

PC鋼線の付加的な影響を考慮した場合のプレストレスト コンクリート門構ラーメンの計算

正員 田原保二*
准員 国広哲男**

THE CALCULATION OF PRESTRESSED CONCRETE RIGID FRAME IN CONSIDERATION OF SECONDARY EFFECT OF PRESTRESSING WIRES

(Trans. of JSCE, No. 29, Dec. 1955)

Yasuji Tahara, C. E. Member and Tetsuo Kunihiro, C. E. Assoc. Member

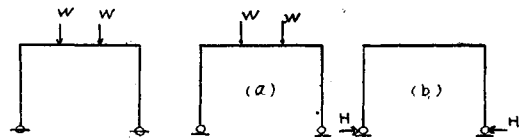
Synopsis In this paper, the calculation of prestressed concrete rigid frame, in which secondary effect of prestressing wires due to deformations of members is taken into consideration, is shown. Further, the author compares these calculated values with the measured values on Misogi-bashi (Misogi-bridge), the first prestressed concrete bridge of rigid frame type in Japan, and point out this method is rational.

要旨 本文は部材の変形にともなう PC 鋼線の付加的な影響を考慮に入れた場合のプレストレスト コンクリート門構ラーメンの計算を示したものであり、さらにこれらの計算値を本邦最初のプレストレスト コンクリート ラーメン橋である御祓橋における測定値と比較し、この計算法の妥当性を指摘したものである。

1. 緒言

プレストレスト コンクリート構造物が外荷重を受けると部材の変形により PC 鋼線には付加的な緊張力または弛緩力が生じ、そのため 2 次的な付加軸力、曲げモーメントが起る。実際構造物に現われる軸力、曲げモーメントは外荷重によるものと PC 鋼線の付加的な影響によつて 2 次的に発生するものとが合成されたものであつて、後者の影響は不静定構造物では不静定力に関係し無視し得ないものと考えられる。筆者は 29 年七尾市に架設された本邦最初のプレストレスト コンクリート ラーメン橋である御祓橋について耐力試験を行つた。以下に耐力試験におけるような対称な載荷状態について PC 鋼線の付加的な影響を考慮した場合の計算を示し、実測した応力並びにタワミと対比して検討を試みた。

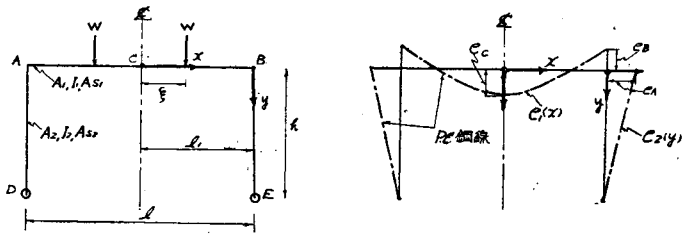
図-1



2. 不静定力 H の算出

載荷状態は図-1 のように対称であり (a), (b) に分けて考える。図-2 は以下の計算に用いる断面諸元の表示である。なお曲げモーメントはハリ部、脚柱部とも門構の内側への曲げ、軸力は圧縮、付加緊張力は緊張増加、長さの変化は縮み、ハリ端部の回転角は下向き回転、脚柱下端の変位は門構の外側方向への変位の各場合をそれぞれ正とする。PC 鋼線の位置は、ハリ部ではハリの中央 C 点を x の原点としハリの中立軸に対し (1) 式により、また脚柱部では上端を y の原点とし下方に y > 0 にとり、脚柱部の中立軸に対し (2) 式により仮定する。

図-2



A_1, A_2 梁部及び脚柱部におけるコンクリート断面積
 A_{s1}, A_{s2} " PC 鋼線断面積
 I_1, I_2 " 断面 2 次モーメント

$$e_1(x) = e_c - \frac{e_B + e_C}{l^2} \cdot x^2 \quad \text{ただし } l_1 = \frac{l}{2} \quad e_B, e_C \geq 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$e_2(y) = e_A(1 - y/h) \quad \text{ただし } e_A \geq 0 \dots \dots \dots (2)$$

(a) 脚柱下端 D, E が自由に水平に移動しうるとき外力 W による D, E の変位

(i) ハリ端部 A, B の回転角とハリ長 l の長さの変化: PC 鋼線の付加緊張力または弛緩力をハリ部、脚柱部

* 建設技官, 建設省土木研究所構造研究室長

** 建設技官, 建設省土木研究所構造研究室

これについてそれぞれ $\Delta P_1(x), \Delta P_2(y)$ とすれば, ハリの曲げモーメント $M_{1W}(x)$ 及び軸力 $N_{1W}(x)$ は

$$\begin{aligned} M_{1W}(x) &= W(l_1 - \xi) - \Delta P_1(x) \cdot e_1(x) + m_{1W} & 0 \leq x \leq \xi \\ &= W(l_1 - x) - \Delta P_1(x) \cdot e_1(x) + m_{1W} & \xi \leq x \leq l_1 \end{aligned}$$

ただし, ここに $m_{1W} = \Delta P_2(0) \cdot e_2(0)$

$$N_{1W}(x) = \Delta P_1(x) \quad 0 \leq x \leq l_1$$

任意の x 断面において PC 鋼線の位置における応力は

$$\sigma_{1W}(x) = \frac{N_{1W}(x)}{A_1} - \frac{M_{1W}(x)}{I_1} \cdot e_1(x) \quad 0 \leq x \leq l_1$$

中立軸の位置における応力は

$$\sigma_{1W_0}(x) = N_{1W}(x)/A_1 \quad 0 \leq x \leq l_1$$

$\sigma_{1W}(x)$ によるコンクリートのヒズミ $\left(\frac{\Delta \delta x}{\delta x}\right)_W$ は

