

特性曲線法による出水解析について

—雨水の流出現象に関する水理学的研究 (第2報)—

准員 末石 富太郎*

ON THE RUN-OFF ANALYSIS BY THE METHOD OF CHARACTERISTICS HYDRAULIC STUDIES ON THE RUN-OFF PHENOMENA OF RAIN WATER, 2nd REPORT

(Trans. of JSCE No. 29 Dec. 1955)

Tomitarō Sueishi, C.E. Assoc. Member

Synopsis In this paper, the approximate method calculating the unsteady flow in open channels with uniform lateral inflow using the characteristic curves, described in the author's previous paper, is practically applied to the analysis of run-off phenomena in natural rivers, and a new method estimating the run-off from rainfall is established.

Application of this method to run-off analysis in the Daidō River in Japan shows that the method of characteristics is very available for the estimation of the run-off in rivers with relatively steep slopes.

要旨 前論文で横から様な流入のある開水路の不定流の計算法として特性曲線法を用いた近似法を提案したが、この論文ではこの方法をさらに実河川における出水解析に応用し、降雨量より流出量を求める新しい方法を考案した。この計算法を淀川水系瀬田川の支流である大戸川の出水解析に適用した結果、十分満足すべき成果が得られ、比較的急勾配の河川の流出量を算定するにあたって非常に有力な方法であることを示すことができた。

1. 序 論

河川の水源部における1本の流れを取り上げて考えると、地面に降つた雨から各種の損失部分を除いた有効部分は、斜面を流下して横から溪谷へ流入し、これらの小溪もつぎの溪谷へ横から流入するものと考えてよい。

このような流れを単純化した比較的急勾配の矩形断面水路に横から流入のある場合の不定流につき、著者らはすでに横からの流入量が一樣な場合¹⁾及びそれが時間的、距離的に変化する場合²⁾に対して特性曲線法を用いた近似計算法を提案し、実験結果ともよく一致することを明らかにした。

本文では、この特性曲線法を淀川水系瀬田川支流の大戸川に適用し、昭和28年9月の台風13号による出水を解析するとともに、この方法をさらに実用的で簡易な図式計算法に変形することを試み、実際河川で降雨量から流出量を推定する新しい合理的な計算法を提案することにした。

2. 横から流入のある一般断面水路の不定流に対する特性曲線法

前論文^{1), 2)}で述べた矩形断面水路に対する理論は、つぎのようにして一般断面水路の場合に拡張することができる。すなわち、運動方程式及び連続式はそれぞれ

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u \frac{\partial u}{\partial x} - (\alpha - 1) \frac{u}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} = g \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho R} - \frac{\alpha u q}{A} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \dots\dots\dots (2)$$

とあらわされる³⁾。ここに、 q : 流路の単位長さ当りの横からの流入量、 u : 平均流速、 A : 流水断面積、 h : 水深、 R : 径深、 Q : 流量、 α : 運動量の流速分布に対する補正係数、 θ : 水路の傾斜角、 ρ : 水の密度、 τ_0 : 底面摩擦応力、 g : 重力の加速度、 x : 距離、 t : 時間である。

(1) 厳密法 いま流水断面積 A と水深 h との関係が

$$A = Wh^m \dots\dots\dots (3)$$

とあらわされるものとする、連続式 (2) は

$$m \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} + m u \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{u h}{W} \frac{dW}{dx} = \frac{q h}{A} \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここに、係数 W は x の函数とし、指数 m は常数とする。簡単のために $\alpha=1$, $\cos \theta=1$ 及び $C = \sqrt{gh/m}$ とおけば、式 (1) 及び (4) からつぎの特性曲線式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} C_1: \frac{dx}{dt} &= u + c \text{ において} \\ \frac{d}{dt} (u + 2mc) &= g \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho R} - \frac{q}{A} (u - c) - \frac{uc}{W} \frac{dW}{dx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

* 京都大学、大学院研究奨学生、工学部土木工学教室

$$\left. \begin{aligned} C_2: \frac{dx}{dt} &= u - c \text{ において,} \\ \frac{d}{dt}(u - 2mc) &= g \sin \theta - \frac{\tau_0}{\rho R} - \frac{q}{A}(u+c) + \frac{uc}{W} \frac{dW}{dx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

初期条件及び境界条件を与えて $x \sim t$ 平面を C_1, C_2 の特性曲線群でおおい、差分法を用いて数値計算を行えば、 $x \sim t$ 平面上の各点の u, c 従つて h, A, Q などを求めることができる。しかし計算が非常に面倒になるので実用的ではない。

(2) 一様断面水路の場合の近似法 いま流入量が一樣で流路の勾配が比較的急な場合を考え、流れが等流に近いものと仮定して、Manning の粗度係数 n を用いて (1) の摩擦項を $\tau_0/\rho R = n^2 g u^2 / R^{4/3}$ とあらわし、また $\alpha = 1$ とすれば、前論文^{1), 2)} と同じ方法によつて式 (1) 及び (2) よりつぎのような第 2 近似の特性曲線式が得られる。

$$\frac{dx}{dt} = \left(1 + \frac{2}{3\beta}\right)u + \frac{(1-2/3\beta)uqR^{4/3}}{2n^2gAu + qR^{4/3}} \text{ において,} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{dA}{dt} = q \dots\dots\dots (8)$$

あるいは式 (7) と同じ特性曲線上において、

$$\frac{dQ}{dx} = q \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $\beta = (R/A)/(dR/dA)$ である。

また A と u の関係は次式によつて与えられる。

$$u = \sqrt{\left\{ \left(1 + \frac{2}{3\beta}\right) \frac{qR^{4/3}}{2n^2gA} \right\}^2 + \frac{R^{4/3}}{n^2} \sin^2 \theta - \frac{2(1-2/3\beta)u(qR^{4/3}/2n^2gA)^2}{u + qR^{4/3}/2n^2gA}} - \left(1 + \frac{2}{3\beta}\right) \frac{qR^{4/3}}{2n^2gA} \quad (10)$$

$q=0$ の場合には上の各式でそれぞれ $q=0$ とおけばよく、表示式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \left(1 + \frac{2}{3\beta}\right)u \text{ において,} \\ A &= \text{const. あるいは } Q = \text{const.} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$Q = Au = \frac{A}{n} R^{2/3} (\sin \theta)^{1/2} \dots\dots\dots (12)$$

となるので、特性曲線は直線となる。

流入量が時間とともに階段的に変化する場合とか流入量とともに流路条件が流れの方向に階段的に変化する場合には、 $x \sim t$ 平面において流入量及び流路条件が一定である範囲内で上の関係が成立する。しかし式 (10) よりわかるように、 q とか $n, \sin \theta, \beta$ が異なれば u と A の関係が違つてくるから、急に流入量あるいは粗度、勾配、断面形などの流路条件が変化してから、流れがつぎの領域における新しい u を A の関係に従うようになるまでには、ある程度の時間あるいは距離が必要である。

いま流入量あるいは粗度、勾配、断面形などが $x \sim t$ 平面上の点 (x_1, t_1) までは一様な値 $q_1, n_1, \sin \theta_1$ 及び W_1 であり、この点で急変して $q_2, n_2, \sin \theta_2$ 及び W_2 となつたものとし、特性曲線の過渡領域が $(x_1, t_1) \sim (x_2, t_2)$ であるとするとき、厳密法の式 (5) を差分表示したものをを用いると、

(A) q が q_1 から q_2 へ時間的に急変し、流れが等流に近いとき：

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= q_2(t_2 - t_1) + A_1 \\ \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} &= \frac{u_1 + u_2 + c_1 + c_2}{2} \\ u_2 - u_1 + 2m(c_2 - c_1) &+ \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{n_1^2 g u_1^2}{R_1^{4/3}} + \frac{n_2^2 g u_2^2}{R_2^{4/3}} - 2g \sin \theta_1 \right) + \frac{u_1 + u_2 - c_1 - c_2}{A_1 + A_2} q_2 \right\} (t_2 - t_1) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

