

## 海岸付近の淡水池地盤における効率的な上層取水の一方法

EFFICIENT WITHDRAWAL OF FRESH WATER THROUGH  
PERMEABLE STRATUM OF RESERVOIR NEAR COAST

崎山 正常\*・細川土佐男\*\*・阿部 孝行\*\*\*・丑田 敏昭\*\*\*\*

By Masatsune SAKIYAMA, Tosao HOSOKAWA, Takayuki ABE  
and Toshiaki USHIDA

## 1. ま え が き

上層に淡水、下層に塩水が成層をなして存在している海岸地盤において、上層の淡水だけを取水すると淡塩水境界面が上昇し、下層の塩水だけを排水すると下降することはよく知られている<sup>1)~4)</sup>。

そこで上層取水と下層排水とを同時に行えば、淡塩水境界面の上昇あるいは下降の変動量は、取水あるいは排水のどちらか一方だけを行う場合に比べて少なくなるものと考えられ、このことは、取水中への塩水混入の危険性を緩和できるばかりでなく、取水の効率を高めるうえからも工学的検討事項に値するものと考えられる。

岩佐・武内は、上述のような淡塩水の二層よりなる均一な浸透層において、まず、上層の淡水層中に、下部にストレーナを有する取水管を設け、さらに、この取水管中に、これも下部にストレーナを有する排水管を下層の塩水層中まで貫通させ、これらによって淡水取水と塩水排水とを同時に行う機構を提案し、これに対して井戸理論と同様な影響円や Dupuit の準一様流および浸透流内の圧力が静水圧分布に従うという仮定を導入し、軸対称流としての近似解を求めている<sup>5)</sup>。しかし、同様な現象を2次元的に取り扱った研究はまだないようである。

そこで本報では、海岸付近の淡水池地盤やこれと同様な河床地盤などにおける上層取水および下層排水を対象として、これを図-1の上部および図-3の下部に示すような  $y$  軸を対称軸とし、また、堤体頂部中央、点 B、点 C および点 F までは鉛直不浸透の矢板壁とする2次元定常の地下二層流の場にモデル化し、これらについての水理解析を行い、さらにその結果を図-7に示すよう

な、上層取水のみを行う場合<sup>6)</sup>の水理解析結果と比較検討した。

また、このような取水のプラスの効用については、前述の塩水混入の危険性の緩和や取水効率の増加のほか、池水あるいは河川水を浸透させることによって、自然のろ過がある程度期待でき、また、四季を通じての取水の温度差を直接取水する場合よりも少なくできることなどがあげられよう。さらにマイナスの効用については、取水機構が複雑化し、あるいは不用な塩水も同時に揚水しなければならないことなどがあげられよう。したがって、これを現地へ適用するにあたっては、これらの効用を十分検討しなければならないことはもちろんである。

なお、解析については、はじめに淡塩水境界面を水平な面とみなして行った複素ポテンシャル理論による近似解について述べ、次に、ほぼ厳密な境界条件のもとでの数値解析理論によるものについて述べる。

## 2. 複素ポテンシャル理論による近似解析

## (1) 基礎式

ここに近似解析というのは、実際には曲率の小さい曲面である淡塩水境界面を水平な面とみなして解析することをさしており、これに相当する境界が通常の単層地下水流の場の不透水層面のように水平な不浸透面である場合に対しては、もちろん厳密な解析となる。

まず、基礎式を列挙しておこう。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} z &= x + iy, W = \phi + i\psi, t = \zeta + i\eta \\ z &= f_1(t), W = f_2(t), W = f(z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\phi = k \left( \frac{p}{r} + y \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、

$z$ : 流れの場の任意点の複素座標

\* 正会員 工博 九州産業大学教授 工学部土木工学教室

\*\* 正会員 工修 九州産業大学助手 工学部土木工学教室

\*\*\* 正会員 九州産業大学副手 工学部土木工学教室

\*\*\*\* 学生会員 九州産業大学大学院工学研究科修士課程

- $W$ :  $z$  における複素ポテンシャル
- $t$ :  $z$  平面と  $W$  平面の媒介平面
- $\phi$ : 速度ポテンシャル
- $\psi$ : 流れの関数
- $k$ : Darcy の透水係数
- $r$ : 水の単位重量
- $p$ : 流れの場の任意点の水圧強度

などである。なお、上記の記号中  $z, y$  以外のものについては、以後、淡水の場合に  $f$ , 塩水の場合に  $s$  の添字を付するものとする。

(2) 上層の  $z$  平面

a)  $z$  と  $t_f$  との関係

いま、図-1 の上部に示す上層の  $z$  平面において、点 B の近傍の直線 AB より上の砂層は無視して取り扱う。ところでこのような長方形 ABCD 領域の浸透流については、単独にはすでにいろいろ解析されている<sup>9), 10)</sup>が、ここでは、下層の  $z$  平面と境界 CD で結びつけるうえで便利のように、図-1 の下部に示すように選んだ  $t_f$  平面との対応を新たに解析する。

そこで、上層の  $z$  平面とこれに対応する  $t_f$  平面とを Schwarz-Christoffel の定理によって関係づければ、点 D に積分の下限を選んで、

$$z = x + iy = iD_s - iM_f \int_{-d_f}^{t_f} \frac{dt_f}{\sqrt{-d_f - t_f} \sqrt{-d_f - t_f - c_f - t_f} \sqrt{-1 - t_f} \sqrt{1 - t_f}} \quad (3)$$

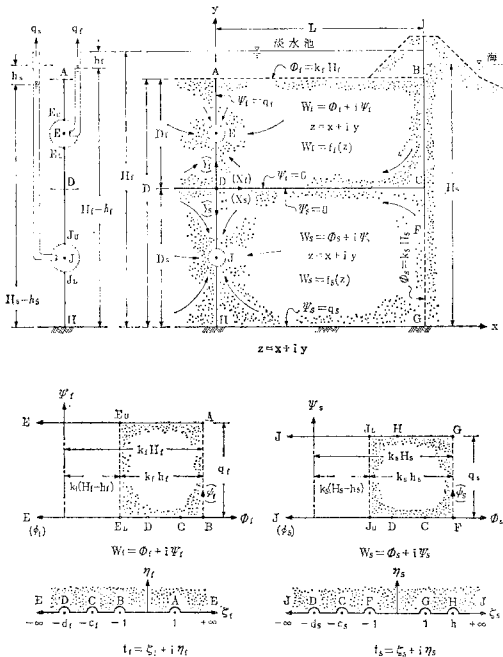


図-1 近似解析による場合の  $z, t$  および  $W$  平面

となる<sup>9)</sup>。ここに、 $M_f, d_f$  および  $c_f$  は、のちに境界条件によって定まる定数である。そこでいま、

$$T_{f,z}^2 = \left( \frac{c_f + 1}{d_f + 1} \right) \left( \frac{d_f + t_f}{c_f + t_f} \right) = \left( \frac{c_f + 1}{d_f + 1} \right) \cdot \frac{(d_f + \zeta_f)(c_f + \zeta_f) + \eta_f^2 - i(d_f - c_f)\eta_f}{(c_f + \zeta_f)^2 + \eta_f^2} \quad (4)$$

$$m_f'^2 = 1 - m_f^2 = \left( \frac{c_f - 1}{d_f - 1} \right) \left( \frac{d_f + 1}{c_f + 1} \right) \quad (5)$$

$$\nu_f = \frac{\sqrt{(d_f - 1)(c_f + 1)}}{2} \quad (6)$$

$$\frac{\nu_f x}{M_f} = X_f, \quad \frac{\nu_f (y - D_s)}{M_f} = Y_f \quad (7)$$

とおけば、式 (3) は、

$$T_{f,z}^2 = \text{sn}^2(Y_f - iX_f, m_f') \quad (8)$$

となる。したがって、これと式 (4) とから、

$$\left( \frac{c_f + 1}{d_f + 1} \right) \frac{(d_f + \zeta_f)(c_f + \zeta_f) + \eta_f^2}{(c_f + \zeta_f)^2 + \eta_f^2} = \left\{ \frac{\text{sn}(Y_f) \text{dn}(X_f)}{1 - \text{dn}^2(Y_f) \text{sn}^2(X_f)} \right\}^2 - \left\{ \frac{\text{cn}(Y_f) \text{dn}(Y_f) \text{sn}(X_f) \text{cn}(X_f)}{1 - \text{dn}^2(Y_f) \text{sn}^2(X_f)} \right\}^2 \quad (9)$$

$$\left( \frac{c_f + 1}{d_f + 1} \right) \frac{(d_f - c_f)\eta_f}{(c_f + \zeta_f)^2 + \eta_f^2} = \frac{2 \text{sn}(Y_f) \text{dn}(X_f) \text{cn}(Y_f) \text{dn}(Y_f) \text{sn}(X_f) \text{cn}(X_f)}{\{1 - \text{dn}^2(Y_f) \text{sn}^2(X_f)\}^2} \quad (10)$$

が得られる。ここに、sn, cn, dn は Jacobi の楕円関数記号であり、 $Y_f$  は  $m_f'$  を、 $X_f$  は  $m_f$  をそれぞれの母数としている<sup>9)</sup>。のちに境界条件により基本的未知定数  $c_f, d_f$  と  $M_f$  とが決定されるが、そうすると式 (9), (10) は、与えられた  $(\zeta_f, \eta_f)$  に対応する  $(X_f, Y_f)$  を算定するための条件式となる。ところが、各境界線上では、 $\eta_f = 0$  であるから式 (10) は不要となり式 (9) のみでこと足りる。これを各境界線について sn 関数で整理すると次のようになる。

b) 各境界上における  $x$  または  $y$  と  $\zeta_f$  との関係

ED, AE 上  $(-\infty < \zeta_f < -d_f, 1 < \zeta_f < +\infty)$

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{c_f + 1}{d_f + 1} \right) \left( \frac{d_f + \zeta_f}{c_f + \zeta_f} \right) &= \text{sn}^2(Y_f) \\ \zeta_f &= -\frac{d_f(c_f + 1) - c_f(d_f + 1)\text{sn}^2(Y_f)}{(c_f + 1) - (d_f + 1)\text{sn}^2(Y_f)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

点 A では、 $\zeta_f = 1$  であるから  $Y_f = K(m_f')$  であり、したがって式 (7) より、

$$\frac{\nu_f D_f}{M_f} = K(m_f') \quad (12)$$

が得られる。ここに、 $K(m_f')$  は、 $m_f'$  を母数とする第 1 種完全楕円積分<sup>9)</sup> である。

次に、流入点 E では、 $\zeta_f \rightarrow \pm\infty$  であり、 $Y_f \rightarrow Y_{f,E}$  とおけば、式 (11) より、

$$\frac{c_f+1}{d_f+1} = \text{sn}^2(Y_{f,E}) \dots\dots\dots(13)$$

が得られる。

また、点 D では、 $\zeta_f = -d_f$  に対応して  $Y_f = 0$  となり、もちろん矛盾は生じない。同様に、

$$\left. \begin{aligned} \text{DC 上 } (-d_f < \zeta_f < -c_f) \\ \left. \begin{aligned} \left( \frac{c_f+1}{d_f-c_f} \right) \left( \frac{d_f+\zeta_f}{1-\zeta_f} \right) &= \text{sn}^2(X_f) \\ \zeta_f &= -\frac{d_f(c_f+1) - (d_f-c_f)\text{sn}^2(X_f)}{(c_f+1) + (d_f-c_f)\text{sn}^2(X_f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(14) \end{aligned} \right\}$$

