

連行自動車荷重による単純桁橋の 非定常ランダム応答と衝撃係数

NON-STATIONARY RANDOM RESPONSE AND IMPACT COEFFICIENT OF SIMPLE GIRDER HIGHWAY BRIDGE UNDER A SERIES OF MOVING VEHICLE LOADS

彦 坂 熙*・吉 村 虎 蔵**・内 谷 保***

By Hiroshi HIKOSAKA, Torazo YOSHIMURA and Tamotsu UCHITANI

1. 緒 言

最近の橋梁の軽量化ならびに支間の長大化は、交通量の急激な増大、重車両の増加ともあいまって、橋梁の剛性および動力学的挙動に関連する設計上の諸問題、すなわち、衝撃係数、たわみ制限、疲労強度、歩行者の振動感覚などの合理的評価の重要性をますます高めていく。これらの中で特に衝撃係数は、古くから行われてきた橋梁の走行荷重応答に関する多くの研究成果が直接反映されるべきものと思われるが、現在各国で用いられている衝撃係数の間には大きな差がみられ、また本邦でも基本的には昭和14年以来改訂がなされておらず、その定量的評価について検討の余地を残している。衝撃係数は設計活荷重が橋梁に及ぼす動的効果を表わすものであり、設計活荷重は大型自動車荷重列からなるので、従来の多くの研究にみられるように単一走行車両による橋梁の応答解析結果に基づいて衝撃係数を評価するのは必ずしも適当でない。また、橋梁の走行荷重応答には路面不整や短支間の橋梁への進入時における各車両の初期条件のように確率量として扱うべき要素が重要な影響を及ぼすゆえ、衝撃係数も確率論的に評価するのが合理的と考えられる。

かかる観点から、本研究は道路橋における設計衝撃係数の確率論的評価を目的として、まず連行車両と単純桁橋の連成非定常ランダム応答の解析法を提示し、ついで現行道路橋示方書に規定された L-20 荷重相当の連行自動車荷重に対する応答計算結果より、単純鋼桁橋の動的増加たわみと衝撃係数に関する種々の考察を行ったもの

である。走行車両による道路橋の動的応答解析にランダム振動論を導入した研究としては、文献1)をはじめとしてこれまで文献8)~15)などが報告されている。これらの中で文献1)および8)は連行自動車荷重に対する設計衝撃係数の評価を目的としたものであるが、ともに定常ランダム振動論が用いられており、本論のごとく連行車両と橋梁の連成非定常ランダム応答に基づく衝撃係数の研究はまだ見受けられないようである。

走行車両による橋梁の非定常ランダム応答を扱った既往の研究によれば、車両と橋梁の振動の連成効果を考えない場合の橋梁の理論応答値は、特に車両と橋梁の固有振動数が接近するとききわめて過大になることが指摘されている^{9), 12), 13)}。また略算法として、車両の載荷位置を固定し定常ランダム振動論を用いる場合には、橋梁に進入する際の車両の初期条件が橋梁の応答に及ぼす効果をまったく考慮できないうえ、一般に非定常ランダム振動論に比べて応答値を過大評価することになる¹⁶⁾。本研究では、路面の不規則凹凸を平均値零の定常確率過程と仮定し、また各車両を1自由度の sprung mass にモデル化して橋梁との連成振動効果および連行車両相互の振動の連成効果を考慮するほか、さらに各車両の初期条件を確率量として扱う。解析モデルの複雑さにもかかわらず、ここに提示する解法は、

(i) 橋梁上に同時に載荷される車両の台数が増加しても、解析上の未知量はまったく増加しない、

(ii) 橋梁の非定常ランダム応答の2乗平均値が、時間 t の関数として閉じた形で表現される、という特長をもつものである。

2. 解析モデルと時間座標の設定

(1) 橋梁と車両の解析モデル

* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 鹿児島工業高等専門学校講師 土木工学科

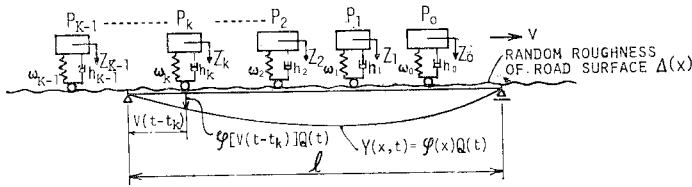


図-1 連行車両-橋梁系の解析モデル

本論では、単純桁橋の支間中央点のたわみ応答に着目して衝撃係数を評価する注1)。この場合、橋梁の動たわみを表現するには、1次固有振動モードのみを用いれば十分であることが、既往の研究により確認されている¹⁷⁾。

走行車両は、ばね下質量を無視した1自由度系 sprung mass にモデル化し、図-1のように先頭車から順に0, 1, 2, …の番号を付す。車両 k の重量 P_k 、固有円振動数 ω_k 、減衰定数 h_k は任意の値をとるが、走行速度 v は全車両一定とし、したがって各車両が支間 l の橋梁を通過するのに要する時間

$$T=l/v \quad \dots\dots\dots (1)$$

も一定値となる。

(2) 時間座標

時間座標 t は次のように定める。

$$\begin{aligned} \text{先頭車が橋梁に進入する時刻} & \quad t=t_0=0 \\ \text{車両 } k \text{ が橋梁に進入する時刻} & \quad t=t_k \\ \text{車両 } k \text{ が橋梁を去る時刻} & \quad t=t_k+T \end{aligned}$$

(3) 路面不整の確率・統計量

路面の不規則凹凸 $d(x)$ を平均値零の定常確率過程とみなせば、既往の多くの実測データより、そのパワースペクトル密度が路面周波数 Ω (単位: cycle/m) の関数としておおむね次式で表わされる^{12), 13)}。

$$\bar{S}_d(\Omega) = \frac{a}{\Omega^2 + \beta^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 a は路面の良否により異なる定数 (単位: cm^2/m)、また β は $\Omega \rightarrow 0$ のとき $\bar{S}_d(\Omega)$ が無限大に発散しないために導入する小さな定数である。

車両が速度 v で走行するとき、 $x=vt$ における路面凹凸 $d(vt)$ は円振動数 $\omega=2\pi v\Omega$ の鉛直加振源となり、 $d(vt)$ のパワースペクトル密度関数 $S_d(\omega)$ が $S_d(\Omega)$ $d\omega = \bar{S}_d(\Omega) d\Omega$ の関係より次のように求められる。

$$S_d(\omega) = \frac{2\pi va}{\omega^2 + \alpha^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\alpha=2\pi v\beta$

また、Wiener-Khinchin の定理より、 $d(vt)$ の自己

注1) 設計衝撃係数は、本来応力に着目して評価すべきであるが、単純桁橋の走行荷重応答に関する既往の確定的研究によれば、たわみの動的増幅率は応力のそれよりいくぶん大きく、衝撃係数を安全側に評価する¹⁷⁾。

相関関数が次のように導かれる。

$$\begin{aligned} R_d(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_d(\omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \\ &= \frac{\pi a}{\beta} \exp(-\alpha|\tau|) \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

いま、式 (1) の T を用いて、 $d(vt)$ を $0 \leq t \leq T$ で定義される連続関数と考えれば、周知のとおり $d(vt)$ は種々

の形のフーリエ級数に展開される。たとえば、 $d(vt)$ を $-T \leq t \leq T$ で定義される周期 $2T$ の奇関数と考えてフーリエ級数に展開すれば、余弦項と定数項は消えて、次のフーリエ正弦級数により $d(vt)$ を表現することができる。

$$d(vt) = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin \alpha_m t \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$B_m = \frac{2}{T} \int_0^T d(vt) \sin \alpha_m t dt \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\alpha_m = m\pi/T$

上式の B_m は期待値零の確率変数であり、その共分散が次式で表わされる。

$$\begin{aligned} E[B_m B_n] &= \left(\frac{2}{T}\right)^2 \int_0^T \int_0^T E[d(vt_1) d(vt_2)] \\ &\quad \cdot \sin \alpha_m t_1 \sin \alpha_n t_2 dt_1 dt_2 \quad \dots\dots\dots (7) \\ (m, n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned}$$

