

剛基礎底面の複素剛性に関する一解析法

A NUMERICAL METHOD DETERMINING DYNAMIC STIFFNESS
UNDER RIGID FOUNDATIONS RESTING ON AN ELASTIC HALF SPACE

北村 泰寿*・桜井 春輔**

By Yasutoshi KITAMURA and Shunsuke SAKURAI

1. ま え が き

基礎構造物の動的設計において、構造物と地盤の相互作用効果を評価することは重要な問題である。簡単には、地盤の動的な抵抗をばねとダッシュポットおよび付加質量よりなる系に置き換える。これに対して、地盤を弾性体と考え、地盤の動的な抵抗係数（以下、本論文では複素剛性とよぶ）を純理論的に求めた研究も多い。本論文は、この問題に関する1つの解法として、数理的な取り扱いがきわめて難解な、矩形底面をもつ剛基礎底面の複素剛性を求める近似解法を示したものである。

理論的研究は1936年のReissnerによる円形底面をもつ構造物の接触圧分布を仮定した振動問題に始まる¹⁾。矩形底面に対しては、田治見²⁾、小堀ら³⁾およびHolzlöhner⁴⁾の圧力分布を仮定した解析がみられる。近似解法を示した田治見の解析を除けば、いずれも二重Fourier変換を利用して載荷面中央の変位を求める式を誘導した。しかし、この式は特異点（レーレ極）を含む二重積分となり、その計算は容易ではない。一方、剛体構造物を考える場合、構造物底面と半無限体表面の接触面（以下、接触面と略す）における変位が与えられるとともに、接触面以外の半無限体表面の応力は0でなければならない。この混合境界値問題は接触圧を未知量とし、Fourier変換、Hankel変換あるいはGreen関数を利用して誘導される積分方程式を解く問題に帰着する。

まず、最初に解析の対象となったものは、軸対称問題となる剛円盤のねじり、上下振動、および2次元問題となる剛体帯の上下、ロッキング振動である。Awojobiら⁵⁾はFourier変換、またはHankel変換を利用して連立の積分方程式を誘導し、べき級数を用いて解を得た。その後、Robertson⁶⁾は剛円盤について、Karasudhi

ら⁷⁾は剛体帯についてAwojobiらの解法をさらに発展させた。その解法では、連立積分方程式を1つの第2種Fredholm積分方程式に変換し、さらに連立一次方程式の解を求める問題に帰着させた。また、非軸対称問題となる剛円盤の水平、ロッキングあるいは水平・ロッキング振動に対する解析はLucoら¹⁰⁾によって行われている。以上の研究は、解析を容易にするために、摩擦等による接触面の変位に対する拘束注1)を無視した場合を取り扱っている。一方、拘束を考慮した場合の剛体帯の振動に対して、Oien¹¹⁾、Lucoら¹²⁾は、Green関数を用いて連立した第1種Fredholm積分方程式を誘導した。Oienは静的な場合の解を基本に選んだTschebyscheffの多項式を用いて解を表わした。これに対して、Lucoらは数理的に変形して第2種Fredholm積分方程式を導き、前述のKarasudhiらと同様の解法を利用した。

ところで、矩形底面をもつ剛体構造物の場合、接触圧を未知量とする二重積分方程式を解かなければならない。しかし、この積分方程式は解析的に解けないため、なんらかの近似解法によらざるを得ない。Awojobiら¹³⁾は、二重Fourier変換を利用して誘導した連立二重積分方程式と、剛円盤の振動に対する式との類似性を利用して近似解法を示した。また、Green関数を利用して得られる積分方程式を次に述べるような分割法によって解くことも考えられている。接触面を有限個の要素に分割し、各要素内での接触圧を一定として、影響係数注2)を用いて全要素の接触圧による変位を重ね合わせる。そして接触面における変位の境界条件から、各要素の未知接触圧に関する連立一次方程式を解く問題に帰着させる。

注1) 上下、ロッキング振動に対しては接触面の摩擦による水平変位の拘束、水平振動に対しては加振方向以外の変位の拘束を本論文では接触面の変位に対する拘束と総称する。

注2) 矩形載荷面に作用する単位等分布加振力によって生じる任意点の変位を、Green関数と区別して、本論文では影響係数とよぶ。

* 正会員 工修 神戸大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 Ph.D. 工博 神戸大学教授 工学部土木工学科

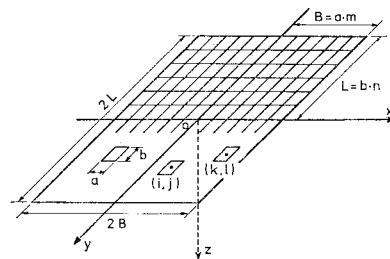
本論文は、この分割法による近似解法を示したが、分割法による解法自体は特に目新しいものではなく、影響係数の求め方に工夫が要求される。Elorduy ら¹⁴⁾は、上下振動の複素コンプライアンス（複素剛性の逆数に相当）を求めるため、各要素の接触圧を各要素の中央に集中力として作用させ、Pekeris¹⁵⁾の解を利用して影響係数を求めた。この場合、載荷点が特異点となることを避けるための工夫を行っているが、十分な精度を得るためには分割数を多く取らなければならない。これに対して、Wong ら^{16)・17)}は、前述の小堀らの解を利用し、各要素の等分布接触圧による各要素中央点の影響係数を求めた。しかし、この影響係数を求めるために、特異点を含む二重積分を数値計算しなければならない。この積分は、先にも述べたように簡単なものではなく、実務面からみると大きな障害になると考えられる。筆者らは、これらの諸点に注目して、接触面の摩擦を無視した場合の上下およびロッキング振動に対する複素剛性を求める近似計算法を提案した^{18)・19)}。その計算法では、影響係数を求める方法は Elorduy らと Wong らの中間的な方法に相当する。本論文は、前報をさらに進めて、接触面の変位に対する拘束を考慮した場合の複素剛性を解析するために、影響係数を近似的ではあるが精度よく求める方法を示した。なお、実際の基礎構造物を考えるとき、拘束を無視することは現実的ではない。しかし、解析解を得るための数理的変形の容易さ、あるいは本論文のように連立一次方程式の解に問題を帰着させたときの計算容量の縮小などの利点のため、しばしばこの拘束は無視される。そこで、計算例として、接触面の変位に対する拘束条件の違いが複素剛性にいかなる影響を与えるかを調べた。

2. 解析手法

半無限弾性体の表面に底面積 S の剛体構造物が存在する場合を考える。接触圧分布は、Green 関数を用いて得られる次式の積分方程式を解くことによって求まる。

$$u_\alpha(x, y) = \sum_{\beta=x,y,z} \iint_S G_{\alpha\beta}(x, y|\xi, \eta) q_\beta(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (\alpha : x, y, z) \dots\dots\dots(1)$$

ここで、添字 α は変位の方向、添字 β は接触圧の方向を表わし、 \sum は 3 方向の接触圧による変位の総和を意味する。 u_α は接触面 S 内の既知表面変位、 q_β は接触面 S 内の未知接触圧である。また、 $G_{\alpha\beta}(x, y|\xi, \eta)$ は Green 関数、すなわち半無限弾性体表面の (ξ, η) 点に作用する単位点加振によって表面の (x, y) 点に生じる変位である。しかるに、式 (1) の形のままでは既知変位 u_α に