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta \delta x}{\delta x}\right)_W &= \frac{1}{E_C} \sigma_{1W}(x) \\ &= \frac{1}{E_C} \left\{ \frac{\Delta P_1(x)}{A_1} - \frac{W(l_1 - \xi)}{I_1} e_1(x) + \frac{\Delta P_1(x)}{I_1} e_1^2(x) - \frac{m_{1W}}{I_1} e_1(x) \right\}, \quad 0 \leq x \leq \xi \\ &= \frac{1}{E_C} \left\{ \frac{\Delta P_1(x)}{A_1} - \frac{W(l_1 - x)}{I_1} e_1(x) + \frac{\Delta P_1(x)}{I_1} e_1^2(x) - \frac{m_{1W}}{I_1} e_1(x) \right\}, \quad \xi \leq x \leq l_1 \end{aligned}$$

一方 $(\Delta \delta x)_W = -\frac{1}{E_S A_{S_1}} \cdot \Delta P_1(x) \cdot \delta x, \quad 0 \leq x \leq l_1$

$$\therefore \Delta P_1(x) = \frac{W(l_1 - \xi) \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2} + \frac{m_{1W} \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, \quad 0 \leq x \leq \xi \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$= \frac{W(l_1 - x) \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2} + \frac{m_{1W} \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, \quad \xi \leq x \leq l_1 \quad \dots \dots \dots (3')$$

ただし $e = e_B + e_C \geq 0, \quad k_1^2 = \frac{I_1}{A_1} > 0, \quad \mu_1 = \frac{E_C A_1}{E_S A_{S_1}} > 0$

従つて

$$\begin{aligned} (\Delta \delta x)_{W_0} &= \frac{1}{E_C} \sigma_{1W_0}(x) \cdot \delta x \\ &= \frac{W}{E_C A_1} (f_{11}(x) \cdot \delta x + K_{1W} \cdot f_{10}(x) \cdot \delta x), \quad 0 \leq x \leq \xi \quad \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

$$= \frac{W}{E_C A_1} (f_{12}(x) \cdot \delta x + K_{1W} \cdot f_{10}(x) \cdot \delta x), \quad \xi \leq x \leq l_1 \quad \dots \dots \dots (4')$$

$$M_{1W}(x) = W\{\varphi_{11}(x) + K_{1W} \varphi_{10}(x)\}, \quad 0 \leq x \leq \xi \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$= W\{\varphi_{12}(x) + K_{1W} \varphi_{10}(x)\}, \quad \xi \leq x \leq l_1 \quad \dots \dots \dots (5')$$

ただし上式中 $K_{1W} = \frac{m_{1W}}{W}$,

$$f_{11}(x) = \frac{(l_1 - \xi) \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, \quad f_{12}(x) = \frac{(l_1 - x) \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, \quad f_{10}(x) = \frac{e_C - \frac{ex^2}{l_1^2}}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}$$

$$\varphi_{11}(x) = \frac{(1 + \mu_1) k_1^2 (l_1 - \xi)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, \quad \varphi_{12}(x) = \frac{(1 + \mu_1) k_1^2 (l_1 - x)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, \quad \varphi_{10}(x) = \frac{(1 + \mu_1) k_1^2}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}$$

ハリの長さの変化を $l_1 = \frac{l}{2}$ に対して Δl_{1W} とすれば

$$\Delta l_{1W} = \int_0^{l_1} (\Delta \delta x)_{W_0} = \frac{W}{E_C A_1} \left(\int_0^\xi f_{11}(x) dx + \int_\xi^{l_1} f_{12}(x) dx + K_{1W} \int_0^{l_1} f_{10}(x) dx \right) \quad \dots \dots \dots (6)$$

またハリ端部 A, B の回転角を $\Delta \theta_{1W}$ とすれば

$$\Delta \theta_{1W} = \frac{1}{E_C I_1} \int_0^{l_1} M_{1W}(x) \cdot dx = \frac{W}{E_C I_1} \left(\int_0^{\xi} \varphi_{11}(x) dx + \int_{\xi}^{l_1} \varphi_{12}(x) dx + K_{1W} \int_0^{l_1} \varphi_{10}(x) dx \right) \dots\dots\dots (7)$$

(ii) 脚柱下端 D,E の変位と柱長 h の長さの変化：脚柱部に生ずる曲げモーメント $M_{2W}(y)$ 及び軸力 $N_{2W}(y)$ は

$$M_{2W}(y) = \Delta P_2(y) \cdot e_2(y) + m_{2W} \left(1 - \frac{y}{h} \right), \quad 0 \leq y \leq h$$

$$N_{2W}(y) = W + \Delta P_2(y), \quad 0 \leq y \leq h$$

ただしここに $m_{2W} = -\Delta P_1(l_1) \cdot e_1(l_1)$

任意の y 断面において PC 鋼線の位置における応力は

$$\sigma_{2W}(y) = \frac{N_{2W}(y)}{A_2} + \frac{M_{2W}(y)}{I_2} e_2(y), \quad 0 \leq y \leq h$$

中立軸の位置における応力は

$$\sigma_{2W_0}(y) = \frac{N_{2W}(y)}{A_2}, \quad 0 \leq y \leq h$$

$\sigma_{2W}(y)$ によるコンクリートのヒズミ $\left(\frac{\Delta \delta y}{\delta y} \right)_W$ は

$$\left(\frac{\Delta \delta y}{\delta y} \right)_W = \frac{1}{E_C} \sigma_{2W}(y)$$

$$= \frac{1}{E_C} \left\{ \frac{W}{A_2} + \frac{\Delta P_2(y)}{A_2} + \frac{\Delta P_2(y)}{I_2} e_2^2(y) + \frac{m_{2W} \left(1 - \frac{y}{h} \right)}{I_2} e_2(y) \right\}, \quad 0 \leq y \leq h$$