ここに、 $E[\quad]$ は期待値を表わす記号であり、式 (4) より、

$$\begin{aligned} E[d(vt_1) d(vt_2)] &= R_d(t_1 - t_2) \\ &= \frac{\pi a}{\beta} \exp(-\alpha|t_1 - t_2|) \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

であるから、これを式 (7) に代入して積分を実行すれば、次の結果を得る。

i) $m \neq n$ のとき

$$\begin{aligned} E[B_m B_n] &= \frac{\pi a}{\beta} \left(\frac{2}{T}\right)^2 \frac{\alpha_m \alpha_n}{(\alpha_m^2 + \alpha^2)(\alpha_n^2 + \alpha^2)} \\ &\quad \cdot [1 + (-1)^{m+n} - \{(-1)^m + (-1)^n\} \exp(-\alpha T)] \\ &\quad \dots\dots\dots (9 \cdot a) \end{aligned}$$

ii) $m=n$ のとき

$$\begin{aligned} E[B_m B_m] &= \frac{\pi a}{\beta} \left(\frac{2}{T}\right)^2 \frac{1}{\alpha_m^2 + \alpha^2} \\ &\quad \cdot \left[\alpha T + \frac{2\alpha_m^2}{\alpha_m^2 + \alpha^2} \{1 - (-1)^m \exp(-\alpha T)\} \right] \\ &\quad \dots\dots\dots (9 \cdot b) \end{aligned}$$

特例として、橋面が完全に平滑な場合 ($d(vt)=d(0)$, $0 \leq t \leq T$) の B_m の共分散は次のようになる。

$$\begin{aligned} (10) \quad E[B_m B_n] &= \frac{\pi a}{\beta} \left(\frac{2}{T}\right)^2 \frac{1}{\alpha_m \alpha_n} \\ &\quad \cdot \{1 - (-1)^m\} \{1 - (-1)^n\} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

3. 連行車両-橋梁系の運動方程式

単純桁橋の動たわみは、1 次振動モード $\varphi(x) = \sin(\pi x/l)$ と基準座標 $Q(t)$ を用いて次式で表わされるものとする。

$$Y(x, t) = \varphi(x) Q(t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

時刻 t_k に橋梁に進入する車両 k の任意時刻 t における変位を $Z_k(t-t_k)$ と表わし、橋梁に載荷される車両の最大台数を $K(k=0, 1, 2, \dots, K-1)$ とすれば、連行車両-橋梁系の運動方程式が Q および Z_k に関する次の連立微分方程式で与えられる。

$$\begin{aligned} \ddot{Q}(t) + 2h_n\omega_n\dot{Q}(t) + \omega_n^2Q(t) \\ = \frac{1}{M_n} \sum_{k=0}^{K-1} P_k \left\{ 1 - \frac{1}{g} \ddot{Z}_k(t-t_k) \right\} \varphi[v(t-t_k)] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12 \cdot a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{Z}_k(t-t_k) + 2h_k\omega_k\dot{Z}_k(t-t_k) \\ + \{ \ddot{Z}_k(t-t_k) - \varphi[v(t-t_k)]\dot{Q}(t) - d[v(t-t_k)] \\ + \omega_k^2 \{ Z_k(t-t_k) - \varphi[v(t-t_k)]Q(t) - d[v(t-t_k)] \} \} = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12 \cdot b)$$

ここに、 ω_n, h_n, M_n は橋梁の 1 次固有円振動数、減衰定数、換算質量、 g は重力の加速度、また上式において $t \leq t_{k_s}$ では $\varphi[v(t-t_k)] = 0$ とする。

式 (12) の初期条件は、

$$Q(0) = \dot{Q}(0) = 0 \quad \dots\dots\dots (13 \cdot a)$$

$$Z_k(0) = z_{0,k}, \dot{Z}_k(0) = \dot{z}_{0,k} \quad \dots\dots\dots (13 \cdot b)$$

で与えられ、ここに、 $z_{0,k}, \dot{z}_{0,k}$ はそれぞれ期待値零の確率量とする。

応答の期待値を $E[Q(t)] = \bar{Q}(t)$, $E[Z_k(t-t_k)] = \bar{Z}_k(t-t_k)$, またこれら期待値からの応答の偏差を $q(t)$, $z_k(t-t_k)$ とすれば、次式が成立する。

$$Q(t) = \bar{Q}(t) + q(t) \quad \dots\dots\dots (14 \cdot a)$$

$$Z_k(t-t_k) = \bar{Z}_k(t-t_k) + z_k(t-t_k) \quad \dots\dots (14 \cdot b)$$

期待値 \bar{Q} および \bar{Z}_k は、凹凸のまったくない平滑な橋面上を連行車両が零初期条件で移動する場合の応答を表わし、車両の加振源となる路面不整および式 (13・b) の初期条件の効果はすべて偏差 q および z_k に含まれる。この場合、期待値に含まれる応答の動的成分は偏差に比べてきわめて小さく、期待値は橋梁-車両系の静的応答にほぼ一致することが確かめられる²³⁾。したがって、近似的に、期待値を応答の静的成分、偏差を応答の動的成分とみなすことができ、それぞれの成分について式 (12) および (13) より次の方程式が得られる。

期待値に関する方程式：

$$\omega_n^2 \bar{Q}(t) = \frac{1}{M_n} \sum_{k=0}^{K-1} P_k \varphi[v(t-t_k)] \quad \dots\dots (15 \cdot a)$$

$$\bar{Z}_k(t-t_k) - \varphi[v(t-t_k)] \bar{Q}(t) = 0 \quad \dots\dots (15 \cdot b)$$

偏差に関する微分方程式と初期条件：

$$\begin{aligned} \ddot{q}(t) + 2h_n\omega_n\dot{q}(t) + \omega_n^2q(t) \\ = -\frac{1}{M_n g} \sum_{k=0}^{K-1} P_k \ddot{z}_k(t-t_k) \varphi[v(t-t_k)] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16 \cdot a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_k(t-t_k) + 2h_k\omega_k\dot{z}_k(t-t_k) + \omega_k^2z_k(t-t_k) \\ = \omega_k^2 \{ \varphi[v(t-t_k)]q(t) + d[v(t-t_k)] \} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16 \cdot b)$$

$$q(0) = \dot{q}(0) = 0 \quad \dots\dots\dots (17 \cdot a)$$

$$z_k(0) = z_{0,k}, \dot{z}_k(0) = \dot{z}_{0,k} \quad \dots\dots\dots (17 \cdot b)$$

ただし、式 (16・b) において $2h_k\omega_k\{\varphi[v(t-t_k)]\dot{q}(t) + d[v(t-t_k)]\}$ の項が応答に及ぼす影響はきわめて小さいので無視されている²⁴⁾。

4. 橋梁の動的増加たわみの 2 乗平均値

前節 3. で述べたように、連行自動車荷重による橋梁の動たわみの期待値は、近似的に静たわみで置き換えられる。したがって、橋梁の静たわみを $Y_s(x, t)$ 、たわみの動的付加成分(動的増加たわみ)を $y(x, t)$ とおけば、式 (11) の動たわみは次式で表わされる。

$$Y(x, t) = Y_s(x, t) + y(x, t) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、式 (14・a)、(15・a) を参照して、

$$\begin{aligned} Y_s(x, t) &= \varphi(x) \bar{Q}(t) \\ &= \frac{1}{M_n \omega_n^2} \varphi(x) \sum_{k=0}^{K-1} P_k \varphi[v(t-t_k)] \end{aligned} \quad \dots\dots (19)$$

$$y(x, t) = \varphi(x) q(t) \quad \dots\dots\dots (20)$$

上式より、 $y(x, t)$ の 2 乗平均値が、

$$\sigma_y^2(x, t) = E[y^2(x, t)] = \varphi^2(x) E[q^2(t)] \quad \dots\dots (21)$$

と表わされ、2 乗平均値の平方根 $\sigma_y(x, t)$ を動的増加たわみの r.m.s. 値 (root mean square value) とよぶ。以下に、式 (21) の $E[q^2(t)]$ の算定法を述べよう。

式 (16・a) の解 $q(t)$ は Duhamel 積分により次式で表わされる。

$$\begin{aligned} q(t) &= -\frac{1}{M_n g} \sum_{k=0}^{K-1} P_k \\ &\quad \cdot \int_0^t \ddot{z}_k(\tau-t_k) \varphi[v(\tau-t_k)] H(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad \dots\dots (22)$$