図一 接触面の分割モデル

対する接触圧 q_β を解析的に求めることはできない。そこで、接触面を有限個の要素に分割し、この分割モデルに対して式 (1) の変形を考える。

いま、簡単のため、図一に示すような矩形的接触面に対する分割モデルを考える。また、この分割モデルについて、解析するうえでの仮定を次のように設ける。

- ① 各要素の位置は、その中央点の座標によって表わす。
- ② 各要素内での接触圧は等分布とする。
- ③ 各要素の変位は中央点の変位とする。

このとき、式 (1) は次式のように書き直される。

$$\bar{u}_\alpha(k, l) = \sum_{\beta=x,y,z} \left\{ \sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n \bar{G}_{\alpha\beta}(k, l|i, j) \bar{q}_\beta(i, j) \right\} \quad (k = -m \sim m, l = -n \sim n) \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 $\bar{u}_\alpha(k, l)$ は (k, l) 要素の変位、 $\bar{q}_\beta(i, j)$ は (i, j) 要素の等分布接触圧の大きさを表わす。また、 $\bar{G}_{\alpha\beta}(k, l|i, j)$ は (i, j) 要素の単位等分布加振による (k, l) 要素の変位を求める影響係数で次式のように表わされる^{2)・9)・16)}。

$$\bar{G}_{\alpha\beta}(k, l|i, j) = \iint_{S_{ij}} G_{\alpha\beta}(x_k, y_l|\xi, \eta) d\xi d\eta \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 S_{ij} は (i, j) 要素の面積を表わす。

次に、各要素の変位 $\bar{u}_\alpha(k, l)$ が既知であれば、式 (2) から各要素の接触圧 $\bar{q}_\beta(i, j)$ を未知量とする多元連立一次方程式が得られる。参考のため、上下振動、ロッキング振動、水平振動の 3 ケースについての境界条件を示す。まず、接触面の変位に対する完全な拘束を考えた場合については次のように与えられる。

上下振動：

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_z(k, l) &= \Delta e^{i\omega t} \\ \bar{u}_x(k, l) &= \bar{u}_y(k, l) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4 \cdot a)$$

ロッキング振動 (y 軸回り)：

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_z(k, l) &= \Omega x_k e^{i\omega t} \\ \bar{u}_x(k, l) &= \bar{u}_y(k, l) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4 \cdot b)$$

水平振動 (x 方向)：

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_x(k, l) &= \Delta e^{i\omega t} \\ \bar{u}_y(k, l) &= \bar{u}_z(k, l) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4 \cdot c)$$

一方、接触面の変位に対する拘束を無視した場合の境界

条件は次のようになる。

上下振動：

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_z(k, l) &= \Delta e^{i\omega t} \\ \bar{q}_x(k, l) &= \bar{q}_y(k, l) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5. a)$$

ロッキング振動 (y軸回り)：

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_z(k, l) &= \Omega x_k e^{i\omega t} \\ \bar{q}_x(k, l) &= \bar{q}_y(k, l) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5. b)$$

水平振動 (x方向)：

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_x(k, l) &= \Delta e^{i\omega t} \\ \bar{q}_y(k, l) &= \bar{q}_z(k, l) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5. c)$$

ここで、 Δ, Ω はそれぞれ加振方向への変位量および回転角を表わす。以上の条件より、拘束を考慮した場合には $(6 \times 2m \times 2n)$ 元、拘束を無視した場合には $(2 \times 2m \times 2n)$ 元の連立一次方程式が得られる。なお、接触圧は複素数となるため、得られる連立一次方程式の元数は、いずれも2倍となっている。また、それぞれのケースに対する複素剛性は次式で計算される。

$$K_{VV}(a_0) = \left(\sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n \bar{q}_z(i, j) S_{ij} \right) / \Delta \dots\dots\dots(6. a)$$

$$K_{MM}(a_0) = \left(\sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n \bar{q}_z(i, j) x_i S_{ij} \right) / \Omega \dots\dots\dots(6. b)$$

$$K_{HH}(a_0) = \left(\sum_{i=-m}^m \sum_{j=-n}^n \bar{q}_x(i, j) S_{ij} \right) / \Delta \dots\dots\dots(6. c)$$

ここで、 $a_0 = \omega B / V_s$ 、 ω は加振円振動数、 B は構造物底面の x 方向の半幅 (図-1 参照)、 V_s は横波の伝播速度である。また、 $K_{VV}(a_0)$ は上下振動、 $K_{MM}(a_0)$ は y 軸回りのロッキング振動、 $K_{HH}(a_0)$ は x 方向の水平振動に対する複素剛性である。

3. 影響係数

まず、影響係数を求めるのに先立ち、図-2 に示す座標系において、半無限弾性体表面の点加振による表面変位の式を示しておく。原点で上下方向に作用する点加振 $Q_z e^{i\omega t}$ による任意点 (x, y) の r 方向の水平変位 $u_{r,z}$ および上下変位 $u_{z,z}$ は次式のように求められる²⁰⁾。

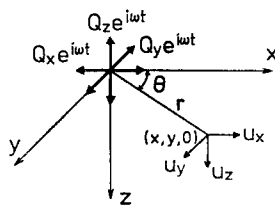


図-2 座標系

$$u_{r,z} = \frac{\kappa Q_z e^{i\omega t}}{2\pi G} \int_0^\infty \zeta^2 \frac{\{(2\zeta^2 - 1) - 2\sqrt{\zeta^2 - r^2} \sqrt{\zeta^2 - 1}\}}{F(\zeta)} \cdot J_1(\zeta \bar{\omega}) d\zeta \dots\dots\dots(7)$$

$$u_{z,z} = -\frac{\kappa Q_z e^{i\omega t}}{2\pi G} \int_0^\infty \frac{\zeta \sqrt{\zeta^2 - r^2}}{F(\zeta)} J_0(\zeta \bar{\omega}) d\zeta \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 $F(\zeta) = (2\zeta^2 - 1)^2 - 4\zeta^2 \sqrt{\zeta^2 - r^2} \sqrt{\zeta^2 - 1}$ ($\nu = 0.5$ の場合)、 $r = \sqrt{(1-2\nu)/2(1-\nu)}$ 、 $\kappa = \omega / V_s$ 、 $\bar{\omega} = \omega r / V_s = \kappa r$ 、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 、 G はせん断弾性係数、 ν はポアソン比、 $J_0(\zeta \bar{\omega})$ 、 $J_1(\zeta \bar{\omega})$ はそれぞれ 0 次、1 次の第 1 種 Bessel 関数である。また、 $u_{r,z}$ 、 $u_{z,z}$ の添字で 2 番目の添字 z は加振力の方向を表わす (以下、断りなくこの表示を用いる)。なお、 x 方向、 y 方向の水平変位 $u_{x,z}$ 、 $u_{y,z}$ は式 (7) を用いて次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} u_{x,z} &= u_{r,z} \cos \theta = u_{r,z}(x/r) \\ u_{y,z} &= u_{r,z} \sin \theta = u_{r,z}(y/r) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