一方

$$(\Delta \delta y)_W = -\frac{1}{E_S A_{S_2}} \cdot \Delta P_2(y) \cdot \delta y$$

$$\therefore \Delta P_2(y) = -\frac{W k_2^2}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2} - \frac{m_{2W} e_A \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2}, \quad 0 \leq y \leq h \dots\dots (8)$$

ただし $\mu_2 = \frac{E_C A_2}{E_S A_{S_2}} > 0$, $k_2^2 = -\frac{I_2}{A_2} > 0$ とする。

従つて

$$(\Delta \delta y)_{W_0} = \frac{1}{E_C} \sigma_{2W_0}(y) \cdot \delta y$$

$$= \frac{W}{E_C A_2} \{ f_2(y) \cdot \delta y + K_{2W} f_{20}(y) \cdot \delta y \}, \quad 0 \leq y \leq h \dots\dots (9)$$

$$M_{2W}(y) = W \{ \varphi_2(y) + K_{2W} \varphi_{20}(y) \}, \quad 0 \leq y \leq h \dots\dots (10)$$

ただし上式中 $K_{2W} = \frac{m_{2W}}{W}$

$$f_2(y) = 1 - \frac{k_2^2}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2}, \quad f_{20}(y) = -\frac{1}{e_A} \left\{ 1 - \frac{(1 + \mu_2) k_2^2}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2} \right\}$$

$$\varphi_2(y) = -\frac{k_2^2 e_A \left(1 - \frac{y}{h} \right)}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2}, \quad \varphi_{20}(y) = \frac{1}{e_A} \frac{(1 + \mu_2) k_2^2 e_A \left(1 - \frac{y}{h} \right)}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2}$$

柱の長さの変化を Δh_{2W} , ハリ下端 D,E の曲げによる変位を Δl_{2W} とすれば

$$\Delta h_{2W} = \int_0^h (\Delta \delta y)_{W_0} = \frac{W}{E_C A_2} \left(\int_0^h f_2(y) \cdot dy + K_{2W} \int_0^h f_{20}(y) dy \right) \dots\dots (11)$$

$$\Delta l_{2W} = \frac{1}{E_C I_2} \int_0^h \int_0^h M_{2W}(y) \cdot dy \cdot dy = \frac{W}{E_C I_2} \left(\int_0^h \int_0^h \varphi_2(y) dy \cdot dy + K_{2W} \int_0^h \int_0^h \varphi_{20}(y) \cdot dy \cdot dy \right) \dots\dots (12)$$

(iii) W による脚柱下端 D,E の全変位: Δ_W を W による脚柱下端 D,E の全変位とすれば

$$\begin{aligned} \Delta W &= (h - \Delta h_{2W}) \cdot \Delta \theta_{1W} - \Delta l_{1W} + \Delta l_{2W} \\ &\doteq h \cdot \Delta \theta_{1W} - \Delta l_{1W} + \Delta l_{2W} \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

(b) 脚柱下端 D,E が自由に水平に移動しうるとき不静定力 H による脚柱下端 D,E の変位

(i) ハリ端部 A,B の回転角とハリ長 l の長さの変化: H を門構の外側より内側に働らく場合を H > 0 にとり, PC 鋼線の緊張力の変化をハリ部, 脚柱部についてそれぞれ ΔQ₁(x), ΔQ₂(y) とすればハリに働く曲げモーメント M_{1H}(x) 及び軸力 N_{1H}(x) は

$$\begin{aligned} M_{1H}(x) &= -Hh - \Delta Q_1(x) \cdot e_1(x) + m_{1H}, & 0 \leq x \leq l_1 \\ N_{1H}(x) &= H + \Delta Q_1(x), & 0 \leq x \leq l_1 \end{aligned}$$

ただしここに m_{1H} = ΔQ₂(0) · e₂(0)

(a) と同様にして ΔQ₁(x) を計算すれば

$$\Delta Q_1(x) = - \frac{H \left\{ k_1^2 + h \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right) \right\}}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2} + \frac{m_{1H} \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, \quad 0 \leq x \leq l_1 \dots (14)$$

従つて

$$(\Delta \delta x)_{H_0} = \frac{H}{E_C A_1} (F_1(x) \cdot \delta x + K_{1H} \cdot F_{10}(x) \cdot \delta x), \quad 0 \leq x \leq l_1 \dots (15)$$

$$M_{1H}(x) = H \{ \Phi_1(x) + K_{1H} \Phi_{10}(x) \}, \quad 0 \leq x \leq l_1 \dots (16)$$

ただし上式中 $K_{1H} = \frac{m_{1H}}{H}$

$$\begin{aligned} F_1(x) &= 1 - \frac{k_1^2 + h \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, & F_{10}(x) &= \frac{e_C - \frac{ex^2}{l_1^2}}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2} \\ \Phi_1(x) &= - \frac{k_1^2 \left\{ (1 + \mu_1) h - \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right) \right\}}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2}, & \Phi_{10}(x) &= \frac{(1 + \mu_1) k_1^2}{(1 + \mu_1) k_1^2 + \left(e_C - \frac{ex^2}{l_1^2} \right)^2} \end{aligned}$$

