土木学会論文報告集
第 289 号・1979 年 9 月
【論　　文】

地域整備速度制約下での最適施設整備過程に関する研究

OPTIMAL PROCESS OF PUBLIC INVESTMENT UNDER DEVELOPMENT SPEED CONSTRAINTS

肥　田　野　　登*
By Noboru HIDANO

1. 緒　　言

従来，地域計画の主要な実現手段である地域施設計画は，目標年次で想定される施設需要を満たすことを目的とした個別施設計画を並記するにとどまり，目標年次にいたる開発プロセスでの計画相互の整合性は，必ずしも十分検討されてこなかった．このため，各時点での予算制約，住民の反発など，地域各主体の有する制約は，地域計画全体としてみれば，満足されず施設計画の実現性を低下させていた．また開発プロセスにおいて，施設整備と経済社会活動水準のフィードバック関係が考慮されていないため，過剰・過小投資が生じる場合も多く，効率的な施設整備過程とはいえなかった．

このように，開発プロセスを考慮し，長期的視点に立脚した現実的，効率的な多種施設整備手法の開発が重要な課題となっている．

これに対して，従来の研究は，個別施設整備過程の最適化に集中しており[1]，多種施設を同時に取り扱い，かつ地域経済活動を内生化した分析[2]はほとんどみられず，特に，開発プロセスでの各種制約（たとえば，生産施設の集中整備によって，生活環境が一時的に低下する場合の住民の反発）下での最適施設整備については検討されていない．

そこで本研究では，開発プロセスに焦点をあて，プロセスにおける制約を，施設整備速度（単位時間当りの施設増分）制約として考慮するとともに，長期的視野に立った効率的な多種施設整備過程を分析し，その動学的特色を明らかにすることを目的としている．

要するに，地域各主体が許容しうる施設整備速度制約下で，いつ，どのような施設を，どの程度の速度で整備すればよいかを数理的に明らかにすることである．

まず，次章 **2**. では開発プロセスを考慮した従来の研究にふれ，その問題点を解決するために施設整備モデル，整備速度概念を提案し，**3**. ではこれをもとに最適多種施設整備問題の定式化を行い，最適解の条件を明らかにする．

次に，**4**. では生産・生活の2施設の場合について整備速度制約を導入したときの最適過程を求め，計画期間の長さ，初期施設量および計画目標施設量の点から最適過程の特性を分析する．**5**. では数値例により最適過程を示す．最後に，**6**. では，すでに施設水準が高く，施設整備によって生産が，逓減的にしか増加しない場合について整備過程を明らかにする．

2. 従来の研究と本研究の基本的考え方

(1) 従来の研究と本研究の考え方

開発プロセスにおいて，地域の施設整備が地域各主体に与える影響を明示的に取り扱っている実証的研究として，たとえば，中村[3]は施設の開発速度の相違が地域に与える影響を，市レベルの社会指標を含む計量経済モデルを構築し，鹿島・能代地区において分析している．また，システムダイナミックス手法を用いた例として，たとえば日本 OR 学会の研究[4]がある．

さらに，市川[5]は東三河地域施設計画において，石原ら[6]は，住宅地開発計画において開発プロセスでの施設整備が地域財政主体に与える影響を分析している．これらのモデルは，いずれもシミュレーションにより施設整備過程を評価しているため，開発プロセスでの各主体の制約が満足されているという保証はなく，また，最適整備過程を見い出すことも困難である．

一方，地域成長を内生化した最適投資過程に関して，Rahman, M.[7] は線形生産関数の仮定のもとで2地域を対象として分析をすすめている．このモデルをもとに，Sakashita[8], Ohtsuki[9], Fujita[10], Yamamura[11),12] によ

* 正会員　M.Eng.　東京工業大学助手　社会工学科

って民間投資の導入，多財，多地域への拡張などが試みられている．また，Mera[13] は労働と資本を考慮した場合の最適投資過程を分析している．これらの研究は多地域における施設整備の最適過程を明らかにしているものの，開発プロセスでの制約や公共施設整備の財源を規定している地域財政メカニズムは考慮しておらず，その定性的結論は施設計画においては必ずしも妥当なものとはいえない．