(B) q, n, θ が q_1, n_1, θ_1 から q_2, n_2, θ_2 に距離的に変化し、 W が x_1 から x_2 の間で W_1 から W_2 に変化するものとし、流れが定常に近いとき：

$$\left. \begin{aligned} Q_2 &= q_2(x_2 - x_1) + Q_1 \\ \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} &= \frac{u_1 + u_2 + c_1 + c_2}{2} \\ u_2 - u_1 + 2m(c_2 - c_1) &+ \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{n_2^2 g u_1^2}{R_1^{4/3}} + \frac{n_2^2 g u_2^2}{R_2^{4/3}} - 2g \sin \theta_2 \right) + \frac{u_1 + u_2 - c_1 - c_2}{A_1 + A_2} q_2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$+ \frac{(u_1 + u_2)(c_1 + c_2)(W_2 - W_1)}{2(W_1 + W_2)(x_2 - x_1)} \} (t_2 - t_1) = 0$$

が近似的に成立するので、点 (x_1, t_1) における初期条件あるいは境界条件である u_1, c_1, A_1 及び Q_1 を与え、式 (13) あるいは式 (14) の各式を満すような x_2, t_2 及び点 (x_2, t_2) における u_2, c_2, A_2 及び Q_2 を求めることができ、過渡領域を過ぎるとふたたび上述の様な流入及び流路条件の場合の理論式が成立する。

3. 特性曲線法の実河川への適用法

この方法を実河川へ適用するには、対象とする河川が、比較的急勾配で流量の逓減がいちじるしくないことを要し、また支川の合流点その他で流路をある区間ごとに分割したとき、その区間内では横断面、勾配及び粗度とか横からの流入量が流路にそつて一様に近いものと仮定できなければならない。このように流路を分割すれば、この区間内でおおの流入量を一定とした時間内ごとに上述の理論式が適用できる。

(1) 断面積と流量の関係 断面形、勾配、粗度及び流入量が与えられると、式 (10) を用いて A と u 、つづつて A と Q の関係が求められるが、一般河川では q の値はあまり大きくないので、式 (10) で $q=0$ とおいた場合の Manning の抵抗法則である式 (12) のみを、 q の値のいかんにかかわらず用いて十分である。

(2) 標準特性曲線 分割した流路の1区間を取り上げてその上流端を $x=0$ にとり、上流端よりの流入はないものとして $x-t$ 平面の原点より出る特性曲線を求めたとき、これを標準特性曲線となづける。

式 (7)、(8) 及び (12) を用いると、断面積 A あるいは時間 t を適当に区分して逐次計算を行うことによつて、標準特性曲線が原点より順次画かれるが、式 (7)、(9) 及び (12) を用いても同様に求めることができる。前報¹⁾ではこれらをそれぞれ水深及び流量から求める近似法となづけたが、式 (8) 及び (9) の関係は式 (7) であらわされる同じ特性曲線の上で成立するので、式 (8) 及び (9) と $A \sim Q$ との関係を用いれば、逐次計算を行うことなく特性曲線上の点の座標 (x, t) を求めることができる。この簡易計算法は前報^{1), 2)}の実験とか道路側溝の場合のように q がかなり大きいときには、特性曲線自身に近似法の誤差が集積されてよくない結果を与えるが q が小さい場合には上述の水深から求める近似法と流量から求める近似法のいずれともよく一致する。このようにして標準特性曲線が q の異なるごとに画けるわけである。

(3) 過渡領域の省略 A と Q の関係を左右する q, n, θ, β などが急変したのちにはしばらく過渡領域が存在し、過渡領域内の特性曲線は前後の領域の境界で特性曲線の勾配が急に变化するのを緩和するわけである。しかし q の値にかかわらず A と Q の関係として式 (12) が用いられると、 q の値が時間的に急変しても A と Q の関係は変らないから、まずこの場合の過渡領域は存在しなくなる。

つぎに距離的に n, θ などが変化すれば、式 (12) を A と Q の関係として用いても過渡領域は存在する。この場合も式 (14) を用いて上述した x_2, t_2 を求めることができるが、いまかりに過渡領域を省略し、 (x_1, t_1) における流量 Q_1 が連続で、流れはただちにつぎの $A \sim Q$ の関係に従うものとして一様水路の近似法により x_2 までの特性曲線を求め、その間の時間の進みを過渡領域内の時間の進み $t_2 - t_1$ と比較してみると、後述する実際計算例の場合はこの差が上流部で30秒程度下流部で2分程度であるから、これらが累積しても大した影響はない。従つて実用的には過渡領域を省略してもさしつかえなく、断面、勾配、粗度などが急変する点でも流量が連続であるとして以後の計算を進めることができる。

このように過渡領域を省略し、かつ $A \sim Q$ の関係式として式 (12) を用いれば、特性曲線上ではつねに $dQ/dx = q$ 、また分割した流路の境界を除けば、 $dA/dt = q$ の関係が成立することになる。

(4) 流路下流端における Hydrograph ある流路区間において流路にそつて等分布せしめた横からの流入量の時間的変化が与えられると、これを適当な時間ごとに区切つて階段的变化におきかえ、各流入量について標準特性曲線を描く。さらに境界条件として $x=0$ における上流端よりの流入流量の時間的変化及び初期条件として $t=0$ における流量の流路にそつての分布がわかっていると、この標準特性曲線を利用して $x-t$ 平面上で特性曲線群で覆うことにより、任意時刻、任意地点の Q, A, h などを求めることができる。つぎに下流端 $x=L$ における Hydrograph を求める方法を詳述しよう。

いま図-1に示すごとく流路にそつて横から一様に q なる流入のある長さ L の区間において、図-2に示す境界条件及び初期条件が与えられているものとする。図中の $Q_{0,t}$ 及び $Q_{x,t}$ はそれぞれ上流端からの流入量及び $t=0$ における流路中の流量をあらわす。図-3は $q=q_1$ 及び $q=q_2$ の場合の標準特性曲線と断面積～流量曲線の関係を示すもので、 q の変化は図-4に示すように $0 \leq t \leq T$ では $q=q_1$ 、 $T < t$ では $q=q_2$ とする。

図-1 一様な横からの流入量 q のある流れ

Fig. 1 Stream flow with uniform lateral inflow q

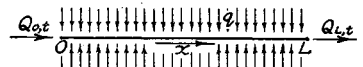
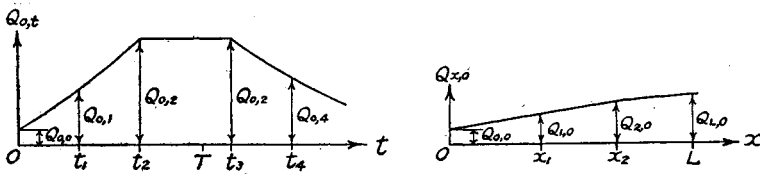


図-2 境界条件及び初期条件
Fig. 2 Boundary and initial conditions



式 (7) からわかるように、 q 及び Q (Q が与えられると u, A, R, β が一義的にきまる) が同じときは特性曲線の dx/dt の値も等しいから、図-3 にて $Q=q_1x$ の直線上に $Q=Q_{2,0}$ なる点 A をとると、 A 点の x 座標は $x_{2,0}=Q_{2,0}/q_1$ であり、 $q=q_1$ のときの標準特性曲線 NC_1 上で x 座標が $x_{2,0}$ である点 A' における曲線の勾配は、図-4 で同じく $Q=Q_{2,0}$ である点 $(x_2, 0)$ における特性曲線 $C_{2,0}$ の勾配に等しい。 $C_{2,0}$ 及び NC_1 ともその上では $dQ/dx=q_1$ であるから、 $(x_2, 0)$ 以後の $C_{2,0}$ の形は NC_1 の A' 以後のものに等しく、従つて点 A' より $x=L-x_2$ だけ進んだ点すなわち NC_1 上で x 座標が $x=x_{2,0}+L-x_2$ である点 B' をとれば、この流路区間内における特性曲線 $C_{2,0}$ は図-4 に示すように $A'B'$ と同じものとなる。さらに図-3 からわかるように曲線 NC_1 の A', B' 間の時刻差は t_1' であるから、下流端 $x=L$ の $t=t_1'$ における流量は、図-3 の $Q=q_1x$ の直線上 $x=x_{2,0}+L-x_2$ なる点 B の流量 $Q_{L,1}$ が所要の流量であつて、その値は当然 $Q_{L,1}=Q_{2,0}+q_1(L-x_2)$ とあらわされる。同様に点 $(x_1, 0), (0, 0)$ より出る特性曲線 $C_{1,0}, C_{0,0}$ がそれぞれ $x=L$ に到達する時刻 t_2', t_3' 、さらにそのときの流量 $Q_{L,2}, Q_{L,3}$ が求まる。もし初期条件すなわち $t=0$ のときの流量が流路にそつて等しければ $C_{1,0}$ 及び $C_{2,0}$ は $C_{0,0}$ を x 軸方向に平行移動したものとなり、 $x=L$ における流量 $Q_{L,t}$ の変化は $C_{0,0}$ 上における流量の変化に等しくなる。また $Q_{0,0}=0$ ならば $C_{0,0}$ は NC_1 そのものとなる。