点 C において、

$$\frac{\nu_f L}{M_f} = K(m_f) \dots\dots\dots(15)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{CB 上 } (-c_f < \zeta_f < -1) \\ \left. \begin{aligned} \left( \frac{d_f-1}{c_f-1} \right) \left( \frac{c_f+\zeta_f}{d_f+\zeta_f} \right) &= \text{sn}^2(Y_f) \\ \zeta_f &= -\frac{c_f(d_f-1) - d_f(c_f-1)\text{sn}^2(Y_f)}{(d_f-1) - (c_f-1)\text{sn}^2(Y_f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(16) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{BA 上 } (-1 < \zeta_f < 1) \\ \left. \begin{aligned} \left( \frac{d_f-1}{2} \right) \left( \frac{1-\zeta_f}{d_f+\zeta_f} \right) &= \text{sn}^2(X_f) \\ \zeta_f &= \frac{(d_f-1) - 2d_f \cdot \text{sn}^2(X_f)}{(d_f-1) + 2 \cdot \text{sn}^2(X_f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(17) \end{aligned} \right\}$$

が得られる。

e) 基本的未知定数  $c_f$  および  $d_f$  の決定

まず、式 (12) と式 (15) とから、

$$\frac{K(m_f)}{K(m_f')} = \frac{L}{D_f} \dots\dots\dots(18)$$

が得られるから  $L/D_f$  を与えると、 $K(m_f)$ 、 $K(m_f')$ 、 $m_f$  および  $m_f'$  が決まる。

次に、式 (15) および式 (12) を式 (7) に適用すると、

$$X_f = \frac{x}{L} \cdot K(m_f), Y_f = \frac{y-D_s}{D_f} \cdot K(m_f') \dots\dots\dots(19)$$

が得られるから、点 E の  $y$ 、すなわち、

$$Y_{f,E} = \frac{ED}{D_f} \cdot K(m_f') \dots\dots\dots(20)$$

を与えると式 (13) の右辺が定まる。一方、式 (5) の  $m_f$  も定まっているから、式 (5) と式 (13) とを連立に解けば、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_f = \text{sn}^2(Y_{f,E}), \beta_f = m_f'^2 \cdot \alpha_f \\ \text{とおいて、} \\ \left. \begin{aligned} c_f &= \frac{\alpha_f(1-\beta_f) + \beta_f(1-\alpha_f)}{(\alpha_f - \beta_f)} \\ d_f &= \frac{(1-\alpha_f) + (1-\beta_f)}{(\alpha_f - \beta_f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(21) \end{aligned} \right\}$$

が得られ、式 (6) で  $\nu_f$  も算定されるから、式 (12) あるいは式 (15) に、与えられた  $D_f$  あるいは  $L$  を適用

すれば  $M_f$  も算定される。ところが、 $X_f$  および  $Y_f$  は、式 (19) のように  $\nu_f$ 、 $M_f$  を消去した形で表されるから、以後の演算において直接  $\nu_f$ 、 $M_f$  の数値が必要となることはない。

なお、式 (19) から明らかなように、いま対象としている上層流の場合における  $X_f$  および  $Y_f$  の変域は、

$$0 < X_f < K(m_f), 0 < Y_f < K(m_f') \dots\dots(22)$$

であることに注意しなければならない。また、 $X_f$  および  $Y_f$  軸の原点は点 D となり、それぞれ右および上方向に正とすることになる。

(3) 上層の W 平面

a) W と  $t_f$  との関係

上層の W 平面と  $t_f$  平面とを関係づければ、点 B に積分の下限を選んで、

$$W_f = \phi_f + i\psi_f = k_f H_f + N_f \int_{-1}^{t_f} \frac{dt_f}{\sqrt{-1-t_f}\sqrt{1-t_f}} \dots\dots\dots(23)$$

となる<sup>8)</sup>。ここに、 $N_f$  は境界条件によって定まる定数である。そこで、

$$\left. \begin{aligned} T_{f,W} &= \cosh^{-1}(-t_f) \\ t_f &= -\cosh(T_{f,W}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

$$\phi_f = \frac{k_f H_f - \phi_f}{N_f}, \psi_f = \frac{\psi_f}{N_f} \dots\dots\dots(25)$$

とおけば、これらを式 (23) に適用して、

$$t_f = \zeta_f + i\eta_f = -\cosh(\phi_f - i\psi_f) \dots\dots\dots(26)$$

したがって、

$$\zeta_f = -\cosh(\phi_f) \cos(\psi_f) \dots\dots\dots(27)$$

$$\eta_f = \sinh(\phi_f) \sin(\psi_f) \dots\dots\dots(28)$$

が得られる。そこで、点 A では  $\zeta_f = 1$ 、 $\phi_f = 0$  および  $\phi_f = q_f/N_f$  であるから、式 (27) より、

$$\frac{q_f}{N_f} = \pi \dots\dots\dots(29)$$

が得られる。

b) 取水量  $q_f$  および境界 CD 上の圧力  $p_{f,CD}$  の算定式

いま、暗渠の大きさを規定する点 E<sub>U</sub> の  $y$ 、すなわち、

$$Y_{f,E_U} = \frac{E_U D}{D_f} \cdot K(m_f') \dots\dots\dots(30)$$

を与えると、式 (11) より、

$$\zeta_{f,E_U} = \frac{c_f(d_f+1)\text{sn}^2(Y_{f,E_U}) - d_f(c_f+1)}{(c_f+1) - (d_f+1)\text{sn}^2(Y_{f,E_U})} \dots\dots\dots(31)$$

が得られる。一方、式 (25) および式 (29) より、

$$\left. \begin{aligned} \phi_{f,E_U} &= \frac{k_f H_f - k_f(H_f - h_f)}{N_f} = \frac{k_f h_f}{N_f} \\ \phi_{f,E_U} &= \frac{q_f}{N_f} = \pi \end{aligned} \right\} \dots\dots(32)$$

であるから、これから  $N_f$  を消去して、

$$\phi_{f,E_U} = \pi \left( \frac{k_f h_f}{q_f} \right) \dots\dots\dots(33)$$

が得られる。したがって、式 (32) の第2式と上式とを式 (27) に適用して、

$$\frac{q_f}{k_f h_f} = \frac{\pi}{\phi_{f,E_U}} = \frac{\pi}{\cosh^{-1}(\zeta_{f,E_U})} \dots\dots\dots(34)$$

なる取水量算定式が得られる。なおこの場合、点  $E_U$  を流入点  $E$  の近くを選べば、暗渠周辺の等ポテンシャル線は、 $\overline{EE_U}$  を半径とする円形とほとんど一致する。

次に、 $k_f h_f$  を与えるとこれに対応する  $N_f$  が式 (32) より算定される。ところが式 (25) の  $\phi_f, \psi_f$  は式 (32) ~ (34) を用いて、

$$\left. \begin{aligned} \phi_f &= \frac{\left( H_f - \frac{\phi_f}{k_f} \right)}{h_f} \cdot \phi_{f,E_U} = \frac{\left( H_f - \frac{\phi_f}{k_f} \right)}{h_f} \\ &\quad \cdot \cosh^{-1}(\zeta_{f,E_U}) \\ \psi_f &= \frac{\psi_f}{q_f} \cdot \pi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

のように  $N_f$  を消去した形で表わされるから、以後の演算において直接  $N_f$  の数値が必要となることはない。

なお、上式 (35) から明らかなように、暗渠の外側の上層流の場における  $\phi_f$  および  $\psi_f$  の変域は、

$$0 < \phi_f < \phi_{f,E_U} = \cosh^{-1}(\zeta_{f,E_U}), \quad 0 < \psi_f < \pi \dots\dots\dots(36)$$

となる。また、 $\phi_f$  および  $\psi_f$  軸の原点は点  $B$  になり、それぞれ左および上方に正とすることになる。

さて次に、のちに重要な水理量となる境界  $CD$  上の圧力算定式を誘導しておきたい。 $\phi_{f,CD} = 0$  を式 (27) へ適用し、さらに式 (35) に式 (2) を適用すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_{f,CD}}{\gamma_f} &= H_f - D_s - h_f \cdot \frac{\phi_{f,CD}}{\phi_{f,E_U}} \\ \phi_{f,CD} &= \cosh^{-1}(-\zeta_{f,CD}), \\ \phi_{f,E_U} &= \cosh^{-1}(\zeta_{f,E_U}) \\ \zeta_{f,CD} &= - \frac{d_f(c_f+1) - (d_f - c_f) \operatorname{sn}^2(X_{f,CD})}{(c_f+1) + (d_f - c_f) \operatorname{sn}^2(X_{f,CD})} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

が得られる。したがって、境界  $CD$  上に沿って  $X_{f,CD}$  を与えれば、これに対応する  $\zeta_{f,CD}$  が算定され、ひいては  $p_{f,CD}/\gamma_f$  が算定される。

(4) 上層の等ポテンシャル線および流線

まず、各境界上においては、 $\eta_f = 0$  であるから、式 (10) および式 (28) は不要となる。そこで、式 (27) に式 (36) で示す範囲の  $\phi_f$  または  $\psi_f$  を適当なきざみで適用すれば、これについての  $\zeta_f$  が算定されるから、これを式 (11), (14), (16) または式 (17) などに適用す

れば、与えられた  $\phi_f$  または  $\psi_f$  に対応する  $X_f$  または  $Y_f$  を比較的容易に算定することができる。

次に、流れの場の内部において、 $(\phi_f, \psi_f)$  が任意に与えられた場合、これに対応する  $(X_f, Y_f)$  の算定は、次に述べるように若干面倒である。

すなわち、まず、任意に与えられた  $(\phi_f, \psi_f)$  について、式 (27) および式 (28) より  $\zeta_f$  および  $\eta_f$  を求めれば、式 (9) および式 (10) の左辺の値がそれぞれ定まる。これらをそれぞれ  $L_9$  および  $L_{10}$  とおき、また、式 (9) 右辺第1項の { } 内を  $A_f$ 、第2項の { } 内を  $B_f$  とおけば、

$$A_f^2 - B_f^2 = L_9, \quad 2 A_f \cdot B_f = L_{10} \dots\dots\dots(38)$$

が得られるから、これを連立に解いて、

$$\left. \begin{aligned} A_f &= \sqrt{\frac{\sqrt{L_9^2 + L_{10}^2} + L_9}{2}}, \\ B_f &= \sqrt{\frac{\sqrt{L_9^2 + L_{10}^2} - L_9}{2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

より、 $A_f$  および  $B_f$  の値が確定する。そこでまた、 $A_f$  および  $B_f$  の定義より、

$$\begin{aligned} A_f \operatorname{cn}(Y_f) \operatorname{dn}(Y_f) \operatorname{sn}(X_f) \operatorname{cn}(X_f) \\ = B_f \cdot \operatorname{sn}(Y_f) \operatorname{dn}(X_f) \dots\dots\dots(40) \end{aligned}$$

が得られるから、いま、

$$G_f = \left\{ \frac{B_f \operatorname{dn}(X_f)}{A_f \cdot \operatorname{sn}(X_f) \operatorname{cn}(X_f)} \right\}^2 \dots\dots\dots(41)$$

