択される場合、径ひずみは土粒子骨格の変形にのみ応答する装置で求むべきである。よって式 (9) の適用性が肯定される以上、式 (15), (10), (16) に基づくポアソン比の測定はより妥当なものと考えられる。

なお主題からそれが筆者の経験範囲において、非拘束試験には 図-17 に示すような、a) 偏心載荷となる、b) 径方向変形が上部に卓越して現われ軸方向圧縮開始後相当期間供試体はテーパー状となる、などの不都合が起きやすい。圧密や間隙圧測定時の摩擦除去問題もあり、非拘束試験の一般化にはさらに検討すべき課題が多い。

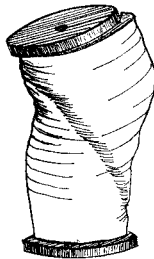


図-17 非拘束試験時の傾向

## 5. むすび

三軸圧縮時におけるポアソン比の推移を明らかにするため、締固め土を対象に独自の径ひずみ測定装置を試作し、端部の拘束条件も変えながら一連の非排水試験を進めてきた。得られた結果を要約すれば以下のようになる。

(1) 供試体の周長変化を鎖の移動量として捕える筆者の径ひずみ測定装置は、任意の相対高さにおける径ひずみを比較的簡便に求めることができ、締固め土のようなある程度以上の強さをもつ供試体には、十分信頼して使えることが明らかになった (図-2, 4)。

(2) 三軸室の水量変化 (体積変化) に基づく平均径ひずみと、中央高さにおける径ひずみをそれぞれ軸ひずみに対してプロットすると、まず前者が卓越して現われ、まもなく移行点を経てこれが逆転し、破壊点に向かって較差を広げていく (図-7)。移行点の生じる原因

は、前者がゴム膜貫入に基づく誤差を伴うためと推論された。

(3) 移行点から破壊に至るまでを対象に、平均径ひずみと中央高さにおける径ひずみの差を拘束条件によって比較すれば、端面摩擦の少ないほど差も少なくなる (図-10, 11)。

(4) 軸ひずみ-平均径ひずみの関係を供試体初期飽和度について比較すると、 $S_r$  の大なる場合は直線に近く、その減少に伴って径ひずみ発生が遅れがめだち、湾曲の度合いを増していく (図-9)。

(5) 供試体の径方向変形は実験式 (9) により、移行点の前後を通じかなり正確に表わせることが実証された (図-15)。また、式 (9) の特性から中央高さとの相対高さ 0.114 における径ひずみの実測値があれば、端部径ひずみにかかわりなく平均径ひずみを求められることがわかった (式 (15), (10), (16))。

(6) 平均径ひずみの実測値と、前項の計算値との対比では、移行点を含む前半において計算値が実測値より小、後半において逆となり、破壊に近づくにつれて計算値の卓越が著しくなる (図-14)。したがって、接線ポアソン比についても同様のことがいえる (図-16)。この原因は、前半においてはゴム膜貫入に関連する誤差が実測値を過大にし、後半においては周長変化量が換算円筒形のそれより大きくなるためと判断される。ゆえに変形初期ないしは軸方向圧縮前半の精度を重視する場合、径ひずみは土粒子骨格の変形にのみ応答する装置で求むべきであり、式 (15), (10), (16) に基づくポアソン比の測定はより妥当なものと考えられる。

この研究は長年にわたる星埜 和 (中央大) 先生のご指導のもとではぐくまれてきた。富山県土木部河川開発課関係の方々には、実験遂行上多くのご援助を賜った。ここに厚くお礼申し上げます。なお初期における費用の一部が文部省科学研究費に依存していたことを付記します。

### 【付 録 1】

式 (9) は以下に示すとおり弾性論による考察を、非弾性材料に適用するため発展的に実験式化したものである。

理想的な非拘束端面をもつ円形載荷板によって軸方向に圧縮される供試体が、図-18 に示す扇形柱に囲まれたためにタル型変形を生じるものと仮想する。扇形柱は弾性材料でできており、(a) 図のような載荷機構によって、常に供試体と同一の軸方向変形を強制されている。したがって、スプリングによる抵抗が零でない限り、供試体と扇形柱の間には圧縮力が働き 図-19 に示す荷重条件となる。扇形柱の圆心軸が示すたわみ、たわみ角を