点 $(0, t_1)$ より出る特性曲線 $C_{0,1}$ も、図-3 に示すように同じく NC_1 上の $Q=Q_{0,1}$ に対応する点から $Q=Q_{L,4}=Q_{0,1}+q_1L$ に対応する点までの部分であるが、この間の時刻の進みを t_4' とすると、 $x=L$ で $Q=Q_{L,4}$ となる時刻は t_1+t_4' である。しかし点 $(0, t_2)$ より出る特性曲線 $C_{0,2}$ は NC_1 上の点 $C'(x_{0,2}, t_{0,2})$ より出発するが、これが下流端に到達すべき $x=x_{0,2}+L$ なる点 D'' に来る前に時刻は $T-t_2$ だけ進み、 D' 点で図-4 に示

図-3 標準特性曲線と断面積流量曲線との関係
Fig. 3 Normal characteristics and its relations with Q, A and q

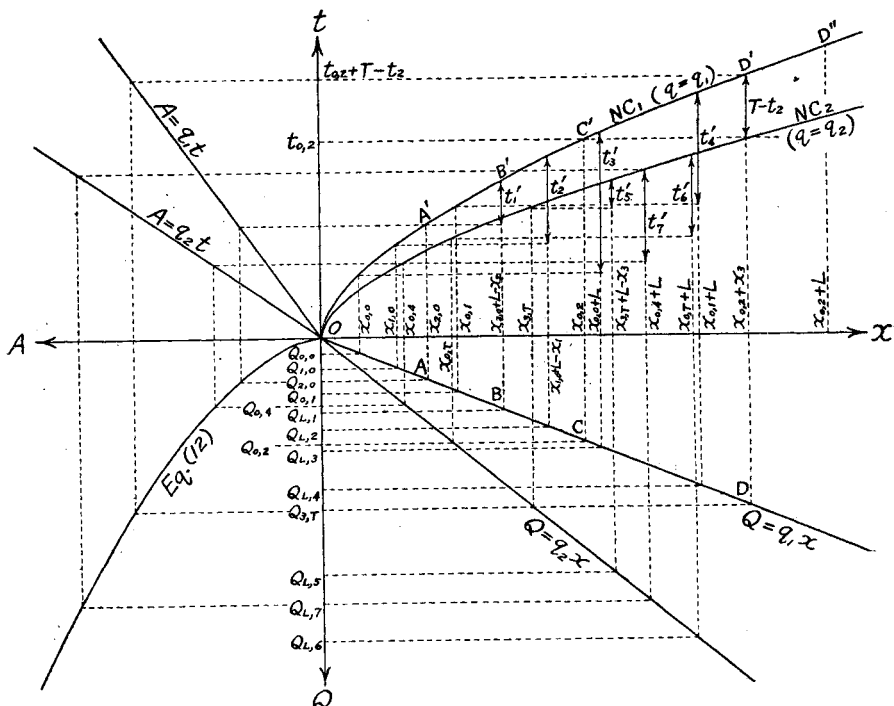
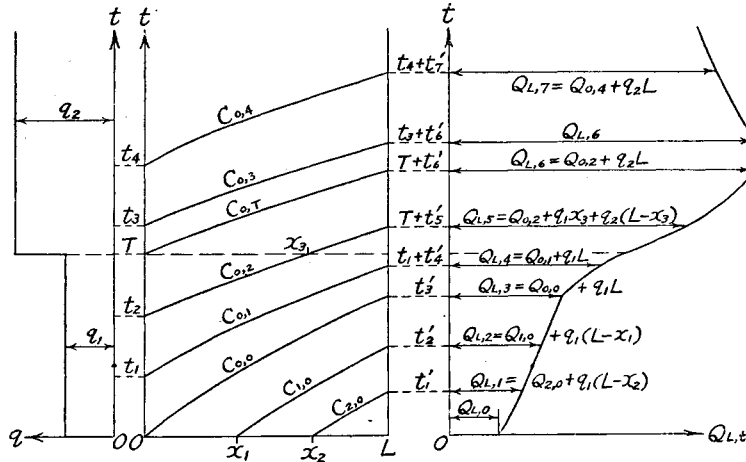


図-4 横からの流入量の時間的変化にともなう特性曲線と下流端の流出曲線
 Fig. 4 Change of lateral inflow, characteristics in the stream reach, and hydrograph at the lower stream end



すように $t=T$ の線と交わる。すなわち、 NC_1 上で C' より x_3 だけ進み、そのときの流量は点 D における流量 $Q_{3,T} = Q_{0,2} + q_1 x_3$ であらわされ、これが $t=T$ 以後横からの流入量が $q=q_2$ となつた場合の初期条件となるわけである。 $t_2 \leq t \leq T$ では境界条件は変化しないので、流れは $C_{0,2}$ にそつて定常となり、従つて図-4の $x-t$ 平面で $t=T$ と $C_{0,2}$ の間にある特性曲線は $C_{0,2}$ を t 軸方向に平行移動したものになるから、 $0 \leq x \leq x_3$ の部分では $t=T$ における流路にそつた流量の分布は $Q_{x,T} = Q_{0,2} + q_1 x$ であらわされることになる。

ついで横からの流入量が $q=q_2$ となつたのちも、この $t=T$ のときの初期条件及び $q=q_2$ の場合の標準特性曲線 NC_2 を用いて $q=q_1$ のときと同様に進めてゆくことができる。

この例では $T \leq t \leq t_3$ の間も $Q_{0,t} = Q_{0,2}$ 一定であるから、流れは特性曲線 $C_{0,T}$ にそつてふたたび定常になり、従つて $C_{0,T}$ と $C_{0,3}$ の間の特性曲線はすべて $C_{0,T}$ あるいは $C_{0,3}$ を t 軸方向に平行移動して求められ、流れは $C_{0,3}$ にそつてはじめて減水しはじめる。下流端では $T+t'_3 \leq t \leq t_3+t'_3$ の間最大流量 $Q_{L,t} = Q_{0,2} + q_2 L$ を持続し、以後減水する。

以上のような操作を繰り返せば、順次図-4に示すような特性曲線を画きながら下流端の Hydrograph が求まるが、実際には特性曲線を画かなくても図-3のような標準特性曲線のみを用いて Hydrograph を算出することができる。

(5) 雨量と横からの流入量 q との関係 分割した流路区間で横からの流入量が流路にそつて一樣であると仮定したから、その区間の流域を長さ L に等しい矩形におきかえることが必要となる。この場合流域平均巾 B は、 F を流域面積として、

$$B = \frac{F}{L} \dots\dots\dots (15)$$

となる。いま流域に強度 r の有効降雨があつたとき、全雨水がただちに流路に集中するものとすれば、横からの流入量は

$$q = \frac{F \cdot r}{L} = B \cdot r \dots\dots\dots (16)$$

となる。しかし実際は雨水が斜面を流下してのち流路に流入するわけであるから、斜面における雨水流を考えなければならぬ。斜面における流れは模型的に考えれば、降雨が横あるいは上から流入する2次元不定流として取扱うことができ、下流端の流量すなわち斜面から流路に入るところの流入量 q を流路中の流れと同様に特性曲線の近似法を用いて容易に求めることができる。

一樣な勾配でかつ一樣な粗度であるような流下長 $B/2$ の矩形斜面が流路の両側(流下長を B とする場合は流路の片側)にある流域を仮定し、この流域の流路に対する横からの流入量と実際流域のそれとが全般的に等しくなるとき、これを等価流域となす。この仮想した流域を等価流域ならしめるような一樣粗度が N 存在するものとし、これを等価粗度とする。等価流域の斜面上の流れに対する特性曲線法の近似式は、前述の諸式に対応してつぎのようにかくことができる。