とおけば、式 (40) より、

$$\begin{aligned} \operatorname{sn}(Y_f) \\ = \sqrt{\frac{(1+m_f'^2+G_f) - \sqrt{(1+m_f'^2+G_f)^2 - 4m_f'^2}}{2m_f'^2}} \end{aligned} \dots\dots\dots(42)$$

が得られる。すなわち、 $X_f$  を仮定すれば、これに対応する  $G_f$  が求められ、 $Y_f$  が求められる。ところでこの  $X_f$  の仮定値が正しいかどうかは、 $A_f$  または  $B_f$  の定義より、

$$\frac{\operatorname{sn}(Y_f) \operatorname{dn}(X_f)}{A_f \{1 - \operatorname{dn}^2(Y_f) \operatorname{sn}^2(X_f)\}} \equiv 1 \dots\dots\dots(43)$$

または、

$$\frac{\operatorname{cn}(Y_f) \operatorname{dn}(Y_f) \operatorname{sn}(X_f) \operatorname{cn}(X_f)}{B_f \{1 - \operatorname{dn}^2(Y_f) \operatorname{sn}^2(X_f)\}} \equiv 1 \dots\dots\dots(43)$$

の成否により確かめられる。

このようにして、式 (36) の範囲で任意に与えられた  $(\phi_f, \psi_f)$  に対応する  $(X_f, Y_f)$  が算定され、したがって、詳細な流線網図を描くことができる。

なお、 $A_f$  および  $B_f$  の値が確定したのちに、式 (40), (43) および式 (43)' の3式から2式を選んで連立させ、これより  $X_f, Y_f$  を解析的に求めるには、その過程で高次の式を取り扱う必要があり、かなり煩雑となるので、ここでは上述の試算による処理を電算機を用いて行うことにした。

(5) 下層の  $z$  平面

a)  $z$  と  $t_s$  との関係

すでに述べた上層の  $z$  平面の解析とほとんど同様にして、

$$z = x + iy = iD_s - iM_s \int_{-d_s}^{t_s} \sqrt{-d_s - t_s} \sqrt{-c_s - t_s} \sqrt{1 - t_s} \sqrt{h - t_s} \dots (44)$$

であり、そこで、

$$T_{s,z}^2 = \left(\frac{c_s+h}{d_s+h}\right) \left(\frac{d_s+t_s}{c_s+t_s}\right) = \left(\frac{c_s+h}{d_s+h}\right) \frac{(d_s+\zeta_s)(c_s+\zeta_s) + \eta_s^2 - i(d_s-c_s)\eta_s}{(c_s+\zeta_s)^2 + \eta_s^2} \dots (45)$$

$$m_s'^2 = 1 - m_s^2 = \left(\frac{c_s+1}{d_s+1}\right) \left(\frac{d_s+h}{c_s+h}\right) \dots (46)$$

$$\nu_s = \frac{\sqrt{(d_s+1)(c_s+h)}}{2} \dots (47)$$

$$\frac{\nu_s x}{M_s} = X_s, \quad \frac{\nu_s (D_s - y)}{M_s} = Y_s \dots (48)$$

とおけば、

$$T_{s,z}^2 = \text{sn}^2(Y_s + iX_s, m_s') \dots (49)$$

が得られ、したがって、

$$\left(\frac{c_s+h}{d_s+h}\right) \frac{(d_s+\zeta_s)(c_s+\zeta_s) + \eta_s^2}{(c_s+\zeta_s)^2 + \eta_s^2} = \left\{ \frac{\text{sn}(Y_s) \text{dn}(X_s)}{1 - \text{dn}^2(Y_s) \text{sn}^2(X_s)} \right\}^2 - \left\{ \frac{\text{cn}(Y_s) \text{dn}(Y_s) \text{sn}(X_s) \text{cn}(X_s)}{1 - \text{dn}^2(Y_s) \text{sn}^2(X_s)} \right\}^2 \dots (50)$$

$$\left(\frac{c_s+h}{d_s+h}\right) \frac{(d_s-c_s)\eta_s}{(c_s+\zeta_s)^2 + \eta_s^2} = - \frac{2 \text{sn}(Y_s) \text{dn}(X_s) \text{cn}(Y_s) \text{dn}(Y_s) \text{sn}(X_s) \text{cn}(X_s)}{\{1 - \text{dn}^2(Y_s) \text{sn}^2(X_s)\}^2} \dots (51)$$

が得られる。

b) 各境界上における  $x$  または  $y$  と  $\zeta_s$  との関係

JD, HJ 上 ( $-\infty < \zeta_s < -d_s, h < \zeta_s < +\infty$ )

$$\left(\frac{c_s+h}{d_s+h}\right) \left(\frac{d_s+\zeta_s}{c_s+\zeta_s}\right) = \text{sn}^2(Y_s) \left. \begin{aligned} \zeta_s = - \frac{d_s(c_s+h) - c_s(d_s+h) \text{sn}^2(Y_s)}{(c_s+h) - (d_s+h) \text{sn}^2(Y_s)} \end{aligned} \right\} \dots (52)$$

点 H の条件より、

$$\frac{\nu_s D_s}{M_s} = K(m_s') \dots (53)$$

点 J の条件より、

$$\left(\frac{c_s+h}{d_s+h}\right) = \text{sn}^2(Y_{s,J}) \dots (54)$$

DC 上 ( $-d_s < \zeta_s < -c_s$ )

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{c_s+h}{d_s-c_s}\right) \left(\frac{d_s+\zeta_s}{h-\zeta_s}\right) &= \text{sn}^2(X_s) \\ \zeta_s &= - \frac{d_s(c_s+h) - h(d_s-c_s) \text{sn}^2(X_s)}{(c_s+h) + (d_s-c_s) \text{sn}^2(X_s)} \end{aligned} \right\} \dots (55)$$

点 C の条件より、

$$\frac{\nu_s L}{M_s} = K(m_s) \dots (56)$$

CG 上 ( $-c_s < \zeta_s < 1$ )

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d_s+1}{c_s+1}\right) \left(\frac{c_s+\zeta_s}{d_s+\zeta_s}\right) &= \text{sn}^2(Y_s) \\ \zeta_s &= - \frac{c_s(d_s+1) - d_s(c_s+1) \text{sn}^2(Y_s)}{(d_s+1) - (c_s+1) \text{sn}^2(Y_s)} \end{aligned} \right\} \dots (57)$$

点 F の条件より、

$$\left(\frac{d_s+1}{c_s+1}\right) \left(\frac{c_s-1}{d_s-1}\right) = \text{sn}^2(Y_{s,F}) \dots (58)$$

GH 上 ( $1 < \zeta_s < h$ )

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{d_s+1}{h-1}\right) \left(\frac{h-\zeta_s}{d_s+\zeta_s}\right) &= \text{sn}^2(X_s) \\ \zeta_s &= \frac{h(d_s+1) - d_s(h-1) \text{sn}^2(X_s)}{(d_s+1) - (h-1) \text{sn}^2(X_s)} \end{aligned} \right\} \dots (59)$$

が得られる。

e) 基本的未知定数  $c_s, d_s$  および  $h$  の決定

式 (53) および式 (56) より、

$$\frac{K(m_s)}{K(m_s')} = \frac{L}{D_s} \dots (60)$$

式 (53) および式 (56) を式 (48) に適用して、

$$X_s = \frac{x}{L} \cdot K(m_s), \quad Y_s = \frac{D_s - y}{D_s} \cdot K(m_s') \dots (61)$$

したがって、

$$Y_{s,J} = \frac{DJ}{D_s} \cdot K(m_s') \dots (62)$$

$$Y_{s,F} = \frac{CF}{D_s} \cdot K(m_s') \dots (63)$$

が得られ、次に、式 (46), (54), (58) を連立に解くと、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_s &= \text{sn}^2(Y_{s,J}), \quad \beta_s = m_s'^2 \cdot \alpha_s \\ \gamma &= \beta_s \cdot \text{sn}^2(Y_{s,F}) \end{aligned} \right\} \text{とおいて、} \\ \left. \begin{aligned} c_s &= \frac{\gamma(1-\beta_s) + \beta_s(1-\gamma)}{(\beta_s-\gamma)} \\ d_s &= \frac{(1-\gamma) + (1-\beta_s)}{(\beta_s-\gamma)} \\ h &= \frac{(\alpha_s-\beta_s)(1-\gamma) + (\alpha_s-\gamma)(1-\beta_s)}{(\beta_s-\gamma)(1-\alpha_s)} \end{aligned} \right\} \dots (64)$$

が得られる。そこで、式 (47) より  $\nu_s$  が算定されるから、式 (53) あるいは式 (56) に与えられた  $D_s$  あるいは  $L$  を適用すれば  $M_s$  も算定される。ところが  $X_s, Y_s$  は、式 (61) のように  $\nu_s, M_s$  を消去した形で表わされるから、前述の  $\nu_f, M_f$  同様、以後の演算において直接これらの数値が必要となることはない。また、式 (61) より、

$0 < X_s < K(m_s), 0 < Y_s < K(m_s') \dots\dots(65)$   
 が得られる。なお、 $X_s$  および  $Y_s$  軸の原点は点  $D$  と  
 なり、それぞれ右および下方向に正とすることになる。

(6) 下層の  $W$  平面

これについては 2. (3) で示した上層の  $W$  平面に対  
 する解析過程において、添字  $f$  を  $s$  に換え、点  $E$ 、  
 $E_U$ 、 $A$  および点  $B$  をそれぞれ点  $J$ 、 $J_L$ 、 $G$  および点  $F$   
 に置き換えれば、その結果はほとんどいまの場合に適用  
 できるものとなる。ただし、式 (31) および式 (37) の  
 第4式に対しては式 (52) および式 (55) に照らして、

$$\zeta_{s,JL} = \frac{c_s(d_s+h)\text{sn}^2(Y_{s,JL}) - d_s(c_s+h)}{(c_s+h) - (d_s+h)\text{sn}^2(Y_{s,JL})} \dots\dots(66)$$

および、

$$\zeta_{s,CD} = -\frac{d_s(c_s+h) - h(d_s-c_s)\text{sn}^2(X_{s,CD})}{(c_s+h) + (d_s-c_s)\text{sn}^2(X_{s,CD})} \dots\dots(67)$$

を用いなければならない。

(7) 下層の等ポテンシャル線および流線

これについても 2. (4) で述べたことがらにおいて、  
 添字  $f$  を  $s$  に換え、式 (9), (10), (11), (14), (16),  
 (17) をそれぞれ式 (50), (51), (52), (55), (57), (59)  
 に置き換えれば、その結果はすべていまの場合に適用で  
 きる。

(8) 排水量  $q_s$  および淡塩水境界面の近似算定式

まず、下層塩水の排水量  $q_s$  は、式 (30), (31) およ  
 び式 (34) に対する 2. (6) の記述により、暗渠の大き  
 さを規定する点  $J_L$  の  $y$  を与えれば、

$$\left. \begin{aligned} Y_{s,JL} &= \frac{J_L D}{D_s} \cdot K(m_s') \\ \zeta_{s,JL} &= \frac{c_s(d_s+h)\text{sn}^2(Y_{s,JL}) - d_s(c_s+h)}{(c_s+h) - (d_s+h)\text{sn}^2(Y_{s,JL})} \\ \frac{q_s}{k_s h_s} &= \frac{\pi}{\phi_{s,JL}} = \frac{\pi}{\cosh^{-1}(\zeta_{s,JL})} \end{aligned} \right\} \dots\dots(68)$$