ここに、

$$H(t) = \frac{1}{\omega_n'} \exp(-h_n\omega_n t) \sin \omega_n' t \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$\omega_n' = \omega_n \sqrt{1-h_n^2}$$

$\tau \leq t_k$ のとき $\varphi[v(\tau-t_k)] = 0$ なることを考慮すれば、式 (22) は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} q(t) &= -\frac{1}{M_n g} \sum_{k=0}^{K-1} P_k \\ &\quad \cdot \int_0^{t-t_k} \ddot{z}_k(\tau) \varphi(v\tau) H(t-t_k-\tau) d\tau \end{aligned} \quad \dots\dots (24)$$

次に、式 (16・b) を

$$\begin{aligned}\ddot{z}_k(t) + 2h_k\omega_k\dot{z}_k(t) + \omega_k^2 z_k(t) \\ = \omega_k^2 \{\varphi(vt)q(t+t_k) + d(vt)\} \\ (0 \leq t \leq T-t_k)\end{aligned}$$

と書き換え、式 (17・b) の初期条件を満足する解 $z_k(t)$ を求めれば、

$$\begin{aligned}z_k(t) = \omega_k^2 \int_0^t \{\varphi(v\tau)q(\tau+t_k) + d(v\tau)\} \\ \cdot G_k(t-\tau) d\tau + z_{0,k}\nu_{1,k}(t) + \dot{z}_{0,k}\nu_{2,k}(t) \cdots (25)\end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned}G_k(t) &= \frac{1}{\omega_k'} \exp(-h_k\omega_k t) \sin \omega_k' t \cdots \cdots (26) \\ \nu_{1,k}(t) &= \exp(-h_k\omega_k t) \\ &\cdot \left(\cos \omega_k' t + \frac{h_k}{\sqrt{1-h_k^2}} \sin \omega_k' t \right) \left. \vphantom{\begin{aligned} \nu_{1,k}(t) = \exp(-h_k\omega_k t) \\ \cdot \left(\cos \omega_k' t + \frac{h_k}{\sqrt{1-h_k^2}} \sin \omega_k' t \right) \end{aligned}} \right\} \cdots \cdots (27) \\ \nu_{2,k}(t) &= G_k(t)\end{aligned}$$

ただし、 $\omega_k' = \omega_k \sqrt{1-h_k^2}$

いま、 $0 \leq t \leq T$ で定義される式 (24) の連続関数 $q(t)$ を、 $-T \leq t \leq T$ で定義される周期 $2T$ の奇関数の一部と考えれば、 $q(t)$ は式 (5) にならって次のフーリエ正弦級数で表わされる。

$$q(t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \alpha_m t \cdots \cdots (28)$$

ここに、 A_m は未定係数である。

式 (25) の $d(v\tau)$ および $q(\tau+t_k)$ をそれぞれ式 (5) および (28) によりフーリエ級数展開のうえ積分を実行すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned}z_k(t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \tau_{mk}(t) + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \mu_{mk}(t) \\ + z_{0,k}\nu_{1,k}(t) + \dot{z}_{0,k}\nu_{2,k}(t) \cdots \cdots (29)\end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned}\tau_{mk}(t) &= \omega_k^2 \int_0^t \sin \alpha_m(\tau+t_k) \varphi(v\tau) G_k(t-\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{2} \omega_k^2 \{ L_{1,m-1} \sin \alpha_{m-1} t - L_{2,m-1} \cos \alpha_{m-1} t \\ &\quad - L_{1,m+1} \sin \alpha_{m+1} t + L_{2,m+1} \cos \alpha_{m+1} t \\ &\quad + \exp(-h_k\omega_k t) (L_{3,m} \cos \omega_k' t \\ &\quad - L_{4,m} \sin \omega_k' t) \} \cdots \cdots (30 \cdot a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_{mk}(t) &= \omega_k^2 \int_0^t \sin \alpha_m \tau G_k(t-\tau) d\tau \\ &= \omega_k^2 \{ -K_{1,m} \cos \alpha_m t - K_{2,m} \sin \alpha_m t \\ &\quad + \exp(-h_k\omega_k t) (K_{1,m} \cos \omega_k' t \\ &\quad + K_{3,m} \sin \omega_k' t) \} \cdots \cdots (30 \cdot b)\end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}K_{1,m} &= \frac{2h_k\omega_k\alpha_m}{(\alpha_m^2 - \omega_k^2)^2 + (2h_k\omega_k\alpha_m)^2} \\ K_{2,m} &= \frac{\alpha_m^2 - \omega_k^2}{(\alpha_m^2 - \omega_k^2)^2 + (2h_k\omega_k\alpha_m)^2} \\ K_{3,m} &= \frac{\alpha_m \{ \alpha_m^2 - \omega_k^2 + 2h_k^2\omega_k^2 \}}{\omega_k' \{ (\alpha_m^2 - \omega_k^2)^2 + (2h_k\omega_k\alpha_m)^2 \}} \\ K_{4,m} &= \frac{h_k\omega_k(\alpha_m^2 + \omega_k^2)}{\omega_k' \{ (\alpha_m^2 - \omega_k^2)^2 + (2h_k\omega_k\alpha_m)^2 \}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L_{1,m\pm 1} &= K_{1,m\pm 1} \cos \alpha_m t_k + K_{2,m\pm 1} \sin \alpha_m t_k \\ L_{2,m\pm 1} &= K_{2,m\pm 1} \cos \alpha_m t_k - K_{1,m\pm 1} \sin \alpha_m t_k \\ L_{3,m} &= L_{2,m-1} - L_{2,m+1} \\ L_{4,m} &= (K_{4,m-1} - K_{4,m+1}) \cos \alpha_m t_k \\ &\quad + (K_{3,m-1} - K_{3,m+1}) \sin \alpha_m t_k\end{aligned}$$

式 (29) を t で 2 回微分して式 (24) に代入すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned}q(t) &= -\frac{1}{M_{ng}} \sum_{k=0}^{K-1} P_k \int_0^{t-t_k} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} A_m \ddot{r}_{mk}(\tau) \right. \\ &\quad + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \ddot{\mu}_{mk}(\tau) + z_{0,k} \ddot{\nu}_{1,k}(\tau) \\ &\quad + \dot{z}_{0,k} \ddot{\nu}_{2,k}(\tau) \} \varphi(v\tau) H(t-t_k-\tau) d\tau \\ &= -\sum_{m=1}^{\infty} A_m \lambda_{1,m}(t) - \sum_{m=1}^{\infty} B_m \lambda_{2,m}(t) \\ &\quad - \sum_{k=0}^{K-1} \{ z_{0,k} \lambda_{3,k}(t) + \dot{z}_{0,k} \lambda_{4,k}(t) \} \cdots \cdots (31)\end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned}\lambda_{1,m}(t) &= \frac{1}{M_{ng}} \sum_{k=0}^{K-1} P_k \int_0^{t-t_k} \ddot{r}_{mk}(\tau) \\ &\quad \cdot \varphi(v\tau) H(t-t_k-\tau) d\tau \\ \lambda_{2,m}(t) &= \frac{1}{M_{ng}} \sum_{k=0}^{K-1} P_k \int_0^{t-t_k} \ddot{\mu}_{mk}(\tau) \\ &\quad \cdot \varphi(v\tau) H(t-t_k-\tau) d\tau \\ \lambda_{3,k}(t) &= \frac{1}{M_{ng}} P_k \int_0^{t-t_k} \ddot{\nu}_{1,k}(\tau) \\ &\quad \cdot \varphi(v\tau) H(t-t_k-\tau) d\tau \\ \lambda_{4,k}(t) &= \frac{1}{M_{ng}} P_k \int_0^{t-t_k} \ddot{\nu}_{2,k}(\tau) \\ &\quad \cdot \varphi(v\tau) H(t-t_k-\tau) d\tau\end{aligned}$$