そこで本研究では県レベル以下の地域を対象として，実現性が高く，しかも長期的に最適である多種施設整備過程を以下の手順で明らかにする．

① 多種施設整備による地域成長，その結果生じる地方政府の施設整備力の拡大を内生化した多種施設整備モデルを構築し，

② 単位時間当りの施設増を示す施設整備速度概念を導入することにより，開発プロセスにおける制約を施設整備速度制約として定式化する．

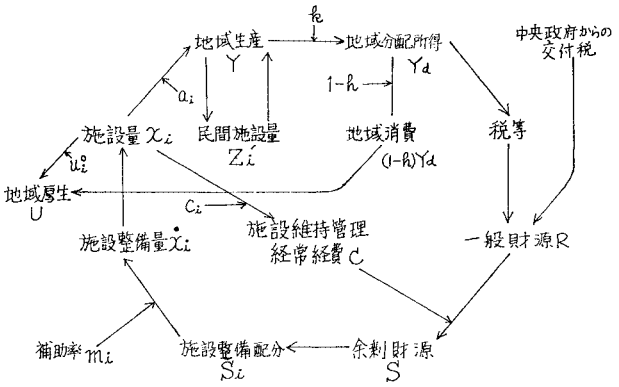
③ ①をベースに②を制約条件とし，地域厚生の最大化を目的とする施設整備問題を定式化し，最大原理を適用して最適施設整備過程を明らかにする．

（2） 多種施設整備モデルの構築

まず，地域施設計画で対象とする公共施設（道路，港湾，工業用地，上下水道，教育施設など）整備を長期的に規定しているのは地方政府の財政力であることから，財政メカニズムの内生化を試みる．地方政府が施設整備に充当できる余剰財源を，歳入から施設の維持管理費（経常経費）を控除することにより設定した．次に公共施設が民間生産施設とともに地域生産水準を決定していると考え，生産関数を定式化した．また，施設の経常経費と施設量との高い相関関係より経常経費を施設量によって求める．以上の関係から多種施設整備モデルは次のように定式化できる[14),15)]．

$$\left.\begin{aligned}
&Y(t)=f(x_i(t),\ z_i'(t))\\
&Y_d(t)=kY(t)\\
&R(t)=lhY_d(t)\\
&C(t)=\sum_{i=1}^{N}c_ix_i(t)\\
&S(t)=R(t)-C(t)=\sum_{i=1}^{N}s_i(t)\\
&\dot{x}_i(t)=m_is_i(t)\\
&U(t)=u((1-h)Y_d(t),\ x_i(t))
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

ここで，Y：生産所得，x_i：i 種公共施設量，z_i'：i' 種民間生産施設量，f：生産関数，Y_d：分配所得，k：生産-分配所得修正係数，R：一般財政歳入額，h：税率，l：中央政府からの交付税を含んだ拡大係数，C：経常経費，c_i：i 種施設維持管理費，S：余剰財源（施設整備



図—1 地域施設整備モデル

力），s_i：i 種施設への一般財源配分，$\dot{x}_i$：時刻 t での i 種施設量増分，m_i：中央政府からの補助金による拡大係数（補助率は $(m_i-1)/m_i$），U：地域厚生を表わす．

さらに問題を単純化するために次の仮定を設定する．

① 生産関数は線形とする．

② 地域人口は一定とし，施設の老朽化はないものとする．

③ 地域厚生は消費と各種施設によってもたらされるサービスの線形結合によって表現できるものとする．ここで，②は計算を簡単にするためのもので問題の本質を損ねるものではない．したがって，

$$f(x_i(t),\ z_i'(t))=\sum_{i=1}^{N}a_ix_i(t)+\sum_{i'=1}^{N'}a_{i'}'z_{i'}(t)$$

$$u((1-h)Y_d(t),\ x_i(t))=(1-h)Y_d(t)+\sum_{i=1}^{N}u_i^0x_i(t)$$

$a_i, a_{i'}'$：i, i' 種施設の生産性，u_i^0：i 種施設によってもたらされるサービス効用，となり，以上の関係を示したのが図—1である．

（3） 施設整備速度制約の導入[14),15)]

地域と関連を有する諸主体（v）（たとえば，地域住民，地方政府，地域産業等）は施設整備によってもたらされる地域変化（地域指標（$\boldsymbol{D}$）の変化（$\dot{\boldsymbol{D}}$））の程度に応じて，正負のインパクトを受けると考えられる．たとえば，道路施設整備による騒音の急速な増加は大きなマイナスインパクトを住民に与える．一般に，主体 v は対応できる地域変化の適応可能領域（$G_v(\dot{\boldsymbol{D}}, \boldsymbol{D})\geqq 0$）を有していると考えられる．したがって，たとえ一時的であるにせよこの領域からはずれる急速または非常に遅い変化には対応できない．地域指標は施設整備など外的にコントロールできる変数 $\boldsymbol{D}_1$ と自律的な変数 $\boldsymbol{D}_2$ にわけられ，地域変化は，単位時間当りの開発行為の大きさ（$\dot{\boldsymbol{D}}_1$）と，$\boldsymbol{D}_1$, $\boldsymbol{D}_2$ によって定まると考えられる．（$\dot{\boldsymbol{D}}=\boldsymbol{E}(\dot{\boldsymbol{D}}_1, \boldsymbol{D})$）．よって，地域変化が適応可能領域内に入るような

現実的な施設整備速度（$\dot{\boldsymbol{D}}_1$）の範囲を決定することができ，これを施設整備速度制約とよぶ $\boldsymbol{R}_v=\{\dot{\boldsymbol{D}}_1|G_v(\boldsymbol{E}(\dot{\boldsymbol{D}}_1, \boldsymbol{D}), \boldsymbol{D})\geqq 0\}$.