ハリの長さの変化を Δl_{1H}, ハリ端 A,B の回転角を Δθ_{1H} とすれば

$$\Delta l_{1H} = \int_0^{l_1} (\Delta \delta x)_{H_0} = \frac{H}{E_C A_1} \left(\int_0^{l_1} F_1(x) \cdot dx + K_{1H} \int_0^{l_1} F_{10}(x) \cdot dx \right) \dots (17)$$

$$\Delta \theta_{1H} = \frac{1}{E_C I_1} \int_0^{l_1} M_{1H}(x) \cdot dx = \frac{H}{E_C I_1} \left(\int_0^{l_1} \Phi_1(x) \cdot dx + K_{1H} \int_0^{l_1} \Phi_{10}(x) \cdot dx \right) \dots (18)$$

(ii) 脚柱下端 D,E の変位と柱長 h の長さの変化: 脚柱部に生ずる曲げモーメント M_{2H}(y) 及び軸力 N_{2H}(y) は

$$\begin{aligned} M_{2H}(y) &= -H(h - y) + \Delta Q_2(y) \cdot e_2(y) + m_{2H} \left(1 - \frac{y}{h} \right), & 0 \leq y \leq h \\ N_{2H}(y) &= \Delta Q_2(y) & 0 \leq y \leq h \end{aligned}$$

ただし, ここに m_{2H} = -ΔQ₁(l₁) · e₁(l₁)

(a) と同様にして ΔQ₂(y) を計算すれば

$$\Delta Q_2(y) = \frac{H h e_A \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2} - \frac{m_{2H} e_A \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2}, \quad 0 \leq y \leq h \dots (19)$$

従つて

$$(\Delta \delta y)_{H_0} = \frac{H}{E_C A_2} \{ F_2(y) \cdot \delta y + K_{2H} \cdot F_{20}(y) \cdot \delta y \}, \quad 0 \leq y \leq h \dots (20)$$

$$M_{2H}(y) = H \{ \Phi_2(y) + K_{2H} \Phi_{20}(y) \}, \quad 0 \leq y \leq h \dots (21)$$

ただし上式中 $K_{2H} = \frac{m_{2H}}{H}$

$$F_2(y) = \frac{h}{e_A} \left\{ 1 - \frac{(1 + \mu_2) k_2^2}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2} \right\}, \quad F_{20}(y) = - \frac{1}{e_A} \left\{ 1 - \frac{(1 + \mu_2) k_2^2}{(1 + \mu_2) k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h} \right)^2} \right\}$$

$$\Phi_2(y) = -\frac{h}{e_A} \cdot \frac{(1+\mu_2)k_2^2 \cdot e_A \left(1 - \frac{y}{h}\right)}{(1+\mu_2)k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2}, \quad \Phi_{20}(y) = \frac{1}{e_A} \cdot \frac{(1+\mu_2)k_2^2 e_A \left(1 - \frac{y}{h}\right)}{(1+\mu_2)k_2^2 + e_A^2 \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2}$$

柱の長さの変化 Δh_{2H} 及び脚柱下端 D,E の曲げによる変位 Δl_{2H} は

$$\Delta h_{2H} = \int_0^h (\Delta \delta y)_{H_0} = \frac{H}{E_C A_2} \left(\int_0^h F_2(y) dy + K_{2H} \int_0^h F_{20}(y) dy \right) \dots \dots \dots (22)$$

$$\Delta l_{2H} = \frac{1}{E_C I_2} \int_0^h \int_0^h M_{2H}(y) dy \cdot dy = \frac{H}{E_C I_2} \left(\int_0^h \int_0^h \Phi_2(y) dy \cdot dy + K_{2H} \int_0^h \int_0^h \Phi_{20}(y) dy \cdot dy \right) \dots \dots \dots (23)$$

(iii) H による脚柱下端 D,E の全変位: Δ_H を H による脚柱下端 D,E の全変位とすれば

$$\Delta_H = (h - \Delta h_{2H}) \cdot \Delta \theta_{1H} - \Delta l_{1H} + \Delta l_{2H} \\ \doteq h \cdot \Delta \theta_{1H} - \Delta l_{1H} + \Delta l_{2H} \dots \dots \dots (24)$$

(c) $K_{1W}, K_{2W}, K_{1H}, K_{2H}$ の算出: 式 (3'), (8) より

$$\Delta P_1(l_1) = -\frac{e_A \cdot e_B}{(1+\mu_1)k_1^2 + e_B^2} \cdot \Delta P_2(0) \dots \dots \dots (25)$$

$$\Delta P_2(0) = -\frac{Wk_2^2}{(1+\mu_2)k_2^2 + e_A^2} - \frac{e_A \cdot e_B}{(1+\mu_2)k_2^2 + e_A^2} \cdot \Delta P_1(l_1) \dots \dots \dots (26)$$

$(1+\mu_1)k_1^2 = \alpha_1^2$, $(1+\mu_2)k_2^2 = \alpha_2^2$ とおいてこの両式を連立的に解けば

$$\Delta P_1(l_1) = \frac{k_2^2 e_A e_B}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 e_A^2 + \alpha_2^2 e_B^2} \cdot W, \quad \Delta P_2(0) = -\frac{k_2^2 (\alpha_1^2 + e_B^2)}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 e_A^2 + \alpha_2^2 e_B^2} \cdot W$$

式 (14), (19) より

$$\Delta Q_1(l_1) = -\frac{H(k_1^2 - h e_B)}{(1+\mu_1)k_1^2 + e_B^2} - \frac{e_A \cdot e_B}{(1+\mu_1)k_1^2 + e_B^2} \cdot \Delta Q_2(0) \dots \dots \dots (27)$$

$$\Delta Q_2(0) = \frac{H h e_A}{(1+\mu_2)k_2^2 + e_A^2} - \frac{e_A \cdot e_B}{(1+\mu_2)k_2^2 + e_A^2} \cdot \Delta Q_1(l_1) \dots \dots \dots (28)$$