さて、式 (28) のフーリエ正弦級数の第 i 項の展開係数 A_i は次式で表わされる。

$$A_i = \frac{2}{T} \int_0^T q(t) \sin \alpha_i t dt \cdots \cdots (32)$$

上式に式 (31) を代入して積分を行えば次の結果を得る。

$$\begin{aligned}A_i &= -\sum_{m=1}^{\infty} C_{im} A_m \\ &\quad - \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} D_{im} B_m + \sum_{k=0}^{K-1} (E_{ik} z_{0,k} + E_{ik}' \dot{z}_{0,k}) \right\} \\ &\quad \cdots \cdots (33)\end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned}C_{im} &= \frac{2}{T} \int_0^T \lambda_{1,m}(t) \sin \alpha_i t dt \\ D_{im} &= \frac{2}{T} \int_0^T \lambda_{2,m}(t) \sin \alpha_i t dt \\ E_{ik} &= \frac{2}{T} \int_0^T \lambda_{3,k}(t) \sin \alpha_i t dt \\ E_{ik}' &= \frac{2}{T} \int_0^T \lambda_{4,k}(t) \sin \alpha_i t dt\end{aligned}$$

式 (5) および (28) のフーリエ級数の第 M 項まで

をとることにすれば、式 (33) は未定係数 A_m ($m=1, 2, \dots, M$) に関する次の連立 1 次方程式になる。

$$[(C_{im} + \delta_{im})] \{A_m\} = -[D_{im}] \{B_m\} - [E_{ik}] \{z_{0,k}\} \dots (34)$$

ここに、

$$\delta_{im} = \begin{cases} 1 (i=m) \\ 0 (i \neq m) \end{cases}, \quad \{A_m\} = \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_M \end{Bmatrix}, \quad \{B_m\} = \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_M \end{Bmatrix},$$

$$[E_{ik}] = \begin{bmatrix} E_{10} & E_{10}' & \dots & E_{1(K-1)} & E'_{1(K-1)} \\ E_{20} & E_{20}' & \dots & E_{2(K-1)} & E'_{2(K-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ E_{M0} & E_{M0}' & \dots & E_{M(K-1)} & E'_{M(K-1)} \end{bmatrix},$$

$$\{z_{0,k}\} = \begin{Bmatrix} z_{0,0} \\ \dot{z}_{0,0} \\ \vdots \\ z_{0,K-1} \\ \dot{z}_{0,K-1} \end{Bmatrix}$$

式 (34) を解いて、未定係数 $\{A_m\}$ およびその共分散行列 $E[\{A_m\} \{A_m\}^T]$ が次のように求められる。

$$\{A_m\} = -[(C_{im} + \delta_{im})^{-1}] \cdot ([D_{im}] \{B_m\} + [E_{ik}] \{z_{0,k}\}) \dots (35)$$

$$E[\{A_m\} \{A_m\}^T] = [(C_{im} + \delta_{im})^{-1}] \cdot ([D_{im}] E[\{B_m\} \{B_m\}^T] [D_{im}]^T + [E_{ik}] E[\{z_{0,k}\} \{z_{0,k}\}^T] [E_{ik}]^T + 2[D_{im}] E[\{B_m\} \{z_{0,k}\}^T] [E_{ik}]^T + [(C_{im} + \delta_{im})^{-1}]^T \dots (36)$$

上式中の共分散行列 $E[\{B_m\} \{B_m\}^T]$ の m 行 n 列要素 $E[B_m B_n]$ は式 (9) または (10) で与えられ、 $E[\{z_{0,k}\} \{z_{0,k}\}^T]$ および $E[\{B_m\} \{z_{0,k}\}^T]$ の内容はあらためて次節 5. において示すことにする。

式 (36) の共分散行列の m 行 n 列要素を $E[A_m A_n]$ とすれば、式 (28) より $q(t)$ の 2 乗平均値が、

$$E[q^2(t)] = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M E[A_m A_n] \sin \alpha_m t \sin \alpha_n t \dots (37)$$

と表わされ、これを式 (21) に代入して所要の橋梁の動荷増加たわみの 2 乗平均値 $\sigma_y^2(x, t)$ および r.m.s. 値 $\sigma_y(x, t)$ が算定されることになる。

5. 共分散行列 $E[\{z_{0,k}\} \{z_{0,k}\}^T]$ および $E[\{B_m\} \{z_{0,k}\}^T]$ について

式 (36) の右辺に含まれる共分散行列 $E[\{z_{0,k}\} \{z_{0,k}\}^T]$ は、連行車両のランダム初期条件 $z_{0,k}, \dot{z}_{0,k}$ ($k=0, 1, 2, \dots, K-1$) により以下のように定められる。

いま、 $z_{0,k}, \dot{z}_{0,k}$ は式 (2) のパワースペクトル密度をもつ路面上を時刻 $t=-\infty$ にスタートした車両 k の定常ランダム応答値とみなせば、運動方程式

$$\ddot{z}_k(t) + 2h_k \omega_k \dot{z}_k(t) + \omega_k^2 z_k(t) = \omega_k^2 \Delta(vt) \dots (38)$$

の解として次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} z_{0,k} &= \omega_k^2 \int_{-\infty}^t \Delta(v\tau) G_k(t-\tau) d\tau \\ \dot{z}_{0,k} &= \omega_k^2 \int_{-\infty}^t \Delta(v\tau) \dot{G}_k(t-\tau) d\tau \end{aligned} \right\} \dots (39)$$

ここに、 $G_k(t)$ は式 (26) で与えられる車両 k の単位衝撃応答関数、また $\dot{G}_k(t) = dG_k(t)/dt$ である。所要の共分散行列 $E[\{z_{0,k}\} \{z_{0,k}\}^T]$ の各要素は、式 (39) に定常ランダム振動論で周知の算法²⁰⁾を適用して、次の一般式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} E[z_{0,k} z_{0,j}] &= \omega_k^2 \omega_j^2 \int_0^\infty \int_0^\infty R_d(t_1 - t_2) \\ &\quad \cdot G_k(t_1) G_j(t_2) dt_1 dt_2 \\ E[\dot{z}_{0,k} \dot{z}_{0,j}] &= \omega_k^2 \omega_j^2 \int_0^\infty \int_0^\infty R_d(t_1 - t_2) \\ &\quad \cdot \dot{G}_k(t_1) \dot{G}_j(t_2) dt_1 dt_2 \\ E[z_{0,k} \dot{z}_{0,j}] &= E[\dot{z}_{0,k} z_{0,j}] \\ &= \omega_k^2 \omega_j^2 \int_0^\infty \int_0^\infty R_d(t_1 - t_2) \\ &\quad \cdot G_k(t_1) \dot{G}_j(t_2) dt_1 dt_2 \end{aligned} \right\} \dots (40 \cdot a)$$

ただし、 $R_d(t_1 - t_2)$ は式 (8) で与えられる定常確率過程 $\Delta(vt)$ の自己相関関数であり、これを式 (40・a) に代入して積分を実行することにより、 $E[\{z_{0,k}\} \{z_{0,k}\}^T]$ の全要素が算定されることになる。

また、共分散行列 $E[\{B_m\} \{z_{0,k}\}^T]$ の要素 $E[B_m z_{0,k}]$ および $E[B_m \dot{z}_{0,k}]$ は、式 (6) より次の一般式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} E[B_m z_{0,k}] &= \frac{2}{T} \int_0^T E[z_k(0) \Delta(vt)] \sin \alpha_m t dt \\ E[B_m \dot{z}_{0,k}] &= \frac{2}{T} \int_0^T E[\dot{z}_k(0) \Delta(vt)] \sin \alpha_m t dt \end{aligned} \right\} \dots (40 \cdot b)$$