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{5}{3}u' + \frac{(1/3)u'rh'^{4/3}}{2N^2gh'u'+rh'^{4/3}} \text{ において,} \dots\dots\dots(7)'$$

$$\frac{dh'}{dt} = r \dots\dots\dots(8)'$$

あるいは $\frac{dq}{dx'} = r \dots\dots\dots(9)'$

および $q = \frac{1}{N}h'^{5/3}(\sin \theta')^{1/2} \dots\dots\dots(12)'$

ここに、ダッシュは斜面上における値を示す。

式 (8)', (9)' 及び (12)' を用いれば斜面の標準特性曲線が画けるが、この場合斜面の上流端すなわち等価流域の分水嶺における境界条件はつねに $q_{0,t}=0$ であり、 $x'=B$ における q の時間的変化を求めれば（流下長 x' が $B/2$ のときは後で2倍する）、そのままこれが流路の単位長さ当りの横からの流入量 q の変化になる。

(6) その他

(A) 支川の合流：支川の合流による本、支川の背水その他の複雑な現象が省略できるものとする、本川、支川の合流点における Hydrograph は、それぞれの Hydrograph を求めて重ねあわせたものとなり、これをつぎの区間の上流端の境界条件として与える。

(B) 河道の屈曲、河床のおうとつ：上述の理論式は直線流路に対するものであるが、河道の彎曲あるいは河床勾配の不整なども巨視的にみて、流路の Manning の粗度係数 n を適当に大きく見積ることによつて、その効果をあらわすことができるものと考えられる。

(C) 有効雨量及び基底流：本計算法によつて得られる流出曲線は、当然基底流すなわち地下水流出部分を含むことはできないので、降雨強度 r としては地下流出分その他の損失を差し引いた表面流出及び中間流出、すなわち直接流出分に相当した有効雨量をとらねばならない。また基底流があれば当然特性曲線の到達時間が短くなるが、直接流出による流量の大きいところでは、その影響はあまり大きくないものと思われる。

(D) 等価流域斜面上の流れに対する抵抗法則：等価流域斜面上における仮想した流れは実際流域の複雑な流れとはあまりにも異なるため、一概に論ずることはできないが、中間流出に比して表面流がかなり多い場合には乱流に対する抵抗法則を用いてよいと思われる。しかし中間流出がきわめて多いようなところでは、抵抗法則を改めて検討しなければならないであろう。

4. 標準特性曲線の対数図式法

図-3に示した標準特性曲線上では $Q=qx$ の関係が成立するから、一つの x に対して一つの Q が対応し、従つて q の値を種々変えて画いた標準特性曲線上に Q に対する等流量線が画けるはずである。同様の考えで $x \sim t$ 平面の x 軸のかわりに Q 軸をとると、種々の q に対して標準特性流量曲線が画かれ、その上に x の値が等しい点を結ぶ等距離線が画ける。標準特性曲線と標準特性流量曲線とはもちろん同じ性質のものであるが、後者の方が取扱い上非常に便利なので、以後は前者のかわりに後者を用いることにする。

いま断面積 A と径深 R との関係が K', Z を常数として、
 $R = K'A^Z \dots\dots\dots(17)$

にてあらわされると仮定すれば、式 (12) はつぎのようになる。

$$Q = \frac{K'^{2/3}}{n} A^{(2Z+3)/3} (\sin \theta)^{1/2}, \text{ または } A = KQ^p \dots\dots\dots(18)$$

ここに、 $3/(2Z+3) = p, n/(\sin \theta)^{1/2} \cdot K'^{2/3} = K$ である。従つて A と Q の関係を両対数紙に画けば直線であらわされる。

式 (18) に標準特性曲線上で成立する式 (8) の関係 $A=qt$ を代入すると、

$$t = \frac{KQ^p}{q} \dots\dots\dots(19)$$

あるいは $\log t = \log K - \log q + p \log Q \dots\dots\dots(19)'$

となり、縦軸に $\log t$ 、横軸に $\log Q$ をとれば、標準特性流量曲線は 図-5 のように q をパラメーターとする勾配 p の直線となる。また式 (19) と $Q=qx$ の関係から q を消去すれば、

$$t = K \cdot x \cdot Q^{p-1} \dots\dots\dots(20)$$

あるいは $\log t = \log K + \log x + (p-1) \log Q \dots\dots\dots(20)'$

となり、標準特性流量曲線に対する x の等距離線が 図-5 に示すように x をパラメーターとする勾配 $(p-1)$ の

直線として得られる。従つて p 及び K を与えれば容易に標準特性流量曲線及び x の等距離線を画くことができる。

同じ関係が斜面の場合にも成立し、式 (12)' からわかるように両直線の勾配はそれぞれ $p'=0.6$ 及び $p'-1=-0.4$ となる。

分割流路の下流端における Hydrograph を求める場合、連続的に変化する $q \sim t$ 曲線を階段的变化におきかえて考える必要があるが、上流端 $x=0$ より出る特性曲線が下流端 $x=L$ に到達するに要する時間を t_{Li} とすれば、階段的变化におきかえる時間間隔を少くとも $t=t_i-t_{Li}$ から $t=t_{i+1}+t_{Li}$ までにとり、その間で $t=t_i$ における $q=q_i$ が一定とすれば、つぎに述べるように q の変化を具体的な階段的变化とする必要がなく、計算の手順が簡単になり非常に都合がよい。すなわち、 t_{Li} は q, L 及び $x=0$ における境界条件 $Q_{0,t}$ の値によつて変化するが、一般に急勾配流路ではかなり小さい値となる。 $x=0$ において、 $t=t_i$ のとき $Q_{0,t}=Q_{0,i}$ であれば、図-5 の $x=L$ 等距離線上で $q=q_i$ の点の Q の値 $Q_i=q_iL$ を求め、さらに $q=q_i$ の標準特性流量曲線上で $Q=Q_{0,i}+Q_i$ に対する時刻と $Q=Q_{0,i}$ に対する時刻の差 t_{Li} を求めると、 $(0, t_i)$ から出る特性曲線が $x=L$ に達するまでは $q=q_i$ が一定としているから、 $x=L$ では $t=t_i+t_{Li}$ で $Q_{L,t}=Q_{0,i}+Q_i$ ということになる。つぎには $(0, t_{i+1}) > t_i+t_{Li}+t_{Li+1}$ より出る特性曲線を考えれば、前と同様の手順によつて $t=t_{i+1}+t_{Li+1}$ における $Q_{L,t}$ の値が求まるから、連続的に変化する $q \sim t$ 曲線をことさらに階段的におきかえる必要がなく、得られた点を滑かな曲線で連ねることによつて下流端の所要の Hydrograph を求めることができる。

5. 大戸川への適用例

大戸川は淀川水系瀬田川の支川であつて、流域面積は約 190 km²、流路延長は本川約 39 km、勾配は下流部約 1/220、中流の峡谷部で約1/100、さらに約1/300の盆地をへて水源部は 1/50 以上というかなり急勾配の河川である。従つて上述の方法が適用できるものと考え、昭和28年9月25日の台風13号による出水を解析してみた。流域平面図は図-6に示すとおりである。

(1) 流域並びに流路の分割 おもなる支川の合流点、平均勾配の急変する点あるいは個々の流域の形などを考慮に入れ、図-6に示すように本支川あわせて流路を13の区間に分け、各区間の流域境界線を定めた。図-7は式(15)によつて各流域の平均巾を求めて矩形化しこれを模型的に画いたものである。なお図-7における流域⑩の面積は、図-6に示したように堤防のある部分に対しては直接流出が無視できるものと考え、この部分の面積を差し引いてある。各区間の

図-5 大戸川流域⑦の流路における標準特性流量曲線
Fig.5 Logarithmic representation of normal discharge characteristics with parameter q and equidistance lines on the characteristics in the basin ⑦ of the Daidō River