この両式を連立的に解けば

$$\Delta Q_1(l_1) = -\frac{k_1^2 \alpha_2^2 + k_1^2 e_A^2 - h \alpha_2^2 e_B}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 e_A^2 + \alpha_2^2 e_B^2} H, \quad \Delta Q_2(0) = \frac{h \alpha_1^2 e_A + e_A e_B k_1^2}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 e_A^2 + \alpha_2^2 e_B^2} H$$

従つて

$$K_{1W} = \frac{\Delta P_2(0) \cdot e_2(0)}{W} = -\frac{k_2^2 (\alpha_1^2 + e_B^2) e_A}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 e_A^2 + \alpha_2^2 e_B^2} \dots \dots \dots (29)$$

$$K_{2W} = -\frac{\Delta P_1(l_1) \cdot e_1(l_1)}{W} = \frac{k_2^2 e_A e_B^2}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_1^2 e_A^2 + \alpha_2^2 e_B^2} \dots \dots \dots (30)$$

$$K_{1H} = \frac{\Delta Q_2(0) \cdot e_2(0)}{H} = \frac{(h \alpha_1^2 e_A + k_1^2 e_A e_B) e_A}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 e_B^2 + \alpha_1^2 e_A^2} \dots \dots \dots (31)$$

$$K_{2H} = -\frac{\Delta Q_1(l_1) e_1(l_1)}{H} = -\frac{(k_1^2 \alpha_2^2 + k_1^2 e_A^2 - h \alpha_2^2 e_B) e_B}{\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 e_B^2 + \alpha_1^2 e_A^2} \dots \dots \dots (32)$$

(d) 不静定力 H の決定: $\Delta W + \Delta_H = 0$ なるべきにより

$$h \cdot \Delta \theta_{1W} - \Delta l_{1W} + \Delta l_{2W} + h \cdot \Delta \theta_{1H} - \Delta l_{1H} + \Delta l_{2H} = 0 \dots \dots \dots (33)$$

$$\therefore H = -W \cdot \frac{\frac{h}{k_1^2} (J_{11} + J_{12} + K_{1W} J_{10}) - (J_{21} + J_{22} + K_{1W} J_{20}) + \frac{\nu}{k_2^2} (J_3 + K_{2W} J_{30})}{\frac{h}{k_1^2} (J_1' + K_{1H} J_{10}') - (J_2' + K_{1H} J_{20}') + \frac{\nu}{k_2^2} (J_3' + K_{2H} J_{30}')} \dots \dots \dots (34)$$

ただし上式中

$$\nu = \frac{A_1}{A_2}, \quad J_{11} = \int_0^{\xi} \varphi_{11}(x) dx, \quad J_{12} = \int_{\xi}^{l_1} \varphi_{12}(x) dx, \quad J_{10} = \int_0^{l_1} \varphi_{10}(x) dx$$

$$J_{21} = \int_0^{\xi} f_{11}(x) dx, \quad J_{22} = \int_{\xi}^{l_1} f_{12}(x) dx, \quad J_{20} = \int_0^{l_1} f_{10}(x) dx, \quad J_3 = \int_0^h \int_0^h \varphi_2(y) dy \cdot dy$$

$$J_{30} = \int_0^h \int_0^h \varphi_{20}(y) dy \cdot dy, \quad J_1' = \int_0^{l_1} \Phi_1(x) dx, \quad J_{10}' = \int_0^{l_1} \Phi_{10}(x) dx, \quad J_2' = \int_0^{l_1} F_1(x) dx$$

$$J_{20}' = \int_0^{l_1} F_{10}(x) dx, \quad J_3' = \int_0^h \int_0^h \Phi_2(y) dy \cdot dy, \quad J_{30}' = \int_0^h \int_0^h \Phi_{20}(y) dy \cdot dy$$

これらを計算すると

$$J_{11} + J_{12} + K_{1W} J_{10} = \frac{\alpha_1^2}{4 K_1} \left[\frac{1}{\omega} \{U_1 L_1(l_1) + K_{1W} L_1(l_1) - \xi L_1(\xi)\} \right. \\ \left. + \frac{1}{\beta_1 r} \{U_1 \theta_1(l_1) + K_{1W} \theta_1(l_1) - \xi \theta_1(\xi)\} \right] + \frac{\alpha_1}{2 \beta_1} \{\theta_2(l_1) - \theta_2(\xi)\}$$

$$J_{21} + J_{22} + K_{1W} J_{20} = \frac{1}{4} \left[\frac{K_2}{\omega} \{U_1 L_1(l_1) + K_{1W} L_1(l_1) - \xi L_1(\xi)\} \right. \\ \left. - \frac{K_3}{\beta_1 r} \{U_1 \theta_1(l_1) + K_{1W} \theta_1(l_1) - \xi \theta_1(\xi)\} + \frac{1}{\beta_1} \{L_2(l_1) - L_2(\xi)\} \right]$$

$$J_3 + K_{2W} J_{30} = \frac{1}{\beta_2^2} \left(K_{2W} \frac{\alpha_2^2}{e_A} - k_2^2 \right) \left(e_A - \alpha_2 \tan^{-1} \frac{e_A}{\alpha_2} \right)$$

$$J_1' + K_{1H} J_{10}' = -\frac{\alpha_1^2}{4 K_1} \left\{ \frac{1}{\omega} L_1(l_1) + \frac{1}{\beta_1 r} \theta_1(l_1) \right\} (h - K_{1H}) + \frac{k_1^2}{4} \left\{ \frac{K_2}{\omega} L_1(l_1) - \frac{K_3}{\beta_1 r} \theta_1(l_1) \right\}$$

$$J_2' + K_{1H} J_{20}' = l_1 - \frac{k_1^2}{4 K_1} \left\{ \frac{1}{\omega} L_1(l_1) + \frac{1}{\beta_1 r} \theta_1(l_1) \right\} - \frac{1}{4} \left\{ \frac{K_2}{\omega} L_1(l_1) - \frac{K_3}{\beta_1 r} \theta_1(l_1) \right\} (h - K_{1H})$$

$$J_3' + K_{2H} J_{30}' = \frac{\alpha_2^2}{\beta_2^2} \left(\frac{K_{2H}}{e_A} - \frac{1}{\beta_2} \right) \left(e_A - \alpha_2 \tan^{-1} \frac{e_A}{\alpha_2} \right)$$