3. 多種施設整備過程

本章では整備速度制約のない場合について，多種施設最適整備過程を考察する．これは地域の潜在成長力を最大限発揮させるように施設を整備する場合である．ここでは単純化のために民間生産施設の存在しない場合を検討する．

（1） 多種施設最適整備問題の定式化

施設整備モデル（1）をもとに，目的関数として計画期間［0, T］の厚生総和最大化を考えると，最適施設整備問題は次のように定式化できる（λ は割引率）．

$$\max_{s_i(t)}\int_0^T e^{-\lambda t}U(t)\,dt \cdots\cdots (2)$$

a） 施設整備速度

$$\dot{x}_i(t)=m_i s_i(t),\ s_i(t)\geqq 0,\ i=1, \cdots, N \cdots\cdots (3)$$

b） 余剰財源制約

$$S(t)\geqq\sum_{i=1}^N s_i(t)\geqq 0 \cdots\cdots (4)$$

c） 余剰財源設定

$$S(t)=R(t)-C(t)=lhkY(t)-\sum_{i=1}^N c_i x_i(t)$$
$$=\sum_{i=1}^N b_i x_i(t)\geqq 0 \cdots\cdots (5)$$

ただし，$b_i=lhka_i-c_i$，ここでは $s(t)\geqq 0$ のみを考える．

d） 厚生の設定

$$U(t)=(1-h)Y_d(t)+\sum_{i=1}^N u_i^0 x_i(t)=\sum_{i=1}^N u_i x_i(t) \cdots\cdots (6)$$

ただし，$u_i=(1-h)ka_i+u_i^0\geqq 0 \quad i=1, \cdots, N$

e） 初期条件

$$x_i(0)=x_{i0}\geqq 0 \quad i=1, \cdots, N \cdots\cdots (7)$$

この最適施設整備問題の解の満たすべき条件[16]を求め施設整備順位，タイミング，速度を考察する．なお以下では単純化のために $\lambda=0$ とする，しかしこれは問題の本質を大きく変えるものではない．

必要条件は以下の①～⑦を満たす解曲線 $x_i(t)$, $p_i(t)$ が存在することである（以下では混乱のない場合，時刻 t を省略する）．ここで∧（ハット）は最適を示す．

$$\max\int_0^T\sum_{i=1}^N u_i x_i(t)\,dt \cdots\cdots (8)$$

で拡大ハミルトン関数は，

$$L(x, s, t, p, q)\equiv H(x, s, t, p)+q_1\cdot g_1(x, s, t)$$
$$+\sum_{i=1}^N q_{2i}\cdot g_{2i}(x, s, t)$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned} &H(x, s, t, p)=\sum_{i=1}^N u_i x_i(t)+\sum_{i=1}^N p_i s_i m_i \\ &g_1(x, s, t)=\sum_{i=1}^N b_i x_i-\sum_{i=1}^N s_i\geqq 0 \\ &g_{2i}(x, s, t)=s_i\leqq 0 \quad i=1, \cdots, N \end{aligned}\right\}\cdots (9)$$

① $p_i(t)$ は区間［0, T］で連続，区分的に微分可能

② $q_{2i}(t)$, $q_1(t)$ は［0, T］で連続，区分的に微分可能でかつ，

$$q_1(t)\geqq 0,\ q_1(t)\cdot(\sum_{i=1}^N b_i x_i-\sum_{i=1}^N s_i)=0$$
$$q_{2i}(t)\geqq 0,\ q_{2i}(t)s_i(t)=0 \quad i=1, \cdots, N \cdots\cdots (10)$$

③ $x_i(t)$ も［0, T］で連続，区分的に微分可能で，

$$\dot{x}_i\equiv\frac{\partial L}{\partial p_i}=s_i m_i,\ \dot{p}_i\equiv-\frac{\partial L}{\partial x_i}=-u_i-q_1(t)\cdot b_i \cdots\cdots (11)$$

④ $\dfrac{\partial\hat{L}}{\partial s_i}=0 \quad \hat{L}=\hat{L}(\hat{x}, \hat{s}, t, p, q) \cdots\cdots (12)$