により算定される。

次に上層および下層の流れにおいて直線境界  $CD$  上  
 の淡水および塩水の圧力分布は、式 (37) および 2. (6)  
 の記述により、

$$\frac{p_{f,CD}}{\gamma_f} = H_f - D_s - h_f \cdot \frac{\phi_{f,CD}}{\phi_{f,EU}} \dots\dots(69)$$

$$\frac{p_{s,CD}}{\gamma_s} = H_s - D_s - h_s \cdot \frac{\phi_{s,CD}}{\phi_{s,JL}} \dots\dots(70)$$

である。そこでいま、外的な条件として  $D_s/D, H_s/D$   
 および  $r_s/r_f$  が与えられ、また、ある一定量の取水量  
 を確保するうえから、式 (34) により  $h_f/D$  が規定され

る場合には、式 (69) および式 (70) において、

$$p_{s,C} = p_{f,C}, p_{s,D} = p_{f,D} \dots\dots(71)$$

とおけば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{H_f}{D} &= \frac{D_s}{D} + \frac{\gamma_s}{\gamma_f} \left( \frac{H_s}{D} - \frac{D_s}{D} \right) \\ &\quad + \frac{h_f}{D} \left\{ \frac{\phi_{f,D}\phi_{f,C} - \phi_{s,C}\phi_{f,D}}{\phi_{f,EU}(\phi_{s,D} - \phi_{s,C})} \right\} \\ \frac{h_s}{D} &= \frac{\gamma_f}{\gamma_s} \left( \frac{\phi_{f,D} - \phi_{f,C}}{\phi_{f,EU}} \right) \left( \frac{\phi_{s,JL}}{\phi_{s,D} - \phi_{s,C}} \right) \frac{h_f}{D} \end{aligned} \right\} \dots\dots(72)$$

が得られる。そうすると点  $C$  および点  $D$  は、あらかじめ  
 水平線上の 2 点として取り扱われているので、境界  
 $CD$  が固定直線ではない実際の二層流場においても、そ  
 の状態に近い状態での  $\phi_{f,C}, \phi_{f,D}, \phi_{s,C}, \phi_{s,D}, \phi_{f,EU}$  お  
 よび  $\phi_{s,JL}$  の値を用いるとき、式 (72) で算定される値  
 に  $H_f/D$  および  $h_s/D$  を設定すれば、点  $C$  および点  
 $D$  は、ほぼ水平線上に生起するものと考えられ、また、  
 この 2 点間の淡塩水境界線  $CD$  の直線  $CD$  からの変位  
 もさほど大きくはならず、したがって、上層および下層  
 の 2 つの長方形領域内の解を直線  $CD$  で連ねた解は、  
 のちに示す 図-4 および 図-6 中に記入している水理諸  
 量の比較からもわかるように、実際の二層流場にも実用  
 的にはほぼ妥当に適用できるものと考えられる。

なお、淡塩水境界線  $CD$  が直線  $CD$  に一致するため  
 には、鏡像の原理により、上層と下層との流れの場に密  
 度差を加味した対称性がなければならず、それは境界  
 $FG$  を境界  $CF$  と同じ不透水性の矢板とし、境界  $GH$   
 が等ポテンシャルの塩水涵養源である場合や、あるいは、  
 境界  $AB$  が流線で境界  $BC$  の上部が境界  $FG$  と  
 同様に等ポテンシャルの淡水涵養源である場合などとな  
 る。また、淡塩水境界線  $CD$  が直線  $CD$  より上部に盛  
 り上がって生起するような境界条件は、直線  $CD$  に対  
 して直線  $AB$  と対称的な直線  $GH$  のほかに、たとえ  
 ば、直線  $FG$  も等ポテンシャルの塩水涵養源となっ  
 ているような場合であると考えられるが、実際には、地下  
 深部は不透水性の地盤であることが多いので、このよう  
 な場の解析が実用的課題となるのは稀有なことであら  
 う。しかし、このような流れの場に対しても、本報に示  
 す解析結果は、若干の書き換えを行うだけで、容易に適  
 用することができる。

さて、図-1 の直線境界  $CD$  は、実際の二層流場  
 においては曲線の淡塩水境界線である。そこで次に淡塩水  
 境界線  $CD$  の近似算定式を求めよう。

いま、上、下層をそれぞれ長方形領域として取り扱  
 った場合の直線境界  $CD$  に沿うそれぞれの圧力分布は、  
 式 (69) および式 (70) で表わされる。そこで実際の二  
 層流場における淡塩水境界線は、この 2 つの圧力分布に  
 Ghyben-Herzberg の法則を適用した状態に落ち着くも

のと仮定すれば、その状態は 図-2 に示すようなものになると考えられる。すなわち  $y_{CD} = D_s + (p_f/r_f) - (h + H)$  に  $h = (p_f/r_f) - (p_s/r_s)$  および Ghyben-Herzberg の法則  $H = \{r_f/(r_s - r_f)\} h$  を適用すれば、

$$y_{CD} = D_s + \left( \frac{r_s}{r_s - r_f} \right) \frac{p_{s,CD}}{r_s} - \left( \frac{r_f}{r_s - r_f} \right) \frac{p_{f,CD}}{r_f} \dots\dots\dots (73)$$

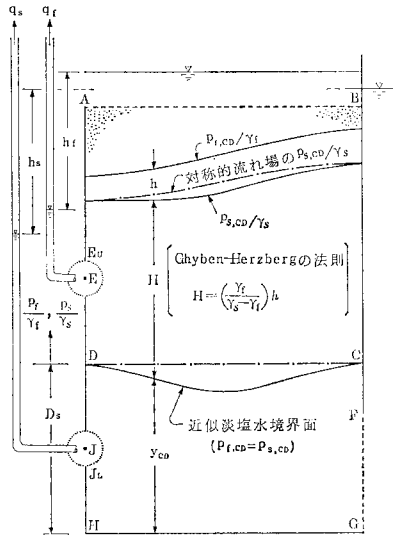


図-2  $y_C = y_D$  での淡水水境界面の生起状態の仮定

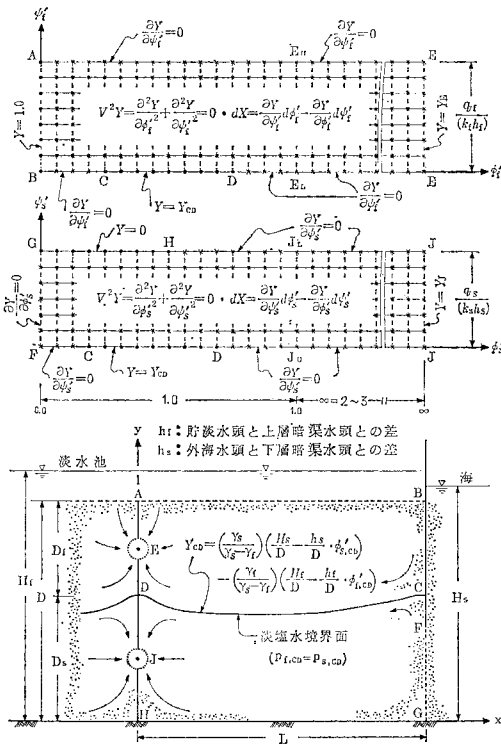


図-3 最終的な  $xy$  平面を算定する場合の境界条件

が得られ、これに式 (69) および式 (70) を適用し、さらに式 (19), (37), (61) および式 (67) を引用して、特に、 $y_{CD}/D = Y_{CD}$  および  $x_{CD}/D = X_{CD}$  なる無次元座標を用いれば、

$$\left. \begin{aligned} Y_{CD} &= \frac{D_s}{D} + \left( \frac{r_s}{r_s - r_f} \right) \left( \frac{H_s}{D} - \frac{D_s}{D} - \frac{h_s}{D} \cdot \frac{\phi_{s,CD}}{\phi_{s,JL}} \right) \\ &\quad - \left( \frac{r_f}{r_s - r_f} \right) \left( \frac{H_f}{D} - \frac{D_s}{D} - \frac{h_f}{D} \cdot \frac{\phi_{f,CD}}{\phi_{f,EU}} \right) \\ \phi_{s,JL} &= \cosh^{-1}(\zeta_{s,JL}), \phi_{s,CD} = \cosh^{-1}(-\zeta_{s,CD}) \\ \phi_{f,EU} &= \cosh^{-1}(\zeta_{f,EU}), \phi_{f,CD} = \cosh^{-1}(-\zeta_{f,CD}) \\ \zeta_{s,CD} &= - \frac{d_s(C_s + h) - h(d_s - c_s) \operatorname{sn}^2(X_{s,CD})}{(c_s + h) + (d_s - c_s) \operatorname{sn}^2(X_{s,CD})} \\ \zeta_{f,CD} &= - \frac{d_f(c_f + 1) - (d_f - c_f) \operatorname{sn}^2(X_{f,CD})}{(c_f + 1) + (d_f - c_f) \operatorname{sn}^2(X_{f,CD})} \\ X_{CD} &= \frac{L}{D} \cdot \frac{X_{s,CD}}{K(m_s)}, \text{ or, } X_{CD} = \frac{L}{D} \cdot \frac{X_{f,CD}}{K(m_f)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (74)$$

が得られる。したがって、式 (22) および式 (65) に示す範囲で  $X_{f,CD}$  および  $X_{s,CD}$  を与え、これについて上式で  $X_{CD}$ ,  $\zeta_{f,CD}$  および  $\zeta_{s,CD}$  を求めて  $Y_{CD}$  を求めれば、近似的な淡水水境界線を算定することができる。

### 3. 数値解析

#### (1) 水理諸量の無次元化

まず、図-3 の下部に示す流れの場の任意点  $(x, y)$  について、

$$X = \frac{x}{D}, Y = \frac{y}{D} \dots\dots\dots (75)$$

なる無次元化を行い、次に  $(\phi, \psi)$  について、

$$\phi_f' = \frac{k_f H_f - \phi_f}{k_f h_f}, \phi_f' = \frac{\psi_f}{k_f h_f} \dots\dots\dots (76)$$

$$\phi_s' = \frac{k_s H_s - \phi_s}{k_s h_s}, \phi_s' = \frac{\psi_s}{k_s h_s} \dots\dots\dots (77)$$

なる無次元化を行う。ただし、

$$\phi_f = k_f \left( \frac{p_f}{r_f} + y \right), \phi_s = k_s \left( \frac{p_s}{r_s} + y \right) \dots\dots (78)$$

である。そうすると  $\phi_f', \phi_s', \psi_f'$  および  $\psi_s'$  は暗渠の外の流れの場の全領域について、 $0 \leq \phi_f' \leq 1.0$ ,  $0 \leq \phi_s' \leq 1.0$ ,  $0 \leq \psi_f' \leq q_f / (k_f h_f)$  および  $0 \leq \psi_s' \leq q_s / (k_s h_s)$  なる変域となる。なお、ここで用いる記号  $\phi_f', \phi_s', \psi_f'$  および  $\psi_s'$  は 2. で用いた  $\phi_f, \phi_s, \psi_f$  および  $\psi_s$  とはその意味が若干異なり、その対応は、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \phi_f' &= \frac{\phi_f}{\phi_{f,EU}}, \psi_f' = \frac{\psi_f}{\phi_{f,EU}} \\ \phi_s' &= \frac{\phi_s}{\phi_{s,JL}}, \psi_s' = \frac{\psi_s}{\phi_{s,JL}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (79)$$