また、原点で水平 x 方向に作用する点加振 $Q_x e^{i\omega t}$ による上下変位 $u_{z,x}$ 、 x 方向水平変位 $u_{x,x}$ および y 方向水平変位 $u_{y,x}$ はそれぞれ次式で求められる²¹⁾。

$$u_{x,x} = \frac{\kappa Q_x e^{i\omega t}}{4\pi G} \int_0^\infty \left[-\frac{\zeta \sqrt{\zeta^2 - 1}}{F(\zeta)} + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \right] \cdot J_0(\zeta \bar{\omega}) + \cos 2\theta \left[\frac{\zeta \sqrt{\zeta^2 - 1}}{F(\zeta)} + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \right] \cdot J_2(\zeta \bar{\omega}) d\zeta \dots\dots\dots(10)$$

$$u_{y,x} = \frac{\kappa Q_x e^{i\omega t}}{2\pi G} \sin \theta \cos \theta \int_0^\infty \left[\frac{\zeta \sqrt{\zeta^2 - 1}}{F(\zeta)} + \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \right] \cdot J_2(\zeta \bar{\omega}) d\zeta \dots\dots\dots(11)$$

$$u_{z,x} = -\frac{\kappa Q_x e^{i\omega t}}{2\pi G} \cos \theta \int_0^\infty \frac{\zeta^2 \{(2\zeta^2 - 1) - 2\sqrt{\zeta^2 - r^2} \sqrt{\zeta^2 - 1}\}}{F(\zeta)} \cdot J_1(\zeta \bar{\omega}) d\zeta \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 $J_2(\zeta \bar{\omega})$ は 2 次の第 1 種 Bessel 関数である。一方、原点で水平 y 方向に作用する点加振 $Q_y e^{i\omega t}$ による各変位は、式 (10)~(12) において、 x, y の記号を入れ換え、 θ の代りに $(\pi/2 - \theta)$ とおけば得られる。

次に、本論文では、載荷要素以外の要素に対する影響係数と載荷要素に対する影響係数に分けて取り扱う。

(1) 載荷要素以外の要素に対する影響係数

前章の解析手法において設けた仮定に、次のような仮定を新たに追加する。載荷要素以外の要素の変位を計算する場合、等分布接触圧を Saint-Venant の定理によって要素の中心点に作用する集中力として扱う。なお、集中力に置き換えるという点は、Elorduy ら¹³⁾ と同じ仮定となる。次に、筆者らは、剛基礎底面の静的接触圧分布を求めるために、すでにこの考え方を用いており²²⁾、その際に行った定式化を動的な場合に拡張する。このため、式 (7)~(12) を次式のように、Boussinesq および Cerruti の式を拡張した形で表現する。

$$\begin{aligned} u_{x,z} &= -\frac{Q_z e^{i\omega t}}{4\pi G} \cdot \frac{(1-2\nu)x}{r^2} [e_1 + ie_2] \\ &= -\frac{Q_z e^{i\omega t}}{4\pi G} \cdot \frac{(1-2\nu)x}{r^2} \sqrt{e_1^2 + e_2^2} e^{-i\varphi_e} \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

$$u_{y,z} = -\frac{Q_z e^{i\omega t}}{4\pi G} \cdot \frac{(1-2\nu)y}{r^2} \sqrt{e_1^2 + e_2^2} e^{-i\varphi_e} \dots\dots\dots(14)$$

$$u_{z,z} = \frac{Q_z e^{i\omega t}}{2\pi G} \cdot \frac{(1-\nu)}{r} \sqrt{f_1^2 + f_2^2} e^{-i\varphi_f} \dots\dots(15)$$

$$u_{x,x} = \frac{Q_x e^{i\omega t}}{2\pi G} \left\{ \frac{(1-\nu)}{r} \sqrt{g_1^2 + g_2^2} e^{-i\varphi_g} + \frac{\nu x^2}{r^3} \sqrt{h_1^2 + h_2^2} e^{-i\varphi_h} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

$$u_{y,x} = \frac{Q_x e^{i\omega t}}{2\pi G} \cdot \frac{\nu xy}{r^3} \sqrt{h_1^2 + h_2^2} e^{-i\varphi_h} \dots\dots(17)$$

$$u_{z,x} = \frac{Q_x e^{i\omega t}}{4\pi G} \cdot \frac{(1-2\nu)x}{r^2} \sqrt{e_1^2 + e_2^2} e^{-i\varphi_e} \dots\dots\dots(18)$$

ここで、偏角はそれぞれ $\varphi_e = -\tan^{-1}(e_2/e_1)$, $\varphi_f = -\tan^{-1}(f_2/f_1)$, …… である。なお、式 (13), (14), (18) において、 $\nu=1/2$ のときは $e_{11}=(1-2\nu)e_1$, $e_{22}=(1-2\nu)e_2$ に置き換える。また、水平 y 方向点加振 $Q_y e^{i\omega t}$ による各変位は、式 (16)~(18) において、 x, y の記号を入れ換えればよい。

次に、ここで得られた各変位の周波数あるいは振源距離の変化に対する挙動を調べる。図-3~6 は、変位の値を図示する代りに、 e_1+ie_2 , f_1+if_2 , g_1+ig_2 および h_1+ih_2 の絶対値と偏角を無次元周波数 $\bar{\omega}=\omega r/V_s$ に対して調べたものである。なお、これらの絶対値と偏角は、式 (7)~(12) の特異点を含む無限積分を主値積分と留数に分け、数値計算によって求めた。主値積分を数値積分する際の積分のきざみ幅、積分値の収束判定などは野嶋ら²³⁾の方法を参考にした。また、静的な場合 ($\omega=0$) に近づくとき、図-3~6 の絶対値は 1 (ただし、図-3 の $\nu=1/2$ は 0)、偏角は 0 となり、式 (13)~(18) は Boussinesq および Cerruti の解に一致することが容易にわかる。一方、影響係数 $\bar{G}_{\alpha\beta}(k, li, j)$ は、式 (13)~(18) および $Q_y e^{i\omega t}$ に対する各変位式の x, y, r に要素中心間の距離

$$x_{ki} = x_k - x_i, \quad y_{lj} = y_l - y_j, \quad \sqrt{x_{ki}^2 + y_{lj}^2}$$

を代入すれば得られる。このようにして得られる影響係数の精度を調べるため、上下方向加振による上下変位を例にとり、点加振による変位と等分布加振による変位を比較する。なお、等分布上下加振による上下変位を求める厳密式は、二重 Fourier 変換を利用して次式のように得られる⁵⁾。

$$u_{z,z} = -\frac{Q_z e^{i\omega t}}{\pi^2 G a b \kappa} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{\zeta^2 - r^2}}{F(\zeta)} \cdot \frac{\sin\{(xa/2)\zeta \cos \theta\} \sin\{(xb/2)\zeta \sin \theta\}}{\zeta \sin \theta \cos \theta} \cdot e^{i\kappa z(\kappa \cos \theta + \nu \sin \theta)} d\theta d\zeta \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 a, b は図-1 に示す要素の x, y 方向の辺長である。表-1 は正方形要素 ($a=b$) に対して調べたもの