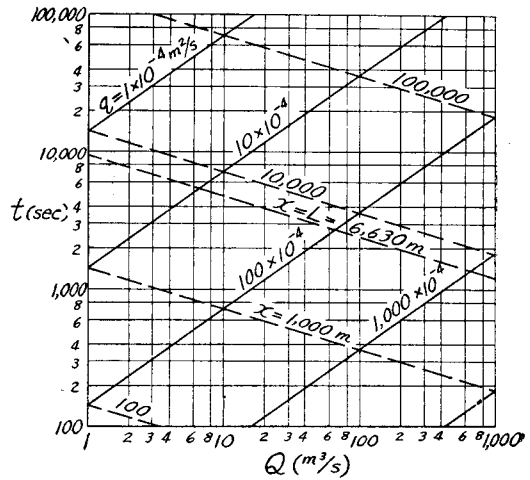


図-6 大戸川流域平面図
Fig.6 Plan of the Daidō River basin

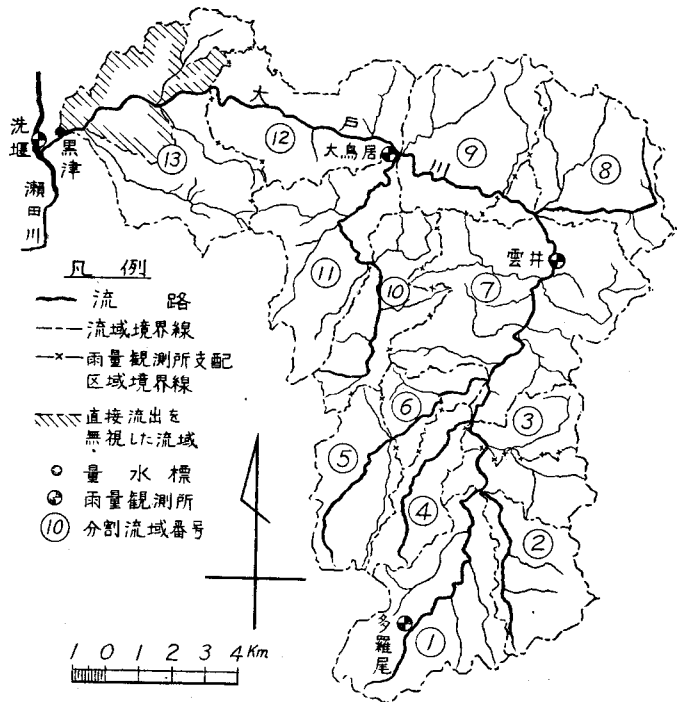
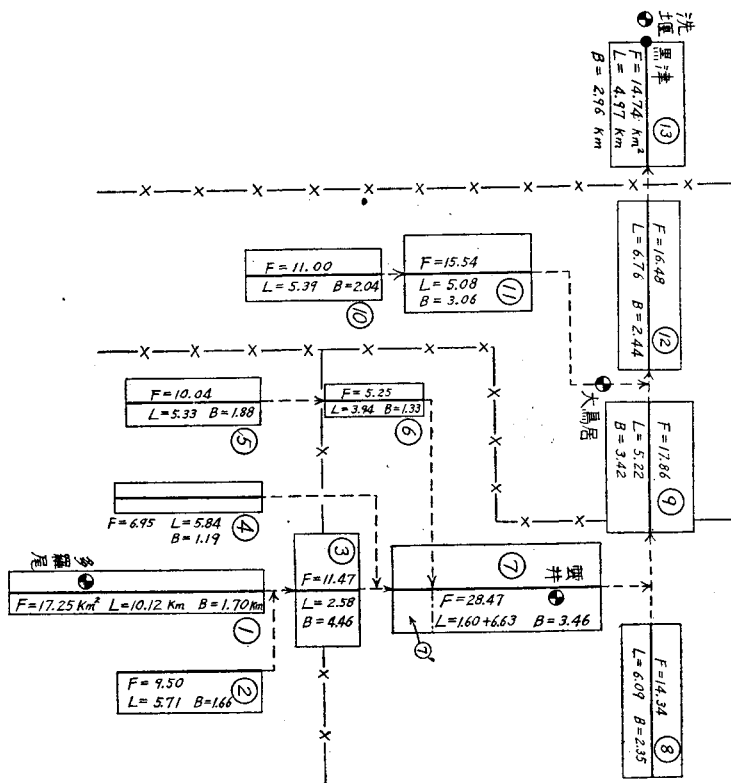


図-7 大戸川流域模型図
Fig.7 Schematic diagram of the Daidō River



平均勾配は実測縦断面図及び 1/50 000 地形図より求めた。

(2) 断面積～流量曲線と標準特性流量曲線図 流路の各区間について、その区間を代表すると思われる横断面を 2, 3 箇所測量して、流水断面積 A と潤辺長及び径深 R との関係求めた。また各地点で河床砂礫を採取した資料⁴⁾ (河床砂の大部分は平均径 2 mm 前後である) より、各地点の Manning の粗度係数 n を、相当粗度 k_s を用いた計算式⁵⁾

$$n = \frac{k_s^{1/6}}{\sqrt{g}} \left(\frac{R}{k_s} \right)^{1/6} \left/ \left((6.0 + 5.75 \log \frac{R}{k_s}) \right) \right. \dots \dots \dots (21)$$

より求めた。なお k_s の値は 図-8 から求めたが、図-8 は実河川に対する樺氏の実験公式⁶⁾ を著者らが実験を行って急勾配の場合に修正したものであつて、 k は河床砂の平均粒径、 r は砂の比重である。

ついで式 (12) を用いておのおのの A に対する Q を求め、図-9 にその 1 例を示したように両対数紙に点描して、式 (18) の指数 p 及び常数 K を決定した。なお 図-9 に示した $A \sim Q$ の関係は式 (12) を用い q の値には無関係として求めたが、(1) で述べた大きさに分割した流域に降つた 50 mm/hr 程度の雨がただちに流路に集中したと考え、式 (10) を用いて q の効果を調べてみると、同じ A に対し Q が最大約 1% 減少する程度であり、式 (12) によつて求めた 図-9 を用いて十分であつた。

また 9 月 24~28 日にわたる黒津量水標非常水位報告による 1 時間ごとの実測水位から、同所における洪水後の断面を用い、水面勾配としてこの断面付近の縦断面より 1/210.4、 n とし、流域 ⑩ の流路と同じ 0.024~0.028 の値によつて、黒津量水標地点の Hydrograph を求めると 図-10 のようになる。

A と Q の関係が求められると、ただちに 図-5 のような標準特性流量曲線図を各区間ごとく画くことができる。

(3) 有効雨量 図-10 に示す出水は 9 月 24 日、25 日の降雨によるものであるが、雨量の資料は十分でなく、図-6 に示すように洗堰及び大鳥居における 1 時間雨量、雲井の 3 時間雨量、多羅尾の日雨量の計 4 箇所しかない。各観測所の支配面積としては加重法⁷⁾ による支配区域の分割法を用い、この分割線に近い各流域の境界線に従つて降雨量を変え、四つに分けたそれぞれの地域内では観測降雨が一樣に降つたものと考えた。

図-8 k_s/k と $R \sin \theta / (\tau-1)k$ との関係
Fig. 8 Relations between k_s/k and $R \sin \theta / (\tau-1)k$

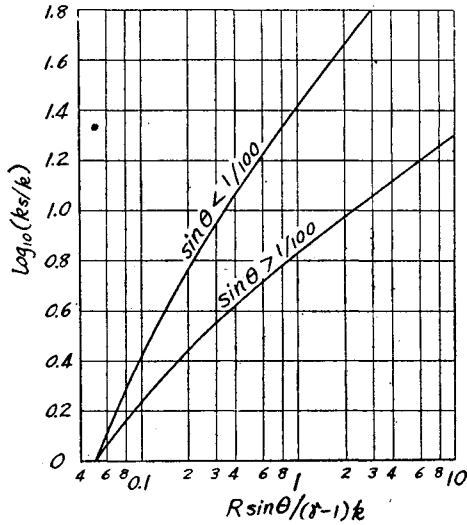


図-9 流水断面積と流量との関係
Fig. 9 Determination of the value of p and K by Eq. (18)