である。また、 $(\phi_f', \phi_f')$  および  $(\phi_s', \phi_s')$  の原点は、**図-3** に示しているように、点 B および点 F となり、両軸の正の向きは図示のとおりである。

(2) 境界条件と地下密度流の特性

淡塩水境界面 CD 以外の各固定境界面の境界条件は、**図-3** の  $\phi_f'\phi_f'$  および  $\phi_s'\phi_s'$  平面に示しているとおりである。そこで、ここで淡塩水境界面 CD について必要な吟味を行っておくことにする。すなわち、式(78)を式(76)および式(77)に適用すれば、

$$\frac{p_f}{\tau_f} = H_f - y - h_f \phi_f', \quad \frac{p_s}{\tau_s} = H_s - y - h_s \phi_s' \tag{80}$$

が得られる。そこで、淡塩水境界面 CD 上の任意の点では、 $p_f = p_s$  であるから、上式と式(75)の第2式とを用いるとき、この上では一般に、

$$Y_{CD} = \left( \frac{\tau_s}{\tau_s - \tau_f} \right) \left( \frac{H_s}{D} - \frac{h_s}{D} \cdot \phi'_{s,CD} \right) - \left( \frac{\tau_f}{\tau_s - \tau_f} \right) \left( \frac{H_f}{D} - \frac{h_f}{D} \cdot \phi'_{f,CD} \right) \tag{81}$$

書き換えて、

$$\phi'_{s,CD} = \frac{1}{h_s/D} \left[ \frac{\tau_f}{\tau_s} \cdot \frac{h_f}{D} \cdot \phi'_{f,CD} - \left\{ \frac{\tau_f}{\tau_s} \cdot \frac{H_f}{D} - \frac{H_s}{D} + \left( \frac{\tau_s - \tau_f}{\tau_s} \right) \cdot Y_{CD} \right\} \right] \tag{81}'$$

$$\phi'_{f,CD} = \frac{1}{h_f/D} \left[ \frac{\tau_s}{\tau_f} \cdot \frac{h_s}{D} \cdot \phi'_{s,CD} + \left\{ \frac{H_f}{D} - \frac{\tau_s}{\tau_f} \cdot \frac{H_s}{D} + \left( \frac{\tau_s - \tau_f}{\tau_f} \right) \cdot Y_{CD} \right\} \right] \tag{81}''$$

が成立しなければならない。

特に、 $Y_C = Y_D = D_s/D$  とするときには、上式より、

$$\left. \begin{aligned} \frac{H_f}{D} &= \frac{D_s}{D} + \frac{\tau_s}{\tau_f} \left( \frac{H_s}{D} - \frac{D_s}{D} \right) \\ &+ \frac{h_f}{D} \left\{ \frac{\phi'_{s,D} \phi'_{f,C} - \phi'_{s,C} \phi'_{f,D}}{\phi'_{s,D} - \phi'_{s,C}} \right\} \\ \frac{h_s}{D} &= \frac{\tau_f}{\tau_s} \left( \frac{\phi'_{f,D} - \phi'_{f,C}}{\phi'_{s,D} - \phi'_{s,C}} \right) \cdot \frac{h_f}{D} \end{aligned} \right\} \tag{82}$$

が得られ、上式は前に述べた式(72)に対応している。すなわち、与えられた  $D_s/D$ ,  $H_s/D$ ,  $h_f/D$ ,  $\tau_s/\tau_f$  および次節(3)で述べる擬似  $xy$  平面の解析により十分妥当に推定し得る  $\phi'_{f,C}$ ,  $\phi'_{f,D}$ ,  $\phi'_{s,C}$  および  $\phi'_{s,D}$  を用いて、 $Y_C = Y_D = D_s/D$  となる  $H_f/D$  および  $h_s/D$  を算定することができる。そこで、この  $H_f/D$  および  $h_s/D$  は、淡塩水境界線の両端の点 C および点 D を在来の水平線上に留めおくための、規定水位とでも定義すべき池内および下層暗渠の水頭である。

したがって、式(81)および式(82)で規定される各水頭間の関係をここでの地下密度流の特性とよぶことにする。

(3) 擬似  $xy$  平面の導入

さて、前節(2)において述べた地下密度流の特性を満たす境界条件を、**図-3** の上および中部に示す  $\phi_f'\phi_f'$  および  $\phi_s'\phi_s'$  平面上に与えるためには、淡塩水境界線 CD 上の  $\phi'_{f,CD}$  と  $\phi'_{s,CD}$  との関係を知らなければならない。また、 $q_f/(k_f h_f)$ ,  $q_s/(k_s h_s)$  および特異点 H における  $\phi'_{s,H}$  も知らなければならない。しかし、これらはいずれも未知量である。そこで、これらを推定するために、原理的には先に詳述した<sup>10)</sup>ようないわゆる擬似  $xy$  平面をここでも導入しよう。

すなわちいまの場合、まずは、長方形 ABGH の内部領域をすでに式(74)で求めた近似淡塩水境界線で分割し、この曲線 CD を **図-5** の上部に示すように、その近傍の格子点を通る近似の折線境界で表わし、これによって分割された上層および下層の領域をそれぞれ第1近似の擬似  $xy$  平面とし、これらの中でそれぞれ  $\phi_f'$ ,  $\phi_f'$  および  $\phi_s'$ ,  $\phi_s'$  の数値解を求める。そこでこれらの数値解のうちの折線境界 CD に沿っての  $\phi'_{f,CD}$ ,  $Y_{CD}$  あるいは  $\phi'_{s,CD}$ ,  $Y_{CD}$  を用いて、式(81)'あるいは式(81)''で算定される  $\phi'_{s,CD}$  あるいは  $\phi'_{f,CD}$  が、下層の数値解の  $\phi'_{s,CD}$  あるいは上層の数値解の  $\phi'_{f,CD}$  とほぼ一致すれば、折線境界 CD 上で  $p_{f,CD} = p_{s,CD}$  が保証されるから、この場合の折線境界 CD は実際の淡塩水境界線に近いものであると考えられる。もし上記の一致の度合が不十分であると考えられる場合には、上記の数値解による  $\phi'_{f,CD}$  および  $\phi'_{s,CD}$  を用いて式(81)で算定される  $Y_{CD}$  をめやすとして、**図-5** の下部に示すように、折線境界 CD を全体的にあるいは部分的に徐々に上下させ、これについて同様な数値解を求め一致の度合が十分であると考えられるまでたかだか数回の試行を実施すればよい。そうするとこれまでの過程で一応の数値解を得たことになるが、さらに本報では、上記の2種の  $\phi'_{f,CD}$  および2種の  $\phi'_{s,CD}$  について、最終的な試行によるそれぞれの組み合わせを折線境界 CD 上の全域において平均化したものを **図-6** の上部左に示すように表わし、これを最終的な  $\phi'_{f,CD} \sim \phi'_{s,CD}$  の関係として採用し、この関係を **図-3** の上および中部に示している  $\phi_f'\phi_f'$  および  $\phi_s'\phi_s'$  平面の境界条件として適用し、これらの中で  $Y$  を解き、これに対応する  $X$  を求めて **図-6** に示しているような最終的な  $xy$  平面を算定する。そうすると、このことはいわゆる擬似  $xy$  平面についての数値解の結果を検証することにもなり望ましいと考える。なお、上述のようにして得られた  $\phi'_{f,CD}$



～ $\phi'_{s,CD}$  の関係を  $\phi'_f\phi'_f$  および  $\phi'_s\phi'_s$  平面へ適用する場合において、図-5 の上部の折線境界 CD 上に示した点  $C_{13}$  や点  $C_{14}$  などのような頂点とその近傍における  $\phi'_{f,CD}$  および  $\phi'_{s,CD}$  は、図-5 の程度の図の大きさでは判然としないが、これを図-6 のようにかなり大きく描けばわかるように、それぞれ左右の格子点におけるそれらとは若干不連続的な数値として得られる。そこで、このような頂点とその近傍の  $\phi'_{f,CD} \sim \phi'_{s,CD}$  については、それらの左右の傾向から判断して、滑らかな  $\phi'_{f,CD} \sim \phi'_{s,CD}$  となるようスムージングしておく方がよい。このようにして曲線 CD は、図-5 の上部左に示すような形状から図-6 の下部に示すような形状に修正される。なおこの場合、曲線 CD は上層の  $\phi'_f\phi'_f$  平面からと下層の  $\phi'_s\phi'_s$  平面とから別々に 2 本得られるが、これらは図-6 に例示しているようにほとんど一致する。

すなわち、ここでは、式 (74) で求めた近似淡塩水境界線 CD が、点 C と点 D 間を第 1 近似の折線境界とすることに活用されており、この近似淡塩水境界線があらかじめ算定されておらなければ、曲線 CD があらかじめどのような形状となるかがわかりにくいので、近似折線境界の作成は困難となり、上述の近似試行の回数はかなり多くなるものと考えられる。

#### 4. 数値計算の具体例

##### (1) 近似解析による例

ここでは、すでに述べた複素ポテンシャル理論による近似解析に基づき具体的な計算の例を示すことにしよう。なお、関数表<sup>11),12)</sup>をもとに得られた数値の桁は、ここでは小数点以下第 5 位程度まで示しているが、4, 5 位の数値は、物理的にはあまり意味をもたないことに付言しておきたい。

まず上層において、

$$\frac{L}{D_f} = 2.0, \frac{\overline{ED}}{D_f} = 0.5, \frac{\overline{EUD}}{D_f} = 0.55 \dots\dots (83)$$

が与えられたものとする、関数表を用いて、

式 (18) より、

$$m_f^2 = 0.970, K(m_f) = 3.15587$$

$$m_f'^2 = 0.030, K(m_f') = 1.58278$$

式 (20) より、

$$Y_{f,E} = 0.79139$$

式 (21) より、

$$\alpha_f = 0.50378, \beta_f = 0.01511$$

$$\therefore c_f = 1.03069, d_f = 3.03090$$

式 (30) より、

$$Y_{f,E_U} = 0.87053$$

式 (31) より、

$$\zeta_{f,E_U} = 11.88650$$

式 (27) より、

$$\phi_{f,E_U} = \cosh^{-1}(\zeta_{f,E_U}) = 3.16640$$

式 (34) より、

$$q_f / (k_f h_f) = 0.99217 \doteq 0.99$$

また、式 (27) より、

$$\phi_{f,C} = \cosh^{-1}(-\zeta_{f,C}) = \cosh^{-1}(c_f) = 0.24711$$

$$\phi_{f,D} = \cosh^{-1}(-\zeta_{f,D}) = \cosh^{-1}(d_f) = 1.77360$$

..... (84)

が得られる。

次に下層において、

$$\frac{L}{D_s} = 2.0, \frac{\overline{CF}}{D_s} = 0.20, \frac{\overline{DJ}}{D_s} = 0.5, \frac{\overline{JLD}}{D_s} = 0.55$$

..... (85)