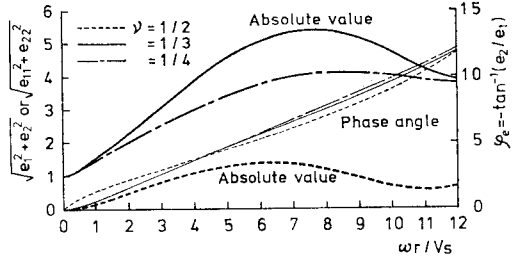


図-3 上下点加振による水平変位および水平点加振による上下変位における絶対値と偏角

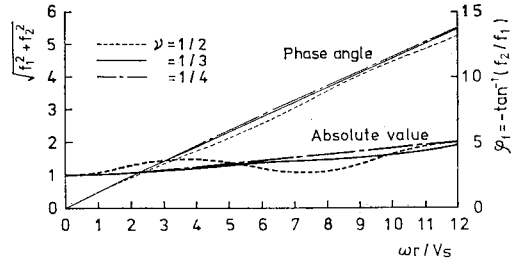


図-4 上下点加振による上下変位における絶対値と偏角

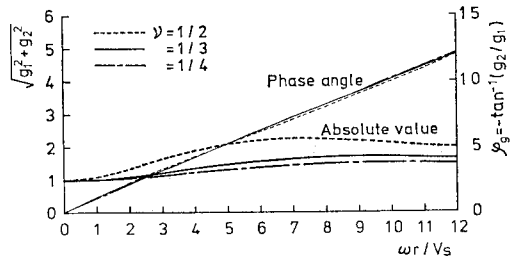


図-5 水平点加振による加振方向水平変位の第1項における絶対値と偏角

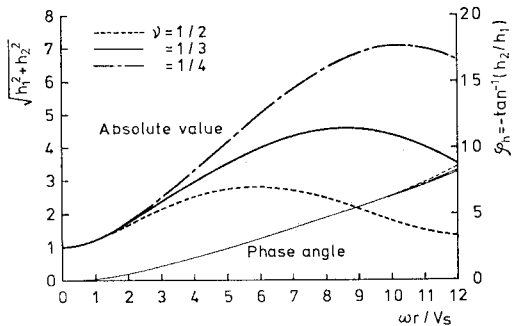


図-6 水平点加振による加振方向水平変位の第2項および加振直角方向水平変位における絶対値と偏角

であるが、荷要素に隣接する要素 ($x/a=1$) の変位でわずかに数 % の違いが生じているだけである。したがって、荷要素以外の要素に対する影響係数を求める際、等分布接触圧を Saint-Venant の定理によって要素の中心に作用する集中力として扱っても実用上問題のないことがわかる。本論文では、実務面での利用を考えて、式 (13)~(18) に現われる絶対値および偏角の数値 (図-

表一 載荷要素外の上下変位 (ν=1/4, 単位: (1-ν)Q_z/2πGa)

x/a	静的載荷		動的加振 (ωa/V _S =0.5)			
			絶対値 √F ₁ ² +F ₂ ²		位相角 tan ⁻¹ (F ₂ /F ₁)	
	分布荷重	集中荷重	分布荷重	集中荷重	分布荷重	集中荷重
1	1.038	1.000	1.045	1.004	-0.587	-0.621
2	0.505	0.500	0.508	0.510	-1.219	-1.237
3	0.333	0.333	0.347	0.348	-1.871	-1.852
5	0.200	0.200	0.221	0.222	-3.055	-3.059

3~6 の値) を【付録】に与えておく。なお、利用に際し、任意の ωr/V_S に対する値は付表の値を直線補間して求めれば十分である。

(2) 載荷要素に対する影響係数

式 (13)~(18) は r=0 で発散するため、載荷要素に対する影響係数は等分布加振による中央点の変位として求める。Wong ら¹⁶⁾ は二重 Fourier 変換を利用して変位を求める厳密式を誘導したが、本論文では次に述べるような方法を用いた。式 (13)~(18) で与えられる各変位を、相反作用の定理により (x, y) 点に作用する点加振によって原点 (要素中央点) に生じる変位と考え、要素面積に対する面積積分を行う。しかるに、等分布上下加振による水平変位、等分布水平加振による上下変位および加振直角方向の水平変位は 0 となることが容易に理解できる。たとえば、等分布上下加振の場合、原点の x 方向水平変位に与える各象限の加振力の影響は y 軸に関して逆対称 (y 方向水平変位に対しては、x 軸に関して逆対称) となる。したがって、要素面積に対して面積積分すれば、原点 (要素中央点) での水平変位は 0 となる。以上の事柄を考慮すると、載荷要素の中央点変位としては、等分布上下加振による上下変位、等分布水平加振による加振方向の水平変位のみを求めればよい。つまり、式 (15) および (16) (y 方向については同じ形の式となる) の要素面積に対する面積積分のみを考えればよい。しかし、これらの積分は容易ではないため、さらに本論文では次のように取り扱う。

まず、図-4 において式 (15) の絶対値 √f₁²+f₂² と偏角 φ_f の ωr/V_S に対する変化を詳しくみると、ωr/V_S < 1 の範囲に対して式 (15) を次式のように書き直すことができる。

$$u_{z,z} = \frac{Q_z e^{i\omega t}}{2\pi G} \cdot \frac{(1-\nu)}{r} e^{-iC_1(\omega r/V_S)} \dots \dots \dots (20)$$

つまり、ωr/V_S < 1 の範囲では、絶対値 √f₁²+f₂² は 1、偏角 φ_f は ωr/V_S に比例すると考えてよい。そして、偏角に対する比例定数 C₁ は図-4 より C₁ ≒ 1.23 となる。なお、式 (20) は田治見²⁾ によって提案された近似式 (ただし、C₁ の値は若干異なる) である。同様に、この考え方を水平加振による加振方向の水平変位にも適用する。図-5 より、式 (16) の第 1 項の絶対値

√g₁²+g₂² は 1、偏角 φ_g は ωr/V_S に比例する。一方、図-6 より多少近似度は悪くなるが、式 (16) の第 2 項の絶対値 √h₁²+h₂² は 1、偏角 φ_h は 0 とみなすことができる。したがって、本論文では、式 (16) を ωr/V_S の小さい範囲に対して次式のように書き直すことを提案する。

$$u_{x,x} = \frac{Q_x e^{i\omega t}}{2\pi G} \left\{ \frac{(1-\nu)}{r} e^{-iC_2(\omega r/V_S)} + \frac{\nu x^2}{r^3} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

ここで、偏角に対する比例定数 C₂ は、図-5 から、C₂ ≒ 1.10 となる。次に、式 (20), (21) を要素面積に対して面積積分すると、等分布加振による要素中央点の変位を求める近似式が次式のように得られる。

$$u_{z,z}^{(0)} = \frac{Q_z e^{i\omega t}}{2\pi G} \cdot \frac{4(1-\nu)}{abC_1\pi} \left[-i \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{a}{b} \right) \right\} + \int_0^{\tan^{-1}(b/a)} \left\{ \sin \left(\frac{C_1\kappa a}{2 \cos \theta} \right) + i \cos \left(\frac{C_1\kappa a}{2 \cos \theta} \right) \right\} d\theta + \int_0^{\tan^{-1}(a/b)} \left\{ \sin \left(\frac{C_1\kappa b}{2 \cos \theta} \right) + i \cos \left(\frac{C_1\kappa b}{2 \cos \theta} \right) \right\} d\theta \right] \dots \dots \dots (22)$$

$$u_{x,x}^{(0)} = \frac{Q_x e^{i\omega t}}{2\pi G} \cdot \frac{4(1-\nu)}{abC_2\pi} \left[-i \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{a}{b} \right) \right\} + \int_0^{\tan^{-1}(b/a)} \left\{ \sin \left(\frac{C_2\kappa a}{2 \cos \theta} \right) + i \cos \left(\frac{C_2\kappa a}{2 \cos \theta} \right) \right\} d\theta + \int_0^{\tan^{-1}(a/b)} \left\{ \sin \left(\frac{C_2\kappa b}{2 \cos \theta} \right) + i \cos \left(\frac{C_2\kappa b}{2 \cos \theta} \right) \right\} d\theta + \frac{\nu C_2\kappa b}{2(1-\nu)} \cdot \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \right| \right] \dots \dots \dots (23)$$