⑤ $\hat{H}(\hat{x}, \hat{s}, t, p)\geqq H(\hat{x}, s, t, p)$ がすべての q_1, $q_{2i}\geqq 0$, $s_i\geqq 0$ の組み合せで成立 $\cdots\cdots (13)$

⑥ 境界条件は，

$$p_i(T)=0 \quad i=1, \cdots, N$$

⑦ 初期条件は，

$$x_i(0)=x_{i0} \quad i=1, \cdots, N \cdots\cdots (14)$$

以上すべて線形であるので，同時に十分条件になっている[17),18)]．

ここでは施設 i のうち $b_i>0$ のものを生産施設（すなわち，施設整備が余剰財源を増加させる），$b_i<0$ を生活施設とよぶことにする．

（2） 最適施設整備過程

最適整備は（13）を満足することから，

$$\hat{H}(\hat{x}, \hat{s}, t, p)=\max_{s_i\leqq\Sigma b_i x_i}((\max_{i\in I(1,\cdots,N)}(p_i m_i)\cdot s_i)$$
$$+\sum_{i=1}^N u_i x_i \text{ at } t\in[0, T] \cdots\cdots (15)$$

となる s_i を決定することによって定まる．区間［t_n, t_{n+1}］（ただし $t_n, t_{n+1}\in[0, T]$ $(n=1, \cdots, \mu, \cdots, \mu_T)$）において，常に $p_{\hat{i}}m_{\hat{i}}\geqq p_j m_j\ \forall j$ となる施設を $\hat{i}$ とすれば最適過程では $s_i=\sum_i b_i x_i$ となるので，（12）より，i 種施設を，

$$\left.\begin{aligned} &\dot{x}_i=m_i\sum_j b_j x_j \quad i=\hat{i} \\ &\dot{x}_i=0 \quad i\neq\hat{i} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots (16)$$

の速度で整備することになる．なお $p_i(t)$ は時刻 t で施設 i の有する潜在厚生増加予測値で，i 種施設を1単

位整備することによって $[t, T]$ でもたらされる厚生の総増分である[17]．すなわち，シャドウプライスになっている．ここでは施設の取り壊しを考えないので，

$$p_i(t) \geqq 0 \text{ for all } t \in [0, T] \quad \cdots\cdots(17)$$

とする．

次に施設整備順位，タイミングを定めるために p_i を求めると，$s_{\hat{i}}=\sum_i b_i x_i$ であるので (11) より $q_1(t)>0$ となり $p_i m_i - q_1 - q_{2i} = 0$ が成立する．ここで $s_{\hat{i}}>0$ のみを考えることによって $q_{2\hat{i}}(t)=0$, $q_1(t)>0$ より，

$$\left.\begin{aligned} &\dot{p}_i = -u_i - b_i \dot{p}_{\hat{i}} m_{\hat{i}} \\ &\ddot{p}_i = -b_i \dot{p}_{\hat{i}} m_{\hat{i}},\ \dddot{p}_i = b_i^2 m_i^2 \dot{p}_{\hat{i}} \text{ for all } i \end{aligned}\right\} \cdots(18)$$

となる．したがって，区間 $[t_n, t_{n+1}]$ で，

$$\left.\begin{aligned} &\dot{p}_{\hat{i}} = (\nu_{\hat{i}}\theta_{\hat{i}} - u_{\hat{i}})/(b_{\hat{i}} m_{\hat{i}}) \\ &p_i = -u_i(t-t_{n+1}) + \{(\nu_{\hat{i}}-1)\theta_{\hat{i}}/(b_{\hat{i}} m_{\hat{i}}) \\ &\qquad + u_{\hat{i}}(t-t_{n+1})\} b_i/b_{\hat{i}} + p_i(t_{n+1}) \quad \forall i \neq \hat{i} \\ &\text{ただし，} \nu_{\hat{i}} = \exp(-b_{\hat{i}} m_{\hat{i}}(t-t_{n+1})) \\ &\qquad \theta_{\hat{i}} = p_{\hat{i}}(t_{n+1}) \cdot b_{\hat{i}} m_{\hat{i}} + u_{\hat{i}} \end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots(19)$$

が成立する．施設整備順位を決めるために次の補助定理を証明する．

［補助定理 1：$\hat{i}$ 施設1単位の増加がもたらす潜在厚生増加予測値の増分・$\dot{p}_{\hat{i}} m_{\hat{i}}$ は区間 $[0, T]$ で負である］