が与えられたものとする、

式 (60) より、

$$m_s^2 = 0.970, K(m_s) = 3.15587$$

$$m_s'^2 = 0.030, K(m_s') = 1.58278$$

式 (62) より、

$$Y_{s,J} = 0.79139$$

式 (63) より、

$$Y_{s,F} = 0.31656$$

式 (64) より、

$$\alpha_s = 0.50378, \beta_s = 0.015113, \gamma = 0.00146315$$

$$\therefore c_s = 1.21112, d_s = 145.30683, h = 145.07986$$

式 (68) より、

$$Y_{s,J_L} = 0.87053, \zeta_{s,J_L} = 929.34010$$

式 (27) に対する 2.(6) の記述により、

$$\phi_{s,J_L} = \cosh^{-1}(\zeta_{s,J_L}) = 7.52762$$

式 (68) より、

$$q_s / (k_s h_s) = 0.41734 \doteq 0.42$$

また、式 (27) に対する 2.(6) の記述により、

$$\phi_{s,C} = \cosh^{-1}(-\zeta_{s,C}) = \cosh^{-1}(c_s) = 0.638879$$

$$\phi_{s,D} = \cosh^{-1}(-\zeta_{s,D}) = \cosh^{-1}(d_s) = 5.67198$$

$$\phi_{s,H} = \cosh^{-1}(\zeta_{s,H}) = \cosh^{-1}(h) = 5.67042$$

..... (86)

が得られる。

さて、いまの場合、式 (83) および式 (85) で与えた境界条件は、 $D_f = D_s$  の特殊な場合であり、したがって  $D_f + D_s = D$  とするとき、

$$\frac{D_s}{D} = 0.5 \dots\dots\dots (87)$$

の場合となる。これと、

$$\frac{\tau_s}{\tau_f} = 1.025 \dots\dots\dots (88)$$

が与えられ、また、外海水位の条件から、

$$\frac{H_s}{D} = 1.100 \dots\dots\dots (89)$$

が与えられるとき、所要取水量確保のうえから少なくとも、

$$\frac{h_f}{D} = 0.020 \dots\dots\dots (90)$$

が要求されるとすれば、淡塩水境界線両端の点Cおよび点Dを同じ深さ(ここでは  $D_s/D=0.5$ ) に生起させるための池内淡水位と下層暗渠内の水頭は、式(72)の地下密度流の特性式より、

$$\frac{H_f}{D} \doteq 1.11545 \dots\dots\dots (91)$$

$$\frac{h_s}{D} \doteq 0.01398 \dots\dots\dots (92)$$

と算定される。

次に、これらの数値を 2.(4) および (7) の記述に基づく上、下2つの長方形領域内部の等ポテンシャル線および流線算定の式に適用すると 図-4 が得られ、それらの直交性などから解析結果の妥当性が検証できる。

(2) 数値解析による例

次に、数値解析において用いるところの  $\phi'_{f,C}$  および  $\phi'_{f,D}$  は、上述の近似解析による数値を用いれば、式(79)より、

$$\left. \begin{aligned} \phi'_{f,C} &= \frac{\phi_{f,C}}{\phi_{f,EU}} = 0.07804 \doteq 0.08 \\ \phi'_{f,D} &= \frac{\phi_{f,D}}{\phi_{f,EU}} = 0.56013 \doteq 0.56 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (93)$$

となるから、これらと  $q_f/(k_f h_f) = 0.99$  の値を用いて、すなわち、上層の長方形 ABCD 領域を擬似  $xy$  平

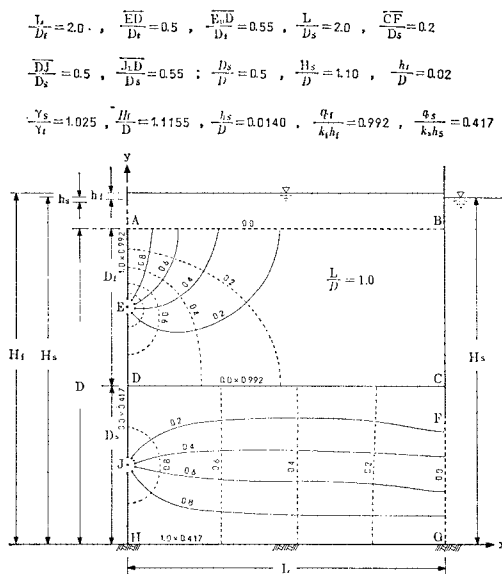


図-4 長方形領域内の流線網図の例

面として、図-3 の上部に示している  $\phi'_f \phi'_f'$  平面の大きさおよび  $\phi'_f$  軸上の点 C と点 D の位置が一応は推定できる。なお、ここでの一応という表現と、この後に続く 10 数行以内の 2 箇所で用いている同じ表現は、実際には曲線である淡塩水境界線を直線とみなして求めた上述の近似解析結果による推定であるために、まだかなり粗い推定値であるという意味である。また、 $\phi'_{s,C}$ 、 $\phi'_{s,D}$  および  $\phi'_{s,H}$  も、

$$\left. \begin{aligned} \phi'_{s,C} &= \frac{\phi_{s,C}}{\phi_{s,JL}} = 0.08471 \doteq 0.08 \\ \phi'_{s,D} &= \frac{\phi_{s,D}}{\phi_{s,JL}} = 0.75349 \doteq 0.75 \\ \phi'_{s,H} &= \frac{\phi_{s,H}}{\phi_{s,JL}} = 0.75328 \doteq 0.75 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (94)$$

となるから、これと  $q_s/(k_s h_s) = 0.42$  の値を用いて、すなわち下層の長方形 DCGH 領域を擬似  $xy$  平面として、図-3 の中央部に示している  $\phi'_s \phi'_s'$  平面の大きさ、 $\phi'_s$  軸上の点 C と点 D および境界 GJ 上の点 H の位置が一応は推定できる。さらに前述の近似淡塩水境界線を式(74)で算定する過程において直線 CD に沿う  $\phi'_{f,CD} \sim \phi'_{s,CD}$  の関係も一応は推定できる。

しかし、これらの数値のうち特に  $\phi'_{f,CD}$  および  $\phi'_{s,CD}$  は 図-5 の中央部左に示しているように、式(81)'' および式(81)' で算定されるそれらとはほとんど一致していないために 3.(2) で述べた地下密度流の特性を満たしているとはみなし難く、いずれもまだかなり粗い近似平面であるので、ここでは 3.(3) で述べた手法に

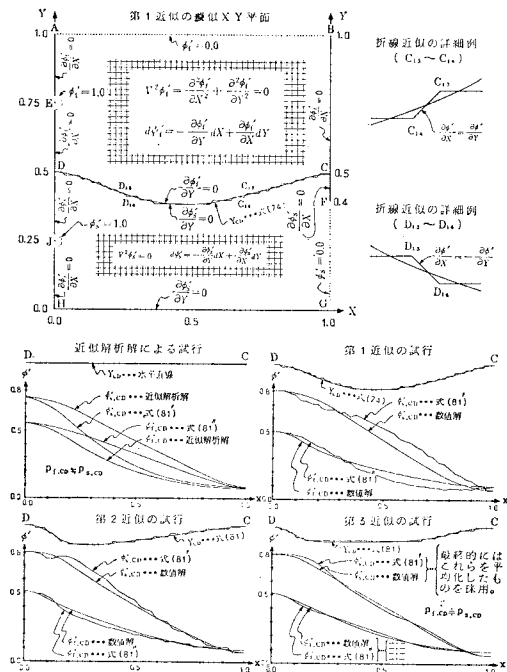
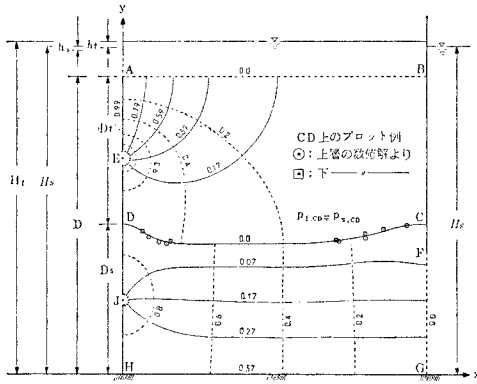
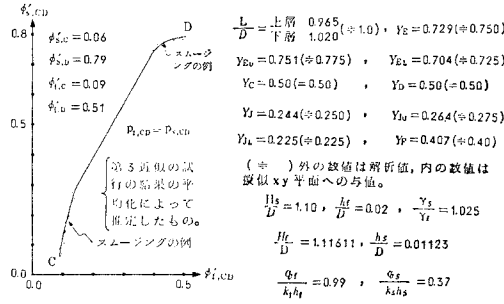


図-5  $\phi'_f \phi'_f'$  および  $\phi'_s \phi'_s'$  平面の境界条件の決定手順



注：この図の流線および等ポテンシャル線のx座標は、それらの解析値を、上層で1/0.965倍に拡大し、下層で1/1.020倍に縮小して、直線ADH(X=0)と直線BCG(X=1.0)とに修正している。

図-6 最終的な流れの場の数値解析例

より、第3近似の試行まで進めた結果について述べる。

さて、図-5中に示している第1~2近似の試行を経て作成した第3近似の擬似淡塩水境界線を図-5の下部右に示している。そこで、これを用いた擬似xy平面について数値解析を行えば、

$$\phi'_{f,C} = 0.09, \phi'_{f,D} = 0.51, q_f / (k_f h_f) = 0.99 \dots\dots\dots (93)'$$

$$\left. \begin{aligned} \phi'_{s,C} &= 0.06, \phi'_{s,D} = 0.79, \\ \phi'_{s,H} &= 0.76, q_s / (k_s h_s) = 0.37 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (94)'$$

が得られる。そこで、これらの値と式(87)~(90)の値とを式(82)の地下密度流の特性式に適用すれば、

$$H_f / D = 1.11611 \dots\dots\dots (91)'$$

$$h_s / D = 0.01123 \dots\dots\dots (92)'$$

と算定され、同時にまた擬似淡塩水境界線上の任意の点における $\phi'_{f,CD}$ と $\phi'_{s,CD}$ との数値的關係も、図-5の下部右に示しているように、上述の地下密度流の特性を十分満足しているとみなし得る程度に求められるから、式(88)~(90)、(93)', (94)', (91)', (92)'および上述の $\phi'_{f,CD} \sim \phi'_{s,CD}$ の關係を式(81)に適用すれば、図-3の $\phi'_f \phi'_f'$ および $\phi'_s \phi'_s'$ 平面の境界条件が十分妥当に推定できる。なお、上述の $\phi'_{f,CD} \sim \phi'_{s,CD}$ の数値的關係は、実際には3.(3)で述べたようなスムージングを考慮して、図-5の下部右および図-6の上部左に

示しているような図を小数点以下4桁程度まで続みとれるように大きく描き、 $\phi'_f \phi'_f'$ 平面へ適用すべき $\phi'_{s,CD}$ の値は $\phi'_{f,CD}$ の0.01きざみに対して小数点以下4桁まで、また、 $\phi'_s \phi'_s'$ 平面へ適用すべき $\phi'_{f,CD}$ の値は $\phi'_{s,CD}$ の0.01きざみに対して小数点以下4桁までを与えた。そうしなければ、式(81)の右辺の係数 $r_s / (r_s - r_f)$ および $r_f / (r_s - r_f)$ がともにかなり大きな数値であることから、算定される $Y_{CD}$ にかんがりの誤差が生ずるようである。このようにして、数値解析により、 $\phi'_f \phi'_f'$ および $\phi'_s \phi'_s'$ 平面の中でYを解きこれに対応するXを求めて、図-6の下部に示している最終的なxy平面を算定している。