ここでは、以下の 3 つの Case について式 (40) の演算結果を示すことにする。

Case 1: 車両 k と j の振動特性が等しい ($\omega_k = \omega_j$),

$h_k = h_j$ 場合

$$\left. \begin{aligned} E[z_{0,k} z_{0,j}] &= E[z_{0,k} z_{0,k}] \\ &= \frac{\pi a}{\beta} \cdot \frac{\omega_k (2h_k \omega_k + \alpha)}{2h_k \{\omega_k^2 + \alpha (2h_k \omega_k + \alpha)\}} \\ E[\dot{z}_{0,k} \dot{z}_{0,j}] &= E[\dot{z}_{0,k} \dot{z}_{0,k}] \\ &= \frac{\pi a}{\beta} \cdot \frac{\alpha \omega_k^3}{2h_k \{\omega_k^2 + \alpha (2h_k \omega_k + \alpha)\}} \\ E[z_{0,k} \dot{z}_{0,j}] &= E[\dot{z}_{0,k} z_{0,j}] = E[z_{0,k} \dot{z}_{0,k}] = 0 \end{aligned} \right\} \dots (41 \cdot a)$$

$$\left. \begin{aligned} E[B_m z_{0,k}] &= \frac{\pi a}{\beta} \cdot \frac{\omega_k^2}{\omega_k^2 + \alpha (2h_k \omega_k + \alpha)} \\ &\quad \cdot \frac{\alpha_m}{\alpha_m^2 + \alpha^2} \cdot \frac{2}{T} \{1 - (-1)^m \exp(-\alpha T)\} \\ E[B_m \dot{z}_{0,k}] &= \alpha E[B_m z_{0,k}] \end{aligned} \right\} \dots (41 \cdot b)$$

Case 2: 車両が静止初期条件 ($z_{0,k} = d(0)$, $\dot{z}_{0,k} = 0$)

で橋梁に進入する場合

$$E[z_{0,k} z_{0,k}] = \frac{\pi a}{\beta}, \quad E[\dot{z}_{0,k} \dot{z}_{0,k}] = E[z_{0,k} \dot{z}_{0,k}] = 0$$

.....(42・a)

$$E[B_m z_{0,k}] = \frac{\pi a}{\beta} \cdot \frac{\alpha_m}{\alpha_m^2 + \alpha^2}$$

$$\cdot \frac{2}{T} \{1 - (-1)^m \exp(-\alpha T)\}, \quad E[B_m \dot{z}_{0,k}] = 0$$

.....(42・b)

Case 3: 車両が式 (39) のランダム初期条件を有し、橋面は完全に平滑 ($d(vt) = d(0)$, $0 \leq t \leq T$) の場合

$$E[B_m z_{0,k}] = \frac{\pi a}{\beta} \cdot \frac{\omega_k^2}{\omega_k^2 + \alpha(2h_k \omega_k + \alpha)}$$

$$\cdot \frac{1}{\alpha_m} \cdot \frac{2}{T} \{1 - (-1)^m\}$$

$$E[B_m \dot{z}_{0,k}] = \alpha E[B_m z_{0,k}]$$

.....(43)

ただし、Case 3 の $E[\{B_m\} \{B_m\}^T]$ には式 (10) を、 $E[\{z_{0,k}\} \{z_{0,k}\}^T]$ には式 (41・a) を用いる。

6. 数値計算結果および考察

(1) 計算モデルとパラメーター

a) 橋梁諸元

表-1 の諸元および振動特性をもつ支間 20~60 m の単純桁道路橋を対象として、動的増加たわみの r.m.s. 値および衝撃係数の数値計算を行う。同表の総重量と曲げ剛性は文献 1) より引用したもので、建設省土木研究所合成桁橋標準設計書より概算された 1 車線当りの値を示す。また、支間中央点の静的最大たわみは、次項 b) で定義する連行自動車荷重列に対して計算されたものである。

表-1 単純桁橋の諸元 (1 車線換算) と振動特性

支間 l (m)	総重量 (t)	曲げ剛性 ($\text{kg} \cdot \text{cm}^2$)	支間中央点 の静的最大 たわみ (cm)	1 次固有 振動数 f_0 (Hz)	減衰定数 h_0
20	48.4	6.21×10^{12}	0.54	6.23	0.02
30	77.6	12.42×10^{12}	1.19	3.79	0.02
40	106.8	24.41×10^{12}	1.71	2.93	0.02
50	136.0	42.20×10^{12}	2.32	2.45	0.02
60	165.2	65.78×10^{12}	3.01	2.11	0.02

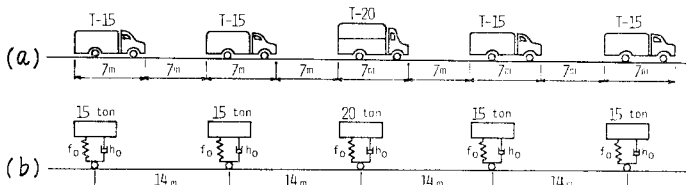


図-2 連行自動車荷重の数値計算モデル

表-2 大型車両の振動特性の実測値

文 献	総 重 量 P_0 (t)	1 次固有振動数 f_0 (Hz)	減 衰 定 数 h_0
山 田・小 堀 ¹⁾	13.9	3.5	0.04~0.06
J.M. Biggs ¹⁷⁾	18.9	2.3	0.023
吉 村・田 久 ²⁾	12.7	3.7	0.038
小 松・中 井 ³⁾	19.9	2.15	0.032
J.W. Smith ⁴⁾	27.25	3.0	0.03
小 松・川 谷 ⁵⁾	15.60~29.56	3.1	0.048

注: 文献 5) の f_0 は 9 車種の平均値

b) 連行自動車荷重モデル

実際の走行状態における各車両の重量はランダムであるが、衝撃係数は設計活荷重が橋梁に及ぼす動的效果を表わすものであるから、本研究では、現行道路橋示方書に規定された L-20 荷重に相当する自動車荷重を対象として、設計に用いる衝撃係数を評価する。L-20 荷重は、図-2(a) のような車両純間隔 7 m で橋軸方向に並べられた、占有長さ 7 m の T-20 荷重車 (総重量 20 t) 1 台と T-15 荷重車列を想定して定められたものである^{21), 22)}。これを本論においては図-2(b) のような一定間隔 14 m の走行 sprung mass 列にモデル化して応答解析する。車両の走行速度は橋梁の動的応答に大きな影響を及ぼすので、これを $v=8 \text{ m/sec}$ (28.8 km/h) ~ 20 m/sec (72 km/h) の範囲のパラメーターとして変化させる。

大型トラックなどの重車両について、これまで起振機、後輪落下、路上走行などの試験により、表-2 に示す振動特性の実測値が報告されている。これらの結果を参照して、本数値計算で扱う 15~20 t 級の大型車両の固有振動数を $f_0=2 \sim 3.5 \text{ Hz}$ のパラメーターとして変化させ、応答に及ぼす影響を調べる。ただし、1 組の自動車荷重列においては、全車両が同一の固有振動数をもつものとし、また、減衰定数は全車両について $h_0=0.03$ とする。したがって、5. に述べた車両初期条件に関する共分散行列は、特に断わらない限り Case 1 の式 (41) を用いる。

c) 路面不整のパラメーター

式 (2) の路面不整のパワースペクトル密度関数におけるパラメーターのうち、定数 a については既往の多くの研究で標準値として用いられている $a=0.001 \text{ cm}^2/\text{m}$ をとり、また $\beta=0.005 \text{ cycle/m}$ とする^{注2)}。式 (9) および式 (41)~(43) より共分散行列 $E[\{B_m\} \{B_m\}^T]$ 、

$E[\{z_{0,k}\} \{z_{0,k}\}^T]$, $E[\{B_m\} \{z_{0,k}\}^T]$ の各要素はすべて定数 a に比例し、式 (36), (37) を参照すれば応答の 2 乗平均

注 2) β をパラメーターとして変化させた計算結果より、 $0 < \beta < 0.01 \text{ cycle/m}$ の範囲で β の大小は応答に影響を及ぼさないことが確認されている。

値も α に比例することがわかる。したがって、本法により求められる動的増加たわみの r.m.s. 値および衝撃係数は α の平方根に比例するので、橋梁供用開始後の舗装路面の経年変化による α 値の変化がわかれば、本論で求める衝撃係数を基準値として、各時点における衝撃係数を推定することができる。

(2) 動的増加たわみの r.m.s. 値に関する考察

衝撃係数について考察する前に、その基礎となる連行自動車荷重下の単純桁橋支間中央点における動的増加たわみの r.m.s. 値 $\sigma_y(l/2, t)$ について、数値計算結果といくつかの知見を述べておこう。

a) 走行車両台数による $\sigma_y(l/2, t)$ の変化

図-3 は、 $l=50\text{ m}$ の橋梁について、支間中央点の静たわみ $Y_s(l/2, t)$ および r.m.s. 値 $\sigma_y(l/2, t)$ の $0 \leq t/T \leq 1$ における時間的変化を、走行車両が1台、2台連行および3台連行の場合に対しプロットして比較したものである。 Y_s の最大値は車両台数 K の増加とともに当然増大するが、 σ_y は車両台数の影響をあまり受け