区間 $[t_n, t_{n+1}]$ での $\hat{i}_n$ 施設について証明する．まず，$n=\mu_T$ のとき：$p_i(t_{n+1}=T)=0$ より $m_{\hat{i}_n}\dot{p}_{\hat{i}_n}(T) = -u_{\hat{i}_n} m_{\hat{i}_n} \leqq m_i \dot{p}_i$ がすべての i について成立，したがって，

$$\dot{p}_{\hat{i}_n} = -u_{\hat{i}_n} \exp(-b_{\hat{i}_n} m_{\hat{i}_n}(t-T)) < 0 \quad \text{for all } t \in [t_n, T]$$

$n=\mu$ のとき：$\hat{i}_\mu$ が $p_{\hat{i}_\mu} m_{\hat{i}_\mu} \geqq p_i m_i \forall i$, $t \in (t_\mu, t_{\mu+1})$ であることが必要で，このとき $p_{\hat{i}_\mu} m_{\hat{i}_\mu} = p_{\hat{i}_{\mu+1}} m_{\hat{i}_{\mu+1}}$ at $t_{\mu+1}$ かつ，$p_{\hat{i}_\mu} m_{\hat{i}_\mu} > p_{\hat{i}_{\mu+1}} m_{\hat{i}_{\mu+1}}$ $t \in [t_{\mu+1}-\varepsilon, t_{\mu+1}]$, $\exists \varepsilon > 0$ が成立．$\dot{p}_{\hat{i}_\mu} m_{\hat{i}_\mu} < \dot{p}_{\hat{i}_{\mu+1}} m_{i_{\mu+1}}$ at $t_{\mu+1}=t_{\mu+1}$ となる．したがって，$\dot{p}_{\hat{i}_{\mu+1}}(t_{\mu+1}) < 0$ を仮定すれば (18) より，$t \in [t_{\mu-1}, t_\mu]$ で $\dot{p}_{\hat{i}_\mu}(t) m_{\hat{i}_\mu} < 0$ が成立．$n=\mu_T, \mu_{T-1}, \cdots, 1$ とすることにより $\dot{p}_{\hat{i}} m_{\hat{i}} < 0$ が成立．（証明終わり）

［補助定理 2：任意施設 i, j において，$p_i m_i$, $p_j m_j$ は区間 $[0, T)$ でたかだか1回交わる］

ここで，$b_i m_i > b_j m_j$，すなわち，i 種施設への余剰財源の配分1単位がもたらす余剰財源の拡大が j 施設より大であれば，(11) より $p_i m_i$, $p_j m_j$ は，連続かつ微分可能であるから i 種と j 種との施設の潜在厚生の差を $Q_{ij} = p_i m_i - p_j m_j$ と定義すれば，$\dot{Q}_{ij} = u_j m_j - u_i m_i + p_{\hat{i}} m_{\hat{i}}(b_j m_j - b_i m_i)$，$\ddot{Q}_{ij} = \dot{p}_{\hat{i}} m_{\hat{i}}(b_j m_j - b_i m_i)$ となり $\mathrm{sign}(\ddot{Q}_{ij}) = -\mathrm{sign}(\dot{p}_{\hat{i}})$．

補助定理1より Q_{ij} は $[0, T)$ で下に凸となり $Q_{ij}(T)=0$，よりたかだか1実根しか有さない．

（証明終わり）

以上より，任意の施設 i, j についての Q_{ij} の組み合せは，i) $b_i m_i > b_j m_j$ で，目標年次 (T) における i 種施設の潜在厚生 $p_i m_i$ の傾きの大きさ $u_i m_i$ が j 種より大きければ，すなわち，

$$u_i m_i > u_j m_j \Rightarrow \dot{Q}_{ij} < 0 \Rightarrow \text{実根なし } (Q_{ij} > 0)$$

また，ii) $b_i m_i > b_j m_j$, $u_i m_i < u_j m_j$ のときには，$\Rightarrow \dot{Q}_{ij} < 0 \to \dot{Q}_{ij} > 0 \Rightarrow 1$ 実根 $(Q_{ij} > 0 \to Q_{ij} < 0)$ となる．したがって，任意施設が2期間以上，整備されることはない．ここで $Q_{ij}(t)=0$ となる実根を $t^*(t^* < T)$ とする．

施設整備順位について

① 生活施設 $(b_j < 0)$ が生産施設 $(b_i > 0)$ よりさきに整備されることはない（ii) で $t^* > 0$ および i) の場合）．ただし，まったく生産施設が整備されない場合（(ii) で $t^* < 0$）も存在する．