ただしここに

$$\beta_1 = \frac{e}{l_1^2}, \quad r^2 = \frac{\sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2} - e_C}{2 \beta_1}, \quad \omega^2 = 2 \beta_1 (\sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2} + e_C),$$

$$\beta_2 = \frac{e_A}{h}, \quad K_1 = \sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2}, \quad K_2 = 1 + \frac{e_C}{\sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2}}, \quad K_3 = 1 - \frac{e_C}{\sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2}}$$

$$L_1(x) = \log \frac{\beta_1 x^2 + \omega x + \sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2}}{\beta_1 x^2 - \omega x + \sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2}}, \quad L_2(x) = \log \{ \alpha_1^2 + (e_C - \beta_1 x^2)^2 \}$$

$$\theta_1(x) = \tan^{-1} \frac{x - \frac{\omega}{2 \beta_1}}{r} + \tan^{-1} \frac{x + \frac{\omega}{2 \beta_1}}{r}, \quad \theta_2(x) = \tan^{-1} \frac{e_C - \beta_1 x^2}{\alpha_1}$$

3. 曲げモーメントおよび軸力

ハリ部及び脚柱部における曲げモーメントを $M_1(x)$, $M_2(y)$ とすれば

$$M_1(x) = M_{1W}(x) + M_{1H}(x) \\ = W \{ \varphi_{11}(x) + K_{1W} \varphi_{10}(x) \} + H \{ \Phi_1(x) + K_{1H} \Phi_{10}(x) \}, \quad 0 \leq x \leq \xi \dots \dots \dots (35)$$

$$= W \{ \varphi_{12}(x) + K_{1W} \varphi_{10}(x) \} + \{ \Phi_1(x) + K_{1H} \Phi_{10}(x) \}, \quad \xi \leq x \leq l_1 \dots \dots \dots (36)$$

$$M_2(y) = M_{2W}(y) + M_{2H}(y) \\ = W \{ \varphi_2(y) + K_{2W} \varphi_{20}(y) \} + H \{ \Phi_2(y) + K_{2H} \Phi_{20}(y) \}, \quad 0 \leq y \leq h \dots \dots \dots (37)$$

また軸力をハリ部、脚柱部についてそれぞれ $N_1(x)$, $N_2(y)$ とすれば

$$N_1(x) = N_{1W}(x) + N_{1H}(x) \\ = W \{ f_{11}(x) + K_{1W} f_{10}(x) \} + H \{ F_1(x) + K_{1H} F_{10}(x) \}, \quad 0 \leq x \leq \xi \dots \dots \dots (38)$$

$$= W \{ f_{12}(x) + K_{1W} f_{10}(x) \} + H \{ F_1(x) + K_{1H} F_{10}(x) \}, \quad \xi \leq x \leq l_1 \dots \dots \dots (39)$$

$$N_2(y) = N_{2W}(y) + N_{2H}(y) \\ = W \{ f_2(y) + K_{2W} f_{20}(y) \} + H \{ F_2(y) + K_{2H} F_{20}(y) \}, \quad 0 \leq y \leq h \dots \dots \dots (40)$$

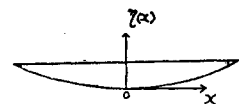
4. ハリ部におけるタワミ曲線

図-3 のごとくハリの中央C点を座標の原点にとり $\eta(x)$ は上向きを正とする。

$$\frac{d^2 \eta(x)}{dx^2} = \frac{M_1(x)}{E_C I_1}$$

従つてタワミ $\eta(x)$ は次のように求まる。

図-3



$$\eta(x) = \frac{1}{E_C I_1} \iint M_1(x) dx \cdot dx$$

$$= \frac{W}{E_C I_1} \{R_{11}(x) + K_{1W} R_{10}(x)\} + \frac{H}{E_C I_1} \{R_1'(x) + K_{1H} R_{10}'(x)\}, \quad 0 \leq x \leq \xi \dots \dots (41)$$

$$= \frac{W}{E_C I_1} \{R_{12}(x) + K_{1W} R_{10}(x)\} + \frac{H}{E_C I_1} \{R_1'(x) + K_{1H} R_{10}'(x)\}, \quad \xi \leq x \leq l_1 \dots \dots (42)$$

境界条件を満たすように積分常数を定め、 $R_{11}(x)$, $R_{12}(x)$, $R_{10}(x)$, $R_1'(x)$, $R_{10}'(x)$ を計算すると

$$R_{11}(x) = \iint \varphi_{11}(x) dx \cdot dx = \frac{1}{4} C_1 (l_1 - \xi) \left\{ \frac{x}{\omega} L_1(x) + \frac{x}{\beta_1 r} \cdot \theta_1(x) + C_2 \{ \theta_3(x) - \theta_3(0) \} \right\}$$