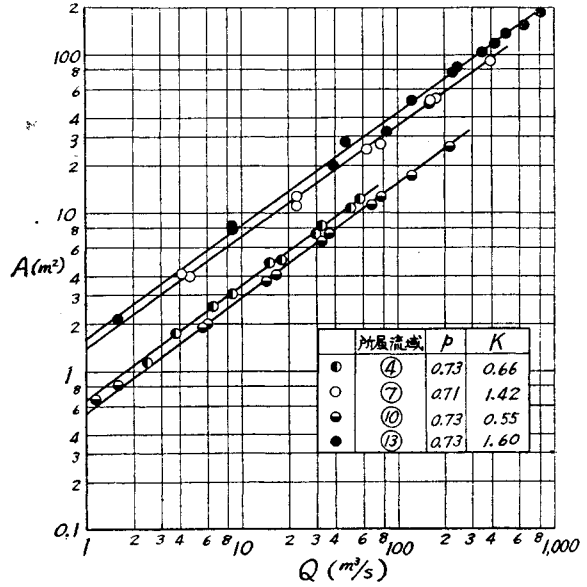
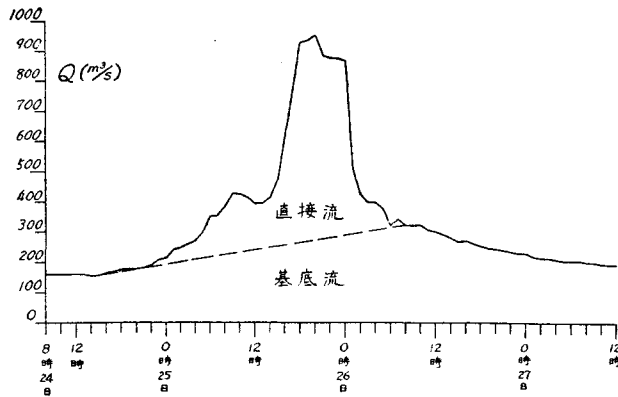


図-10 実測水位より求めた黒津量水標地点における流出曲線
Fig. 10 Calculated hydrograph from the measured water stages at Kurotsu gaging station



このようにして求めた総降雨量は $44\,126\,000\text{ m}^3$ となる。

一方黒津量水標断面を通過した総流出量のうち、基底流を除いた部分は 図-10 の破線以上と考えると⁸⁾、直接流出の総量は $28\,600\,000\text{ m}^3$ となるから、直接流出係数は 0.648 となり、これを全流域に採用することにした。

簡単のために損失降雨は雨量強度に無関係に一定であると仮定し、(有効雨量)/(総雨量) = 0.648 となるように有効降雨強度分布を定めた。その結果は 図-11 のようであるが、多羅尾における降雨強度の分布は雲井の分布に比例するものとして日雨量を配分した。

(4) 等価流域法による横からの流入量 各流域に降つた有効降雨がただちに流路に集中するものとして式(16)から q を求め、黒津量水標地点の Hydrograph を求めると、その peak が実際より数時間早くあらわれ、かつ流量もきわめて大きくなる。すなわち、明らかに流路へ雨水がでてくるまでに相当の遅れがあるわけである。

図-7 の等価流域の勾配としては各分割流域の小支川の勾配を考えたが、各流域とも大差がなかつたので、簡単のため全流域におけるこれらの小支川の平均勾配 $1/33$ を用いた。支川をも含めた斜面における実際の流れは、流域の地形、地質、地被状態、小支川の配置、さらには流域の大きさや雨量強度そのものによつても異なるかも

知れないが、きわめて不明瞭ながら草木、地面のおうつ、あるいは中間流の原因となる地下水流などのため、平面である等価流域におき換えた場合、相当大きな等価粗度を与えなければならないことは想像にかたくない。 N の決定に当つては、実際の大出水は破堤その他の理由により最大流量及びその時刻などを比較しにくいので、図-10における9月25日9時の小さいpeakの時刻が一致するよう試算して、 $N=0.3(m^{-1/3} \cdot sec)$ を得た。このようにすれば、等価流域斜面の標準特性流量曲線図として図-12のように全流域共通のものを画くことができる。図-13は等価流域斜面における $r=0$ の場合の標準特性直線である。

図-11の有効降雨強度 r と図-12を用いれば、 $x'=B$ における斜面下流端の流量、すなわち各流路への横からの流入量 q の変化が求められる。なお $r=0$ となつたのちはその時刻の斜面にそつ初期条件と図-13を用いて、斜面のある場所における流量が斜面の下流端 $x'=B$ へ到達するに要する時間を求めることによつて、 q と t との関係を知ることができる。また流下長 $x'=B/2$ の場合は上に求めた斜面下流端流量 q を2倍して考えればよい。

図-14はこのようにして求めた q の変化と、降雨がただちに流路に集中するものとした場合とを比較した2例を示す。

(5) 13号台風の降雨による Hydrograph の算出 図-14のように各流域の流路の b がわかり、境界条件が上流流域の下流端の Hydrograph として与えられると、4.で述べた方法によつて逐次下流の Hydrograph を求めてゆくことができ

図-12 等価流域斜面における標準特性流量線
Fig.12 Logarithmic representation of normal discharge characteristics on the surface of equivalent basin $r=0$

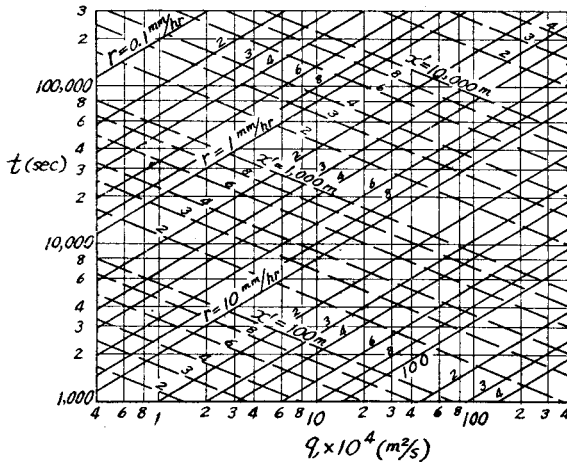


図-11 各観測所における雨量強度の時間的变化
Fig.11 Distributions of rainfall intensity

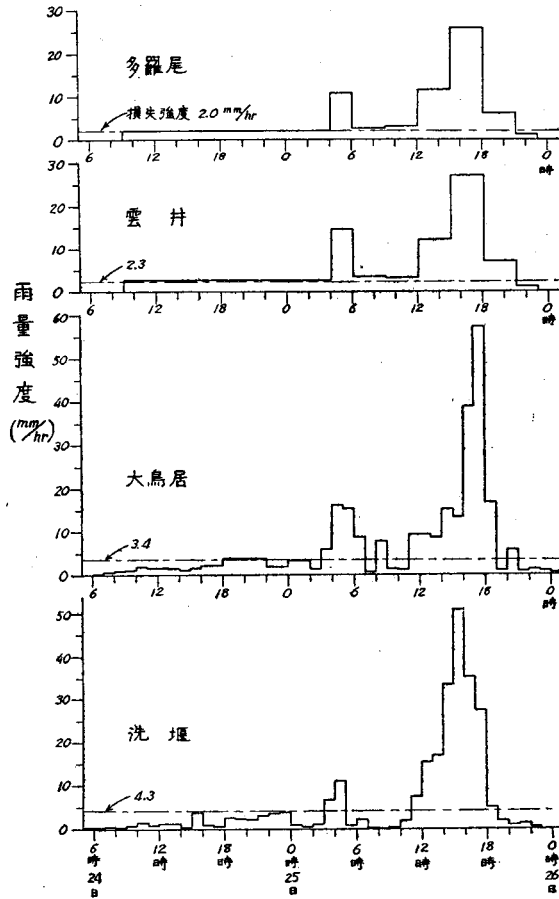
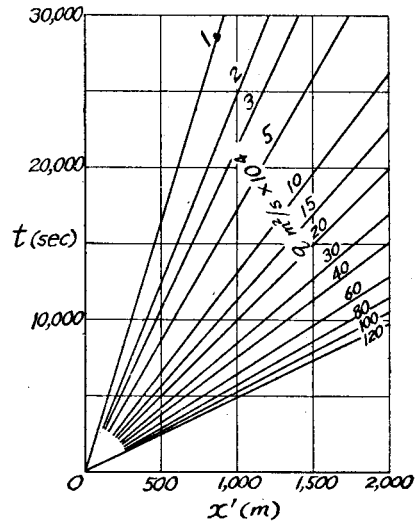
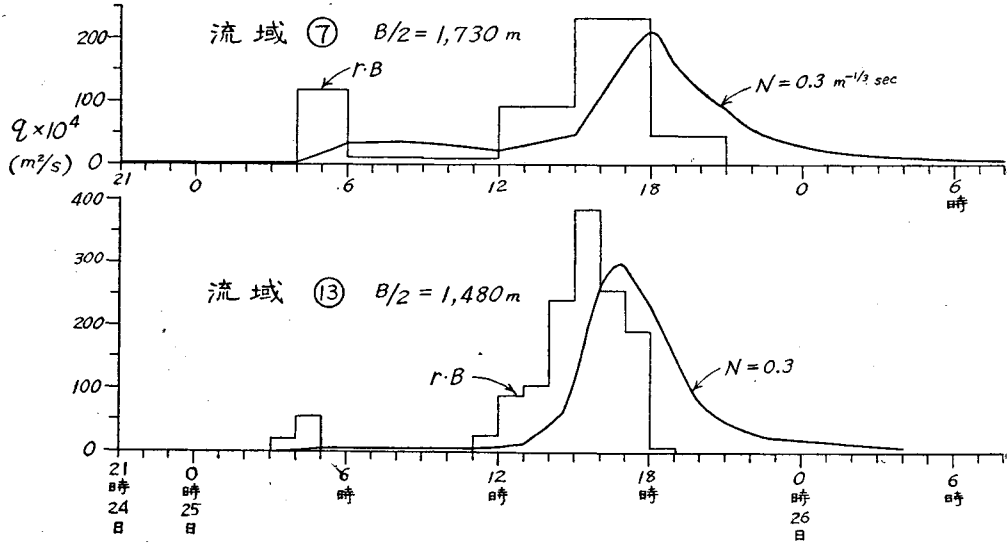