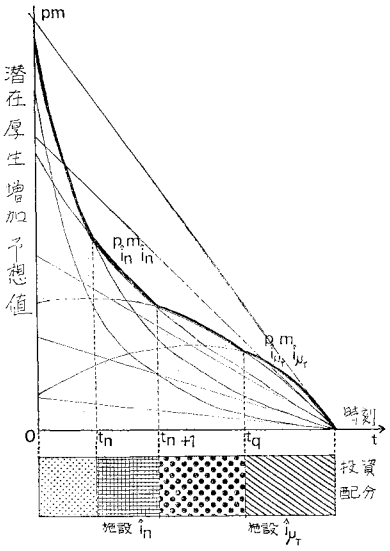
② i, j 施設で $b_i m_i > b_j m_j$, $u_i m_i > u_j m_j$ すなわち i 種施設への余剰財源の1単位の配分がもたらす余剰財源拡大量，厚生の拡大量ともに j 種より大きければ j 種施設は $[0, T)$ において整備されることはない．

③ また，計画期間が長期化すればするほど，余剰財源増加への貢献の大きい（$b_i m_i$ が大）施設から整備されることになる $(t-T \to -\infty,\ Q_{ij} > 0)$．

施設整備のタイミングは (13) より $p_{\hat{i}_\mu}(t_\mu) m_{\hat{i}_\mu} = p_{\hat{i}_{\mu-1}}(t_\mu) \cdot m_{\hat{i}_{\mu-1}}$ となることから，(19) より，

$$\begin{aligned} (\nu_{\hat{i}_\mu} \cdot \theta_{\hat{i}_\mu} - u_{\hat{i}_\mu})/b_{\hat{i}_\mu} &= -u_{\hat{i}_{\mu-1}} m_{\hat{i}_{\mu-1}}(t_\mu - t_{\mu+1}) \\ &\quad + \{\nu_{\hat{i}_{\mu-1}} \theta_{\hat{i}_\mu}/b_{\hat{i}_\mu} m_{\hat{i}_\mu}) + u_{\hat{i}_\mu}(t_\mu - t_{\mu+1})\} \\ &\quad \cdot (m_{\hat{i}_{\mu-1}} b_{\hat{i}_{\mu-1}})/b_{\hat{i}_\mu} + p_{\hat{i}_{\mu-1}}(t_{\mu+1}) \cdot m_{\hat{i}_{\mu-1}} \end{aligned}$$

の解が $\hat{i}$ 施設の整備開始時期となる（図—2 参照）．



図—2 多種施設整備過程

4. 整備速度制約下での2施設最適整備過程

本章では整備速度制約下での最適化を試みる．多種施設の最適整備過程を解析的に解くことは煩雑であるため，ここでは生産・生活2施設の場合を対象とする．

(1) 民間生産施設の導入

単純化のために，生産施設は生産活動を上昇させ，消費を拡大する点でのみ厚生と関係しているとし，また生活施設は生産要素とはならないと仮定した．K' を生産施設量 $(i=1)$，W を生活施設量 $(i=2)$ とすると，$a_1>0$, $a_2=0$, $u_1{}^0=0$, $u_2{}^0>0$ となる．また，民間生産施設整備 (K'') は公共生産施設整備に完全に弾力的であると仮定することにより総生産施設量 (K) は民間生産施設量 $K''(i=3)=\kappa K'$ と K' で定義できる．

(2) 地域主体と整備速度制約

施設整備によって影響を受ける地域諸主体のうち，最も影響を受けると思われる，地域住民，地方財政主体としての地方政府，地域産業を取り上げ，それぞれの速度制約を以下のように設定した $(G_v$ の設定$)$．

地域住民にとっては，生活施設水準が一時的でも低下するのは望ましくないことから遅延なくある一定率 (α) で増加することが必要であると考えた．また，地方政府にとっては，財政が健全に運営されることが必要であり，財政の柔軟性の維持（余剰財源の非減少）が重要な課題となる．さらに生産施設規模の急速な拡大は，生産施設建設能力，資本力の点からも，地域産業にとって対応不可能であると考え増加率の上限を β とした．以上の整備速度制約をまとめたのが表—1である[15]．

表—1　施設整備速度制約と関連主体

地域主体	制約項目	条件
地域住民	生活施設水準の向上 (生活施設最小整備)	$\dot{W}-\alpha W$ $=b_1m_2K-(c_2m_2+\alpha)W$ $-s_1m_2\geqq 0$
地方政府 (財政当局)	財政の柔軟性の維持 (余剰財源の維持)	$\dot{S}=b_1\dot{K}-c_2\dot{W}$ $=s_1(b_1m_1+m_2c_2)-c_2$ $(b_1K-c_2W)m_2\geqq 0$
地域産業	生産の適応可能な拡大 (生産施設整備速度の上限)	$\beta K-\dot{K}=\beta K-s_1m_1\geqq 0$