ここで、u_{z,z}⁽⁰⁾, u_{x,x}⁽⁰⁾ はそれぞれ載荷要素中央点の上下変位、x 方向水平変位である。一方、y 方向水平変位 u_{y,y}⁽⁰⁾ は式 (23) において a, b を入れ換えれば得られる。なお、式 (22), (23) の積分は sin(K/cos θ), cos(K/cos θ) を次式のように展開して行う。

$$\left. \begin{aligned} \int \sin \left(\frac{K}{\cos \theta} \right) d\theta &= KD_1 - \frac{K^3}{3!} D_3 + \dots \\ &+ (-1)^n \frac{K^{2n+1}}{(2n+1)!} D_{2n+1} + \dots \\ \int \cos \left(\frac{K}{\cos \theta} \right) d\theta &= D_0 - \frac{K^2}{2!} D_2 + \dots \\ &+ (-1)^n \frac{K^{2n}}{(2n)!} D_{2n} + \dots \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

ただし、D_n = ∫ (cos θ)⁻ⁿ dθ (n=0, 1, 2, ...) である。

次に、式 (22), (23) によって求められる影響係数の

表-2 載荷要素中央点の変位 ($\nu=1/3$, 単位: $Q/2Ga$)

$\frac{\omega a}{V_s}$	上下変位				水平変位			
	実部		虚部 ($\times 10^{-1}$)		実部		虚部 ($\times 10^{-1}$)	
	厳密式	近似式	厳密式	近似式	厳密式	近似式	厳密式	近似式
0.0	0.187	0.187	0.0	0.0	0.234	0.234	0.0	0.0
0.05	0.187	0.187	0.032	0.033	0.235	0.234	0.030	0.029
0.25	0.186	0.186	0.162	0.163	0.233	0.233	0.150	0.146
0.50	0.185	0.183	0.323	0.323	0.231	0.231	0.298	0.289

精度を調べるため、二重 Fourier 変換を利用して次式のように求められた厳密式¹⁶⁾による値と比較する。

$$u_{z,z}^{(0)} = -\frac{4Q_x e^{i\omega t}}{\pi^2 Gab\kappa} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\zeta^2 - \gamma^2}}{F(\zeta)} \frac{\sin\{(\kappa a/2)\zeta \cos \theta\} \sin\{(\kappa b/2)\zeta \sin \theta\}}{\zeta \sin \theta \cos \theta} d\theta d\zeta \quad (25)$$

$$u_{x,x}^{(0)} = \frac{4Q_x e^{i\omega t}}{\pi^2 Gab\kappa} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} - \frac{\cos^2 \theta \sqrt{\zeta^2 - 1}}{F(\zeta)} \right\} \frac{\sin\{(\kappa a/2)\zeta \cos \theta\} \sin\{(\kappa b/2)\zeta \sin \theta\}}{\zeta \sin \theta \cos \theta} d\theta d\zeta \quad (26)$$

式 (25) は式 (19) において $x=0, y=0$ とおけば得られるものを再度書き直したものである。表-2 は正方形要素 ($a=b$) に対して調べたものであるが、厳密式による値と近似式による値との間には、水平変位の虚部において若干差異がみられる程度である。したがって、近似式を用いて載荷要素の影響係数を求めても実用上問題は無い。

4. 計算結果とその考察

本論文では、計算例として、構造物底面が正方形の場合のみを取り上げる。また、接触面の分割数は、その数を増し要素を小さくすれば厳密解に近づくわけであるが、ここでは $2m=2n=10$ (図-1 参照) として正方形要素を用いた。なお、筆者らはこの分割要素の大きさについての若干の検討結果をすでに報告しており¹⁹⁾、参考のためその概要を【付録】に示しておく。さらに、境界条件としては、先に述べた上下振動、ロッキング振動、水平振動の3ケースを対象とした。ところで、各ケースの接触圧分布は x 軸、 y 軸あるいは原点に関して対称もしくは逆対称になる。たとえば、上下振動の場合、上下および水平方向の接触圧はいずれも x 軸、 y 軸に関して対称である。このことを考慮すれば、未知接触圧に関する多元連立一次方程式は第1象限についてのみ作製すればよく、元数を大幅に縮小することができる。ここでは、接触面の変位に対する拘束を無視した場合で50元、拘束を考慮した場合で150元の連立一次方程式を解くことになる。

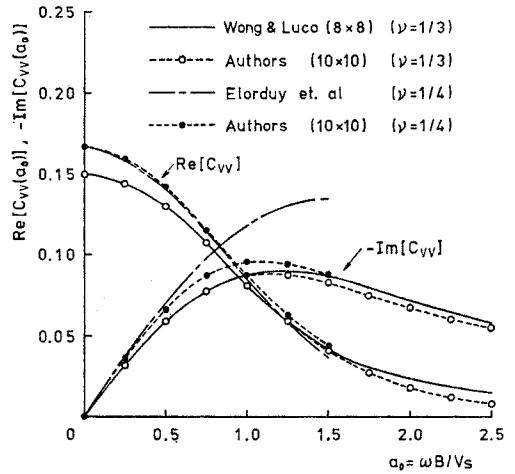


図-7 従来の研究との比較 (上下振動, $L/B=1$)

(1) 従来の研究との比較

すでに述べたように、本論文で用いた分割法は Elorduy ら¹⁴⁾と Wong ら¹⁶⁾によって利用されている。そこで、これらの計算結果と本論文で得られた結果を比較して図-7 (図の一部は前報¹⁹⁾から流用) に示す。なお、同図は既報の結果に合せて、次式で求められる上下振動の無次元複素コンプライアンス $C_{VV}(a_0)$ について比較したものである。

$$C_{VV}(a_0) = GB/K_{VV}(a_0) \quad (27)$$

また、同図の Elorduy らの結果は原論文¹⁴⁾からではなく、文献 1) から引用したものであることを断っておく。Elorduy らは、先にも述べたように各要素の接触圧をすべて集中力に置き換えたため、特異点である載荷点を避けて影響係数を求めるように工夫した。しかし、載荷要素中央点の変位の影響が一番大きいということを考慮すると、この点を避けて求める影響係数を用いた計算結果の精度は当然低下することになる。この問題を解決するためには、分割数を多くとり要素を小さくする必要がある。図-7 において、無次元周波数 $a_0 = \omega B/V_s$ の増加とともに、筆者らの結果と Elorduy らの結果との間に差異が生じてくるのは上記の理由によるものと考えられる。

一方、Wong らは影響係数を等分布接触圧による変位として求めており、本論文よりも厳密に取り扱っている。しかし、Wong らの結果と筆者らの結果を比較すると、図-7 より $\omega B/V_s$ の大きいところでわずかに差異がみられる程度である。この差異には、影響係数を厳密に求めたか否かの違いとともに、 $\omega B/V_s$ の増加に対する分割要素の大きさが関係している。つまり、【付録】に示す分割要素の大きさに対する検討結果より、分割数が計算結果の精度に影響を与えているものと考えられ

る。したがって、解法全体のバランスから考えて、影響係数のみを厳密に取り扱う Wong らの方法が必ずしも有用であるとは限らない。

(2) 接触面の変位に対する拘束の有無の比較

上下振動，ロッキング振動および水平振動に対して，式(6)で求まる複素剛性の実部，虚部を図-8~10に示す。なお，筆者らは，上下振動，ロッキング振動につい

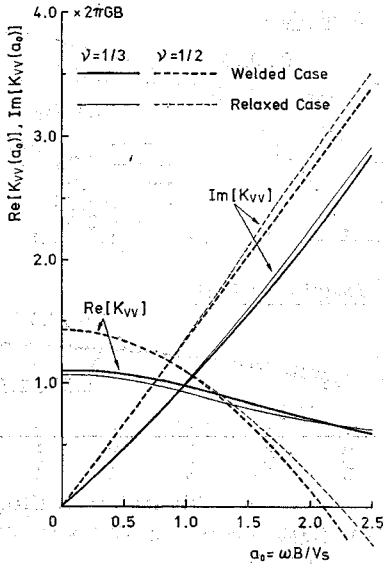


図-8 上下振動における複素剛性 ($L/B=1$)