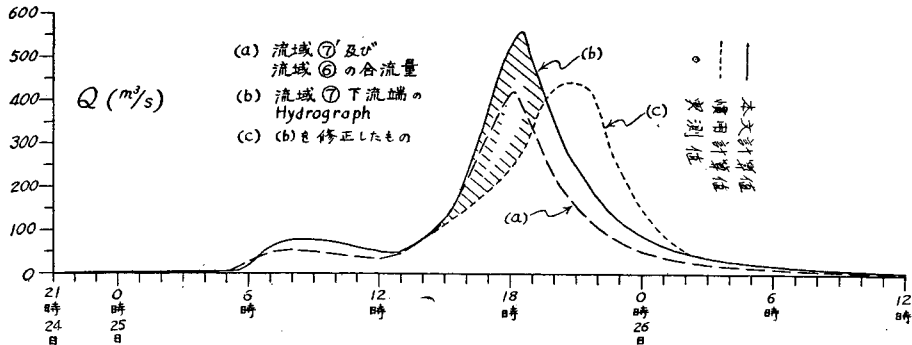
図-13 等価流域斜面における $r=0$ 場合の標準特性直線
Fig.13 Normal straight characteristics on the surface of equivalent basin when $r=0$



図一14 雨水がただちに流路に集中する場合と等価流域法による横からの流入量の時間的変化との比較
 Fig.14 Change of lateral inflow q due to the effective rainfall on the surface of equivalent basin, comparing with the case when the effect of concentration-phenomena on the basin is neglected



図一15 流域 ⑦ 下流端における直接流出曲線
 Fig.15 Direct run-off hydrographs at the lower end of basin ⑦

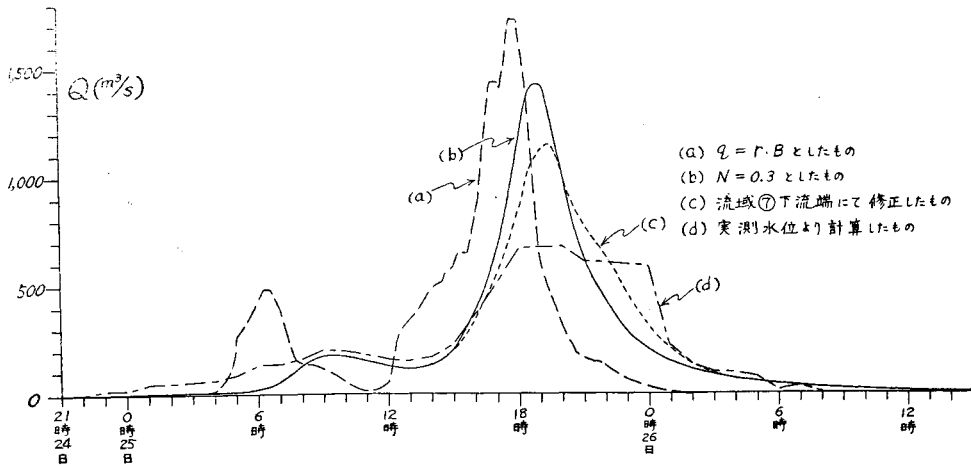


る。図一15はその一例であつて、流域 ⑦ の上流端流入量である流域 ⑦' と流域 ⑥ との合流量、並びにそれを境界条件として求めた流域 ⑦ の下流端の Hydrograph とを示したものである。

図一16 はこのようにして求めた流域 ⑬ の下流端、すなわち黒津量水標地点における計算 Hydrograph であり、比較のために図一10に示した実測の Hydrograph のうち地下水流出部分を差し引いたものもあわせて画いへある。なお同図には等価流域を考えず降雨がただちに流路に集中するものとして行つた計算結果も参考のため示した。

計算は当然全流路にわたり破堤、遊水その他がない場合のものであるが、実際は昭和28年8月15日の上流部の局地的豪雨による土砂崩壊や流域 ① の河積埋没、さらに流域 ③ ~ 流域 ⑦ にかけて約 10 km の範囲が随所に破堤したままの状態での出水を迎えており、またこの出水自身によつても流路 ⑬ の中央において25日21時に破堤し、約 0.7 km² の耕地に一部では最大約 2.5 m の浸水があつた。従つて実測流量は計算結果にくらべて扁平化されているが、25日9時の最初の peak 付近においてはその形も流量もかなりよく合つている。24日から25日6時にかけて流量がやや異なるのは、雨が損失降雨に近いための誤差及び多羅尾雨量の時間的分布が不明であることなどによるものであろう。25日9時付近の最初の peak の流量と、計算結果と実測結果が合わなくなり始める時刻15時付近の流量とがほぼ等しいことから考えると、図一15に示す流域 ⑦ 下流端の Hydrograph においても8月15日の洪水による破堤箇所の遊水作用は、流量が約 80 m³/sec になつた14時ころまではほとんどなかつたものと考えられる。流域 ③ ~ 流域 ⑦ の間の破堤箇所で遊水作用は、広大な氾濫区域をもつ

図-16 黒津量水標地点における直接流出曲線
Fig.16 Direct run-off hydrographs at Kurotsu gaging station



1箇所での貯溜とは異なり、いずれも河道付近の狭小な区域数箇所における一時的な遊水であり、上流から漸次本川が減水してゆくに従って貯溜量の全部が比較的すみやかに流路に還元するものと考えられ、またこの間で貯溜しうる最大量が約 2 000 000 m³ ぐらいであることを考慮して、やや大胆ながら図-15 (b) の流域 ⑦ 下流端 Hydrograph の 14 時以後の形を総流出量が等しくなるように修正してみた。これを図-15 (c) に示してあるが、もちろん同図の斜線の部分の面積が最大貯溜量に相当する。この修正した Hydrograph を基準にして計算を下流へ進めると、黒津量水標地点の Hydrograph は図-16 (c) のようになる。これを実測結果と比較すると、流域 ⑩ における破堤は 25 日 21 時であり洪水の peak はそれより前の 19 時であるにもかかわらず、図-16 (d) に示す実測最大流量は同図 (c) より依然として約 470 m³/sec 低い。この流量差は量水標地点の断面で約 0.6 m の水位差に相当し、実測結果の算出に用いた断面が洪水後のものであり、洪水の peak 付近では河床はかなり洗掘された(床固めが破壊された痕跡がある)と想像されることから、実際の peak 流量は実測水位から求めた流量より大であるはずである。従って図-16 (c) に示した修正 Hydrograph の最大流量は実際のそれにかかなり近いものと思われる。またもし上下流を通じて破堤がなければ図-16 (b) の計算最大流量に基底流量を加えた約 1600 m³/sec が、下流端の最大流量となつたものと思われる。