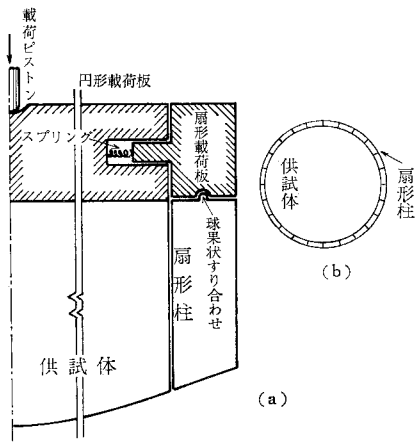


図-18 供試体模型

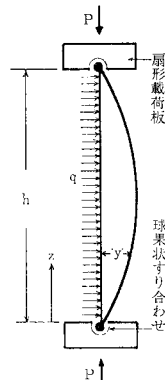


図-19 扇形柱の変形

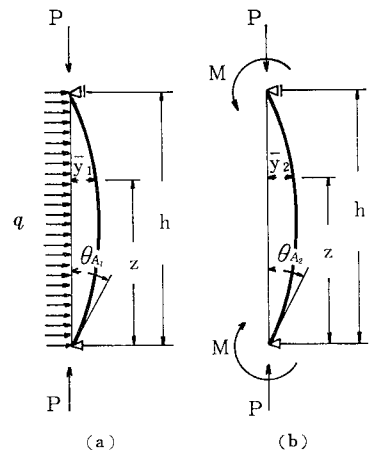


図-20

図-20 の記号を用いて表わせば、

$$\bar{y}_1 = \frac{qh^4}{16EI_s^4} \left\{ \frac{\cos s \left(1 - \frac{2z}{h}\right)}{\cos s} - 1 \right\} - \frac{qh^2}{8EI_s^2} z(h-z) \quad \dots\dots\dots (a)$$

$$s = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{P}{EI}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}} \quad \dots\dots\dots (b)$$

ここに、 $EI$  は曲げ剛度、 $P_{cr}$  は座屈荷重を表わす。

$$\theta_{A1} = \frac{qh^3}{24EI} \frac{3(\tan s - s)}{s^3} \quad \dots\dots\dots (c)$$

$$\bar{y}_2 = \frac{Mh^2}{8EI_s^2} \frac{2}{\cos s} \left\{ \cos s \left(1 - \frac{2z}{h}\right) - \cos s \right\} \quad \dots\dots\dots (d)$$

$$\theta_{A2} = \frac{Mh \tan s}{2EI} \frac{1}{s} \quad \dots\dots\dots (e)$$

球果状すり合わせ部における抵抗係数を  $C_\theta$  として次のようにおく。

$$\theta_{A1} + \theta_{A2} = \theta_{A1}(1 - C_\theta) \quad \dots\dots\dots (f)$$

これに、式 (c)、(e) を入れて整理すれば、

$$M = -\frac{qh^2 \tan s - s}{4s^2 \tan s} C_\theta \quad \dots\dots\dots (g)$$

重ね合わせの定理を適用し  $\bar{y} = \bar{y}_1 + \bar{y}_2$  として整理すれば、

$$\bar{y} = \frac{qh^4}{16EI_s^4} \left\{ \frac{\cos s \left(1 - \frac{2z}{h}\right)}{\cos s} - 1 \right\} \cdot \left\{ 1 - \left(1 - \frac{s}{\tan s}\right) C_\theta \right\} - \frac{qh^2}{8EI_s^2} z(h-z) \quad \dots\dots\dots (h)$$

供試体に生じる径方向変形量 ( $y$ ) が  $\bar{y}$  に近似するものとし、端部の径変形を加味して次のようにおく。

$$y = \epsilon_{rI} r_0 + \left(1 - \frac{\epsilon_{rI}}{\epsilon_{r0}}\right) \left[ \frac{C_1 h^4}{16 C_2^4} \right]$$

$$\cdot \left\{ \frac{\cos C_2 \left(1 - \frac{2z}{h}\right)}{\cos C_2} - 1 \right\} \cdot \left\{ 1 - \left(1 - \frac{C_2}{\tan C_2}\right) C_3 \right\} - \frac{C_1 h^2}{8 C_2^2} z(h-z) \quad \dots\dots\dots (i)$$