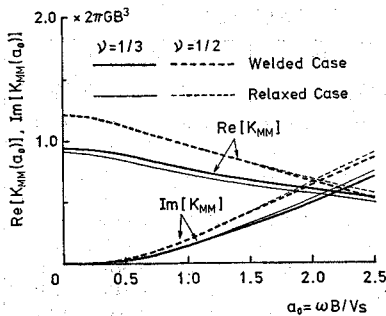


図-9 ロッキング振動における複素剛性 ($L/B=1$)

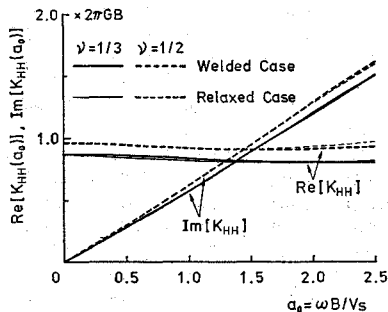


図-10 水平振動における複素剛性 ($L/B=1$)

て，接触面の摩擦を無視した場合の複素剛性と構造物底面の辺長比との関係をすでに報告した^{18), 19)}。したがって，本論文では，先に述べたように接触面の変位に対する拘束を無視した場合と完全な拘束を考慮した場合の複素剛性の比較を計算例として取り上げた。

まず，図-8の上下振動についてみると，本論文で調べた $\omega B/V_s \leq 2.5$ の範囲内では，複素剛性の実部，虚部ともに拘束の有無による差は少ない。しかし， $\omega B/V_s$ が増加するとともに，拘束の有無による差は大きくなる傾向にあると思われる。また， $\omega B/V_s$ の小さい値に対して，ポアソン比が $\nu=1/2$ に近づけば，複素剛性は拘束の有無に無関係となる。次に，図-9のロッキング振動においても，複素剛性の実部，虚部ともに拘束の有無による差は小さく，その傾向は上下振動の場合と同様である。なお，上下振動およびロッキング振動に対するこれらの結果は，Luco ら¹²⁾が調べた剛体帯の振動における傾向と一致している。一方，水平振動に対する境界条件は理論的にのみ存在するもので工学的な意義は少ないと思われるが，図-10に示すように複素剛性には拘束の有無による差がほとんどない。この結果も，Luco らの剛体帯の振動に対する結果と同様の傾向となっている。

以上の結果より，ポアソン比 ν および無次元周波数 $a_0 = \omega B/V_s$ が本論文で用いた範囲内では，接触面の変位に対する拘束を無視して複素剛性を求めてよいといえる。また，正方形底面に対する結果と Luco らの剛体帯に対する結果が同じ傾向にあることから，構造物底面の形状に多少の変化があっても上記の結果は一般性を失うことなくいえるものと思われる。なお， $\omega B/V_s$ が本論文より大きい範囲 ($\omega B/V_s > 2.5$) においては，【付録】の分割要素の大きさに対する検討結果からも分割数をさらに多くする必要がある。

5. あとがき

本論文は，矩形底面をもつ剛基礎底面の複素剛性を求める近似解法を示した。しかるに，近似解法としての分割法自体は一般的な方法であるため，本論文は影響係数の求め方に工夫を行った。まず，载荷要素以外の各要素に対する影響係数を求める場合，各要素の等分布接触圧は集中力に置き換えてよいことを示した。次に，影響係数を求める計算式を Boussinesq および Cerruti の式を拡張した形で表現し，計算に必要な数値を付表に与えた。なお，実務的な面から付表の値について関数近似を行うことなどが必要であると思われるが，これらの点は今後の課題としたい。一方，载荷要素に対する影響係数については，特異点を含む無限積分を必要としないで，

容易に影響係数を計算することができる近似式を提案した。

次に、計算例として構造物底面が正方形である場合のみを取り扱ったが、この分割法は任意形状の底面に対しても適用が可能である。さらに、計算した複素コンプライアンスは厳密に影響係数を求めた結果とほとんど差がなく、本論文の影響係数を求める近似的な方法は実用上なら問題がないといえる。また、無次元周波数 $\omega B/V_S$ が 2.5 以下の範囲に対して、接触面の変位に対する拘束の有無による複素剛性の差異は少なく、拘束を無視して複素剛性を計算してもよい。なお、この拘束を無視した場合の上下およびロッキング振動の複素剛性に関しては、さらに取り扱いが簡単な実用的計算法を前報^{(8), (19)}で提案しているので参照されたい。

最後に、卒業研究として本論文の計算にご協力を願った 富士田 潔君に深く感謝します。また、数値計算には、主として京都大学大型計算機センター FACOM M 190 を利用したことを付記し、関係各位に感謝の意を表します。