(3) 問題の定式化

以上より，生産・生活施設整備速度，生産関数，余剰財源，厚生関数は次のようになる．

$$\left.\begin{aligned}&\dot{K}=\dot{K}'+\dot{K}''=m_1's_1(1+\kappa)=m_1s_1\\&\quad\text{ただし，}m_1'=m_1/(1+\kappa)\\&\dot{W}=m_2(S-s_1)\\&Y=a_1K'+a_3K''=(a_1+a_3\kappa)K/(1+\kappa)\\&S=lhk(a_1+a_3\kappa)K'-c_1K'-c_2W\\&\quad=b_1K-c_2W\geqq 0\\&\quad\text{ただし，}b_1=\{lhk(a_1+a_3\kappa)-c_1\}/(1+\kappa)\\&U=u_1K+u_2W-\kappa m_1's_1\\&\quad\text{ただし，}u_1=k(a_1+a_3\kappa)(1-h)/(1+\kappa),\\&\qquad u_2=u_2{}^0\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(20)$$

したがって，最適整備過程は，

$$\int_0^T U(K,W,s_1,t)\,dt$$

を整備速度制約

$$\left.\begin{aligned}&①\ \text{財政柔軟性制約}\\&\quad\dot{S}=s_1(b_1m_1+m_2c_2)-c_2m_2(b_1K-c_2W)m_2\geqq 0\\&②\ \text{生活施設水準制約}\\&\quad\dot{W}-\alpha W=b_1Km_2-(c_2m_2+\alpha)W-s_1m_2\geqq 0\\&③\ \text{生産施設制約}\\&\quad\beta K-\dot{K}=\beta K-s_1m_1\geqq 0\\&\qquad(\text{ただし，}\beta>\alpha\ \text{とする})\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(21)$$

の条件下で最大化するものである．ハミルトン関数を

$$H=u_1K+u_2W-\kappa m_1's_1+p_1s_1m_1+p_2(b_1K-c_2W-s_1)m_2$$

とすれば，

$$\left.\begin{aligned}&(\text{i})\quad p_i(t)\ \text{は}\ [0,T)\ \text{で連続かつ区分的微分可能}\\&(\text{ii})\quad\dot{K}=\partial H/\partial p_1,\ \dot{W}=\partial H/\partial p_2,\ \dot{p}_1=-\partial H/\partial K,\\&\qquad\dot{p}_2=-\partial H/\partial W\\&(\text{iii})\quad\hat{H}(\hat{K},\hat{W},\hat{s}_1,t,p_i)\geqq H(\hat{K},\hat{W},s_1,t,p_i)\\&\qquad\qquad\text{for all}\ s_1\ \text{under}\ ①,②,③\\&(\text{iv})\quad p_1(T)=p_2(T)=0,\ K(0)=K_0,\ W(0)=W_0\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(22)$$

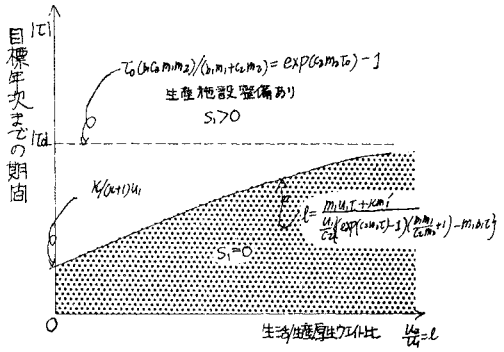
を満足する解曲線 p_1, p_2, K, W が存在することである．なお，ここでは $S\geqq 0$ より $K\geqq\varepsilon_0W$ $(\varepsilon_0=c_2/b_1)$ 施設の不増しを考えないので $p_i\geqq 0$ となる．

まず p_1, p_2 を求めると (22) より，

$$\left.\begin{aligned}&p_1=b_1u_2(\exp(c_2m_2(t-T))-1)/(c_2{}^2m_2)\\&\qquad-(t-T)(u_1+b_1u_2/c_2)\\&p_2=u_2(1-\exp(c_2m_2(t-T)))/(c_2m_2)\\&\dot{p}_1,\ \dot{p}_2<0,\quad\ddot{p}_1>0,\quad\ddot{p}_2<0\end{aligned}\right\}\cdots(23)$$

となる．したがって，$[0,T)$ で p_1, p_2 はたかだか1交点を有する．よって次の2つのケース a), b) が考えられる（なおケースは $[0,T)$ 全体にわたる最適過程を，タイプは部分区間の最適過程を表わす）．

ここで，ケース a) は生産施設整備がまったく行われない場合であり，ケース b) は生産施設をまず整備し，その後 $(t^*<t<T)$ 生活施設を整備する場合である．