$$R_{12}(x) = \iint \varphi_{12}(x) \cdot dx \cdot dx = \frac{1}{4} \left[C_1 \cdot \frac{x}{\omega} \{ l_1 L_1(x) - \xi L_1(\xi) \} + C_1 \cdot \frac{x}{\beta_1 r} \{ l_1 \theta_1(x) - \xi \theta_1(\xi) \} \right. \\ \left. - \frac{C_3}{\omega} \{ L_1(x) - L_1(\xi) \} + \frac{C_3}{\beta_1 r} \{ \theta_1(x) - \theta_1(\xi) \} + C_4 x \{ \theta_2(x) - \theta_2(\xi) \} \right. \\ \left. + C_4 \{ l_1 \theta_3(x) - \xi \theta_3(\xi) - (l_1 - \xi) \theta_3(0) \} \right]$$

$$R_{10}(x) = \iint \varphi_{10}(x) dx \cdot dx = \frac{1}{4} C_1 \left\{ \frac{x}{\omega} L_1(x) + \frac{x}{\beta_1 r} \theta_1(x) + C_2 \{ \theta_3(x) - \theta_3(0) \} \right\}$$

$$R_1'(x) = \iint \varphi_1(x) dx \cdot dx = \frac{1}{4} \left\{ \frac{C_5}{\omega} \cdot x \cdot L_1(x) - \frac{C_6}{\beta_1 r} \cdot x \cdot \theta_1(x) \right. \\ \left. + C_7 \{ L_3(x) - L_3(0) \} + C_8 \{ \theta_3(x) - \theta_3(0) \} \right\}$$

$$R_{10}'(x) = \iint \varphi_{10}(x) dx dx = R_{10}(x)$$

ただし上式中

$$C_1 = \frac{\alpha_1^2}{K_1}, \quad C_2 = \frac{2K_1}{\beta_1 \alpha_1}, \quad C_3 = \frac{\alpha_1^2}{\beta_1}, \quad C_4 = \frac{2\alpha_1}{\beta_1}, \quad C_5 = k_1^2 K_2 - \frac{\alpha_1^2 h}{K_1}$$

$$C_6 = k_1^2 K_3 + \frac{\alpha_1^2 h}{K_1}, \quad C_7 = \frac{k_1^2}{\beta_1}, \quad C_8 = -\frac{2\alpha_1^2 h}{\beta_1 r \omega}$$

$$\theta_3(x) = \tan^{-1} \frac{x + \frac{\omega}{2\beta_1}}{r} - \tan^{-1} \frac{x - \frac{\omega}{2\beta_1}}{r}$$

$$L_3(x) = \log \left\{ \frac{(\beta_1 x^2 + \omega x + \sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2})(\beta_1 x^2 - \omega x + \sqrt{e_C^2 + \alpha_1^2})}{\beta_1^2} \right\}$$

5. 計算結果と慣用計算値並びに実測した応力・タワミとの比較

御破橋については断面諸数値は次のとおりである。

$$A_1 = 3\,000 \text{ cm}^2, \quad A_2 = 4\,000 \text{ cm}^2, \quad I_1 = 225\,000 \text{ cm}^4, \quad I_2 = 533\,000 \text{ cm}^4, \quad A_{S1} = A_{S2} = 9.41 \text{ cm}^2, \\ E_C = 3.5 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad E_S = 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad e_A = 12.5 \text{ cm}, \quad e_B = 9 \text{ cm}, \quad e_C = 11 \text{ cm}, \\ I_1 = 490 \text{ cm}, \quad h = 250 \text{ cm}, \quad \xi = 75 \text{ cm}$$

(a) 不静定力 不静定力は PC 鋼線の付加的な影響を考慮に入れない場合の普通のラーメンの計算、すなわち慣用計算法によつて計算すれば $H_0 = 0.893 W$ である。これを本文計算法によれば $H = 0.913 W$ となり、慣用計算値にくらべ大きな値を与え、 $H/H_0 = 1.023$ である。このことは前述したごとく PC 鋼線の付加的な緊張力または弛緩力による影響は不静定構造物では不静定力に関係するので無視し得ないということを裏書きしているものであり、これがため当然構造物各部の応力状態、タワミなどが変わってくるという結果になる。

(b) 曲げモーメント及び軸力 ハリ部及び脚柱部における曲げモーメントと軸力を列記すれば表-1, 2 と

表-1 ハリ部における曲げモーメント及び軸力
(M: W kg-cm N: W kg)

x cm	0	75.0	122.5	245.0	367.5	437.5	490.0
$M_{11}(x)$	184.98	185.40	139.60	19.94	-102.44	-171.53	-220.88
$M_{10}(x)$	191.77	191.77	144.27	22.77	-100.73	-170.73	-223.23
$N_{11}(x)$	1.375	1.355	1.217	0.925	0.903	1.096	1.364
$N_{10}(x)$	0.893	0.893	0.893	0.893	0.893	0.893	0.893

ただし $M_{10}(x)$, $N_{10}(x)$ は慣用計算値を示す

表-2 脚柱部における曲げモーメント及び軸力
(M: W kg-cm N: W kg)

y cm	0	62.5	125.0	187.5	250.0
$M_{20}(y)$	-220.88	-166.80	-111.75	-56.04	0
$M_{20}(y)$	-223.23	-167.42	-111.62	-55.81	0
$N_{20}(y)$	1.267	1.145	1.058	1.004	0.987
$N_{20}(y)$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