【付 録】

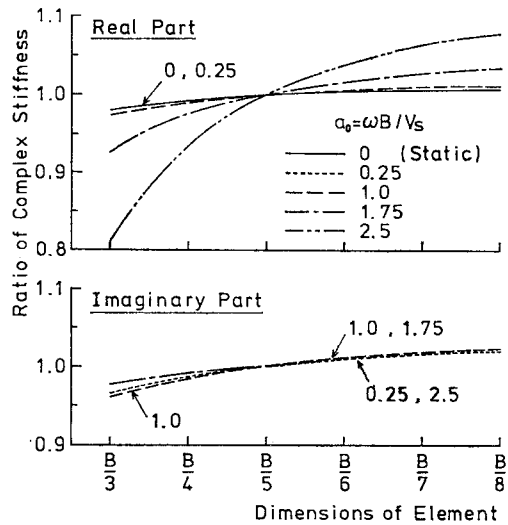
(1) 影響係数の計算に必要な絶対値と偏角の数表

付表-1~4 に与える数値は主値積分を数値積分する

付表-1 上下点加振による水平変位および水平点加振による上下変位における絶対値と偏角

$\frac{\omega r}{V_S}$	$\nu=1/4$		$\nu=1/3$		$\nu=1/2$	
	$\sqrt{e_1^2+e_2^2}$	φ_e	$\sqrt{e_1^2+e_2^2}$	φ_e	$\sqrt{e_{11}^2+e_{22}^2}$	φ_e
0.0	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.5	1.2023	0.1980	1.2295	0.2197	0.0570	0.9758
1.0	1.4798	0.6065	1.5596	0.6593	0.1692	1.4117
1.5	1.7521	1.0860	1.9121	1.1609	0.3111	1.8172
2.0	2.0156	1.5922	2.2834	1.6770	0.4701	2.2114
2.5	2.2722	2.1085	2.6709	2.1919	0.6362	2.6005
3.0	2.5224	2.6279	3.0674	2.7003	0.8009	2.9874
3.5	2.7648	3.1470	3.4634	3.2014	0.9565	3.3739
4.0	2.9963	3.6648	3.8483	3.6956	1.0963	3.7610
4.5	3.2140	4.1809	4.2108	4.1842	1.2145	4.1496
5.0	3.4148	4.6956	4.5402	4.6684	1.3064	4.5406
5.5	3.5964	5.2093	4.8262	5.1496	1.3684	4.9350
6.0	3.7546	5.7219	5.0620	5.6294	1.3982	5.3336
6.5	3.8884	6.2345	5.2395	6.1088	1.3952	5.7381
7.0	3.9975	6.7472	5.3500	6.5892	1.3604	6.1503
7.5	4.0729	7.2612	5.3989	7.0721	1.2949	6.5723
8.0	4.1171	7.7775	5.3812	7.5588	1.2028	7.0080
8.5	4.1304	8.2976	5.2988	8.0515	1.0889	7.4626
9.0	4.1169	8.8230	5.1557	8.5517	0.9601	7.9450
9.5	4.0806	9.3544	4.9634	9.0630	0.8263	8.4686
10.0	4.0285	9.8930	4.7319	9.5882	0.7017	9.0533
10.5	3.9654	10.4394	4.4832	10.1311	0.6066	9.7189
11.0	3.8989	10.9941	4.2415	10.6946	0.5653	10.4570
11.5	3.8374	11.5587	4.0345	11.2823	0.5902	11.2043
12.0	3.7879	12.1319	3.8913	11.8902	0.6693	11.8897

際のきざみ幅、積分値の収束判定条件などによって若干違うが、小数点以下 4 桁目が影響を受ける程度である。なお、付表の値は倍精度計算で求めたものであるが、単精度計算による場合は付表の値と違いが多少大きくなる。しかし、単精度で計算しても、たかだか小数点以下 3 桁目が影響を受ける程度である。



付図-1 分割要素の大きさによる複素剛性の精度 (上下振動)

付表-2 上下点加振による上下変位における絶対値と偏角

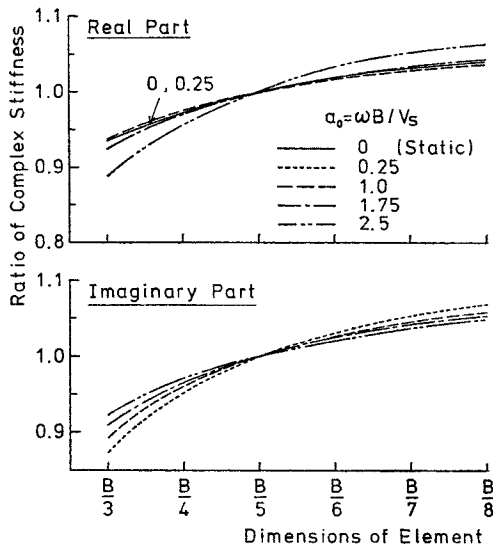
$\frac{\omega r}{V_S}$	$\nu=1/4$		$\nu=1/3$		$\nu=1/2$	
	$\sqrt{f_1^2+f_2^2}$	φ_f	$\sqrt{f_1^2+f_2^2}$	φ_f	$\sqrt{f_1^2+f_2^2}$	φ_f
0.0	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000
0.5	1.0051	0.6201	1.0065	0.6141	1.0270	0.6506
1.0	1.0199	1.2377	1.0257	1.2240	1.0996	1.2723
1.5	1.0433	1.8507	1.0556	1.8265	1.1986	1.8532
2.0	1.0743	2.4578	1.0933	2.4196	1.3027	2.3966
2.5	1.1113	3.0583	1.1358	3.0031	1.3949	2.9119
3.0	1.1528	3.6521	1.1803	3.5778	1.4629	3.4094
3.5	1.1976	4.2395	1.2243	4.1450	1.4991	3.8966
4.0	1.2442	4.8212	1.2659	4.7065	1.5000	4.3821
4.5	1.2916	5.3981	1.3036	5.2639	1.4662	4.8731
5.0	1.3390	5.9708	1.3368	5.8192	1.4021	5.3767
5.5	1.3862	6.5404	1.3652	6.3740	1.3167	5.9020
6.0	1.4325	7.1075	1.3898	6.9297	1.2231	6.4578
6.5	1.4781	7.6731	1.4121	7.4871	1.1393	7.0516
7.0	1.5236	8.2375	1.4332	8.0468	1.0667	7.6834
7.5	1.5686	8.8004	1.4556	8.6100	1.0828	8.3369
8.0	1.6151	9.3628	1.4799	9.1749	1.1348	8.9865
8.5	1.6615	9.9242	1.5106	9.7420	1.2337	9.6074
9.0	1.7094	10.4846	1.5476	10.3096	1.3639	10.1915
9.5	1.7584	11.0443	1.5927	10.8763	1.5069	10.7425
10.0	1.8092	11.6030	1.6456	11.4397	1.6484	11.2683
10.5	1.8621	12.1605	1.7068	12.0004	1.7779	11.7771
11.0	1.9171	12.7166	1.7726	12.5561	1.8886	12.2753
11.5	1.9741	13.2708	1.8450	13.1069	1.9772	12.7681
12.0	2.0326	13.8224	1.9205	13.6519	2.0436	13.2586

付表-3 水平点加振による加振方向水平変位の第1項における絶対値と偏角

$\frac{\omega r}{V_s}$	$\nu=1/4$		$\nu=1/3$		$\nu=1/2$	
	$\sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2}$	ϕ_θ	$\sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2}$	ϕ_θ	$\sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2}$	ϕ_θ
0.0	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000
0.5	1.0040	0.5472	1.0077	0.5688	1.0276	0.6518
1.0	1.0160	1.0927	1.0300	1.1330	1.1046	1.2784
1.5	1.0357	1.6348	1.0653	1.6892	1.2176	1.8677
2.0	1.0624	2.1720	1.1113	2.2352	1.3517	2.4207
2.5	1.0950	2.7031	1.1653	2.7701	1.4944	2.9440
3.0	1.1321	3.2274	1.2245	3.2940	1.6363	3.4453
3.5	1.1721	3.7450	1.2865	3.8080	1.7705	3.9308
4.0	1.2133	4.2562	1.3490	4.3132	1.8923	4.4053
4.5	1.2544	4.7619	1.4100	4.8110	1.9986	4.8726
5.0	1.2946	5.2629	1.4678	5.3026	2.0871	5.3354
5.5	1.3332	5.7599	1.5212	5.7892	2.1571	5.7958
6.0	1.3696	6.2535	1.5690	6.2721	2.2082	6.2555
6.5	1.4033	6.7440	1.6107	6.7521	2.2413	6.7160
7.0	1.4338	7.2320	1.6456	7.2300	2.2574	7.1785
7.5	1.4605	7.7177	1.6735	7.7067	2.2585	7.6439
8.0	1.4828	8.2018	1.6942	8.1827	2.2467	8.1130
8.5	1.5004	8.6849	1.7078	8.6586	2.2247	8.5864
9.0	1.5133	9.1674	1.7145	9.1350	2.1952	9.0648
9.5	1.5215	9.6500	1.7145	9.6125	2.1611	9.5482
10.0	1.5255	10.1328	1.7085	10.0915	2.1251	10.0369
10.5	1.5255	10.6163	1.6971	10.5725	2.0898	10.5306
11.0	1.5219	11.1006	1.6812	11.0558	2.0575	11.0287
11.5	1.5147	11.5859	1.6616	11.5419	2.0297	11.5307
12.0	1.5043	12.0724	1.6394	12.0310	2.0078	12.0356