ここに、

$$C_1 = \frac{q}{EI}, C_2 = s = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}}, C_3 = C_\theta$$

式 (i) の両辺を  $r_0$  で割れば式 (9) が得られる。

【付 録 2】 おもな記号の説明

- $r_0$  : 供試体の初期半径
- $h_0$  : 供試体の初期高さ
- $h$  : 供試体の高さ =  $h_0 - dh$
- $z$  : 供試体端部からの距離
- $z/h$  : 相対高さ
- $dh$  : 軸方向変形量
- $d\bar{h}$  :  $dh$  に対する初期補正值

- $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_d$  : 軸差応力
- $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  : 破壊時の軸差応力

- $\epsilon_v$  : 体積ひずみ
- $\epsilon_a$  : 軸ひずみ
- $\epsilon_r$  : 径ひずみ
- $\epsilon_R$  : 平均径ひずみ
- $\epsilon_{r0}$  : 中央高さ ( $z/h=0.5$ ) における径ひずみ
- $\epsilon_{rI}$  : 端部 ( $z/h=0$ ) における径ひずみ
- $\epsilon_{rT}$  : 軸圧開始から破壊に至るまで  $z/h$  を任意の値に固定し、これに対する  $\epsilon_r$  を表わす場合の記号

$$\nu = \frac{d\epsilon_R}{d\epsilon_a} : \text{ポアソン比}$$

参 考 文 献

1) Peter, W. Rowe and L. Barden : Importance of free

- ends in triaxial testing, Proc. of ASCE, Vol. 90, No. SM 1 pp. 1~27, 1964.
- 2) Balla, A. : Stress conditions in triaxial compression, Proc. of ASCE, Vol. 86, No. SM 6 pp. 57~84, 1960.
  - 3) 梶田建夫・秋本昌胤・川本眺万：円柱状ゼい性材料供試体の一軸圧縮試験における加圧面拘束が変形状態および圧縮強度におよぼす影響について，土木学会論文報告集，第166号，1966-6.
  - 4) Roscoe, K.H., A.N. Schofield and A. Thurairajah : An evaluation of test data for selecting a yield criterion for soils, Laboratory Shear Testing of Soils, ASTM STP No. 361 pp. 111~128, 1963.
  - 5) Balasubramaniam, A.S. : Local strains and displacement patterns in triaxial specimens of a saturated clay, Soils and Foundations, Vol. 16, No. 1 pp. 101~114, 1976.
  - 6) Kulhawy, F.H., J.M. Duncan and H.B. Seed : Finite element analysis of stresses and movements in embankments during construction, U.S. Army Engineers Waterways Experiment Station Corps of Engineers, Vicksburg, Mississippi, 1969.
  - 7) Lade, P.V. and S.B. Hernandez : Membrane penetration effects in undrained tests, Proc. of ASCE, Vol. 103, No. GT 2 pp. 109~125, 1977.
  - 8) Caquot, A. and J. Kerisel (藤田亀太郎・最上武雄監訳) : カコーケリゼルの土質力学，技報堂，p. 78, 1975. 7.
  - 9) 吉国 洋：三軸圧密試験法について，第19回土質工学シンポジウム昭和49年度発表論文集.
  - 10) 赤井浩一・足立紀尚・田伏宜夫：空気圧制御方式による三軸試験装置とその適用(その2)，土と基礎，Vol. 23, No. 6, 1975. 6.
  - 11) El-Ruwayih, A.A. : Design manufacture and performance of a lateral strain device, Geotechnique, Vol. 26, No. 1 pp. 215~216, 1976.
  - 12) Boyce, J.R. and S.F. Brown : Measurement of elastic strain in granular material, Geotechnique, Vol. 26, No. 4, pp. 637~640, 1976.

(1978.11.2・受付)