(3) 近似解析および数値解析による結果の比較検討

さて、図-4および図-6の結果を用いて、それぞれの取水量や排水量および淡塩水境界線の形状などを比較してみよう。まず、取水量については、図-6の場合と図-4の場合とはほとんど等しく、排水量については、図-6の場合の方が若干小さい。次に、淡塩水境界線の位置については、図-6の場合の方が図-5の上部左に示す第1近似のそれより右側の方は上がっており、左側の方は下がっているが実用的には大差はない。

したがって、概略の検討のためには、近似解析のみで足りると考えるが、引き続き数値解析を行うことも電算機が普及している今日では容易であるので、実際の設計にあたっては、いわゆる近似解析解を用いて第1近似の淡塩水境界線を推定し、これをもとにした上述の数値解の近似度を満足できる程度まで進めて最終的な取水量、排水量およびxy平面などの主要水理量を決定することが望まれる。

5. 下層排水中止時の上層取水量の減少と淡塩水境界面上昇

ここでは下層暗渠による排水を中止した状態で、上層暗渠による取水を行う場合の取水量や淡塩水境界線の位置などを、これまで述べてきた上層取水および下層排水を同時に行う場合のそれらと比較しておきたい。

まず、上層取水のみを行う場合の流れの場は図-7のようになり、この流れの場の水理解析は、複素ポテンシャル  $W = \phi + i\psi$  平面と Zhukovsky 関数  $z = \omega_1 + i\omega_2$  [ $\omega_1 = \phi + k\epsilon y$ ,  $\omega_2 = \psi - k\epsilon x$ ,  $\epsilon = (r_s - r_f) / r_f$ ] 平面の境界がともに直線で表わされることを利用して、厳密に行われている<sup>2)</sup>。しかし、これを用いた実際の数値計算には第3種完全および不完全楕円積分の關係表などを必要とし、所期の流れの場を形成させるための基本的未知定数の決定や流れの場内部の等ポテンシャル線および流線

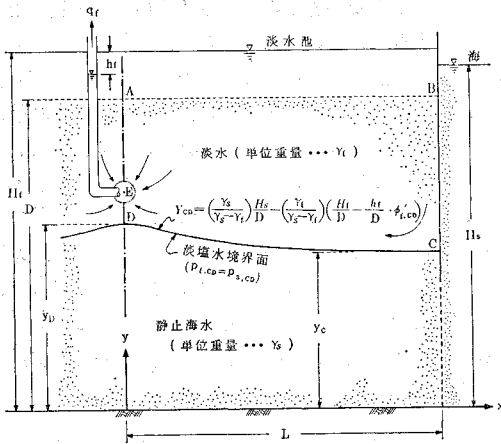


図-7 下層排水中止時の淡塩水境界面の一状態

の算定演算はかなり面倒で困難なようである。そこでここでは、図-8 の上部左に示しているように点Cと点Dとを与え、その途中の淡塩水境界線については、その定性を考慮したうえで、経験的な第1近似の曲線を仮定し、これに対して折線近似を行った第1近似の擬似xy平面を作成し、与えられた境界条件のもとに、この中で第1近似の  $\phi'_f$  および  $\phi'_s$  を数値解析により求める。

さて、いまの場合の淡塩水境界線上の圧力は、下層塩水が静止している状態で考えるわけであるから、

$$P_{s,CD} = P_{f,CD} = \gamma_s(H_s - y_{CD}) \dots\dots\dots(95)$$

である。これを式(78)の第1式に適用し、さらに式(76)の第1式に適用すれば、式(75)の第2式を用いて、

$$Y_{CD} = \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_s - \gamma_f} \right) \frac{H_s}{D} - \left( \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_s - \gamma_f} \right) \left( \frac{H_f}{D} - \frac{h_f}{D} \cdot \phi'_{f,CD} \right) \dots\dots\dots(96)$$

書き換えて、

$$\phi'_{f,CD} = \frac{1}{h_f/D} \left\{ \frac{H_f}{D} - \frac{\gamma_s}{\gamma_f} \cdot \frac{H_s}{D} + \left( \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \cdot Y_{CD} \right\} \dots\dots\dots(96)'$$

が得られる。これらはいまの場合の  $\phi'_f \phi'_s$  平面におけるCD上の境界条件となり、前の場合の式(81)および式(81)''に対応している。

ところで式(96)を淡塩水境界線の両端の点Cおよび点Dに適用すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{H_f}{D} - \phi'_{f,D} \frac{h_f}{D} &= \frac{\gamma_s}{\gamma_f} \cdot \frac{H_s}{D} - \left( \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \cdot Y_D \\ \frac{H_f}{D} - \phi'_{f,C} \frac{h_f}{D} &= \frac{\gamma_s}{\gamma_f} \cdot \frac{H_s}{D} - \left( \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \cdot Y_C \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(97)$$

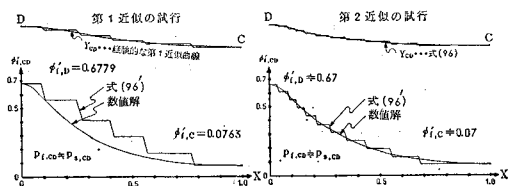
が得られ、これを  $h_f/D$  および  $H_f/D$  について連立に

解けば、

$$\frac{h_f}{D} = \left( \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \left( \frac{Y_D - Y_C}{\phi'_{f,D} - \phi'_{f,C}} \right) \dots\dots\dots(98)$$

$$\frac{H_f}{D} = \frac{\gamma_s}{\gamma_f} \cdot \frac{H_s}{D} - \left( \frac{\gamma_s - \gamma_f}{\gamma_f} \right) \left( \frac{\phi'_{f,D} Y_C - \phi'_{f,C} Y_D}{\phi'_{f,D} - \phi'_{f,C}} \right) \dots\dots\dots(99)$$

が得られる。そこで前述の第1近似の  $\phi'_{f,CD}$  と  $P_{f,CD} = P_{s,CD}$  なる条件から導かれた式(96)'とで算定される  $\phi'_{f,CD}$  とがほぼ等しくなれば、折線境界CD上で  $P_{f,CD} \doteq P_{s,CD}$  が保証されるが、図-8 の上部左に示している第1近似の試行ではまだこのことが全域的に保証されているとはみなし難い。したがって、この第1近似の数値解による  $\phi'_{f,CD}$  を式(96)に適用して算定される曲線  $Y_{CD}$  をめやすとして、これを図-8 の上部右に示すように折線近似した第2近似の擬似xy平面を作成し、この中で第2近似の  $\phi'_f$  および  $\phi'_s$  を数値解析により求めれば、いまの場合、数値解による  $\phi'_{f,CD}$  と式(96)'で算定されるそれとが全域的にほぼ等しく、したがってこの段階で上述の  $P_{f,CD} \doteq P_{s,CD}$  が保証されている。したがって、 $\gamma_s/\gamma_f$ ,  $Y_D$ ,  $Y_C$ ,  $H_s/D$  が与えられ、これに対して上に述べたような近似試行の手法により、相当な正確さで  $\phi'_{f,D}$ ,  $\phi'_{f,C}$  が推定できる場合には、取水に対して安全な流れの場を形成させるための  $h_f/D$  および  $H_f/D$  は、式(98)および式(99)によって推



$$\frac{L}{D} = 0.945(\pm 1.0), \quad Y_D = 0.741(\pm 0.750), \quad Y_{D0} = 0.763(\pm 0.775)$$

$$Y_{D1} = 0.715(\pm 0.725), \quad Y_C = 0.50(\pm 0.50), \quad Y_{C0} = 0.40(\pm 0.40)$$

(+) 外の数値は解析値, 内の数値は擬似xy平面への与値。

$$\frac{H_s}{D} = 1.10, \quad \frac{h_f}{D} = 0.00417, \quad \frac{H_f}{D} = 1.11529$$

$$\frac{\gamma_s}{\gamma_f} = 1.025, \quad \frac{q_f}{h_f} = 0.970$$

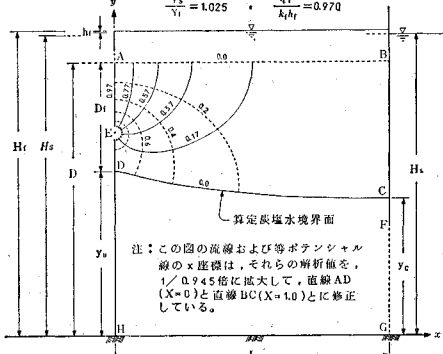


図-8 下層排水中止時の上層取水の数値解析例

定できる。

そこでいま、 $r_s/r_f=1.025$ ,  $Y_D=0.6$ ,  $Y_C=0.5$  を与え、**図-6** との比較のため  $L/D$  を前の場合と同じく 1.0 とした第 2 近似の擬似  $xy$  平面を解析した結果は、上述の地下密度流の特性すなわち  $p_{f,CD}=p_{s,CD}$  をほぼ満たした状態で、

$$\phi'_{f,D}=0.67, \phi'_{f,C}=0.07, q_f/(k_f h_f)=0.97 \dots\dots\dots(100)$$

となる。そうすると式 (98) より、

$$\frac{h_f}{D} \doteq 0.00417 \dots\dots\dots(101)$$

が得られ、また、さらに  $H_s/D$  が式 (89) と同じように  $H_s/D=1.10$  と与えられれば、式 (99) より、

$$\frac{H_f}{D} \doteq 1.11529 \dots\dots\dots(102)$$

が得られる。したがってこれまでの過程で一応の数値解を得たことになるが、さらに本報では、この場合にもこれらの結果を **図-3** の上部に示すような  $\phi_f/\phi_f'$  平面へ境界条件として適用し、この中で  $Y$  を解き、これに対応する  $X$  を求めて、**図-8** の下部に示すような最終的な  $xy$  平面を算定している。

さて、式 (101) および式 (102) の値を式 (90) および式 (91)' の値と比較すれば、 $H_f/D$  の値はほとんど変わらないが、取水量に大きく影響する  $h_f/D$  の値は、いまの場合、ほぼ 1/5 に小さくなっている。すなわち、式 (93)' に示す推定取水量  $q_f/(k_f h_f)=0.99$  に式 (90)、および、式 (100) に示すいまの場合の  $q_f/(k_f h_f)=0.97$  に式 (101) の値を適用すれば、

$$\left. \begin{aligned} h_f/D=0.02 \quad \text{の場合に } q_f=0.01980 \cdot k_f \cdot D \\ h_f/D=0.00417 \quad \text{の場合に } q_f=0.00404 \cdot k_f \cdot D \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(103)$$