付表-4 水平点加振による加振方向水平変位の第2項および加振直角方向水平変位における絶対値と偏角

$\frac{\omega r}{V_s}$	$\nu=1/4$		$\nu=1/3$		$\nu=1/2$	
	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	ϕ_h	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	ϕ_h	$\sqrt{h_1^2 + h_2^2}$	ϕ_h
0.0	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000
0.5	1.0609	0.0132	1.0639	0.0150	1.0603	0.0147
1.0	1.2286	0.0890	1.2353	0.0996	1.2197	0.0977
1.5	1.4740	0.2415	1.4758	0.2652	1.4364	0.2607
2.0	1.7738	0.4560	1.7549	0.4926	1.6758	0.4846
2.5	2.1141	0.7150	2.0536	0.7620	1.9153	0.7498
3.0	2.4861	1.0058	2.3605	1.0597	2.1401	1.0428
3.5	2.8829	1.3201	2.6676	1.3774	2.3406	1.3552
4.0	3.2977	1.6525	2.9687	1.7098	2.5098	1.6821
4.5	3.7231	1.9994	3.2585	2.0536	2.6431	2.0202
5.0	4.1520	2.3586	3.5317	2.4067	2.7374	2.3679
5.5	4.5760	2.7284	3.7836	2.7678	2.7910	2.7240
6.0	4.9887	3.1077	4.0091	3.1358	2.8034	3.0883
6.5	5.3839	3.4953	4.2032	3.5102	2.7758	3.4609
7.0	5.7551	3.8903	4.3617	3.8909	2.7099	3.8423
7.5	6.0944	4.2920	4.4818	4.2773	2.6089	4.2337
8.0	6.3965	4.6991	4.5591	4.6699	2.4777	4.6363
8.5	6.6521	5.1118	4.5917	5.0684	2.3215	5.0526
9.0	6.8529	5.5296	4.5778	5.4735	2.1476	5.4856
9.5	6.9921	5.9527	4.5165	5.8855	1.9646	5.9394
10.0	7.0647	6.3816	4.4068	6.3053	1.7833	6.4190
10.5	7.0690	6.8171	4.2533	6.7342	1.6168	6.9297
11.0	7.0063	7.2600	4.0558	7.1742	1.4801	7.4749
11.5	6.8808	7.7109	3.8233	7.6275	1.3885	8.0520
12.0	6.6971	8.1705	3.5627	8.0976	1.3531	8.6486



付図-2 分割要素の大きさによる複素剛性の精度 (ロッキング振動)

(2) 分割要素の大きさに対する検討

剛基礎底面が正方形であるときの上下およびロッキング振動について、分割要素の大きさが複素剛性に与える影響について調べたものが付図-1, 2である。計算は、正方形要素を用いて、接触面の摩擦を無視した場合につ

いて行った。複素剛性は $2m=2n=10$ (図-1 参照) の場合に対する比で示したが、高精度に複素剛性を求めるためには、分割要素をさらに小さくしなければならないことがわかる。なお、本論文で用いた分割要素の大きさおよび $\omega B/V_s$ の範囲に対する複素剛性の誤差は 10% 以内であろうと推測される。

参考文献

- 1) Richart, F.E., Hall, J.R. and R.D. Woods (岩崎敏男・嶋津晃臣共訳) : 土と基礎の振動, 鹿島出版会, pp. 207~248, 1975.
- 2) 田治見 宏 : 耐震理論に関する基礎的研究, 東京大学生産技術研究所報告, 第8巻, 第4号, pp. 170~215, 1959.
- 3) Thomson, W.T. and T. Kobori : Dynamical Compliance of Rectangular Foundations on an Elastic Half-Space, Journal of Applied Mechanics, Vol. 30, Trans. ASME, Vol. 85, pp. 579~584, 1963.
- 4) 小堀 鐸二・南井 良一郎・鈴木 有・日下部 馨 : 長方形基礎の Dynamical Ground Compliance (その1), 京都大学防災研究所年報, 第10号 A, pp. 283~314, 1967.
- 5) Holzlöhner, U. : Schwingungen des Elastischen Halbraums bei Erregung auf einer Rechteckfläche, Ingenieur-Archiv, Vol. 38, pp. 370~379, 1969.
- 6) Awojobi, A.O. and P. Groothuis : Vibration of Rigid Bodies on Semi-Infinite Elastic Media, Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 287, pp. 27~63, 1965.
- 7) Awojobi, A.O. : Harmonic Rocking of a Rigid Rectangular Body on a Semi-Infinite Elastic Medium, Journal of Applied Mechanics, Vol. 33, Trans.

- ASME, Vol. 88, pp. 547~552, 1966.
- 8) Robertson, I.A. : Forced Vertical Vibration of a Rigid Circular Disc on a Semi-Infinite Elastic Solid, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 62, Series A, pp. 547~553, 1966.
 - 9) Karasudhi, P., L.M. Keer and S.L. Lee : Vibratory Motion of a Body on an Elastic Half Plane, Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, Trans. ASME, Vol. 90, pp. 697~705, 1968.
 - 10) Luco, J.E. and R.A. Westmann : Dynamic Response of Circular Footings, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, Vol. 97, EM. 5, pp. 1381~1395, 1971.
 - 11) Oien, M.A. : Steady Motion of a Rigid Strip Bonded to an Elastic Half Space, Journal of Applied Mechanics, Vol. 38, Trans. ASME, Vol. 93, pp. 328~334, 1971.
 - 12) Luco, J.E. and R.A. Westmann : Dynamic Response of a Rigid Footing Bonded to an Elastic Half Space, Journal of Applied Mechanics, Vol. 39, Trans. ASME, Vol. 94, pp. 527~534, 1972.
 - 13) Awojobi, A.O. and P.H. Tabiowo : Vertical Vibration of Rigid Bodies with Rectangular Bases on Elastic Media, International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4, pp. 439~454, 1976.
 - 14) Elorduy, J., J.A. Nieto and E.M. Szekely : Dynamic Response of Bases of Arbitrary Shape Subjected to Periodic Vertical Loading, Proceedings of International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, Univ. of New Mexico, Albuquerque, pp. 105~121, 1967.
 - 15) Pekeris, C.L. : The Seismic Surface Pulse, Proceedings of the National Academy of Science of the U.S.A., Vol. 41, pp. 469~481, 1955.
 - 16) Wong, H.L. and J.E. Luco : Dynamic Response of Rigid Foundations of Arbitrary Shape, International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4, pp. 579~587, 1976.
 - 17) Wong, H.L. and J.E. Luco : Dynamic Response of Rectangular Foundations to Obliquely Incident Seismic Waves, International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 6, pp. 3~16, 1978.
 - 18) 北村泰寿・桜井春輔：長方形剛基礎底面の複素剛性について，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集，Ⅲ-156, pp.285~286, 1977.
 - 19) Kitamura, Y. and S. Sakurai : Dynamic Stiffness for Rectangular Rigid Foundations on a Semi-Infinite Elastic Medium, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 3, No. 2, pp. 159~171, 1979.
 - 20) Lamb, H. : On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Vol. 203, pp. 1~42, 1904.
 - 21) 田治見 宏：建物と地盤の相互作用（分担執筆），地震工学（金井 清他3名共著），彰国社，pp. 55~105, 1968.
 - 22) 桜井春輔・北村泰寿：長方形剛基礎底面の接触圧分布，土木学会論文報告集，第175号，pp. 59~73, 1970.
 - 23) 野嶋 治・田治見 宏・市川修三：建物と地盤の相互作用に関する基礎的研究，竹中技術研究報告，第9号，pp. 38~50, 1973.

(1978.11.6・受付)