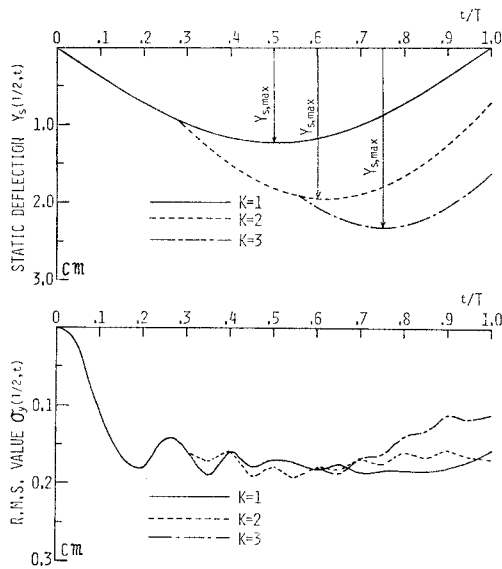


図-3 走行車両台数 K による $Y_s(l/2, t)$ と $\sigma_y(l/2, t)$ の変化 ($l=50\text{ m}$, $f_0=3\text{ Hz}$, $v=10\text{ m/sec}$)

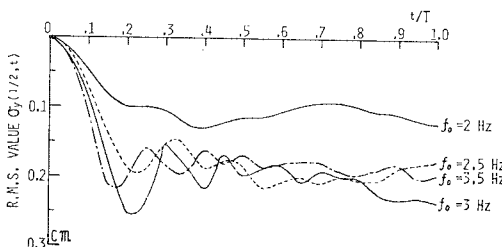


図-4 連行車両の固有振動数 f_0 による $\sigma_y(l/2, t)$ の変化 ($l=40\text{ m}$, $v=10\text{ m/sec}$)

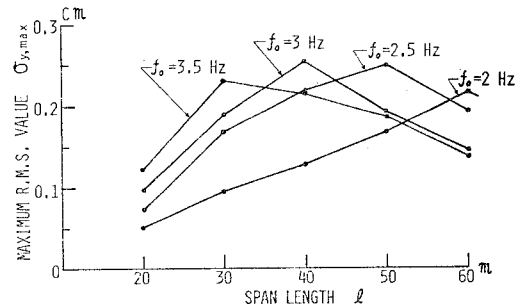


図-5 連行車両の固有振動数 f_0 による $\sigma_{y,\max}$ の変化 ($v=10\text{ m/sec}$)

ず、 K の増加とともに σ_y が減少する傾向さえみられることは注目に値する。

b) 車両の固有振動数が $\sigma_y(l/2, t)$ に及ぼす影響

図-4 は、 $l=40\text{ m}$ の単純桁橋（1次固有振動数 $f_n=2.93\text{ Hz}$ ）上を連行車両が走行する場合について、車両の固有振動数を $f_0=2\sim 3.5\text{ Hz}$ の範囲で変化させ、 $\sigma_y(l/2, t)$ の時間的変化をプロットしたものである。 $0 \leq t/T \leq 1$ における $\sigma_y(l/2, t)$ の最大値 $\sigma_{y,\max}$ は f_0 が f_n にもっとも近い $f_0=3\text{ Hz}$ の場合に生じており、単純桁橋の動的増加たわみに及ぼす f_0 の影響が大きいことがわかる。この特性は、 f_0 をパラメーターとして $l=20\sim 60\text{ m}$ の橋梁における $\sigma_{y,\max}$ を比較した図-5 に顕著に表われており、 f_0 の各値に対する $\sigma_{y,\max}$ のピークは、 f_n が f_0 にもっとも近い支間 l において生じている。そのピーク値は支間 l が変わってもそれほど変化しないが、表-1 に記すように静たわみの最大値は支間 l の増加とともに大きくなり、このことは支間の増加による衝撃係数の逓減を示唆している。

c) 車両走行速度の影響

図-6 は、車両走行速度 v をパラメーターとして、 $l=40\text{ m}$ の橋梁上を走る連行車両（ $f_0=3\text{ Hz}$ ）に対する $\sigma_y(l/2, t)$ を比較したものである。 $v=8\sim 20\text{ m/sec}$ の範

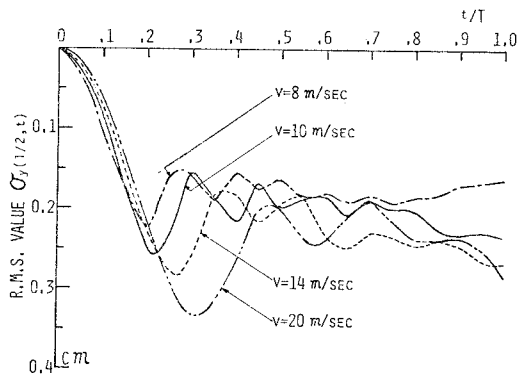


図-6 連行車両の走行速度 v による $\sigma_y(l/2, t)$ の変化 ($l=40\text{ m}$, $f_0=3\text{ Hz}$)

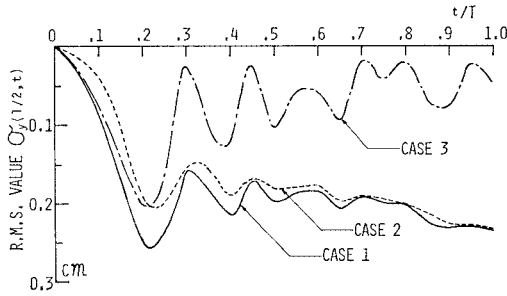


図-7 橋面不整と車両初期条件との組合せによる $\sigma_y(l/2, t)$ の変化

($l=40$ m, $f_0=3$ Hz, $v=10$ m/sec)

囲で、明らかに v の増加とともに $\sigma_{y,\max}$ の値も増大している。

d) 橋面不整および車両初期条件の効果

橋梁上を走行する車両の主な加振源は、橋面不整および橋梁への進入時の車両初期条件と考えられ、本論ではこれらを確率量として扱っている。上述の a)～c) の数値計算は、これらの効果を 5. の Case 1 (式 (41)) により与えて行ったものであるが、 $l=40$ m, $f_0=3$ Hz, $v=10$ m/sec の場合について、Case 1 による $\sigma_y(l/2, t)$ を Case 2 (静止車両初期条件) および Case 3 (橋面不整なし) の結果と比較すれば、図-7 のとおりである。Case 1 と Case 2 の差は車両初期条件の効果を示しており、先頭車両が橋梁に進入した直後には両者の差が大きい、時間の経過とともに両者は急速に接近する。橋面が完全に平滑な Case 3 の $\sigma_y(l/2, t)$ は Case 1 のそれに比して非常に小さくなり、橋梁の走行荷重応答において路面不整は無視できない要素の一つであることがわかる。

(3) 単純桁橋の衝撃係数に関する考察

a) 衝撃係数の定義

連行自動車荷重による単純桁橋の衝撃係数を次式で定義する。

$$i = \frac{Y_{d,\max}}{Y_{s,\max}} - 1 \quad \dots\dots\dots (44)$$

ここに、 i : 衝撃係数, $Y_{s,\max}$: 支間中央点の静たわみの最大値, $Y_{d,\max}$: 支間中央点の動たわみの最大値。

式 (18) より、支間中央点の動たわみが次式で表わされる。

$$Y(l/2, t) = Y_s(l/2, t) + y(l/2, t) \quad \dots\dots\dots (45)$$

上式の $y(l/2, t)$ は平均値が零、分散 $\sigma_y^2(l/2, t)$ が式 (21) より与えられる確率量であり、これが正規分布するものと仮定すれば、 $|Y(l/2, t) - Y_s(l/2, t)|$ が $\sigma_y(l/2, t)$, $2\sigma_y(l/2, t)$, $3\sigma_y(l/2, t)$ を超える確率は周知のようにそれぞれ 31.73%, 4.55%, 0.27% である。本計算に用いる図-2 の大型自動車荷重列は、通常の走行状態