なお 25 日 22 時以後の実測流量がかなり大きく、24 時附近より急に減少しているのは、流域 ⑩ にて 21 時に破堤したのち流路が本川から氾濫部の方へ転向したので、その間の貯溜された部分が流出してきたものであろうと想像されるが、この部分に対しては流域 ⑦ 下流端の Hydrograph の修正の不明確な部分すなわち、図-15 (c) の peak の付近が大きく影響するため、詳細には論ずることはできない。

6. 洪水予報への応用と単位図法との比較

この特性曲線法を用いて洪水予報を行うには、流路及び斜面の標準特性曲線図あるいは標準特性流量曲線図を作成しておくことが必要であるが、この場合個々の等価流域の等価粗度係数 N を、分割した各流域における降雨と各流路の下流端における流量記録より試算的に決定しさえすれば、両線図は容易に求められる。もちろん大戸川の場合には実測水位記録が最下流端 1 箇所しかないので、 N の値を全流域一定とせざるを得なかつたが、前述のように各流域の大きさ、地形、地質、地殻状態、支川の配置あるいは雨量強度などによつて、個々の流域で N の値がそれぞれ異なるのは当然であろう。

斜面及び流路の標準特性流量曲線図ができておれば、時々刻々の雨量報告をもとにして逐次流路への横からの流入量 q が求まり、さらにそれに従つて流路の各地点の Hydrograph が時を追つて求められてゆく。しかも降雨による q が最大値になる付近のみを用いて流路の最大流量を全く独立に求めることができるが、単位図法では単位図を合成した結果をみなければ Hydrograph の peak がわからず、しかも単位図の作られていない途中の地点の Hydrograph が求められないことなどを考えあわすと、この方法による予報は、はるかに計算が迅速かつ簡便であると思われる。しかしごく早期の予報を行うためには、やはり降雨を予想しなければならないことは他の方法と変りはない。

いま簡単のため一流域のみを考えると、上流端よりの流入がなく、かつ $t=0$ における流路の初期条件 $Q_{x,0}=0$

の場合の下流端の $Q \sim t$ 曲線である q の矩形波に対する単位図の上昇部分は、初期条件が $Q_{x_0}=0$ という関係から 4. 以下に述べた標準特性流量曲線と同じものになるが、この形は横からの流入量 q の大小によつて異なり、従つて雨量強度 r によつても異なる。この計算法ではこれらの効果をすべて含んでいるのできわめて合理的であるといえる。

7. 流域の分割及び降雨測定に関する精度

ここでは損失降雨その他の水文学的要素、及びこれまでに述べた種々の近似的要素以外の問題として、流域の分割とそれにとりあつた降雨強度の測定の精度について述べよう。

いま分割したある流路区間において、横からの流入量 q が増加しつつある場合には、ある時刻 $t=t_i$ 以後の q を、特性曲線が $x=0$ から下流端 $x=L$ まで到達するに要する時間 t_{Li} 以下の時間間隔で変わる階段的变化としたとき、 $t_i \leq t \leq t_i + t_{Li}$ の間に実際には徐々に変化する値の平均値をもつて q の値とするとときは、 $t=t_i$ から $t=t_i + t_{Li}$ までの Hydrograph の上昇する形は多少異なるが、 $t=t_i + t_{Li}$ における下流端流量は両者相等しくなることが理論的に証明できる。また q が減少しつつあるときも、 t_{Li} 時間内の q の実際の減少量 Δq と q の絶対値との比 $\Delta q/q$ が小さければ、上のような二つの方法による $t=t_i + t_{Li}$ における下流端流量は両者ほとんど等しくなる。 q の値が大きいくところでは q の減少の割合もかなり大きい、この場合 t_{Li} が短かいため Δq は少なく、また q が小となると q の変化が一般に緩慢になるので、 t_{Li} が大きくなつても t_{Li} 時間内の $\Delta q/q$ の比は小さいから、従つて横からの流入量を t_{Li} 時間以下の時間間隔に求める必要はないといえる。しかし t_{Li} 以上の時間間隔で q を平均すれば上述の関係は成立せず、Hydrograph はだんだん扁平になつてゆく。

一方等価流域の斜面を考えれば、流路の t_{Li} に相当する時間 t_{Bi} は t_{Li} に比してきわめて大きい、斜面と流路の精度の釣合から雨量強度 r の測定時間間隔を t_{Bi} とすることは不合理である。それは長い t_{Bi} の間には降雨強度が急激に変化することが可能であり、 $\Delta r/r$ の値も大きくなりうるから、 t_{Bi} 時間内の q の変化にも大きな影響を及ぼすという理由による。

結局降雨強度は少なくとも流路の t_{Li} と同程度の時間間隔で測定することが必要となる。

従つて分割流路区間長 L が大となるほど t_{Li} も大となるが、ある河川の流域の最下流端を考える場合、つねに最上流より下流端までの到達時間 Σt_{Li} の時間間隔で降雨を測定すればよいわけではなく、各流域の t_{Ki} の時間間隔で測定しなければならない。精度に応じて流域を細かく分割することは、流域の形を矩形に近くすることのほかに、各流域の降雨強度の測定間隔 t_{Li} を短くするという意味をもつている。

8. 結 論

横から流入のある比較的急勾配の一樣水路に対する特性曲線法を用いた近似計算法を実河川に適用して、出水解析あるいは洪水予報を行う方法を述べ、この方法を用いて大戸川における昭和 28 年の台風 13 号による出水を解析し、かなりの成果を得た。

本文で述べたことのうち要点を列記すれば、つぎのようである。

- (1) 横から流入があつても一般河川の場合には、抵抗法則に横からの流入量の影響を考えなくても十分である。
- (2) 河床勾配が比較的急な場合には、特性曲線上における関係が式 (8), (9) あるいは、(8)', (9)' のごとくきわめて簡単であり、標準特性曲線図あるいは標準特性流量曲線図を用いることによつて、各地点の Hydrograph が合理的かつ迅速に求められる。
- (3) 標準特性曲線図あるいは標準特性流量曲線図は、対数図式法を用いてあらわせば非常に実用的になる。
- (4) 急勾配河川における出水の遅れは、その大部分が流域山地に支配されるが、等価流域を考えることにより流出機構がよく説明できる。
- (5) わが国のような小流域の急勾配河川に対しては単位図の適用上問題点が少なくないが、本研究によつて単位図の性格を明らかにするための多くの示唆を与えることができた。

なお適用例として取り上げた大戸川では各種の実測資料が不足しているため、計算結果の検討に際し、やや不十分であることをまぬかれなかつたが、今後さらに他河川についてもこの方法を検討し、等価粗度係数の特性などについても考察を進めてゆきたいと考えている。

最後に本研究にあたり終始御指導を賜つた石原教授、岩垣助教授並びに計算に御援助をいただいた谷口雅春氏に深甚の謝意を表し、あわせて建設省瀬田川洗堰監視所及び滋賀県信楽土木出張所より実測資料の蒐集その他に関し御配慮をいただいたことを付記し感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・末石富太郎：“横から様な流入のある開水路の不定流について，—— 雨水の流出現象に関する水理学的研究（第1報）——”，土木学会誌，39 卷 11 号，昭.29.11.
- 2) Y. Iwagaki and T. Sueishi：“Approximate method for calculation of unsteady flow in open channels with lateral inflow”，Proc. of the 4th Japan National Congress for App. Mech., 1954, May, 1955.
- 3) 岩垣雄一：“開水路水流の基礎方程式について，—— 薄層流に関する研究（第6報）——”，土木学会誌，39 卷 10 号，昭.29.10.
- 4) 石原藤次郎・岩垣雄一・末石富太郎・玉木 勉：“瀬田川洪水時含砂量調査報告書”，滋賀県，昭.29.5.
- 5) 岩垣雄一：“開水路水流の理論”，水工学最近の進歩——土木学会水工学論文集——，昭.28.3, pp.5~24.
- 6) 樺 東一郎・古屋朝治：“流砂ある河川における流速法則について”，九州大学流体工学研究所報告，7 卷 4 号，昭.26.
- 7) A.H. Thiessen：“Precipitation averages for large areas”，Monthly Weather Rev., Vol. 39, 1911, 1082~1084.
- 8) B.S. Barnes：“Structure of discharge recession curves” Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 20, 1939, pp. 721~725.

(昭.30.2.23)