ただし $M_{20}(y)$, $N_{20}(y)$ は慣用計算値を示す

図-4 ハリ部下縁における応力

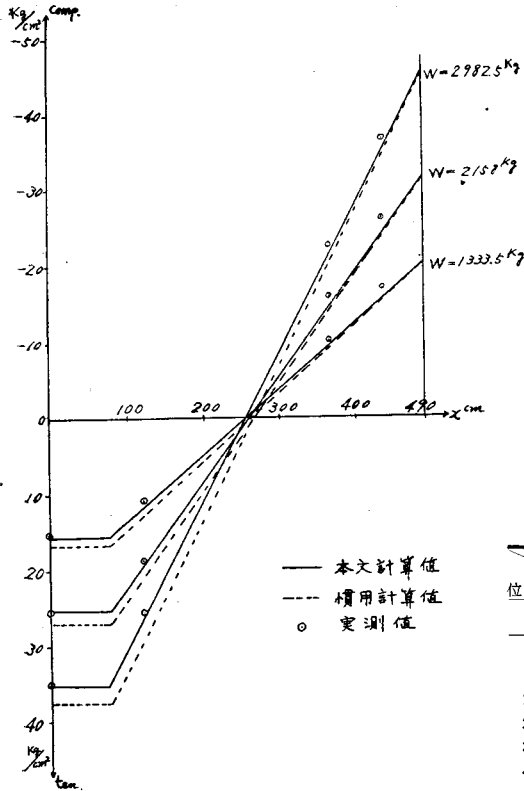
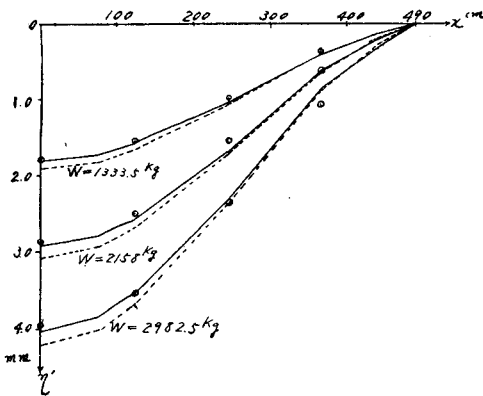


図-5 ハリ部におけるタワミ



る。これらの表から明らかなごとく、ハリ中央C点における本文計算法による曲げモーメントは慣用計算法による値の96%である。軸力は慣用計算法によればハリ部、脚柱部についてそれぞれ一定であるのに対し本文計算法によれば複雑な経過を示している。

(c) ハリ部下縁における応力 ハリ部下縁における実測値と計算値を比較したものが表-3であり、これを図示したものが図-4である。

これらの表や図から慣用計算値と実測値との間にはかなりの差が認められるが、本文計算法によれば大体実測値と一致させることができる。しかしながら図-4において実測値は計算値の上側にでてくる傾向を示している。すなわちハリ部における応力0の点がかもつと内側に偏つた所にあると云う事実を否定することはできない。これらの点については脚柱下端における鉸の固定度などが問題になつてくると思われる。

表-3 ハリ部下縁における応力 (kg/cm²)

位置	荷重 W=1333.5 kg			荷重 W=2158 kg			荷重 W=2982.5 kg		
	実測値	σ	σ_0	実測値	σ	σ_0	実測値	σ	σ_0
0	15.1	15.8	16.7	25.7	25.6	27.0	34.8	35.4	37.3
75.0 cm	15.9	16.7	16.7	25.7	25.7	27.0	35.5	35.5	37.3
122.5	10.5	11.9	12.4	18.7	19.2	20.1	25.2	26.6	27.8
245.0	1.8	1.4	1.6	0.9	2.2	2.6	2.6	3.0	3.7
367.5	-10.5	-9.5	-9.4	-16.1	-15.4	-15.1	-23.4	-21.3	-20.9
437.5	-17.5	-15.7	-15.6	-26.6	-25.5	-25.2	-37.6	-35.2	-34.8
490.0		-20.2	-20.2		-32.8	-32.8		-45.3	-45.3

ただし σ ……本文計算値 σ_0 ……慣用計算値

表-4 ハリ部におけるタワミ (mm)

位置	荷重 W=1333.5 kg			荷重 W=2158 kg			荷重 W=2982.5 kg		
	実測値	$\eta'(x)$	$\eta_0'(x)$	実測値	$\eta'(x)$	$\eta_0'(x)$	実測値	$\eta'(x)$	$\eta_0'(x)$
0	1.80	1.82	1.88	2.87	2.94	3.05	3.94	4.07	4.21
75.0 cm		1.93	1.99	2.80	2.80	2.90	3.87	3.87	4.00
122.5	1.55	1.59	1.64	2.49	2.57	2.65	3.57	3.55	3.67
245.0	0.98	1.04	1.05	1.54	1.68	1.69	2.34	2.32	2.34
367.5	0.36	0.37	0.39	0.64	0.63	0.64	1.09	0.87	0.88
440.0	0.13	0.13	0.12	0.20	0.20	0.19	0.28	0.28	0.26
490.0		0	0		0	0		0	0

ただし η' ……本文計算値 η_0' ……慣用計算値

$\eta'(x)$ は梁端部を0として下向きに正をとつた場合の撓みである
i.e. $\eta'(x) = \eta(490) - \eta(x)$

(d) ハリ部におけるタワミ ハリ部におけるタワミの実測値と計算値を比較したものが表-4で、これを図示したものが図-5である。実測値と慣用計算値との間には差が認められるが本文計算法によれば大体一致してくる。しかしながらこの場合にも実測値は計算値の上側にでてくる傾向を示し応力の場合の結果とよく符号している。

6. 結 言

以上に PC 鋼線の付加的な影響を考慮した場合のプレストレスト コンクリート門構ラーメンの計算を示し、御祓橋における実験結果と比較検討を加えたが、本文計算値は実測値と大体一致するという結果を得た。

また部材の変形ともなる PC 鋼線の付加的な影響は不静定構造物においては不静定力に関係するので考慮されて然るべきものではなからうかと思われる。

最後に実験に当り御協力をうけた七尾市当局、PS コンクリートKKに対し厚く感謝の意を表したい。

(昭.30.2.23)