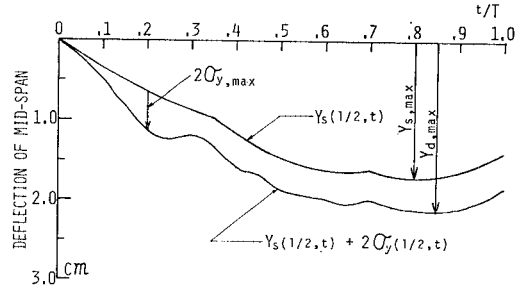


図-8 $Y_s(l/2, t)$ と $Y_d(l/2, t)$ の時間的变化

($l=40$ m, $f_0=3$ Hz, $v=10$ m/sec)

ではほとんど生じることのない安全側の載荷状態であること²¹⁾を考慮して、ここでは式 (44) の $Y_{d,\max}$ を次式で表わすことにする。

$$Y_{d,\max} = [Y_s(l/2, t) + 2\sigma_y(l/2, t)]_{\max} \quad \dots\dots\dots (46)$$

いま、 $Y_s(l/2, t)$ と $\sigma_y(l/2, t)$ が最大値をとる時刻をそれぞれ t_s , t_σ とすれば、 $t_s = t_\sigma$ の場合に限り式 (44) は、

$$i = \frac{Y_{s,\max} + 2\sigma_{y,\max}}{Y_{s,\max}} - 1 = \frac{2\sigma_{y,\max}}{Y_{s,\max}}$$

となる。しかし、図-3 にみるように t_s と t_σ は一般に大きく異なるので、上式より得られる i 値は設計衝撃係数としてきわめて過大になる。

そこで、6. (2) の各計算例において $Y_s(l/2, t)$ と $Y_d(l/2, t) = Y_s(l/2, t) + 2\sigma_y(l/2, t)$ とをプロットして比較すれば、連行車両に対する単純桁橋の動的応答において常に、

$$Y_{d,\max} \simeq Y_d(l/2, t_s) = Y_{s,\max} + 2\sigma_y(l/2, t_s)$$

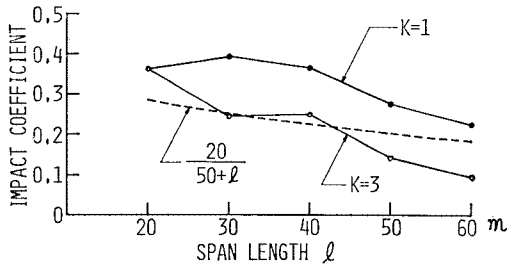
の関係が成立することが確認される。図-8 は、 $l=40$ m, $f_0=3$ Hz, $v=10$ m/sec の場合の一例である。したがって、式 (44) より次式が得られる。

$$i = \frac{Y_{s,\max} + 2\sigma_y(l/2, t_s)}{Y_{s,\max}} - 1 = \frac{2\sigma_y(l/2, t_s)}{Y_{s,\max}} \quad \dots\dots\dots (47)$$

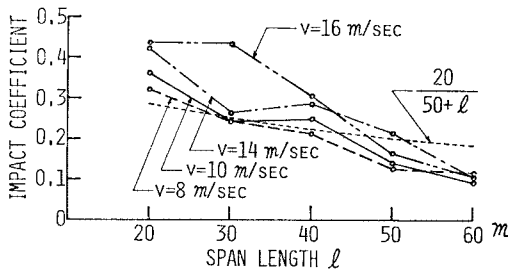
上式の $\sigma_y(l/2, t_s)$ は、式 (21) および (37) の x を $l/2, t$ を t_s とおくことにより容易に求められ、以下の数値計算においては式 (47) を連行自動車荷重に対する単純桁橋の衝撃係数算定式として使用する。

b) 車両台数の増加による衝撃係数の逓減について

6. (2) a) で述べたように、連行車両の台数が増せば静的最大たわみ $Y_{s,\max}$ は増大するが、動的増加たわみの r.m.s. 値 $\sigma_y(l/2, t)$ は車両台数の影響をあまり受けない。したがって、式 (47) により衝撃係数 i を算定すれば、車両台数の増加による i の逓減効果が顕著に表われることになる。図-9 は、車両パラメーターを $f_0=3$ Hz, $v=10$ m/sec とし、単一車両と連行車両に対する i 値をそれぞれ支間 $l=20\sim60$ m の橋梁について求め、比較したものである。単一車両に対する i 値は、20 m



図—9 単一車両と連行車両に対する衝撃係数
($f_0=3\text{ Hz}$, $v=10\text{ m/sec}$)



図—10 車両走行速度 v による衝撃係数の変化
($f_0=3\text{ Hz}$)

を超えるすべての支間について、連行車両に対する i 値を大きく上回っており、設計衝撃係数は連行車両に対する橋梁の動的応答に基づいて規定すべきことがわかる。

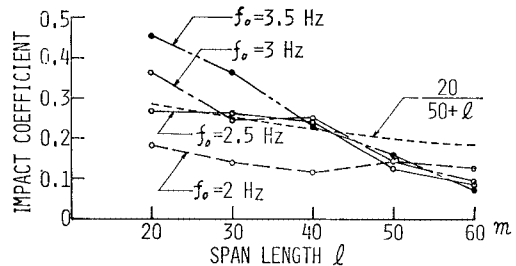
c) 車両走行速度が衝撃係数に及ぼす影響

図—10 は、車両走行速度 v をパラメーターとして、固有振動数 $f_0=3\text{ Hz}$ の連行車両に対する衝撃係数 i を示したものである。橋梁の支間 l が 30 m 程度以下の場合には i 値に及ぼす v の影響が著しくかつ v が大きいほど i も大きくなるが、 $l > 40\text{ m}$ の場合には v の影響が小さくなる。前掲の図—6 からわかるように、 v の増加とともに r.m.s. 値 $\sigma_y(l/2, t)$ の最大値も大きくなるが、式 (47) で定義される衝撃係数に直接影響する $\sigma_y(l/2, t_0)$ と v との相関関係はあまり明白でなく、図—10 のように $i-l$ 曲線が交差する場合もある。

道路橋の L-20 荷重は、通常の走行状態でなく、ある程度の交通渋滞時を想定した載荷状態であるから、設計衝撃係数の算定を目的とする場合には v の値をそれほど大きくする必要はなく、ただだか $v=10\text{ m/sec}$ 程度にとればよいと思われる。

d) 車両の固有振動数が衝撃係数に及ぼす影響

図—11 は、連行車両の固有振動数 f_0 をパラメーターとして、支間 $l=20\sim 60\text{ m}$ の橋梁に対する衝撃係数 i の算定結果を示したものであり、 l が小さいほど f_0 の i 値に及ぼす影響は大きいことがわかる。 f_0 が小さい場合には i 値も小さくなり、かつ支間の増大による i の減少勾配も緩やかであるが、 f_0 が大きい場合には、



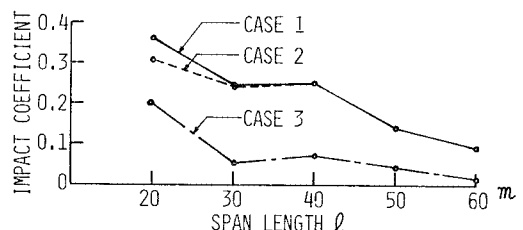
図—11 車両固有振動数 f_0 による衝撃係数の変化
($v=10\text{ m/sec}$)

支間の増大に伴って i 値は急速に減少する。現行道路橋示方書に規定された鋼橋の衝撃係数 $20/(50+l)$ は、支間増による減少勾配が緩いため $l > 50\text{ m}$ の場合に過大な値を与えるようであり、逆に $l < 30\text{ m}$ の短支間橋梁において f_0 が 3 Hz 以上の場合に衝撃係数を過小評価するおそれがあるといえよう。なお、図—4 および図—5 に示したように、 f_0 が橋梁の固有振動数 f_n に近いとき橋梁の応答値が大きくなる効果が衝撃係数にも現われるため、図—11 の $i-l$ 関係は必ずしも単調な減少曲線となっていない。