となり、上層取水と同時に下層排水を行わなければ、いまの場合、取水量も  $0.00404/0.01980 \doteq 1/5$  程度に減少させなければならない。さらにまた、ここでは図示はしていないが、**図-8** における淡塩水境界線の頂点 D が暗渠の下端 (点  $E_L$ …**図-1** 参照) に一致した限界状態 ( $\phi'_{f,D}=1.0$ ) における流れの場を同様な手法により解析した結果は、 $\phi'_{f,C}=0.06$ ,  $q_f/(k_f h_f)=0.93$ ,  $h_f/D=0.00598$ ,  $H_f/D=1.11536$ ;  $q_f=0.00556 k_f D$  となった。したがって、このような限界状態を保ち得たとしても、上記の 1/5 がほぼ 1/3.6 にわずかばかり増加するだけで、取水量の増加はほとんど期待できない。このことは所要取水量確保のうえからは非常に困ることであり、ここに上層取水量に及ぼす下層排水の効果の顕著なことが認められよう。

なお、式 (98) において、 $r_s/r_f=1.025$ ,  $\phi'_{f,D}=1.0$ ,  $\phi'_{f,C}=0.06$ ,  $Y_C=0.5$  とし、 $h_f/D$  については上述の限界状態のそれより少し大きい 0.0065 を用いて、 $Y_D$

を計算してみると、 $Y_D=0.744$  となるが、この値は、**図-8** に示している暗渠の下端の  $Y_{E_L}=0.713$  よりも大きい。したがって、この状態は、上述のいわゆる限界状態が破られた状態であり **図-7** に示すような流れの場の形成は、もはや、おぼつかなく、暗渠の下部より暗渠内に塩水が流入し、これと、暗渠上部より暗渠内に流入する淡水とを一緒にして揚水しているような流れの場となる。このことから、上層取水を行うと同時に下層排水を行わなければ、淡塩水境界面は著しく上昇し、所要の上層淡水の取水そのものが不可能になる場合も考えられ、たとえ **図-7** のような流れの場を形成させ得たとしても、前述のように可能取水量は極端に少なくなる。

したがって、上層取水と同時に下層排水は、所要の上層取水量の確保と淡塩水境界線の上昇防止にあたってきわめて大きな効果を発揮するといえることができる。

### 6. 砂模型実験による検討

本研究で示した理論とその結果の妥当性を検証するため、文献 3), 4) および 10) で用いたような砂模型による室内実験を行った。模型は、**図-6** の下部に示す最終的な  $xy$  平面と **図-8** の下部に示すそれとに相似なものを 2 種作成した。その模様を **写真-1** と **写真-2** に示している。これらの淡塩水境界面は、淡水部と塩水部の色別で鮮明に認められ、白の実線で示している理論淡塩水境界面によく一致している。なお、本実験においては、塩水の淡水側への拡散と淡水の塩水側への拡散とが若干観測されたが、ここではこれについての定量測定は行っていない。これについては、今後、研究を進めたいと考えている。

次に、**図-6** および **図-8** に示している理論淡水取水量ならびに **図-6** に示している理論塩水排水量に対し、それぞれの場合の実測の  $q_f$  ならびに  $q_s$  を適用し、さらにそれぞれの場合に与えられた  $h_f$  ならびに  $h_s$  を適用して逆算された透水係数は、 $k_f \doteq k_s \doteq 0.35 \text{ cm/sec}$  となり、この値はこの砂を用いて行われたこの他のいろいろな実験によって得られている値とほぼ同じである。なお、ここで用いた淡水 [井戸水,  $r_f=1.000 \text{ g/cc}$ ] と塩水 [井戸水+食塩+過マンガン酸カリウム (着色用),  $r_s=1.025 \text{ g/cc}$ ] との動粘性係数を Ostwald 粘度計で測定した結果は、水温  $20^\circ\text{C}$  において  $\mu_f/\rho_f \doteq 0.0101 \text{ cm}^2/\text{sec}$  と  $\mu_s/\rho_s \doteq 0.0104 \text{ cm}^2/\text{sec}$  であった。すなわち  $\mu_f/\rho_f \doteq \mu_s/\rho_s$  および  $\rho_f \doteq \rho_s$  であることから  $k_f \doteq k_s$  となることは十分納得できる結果である。なおここで  $\mu$  は粘性係数、 $\rho$  は密度を表わしている。

これらのことから、本研究の理論および解析結果の妥当性は検証できたものと考ええる。

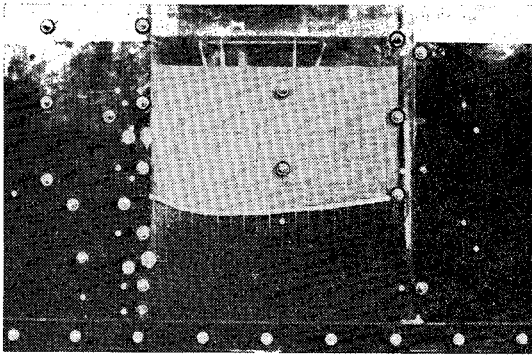


写真-1 数値解析例(図-6)の検証(実験開始より30分後のほぼ定常状態,  $D=40\text{ cm}$ ,  $k_f \div k_g \div 0.35\text{ cm/sec}$ )

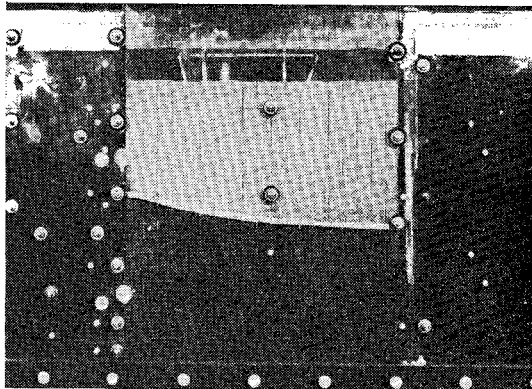


写真-2 数値解析例(図-8)の検証(実験開始より30分後のほぼ定常状態,  $D=40\text{ cm}$ ,  $k_f \div 0.35\text{ cm/sec}$ )

## 7. 結 論

前章までに述べたことがらを要約して結論としたい。

(1) 海岸付近の淡水池地盤やこれと同様な河床地盤などにおいて上層の淡水を取水する場合に、下層の塩水も同時に排水すれば、淡塩水境界面上昇を防止でき、取水中への塩水混入の危険性が緩和され、さらに単位時間当りの取水可能量も増加する。

(2) 複素ポテンシャル理論による近似解析の結果によっても、取水量、排水量および淡塩水境界面などの主要水理量は、ほぼ妥当に算定できる。

(3) 上述の近似解析によって算定される淡塩水境界面を第1近似の擬似境界面として数値解析を行い、第3近似程度までの  $xy$  平面を算定すれば、実用的には十分満足できる結果が得られる。

(4) 概略の検討には近似解析のみで足りるが、実際の設計にあたっては、数値解の近似度を満足できるまで進めて、最終的な取水量、排水量および  $xy$  平面を決定することが望ましい。

(5) 下層塩水の排水を中止した状態における上層淡水の取水だけでは、所要量を取水できない場合が考えられるばかりでなく、流れの場の機構すら維持できなくなる場合もあり得る。

(6) 砂模型実験によると、淡塩水境界面では淡水と塩水の拡散が若干観測されるが、取水量、排水量および淡塩水境界面の形状は、理論のそれと実測のそれとがよく一致する。

## 8. あとがき

以上、本報では、淡塩水境界面が地盤中に存在し、上層淡水の自由表面は地表上にあるような浸透層から上層淡水を取水する場合において、これと同時に進行下層塩水の排水が、淡塩水境界面上昇防止や上層取水可能量の増加に積極的に寄与する効果について、その流れの場が2次元性である場合を取り上げ、水理学的な検討を行った。現象の厳密な解析にあたり、淡塩水境界面における淡水と塩水との拡散現象、非定常性あるいは地盤の不均質異方性の問題など、残されている難問は多々あるとしても、本報により、均質砂地盤における2次元定常の取・排水量や淡塩水境界面の形状など、工学的に主要かつ基礎的な水理量は算定でき、これらは室内砂模型による実験ともよく一致することがわかった。

今後は上述の難問に対してはもとより、取・排水の機構が純然たる3次元的なものである場合や、池水を浸透させて取水することに伴う自然ろ過の程度あるいは取水の水温など水質改善の度合などについても研究を進めたいと考えている。

なお、図-9に示しているような島モデル<sup>13)</sup>における取・排水の機構についても現在ある程度の解析を行っているが、工学的意図および解析手法とも本報の内容と類似しており、また、紙面の都合もあって、これについては近い将来、本報を補足する形で本誌ノート欄への投稿

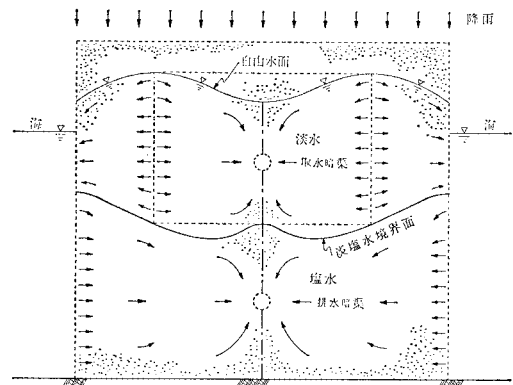


図-9 島モデルにおける取・排水の機構

を計画している。

末筆ながら本研究には、昭和 52 年度九州産業大学教育研究助成金の補助を受けた。また、資料整理や実験にあたっては、九州産業大学土木工学科 4 年 林 正国、松井昭三両君に手伝ってもらった。付記して謝意を表し、結びとする。

#### 参 考 文 献

- 1) 土木学会編：水理公式集，pp. 593～595，昭和 46 年改訂版。
- 2) Ackerman, N.L. and Hung Tao Shen : Pumping from a shallow water aquifer in a coastal region, 13th Congress of I.A.H.R., Proceedings Vol. 4, pp. 67～75, 1969.
- 3) 崎山正常：淡塩二層地盤よりの二次元的淡水取水の一方法，土木学会論文報告集，第 180 号，pp. 27～38，1970 年 8 月。
- 4) 崎山正常ほか 2 名：地下塩水汲み上げによる淡塩水境界面の低下，土木学会論文報告集，第 286 号，pp. 149～156，1979 年 6 月。
- 5) 岩佐義明・武内 等：淡水と塩水が成層をなす浸透層からの取水について—第 2 報—，土木学会第 23 回年次学術講演会講演概要集，第 2 部，pp. 291～294，昭和 43 年 10 月。
- 6) 崎山正常：浸透流による噴砂現象（第一報），九州産業大学工学部研究報告，第 6 号，pp. 24～39，昭和 44 年 5 月。
- 7) 上田年比古・杉尾 哲：被圧水で満たされた円形暗きよの取水量について，土木学会論文報告集，第 194 号，pp. 91～101，1971 年 10 月。
- 8) 本間 仁・安芸皎一：物部水理学，pp. 439～440，岩波書店，1962 年。
- 9) 安藤四郎：楕円積分・楕円関数入門，pp. 49～87，日新出版，昭和 45 年。
- 10) 崎山正常ほか 3 名：河口貯水池下部地層への淡水注入による塩水排除について，土木学会論文報告集，第 268 号，pp. 75～90，1977 年 12 月。
- 11) 春日屋伸昌：新編数値表，pp. 223～248，学献社，1968 年。
- 12) 林 桂一・森口繁一：高等関数表，pp. 164～170，pp. 332～341，岩波書店，1967 年。
- 13) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠：揚水解析における影響圏の算定と排水設計への適用，土木学会論文報告集，第 268 号，pp. 91～98，1977 年 12 月。

(1978.11.27・受付)