各国の設計示方書に規定された道路橋の衝撃係数を比較した文献 22) によれば、西ドイツの規定値は支間の増大に伴う減少勾配が特に大きくなっている。支間が増大すれば活荷重応力と死荷重応力の比は小さくなるので、 i の減少と併せ考えて、西ドイツの示方書におけるように、支間がある限度を超えると $i=0$ とすることも首肯できる。

e) 橋面不整および車両初期条件の効果

橋面不整および連行車両の初期条件が単純桁橋の衝撃係数に及ぼす影響を調べるため、5. の Case 1~3 に対する i 値を算定し、結果を図—12 に示した。橋面不整が考慮された Case 1 および 2 に比して、車両のランダム初期条件のみを与え橋面は平滑とする Case 3 の i 値はきわめて小さいことがわかる。すなわち、支間が 20 m 以上の橋梁の衝撃係数に関しては、各車両の初期条件よりも橋面不整の効果はるかに支配的であるといえる。



図—12 橋面不整と車両初期条件との組合せによる衝撃係数の変化
($f_0=3\text{ Hz}$, $v=10\text{ m/sec}$)

7. 結 び

本研究における解析理論の特長および数値計算に用いた橋梁・荷重・路面モデルから得られた成果を要約すれば以下のとおりである。

(1) 連行車両と単純桁橋との連成ランダム振動に関する一解析法を提示し、非定常応答に基づく橋梁の動的増加たわみおよび衝撃係数の確率論的評価の問題を取扱った。本法によれば、従来の多くの研究にみられるように運動方程式を逐次数値積分する必要がなく、指定された任意時刻における非定常ランダム応答の2乗平均値が、時間 t の関数として閉じた形で表現される。また、連行車両台数が増加しても、解析上の未知量(橋梁の応答を時間領域のフーリエ級数に展開したときの未定展開係数)は増加しないので、演算上の利点が大きいが、単純桁橋以外の形式の橋梁に対しても、その固有振動モードを正弦級数で表わせば^{9),10)}、本法をそのまま拡張応用することができる。

(2) 単純鋼桁橋の走行荷重応答には路面不整および橋梁と車両の振動の連成効果が大きな影響を及ぼし、また走行車両台数の増加に伴う衝撃係数の逓減効果が顕著に現われる。路面不整を考慮するとき、橋梁に進入する際の各車両の初期条件は、ここで考察の対象とした支間20 m以上の橋梁では進入直後の動的応答には影響するが、本論で定義する衝撃係数にはほとんど影響を及ぼしていない。しかし、20 m未満の短支間の橋梁を対象とする場合は、伸縮装置による不整の影響を含めて、車両の初期条件が衝撃係数に大きな影響を及ぼすものと思われる。

(3) 連行自動車荷重による単純鋼桁橋支間中央点における動的増加たわみのr.m.s.値は、先頭車両が橋梁に進入した直後に最大値 $\sigma_{y,max}$ をとることが多いが、そのときの中央点の静たわみは小さいので、 $\sigma_{y,max}$ を設計衝撃係数の指標として用いるのは適当でない。本論では、式(47)を衝撃係数の算定式として用いた。

(4) 標準的な単純鋼桁橋の1次固有振動数と15~20 t級の大形車両の固有振動数とは、かなり接近した値をとる場合がある。支間30 m以下の単純鋼桁橋の衝撃係数に対しては、車両の固有振動数が特に大きな影響を及ぼし、現行道路橋示方書に規定された衝撃係数をかなり上回ることがある。他方、支間50 m以上の場合の規定値は、パラメーターの各種の組合せに対する計算結果から判断して、衝撃係数を過大評価しているようである。

(5) 支間長の増大に伴う衝撃係数の逓減勾配にも、車両の固有振動数 f_0 が大きな影響を及ぼし、 f_0 値が

大きいほど勾配は急になる。現行道路橋示方書の衝撃係数の逓減勾配は、本論で扱った $2\text{ Hz} \leq f_0 \leq 3.5\text{ Hz}$ の範囲で、 $f_0=2.5\text{ Hz}$ に対する結果にもっとも近くなっている。

謝 辞: 本研究に関して、九州大学工学部の渡辺寿夫教授より有益なご助言をいただいた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 山田・小堀: 活荷重に対する道路橋の動的応答—衝撃係数に関する考察, 土木学会論文集, No. 148, pp. 40~50, 1967.12.
- 2) 吉村・田久: 連続桁橋の種々の走行荷重による動的応答, 土木学会第23回年次学術講演会講演概要集(第1部), pp. 473~476, 1968.10.
- 3) 小松・中井: アナログ計算機による曲線桁橋の動的応答解析, 土木学会論文報告集, No. 178, pp. 11~26, 1970.6.
- 4) Smith, J.W.: Finite Strip Analysis of the Dynamic Response of Beam and Slab Highway Bridges, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, No. 4, pp. 357~370, 1973.
- 5) 小松・川谷: 斜張橋の自動車走行による動的応答と衝撃係数に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 275, pp. 13~28, 1978.7.
- 6) 平井: 結合法による弾性支承を有する連続ばりの動的解析, 土木学会論文集, No. 104, pp. 1~8, 1964.4.
- 7) 吉村・平井: ランガー桁の動的解析, 土木学会論文集, No. 101, pp. 1~14, 1964.1.
- 8) Nakai, H. and H. Kotoguchi: Dynamic Response of Horizontally Curved Bridges under Random Traffic Flows, 土木学会論文報告集, No. 244, pp. 117~128, 1975.12.
- 9) 小堀・梶川: 単一動荷重に対する道路橋の振動感覚, 土木学会論文報告集, No. 248, pp. 11~23, 1976.4.
- 10) Fryba, L.: Non-Stationary Response of a Beam to a Moving Random Force, Journal of Sound and Vibration, Vol. 46, No. 3, pp. 323~338, June 1976.
- 11) 小堀・梶川: 振動感覚を評価するためのアーチ橋の動的応答スペクトル, 土木学会論文報告集, No. 251, pp. 127~130, 1976.7.
- 12) 吉村・彦坂・内容: 単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析, 土木学会論文報告集, No. 258, pp. 35~44, 1977.2.
- 13) 岡林: 不規則走行荷重による橋梁の非定常応答解析, 土木学会第32回年次学術講演会講演概要集(第1部), pp. 348~349, 1977.10.
- 14) Hikosaka, H., T. Yoshimura and T. Uchitani: Non-Stationary Random Response of Bridges to a Single Load Moving on Uneven Road Surfaces, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 26, pp. 373~381, March 1978.
- 15) 成田・桂樹・江本: 路面凹凸を考慮した橋梁の衝撃係数, 土木技術資料, Vol. 20, No. 3, pp. 27~32, 1978.3.
- 16) 池田・彦坂・内容: 路面凹凸を考慮した単純桁橋の走行荷重応答に関するパラメトリック解析, 土木学会第33回年次学術講演会講演概要集(第1部), pp. 530~531, 1978.9.
- 17) Biggs, J.M., H.S. Suer, et al: The Vibration of Simple Span Highway Bridges, Proc. ASCE, ST 2, pp. 1186-1~1186-32, March 1957.

- 18) Walker, W.H. : Model Studies of the Dynamic Response of a Multigirder Highway Bridge, Engineering Experiment Station Bulletin No. 495, University of Illinois, 1968.
- 19) 彦坂・内谷・米田 : 並列主桁曲線橋の走行荷重応答解析, 九州大学工学集報, 48 巻 3 号, pp. 183~189, 1975.6.
- 20) Clough, R.W. and J. Penzien : Dynamics of Structures, McGraw-Hill, pp. 482~494, 1975.
- 21) 国広・朝倉・井上 : 設計活荷重に関する研究—交通荷重の実態と橋梁設計への適用—, 土木研究所資料, 701 号, 1971.11.
- 22) 日本道路協会 : 道路橋示方書・同解説, pp. 8~20, 1973.2.
- 23) Hikosaka, H., T. Yoshimura and T. Uchitani : Non-Stationary Random Response of Bridges to a Series of Moving Vehicle Loads, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 28 (投稿中).
- 24) 大内・彦坂・内谷 : 車両-橋梁系の連成非定常ランダム応答の一解法, 土木学会第 33 回年次学術講演会講演概要集 (第 1 部), pp. 536~537, 1978.9.

(1978.9.18・受付)