図—3 厚生関数と施設整備のタイミング

ケース a)

$$p_1m_1 < p_2m_2+m_1'\kappa \text{ for all } t\in[0, T)$$

ケース b)

$$\begin{cases} 1,\ p_1m_1 > p_2m_2+m_1'\kappa \text{ for all } t\in[0, t^*), \\ \qquad\qquad \exists t^*\in[0, T) \\ 2,\ p_1m_1 < p_2m_2+m_1'\kappa \text{ for all } t\in[t^*, T] \end{cases}$$

t^* は (23) より，$\tau=t^*-T$ とすると，

$$u_2(\exp(c_2m_2\tau)-1)(b_1m_1+c_2m_2) -(u_2b_1+u_1c_2)c_2m_2m_1\tau=\kappa m_1'c_2^2m_2 \quad\cdots\cdots(24)$$

の解となる $(0<t^*<T)$．(23) より，t^* は生活施設の整備開始時期といえる．これは計画期間の長さ（T）には依存せず，目標年次までの残りの期間 $|\tau|$ によって定まり，また図—3 に示したとおり，厚生関数における生活施設ウェイト（u_2）の上昇によりタイミングが早くなる．また，計画期間が長期（$\tau_0m_1b_1\cdot c_2m_2/(b_1m_1+c_2m_2)=\exp(c_2m_2\tau_0)-1$, $T>-\tau_0$）の場合，ケース a) には最適過程が存在しない．よって a) を短期，b) を長期計画とよぶ．

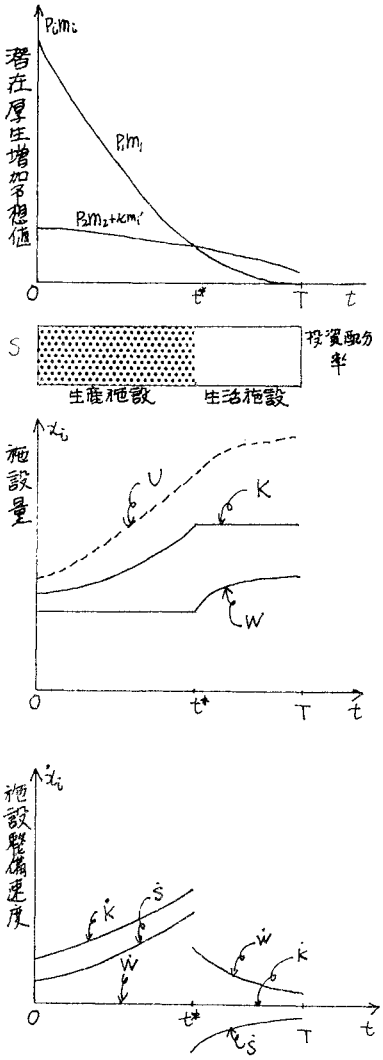
（4） 整備速度制約のない場合の最適施設整備過程

(22) より次の 2 つのケースが存在する．

$$\left.\begin{array}{l} \text{ケース 0} \\ \quad K=K_0,\ W=\{b_1K_0-(b_1K_0-c_2W_0) \\ \qquad\qquad \exp(-c_2m_2t)\}/c_2 \\ \text{ケース 1} \\ \quad K=\{(b_1K_0-c_2W_0)\exp(b_1m_1t)+c_2W_0\}/b_1, \\ \qquad\qquad W=W_0\ \ (t<t^*) \\ \quad K=K^*,\ W=\{b_1K^*-(b_1K^*-c_2W_0) \\ \qquad \cdot\exp(-c_2m_2(t-t^*))\}/c_2\ \ (t^*\leqq t\leqq T) \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots(25)$$

ただし，$K^*=K(t^*)$, $W^*=W(t^*)$

ケース 1 を示したのが図—4 である．ここではまず $[0, t^*)$ で生産施設を $[t^*, T)$ で生活施設整備するが，計画期間が長期化すると（$T\to\infty$），(24) より $(t^*-T)/T\to 0$ となり，生産施設整備期間が計画期間の大半をしめることになる．したがって，地域住民にとっては生活施設整備が遅れ，地方財政主体にとっても，目標年次に近い，短期間 $[t^*, T)$ で急速に生活施設を整備しなければならず，極端な財政の硬直化が引き起こされる．このように一時的ではあるが，この最適過程は必然的に地域主体へ大きい負の影響を与えることになり実現可能の高いプロセスとはいいがたい．



図—4 2 施設整備過程（整備速度制約なし）

（5） 整備速度制約下の最適施設整備過程

整備速度制約下では (21) の ①〜③ が制約となり，一般財源の配分が制限されることになる．そこでまず，s_1 の可能領域を (21) より設定する．

$$\left.\begin{array}{l} s_1\in[\max(\sigma_1, 0),\ \max(\min(\sigma_2, \sigma_3), 0)] \\ \quad \text{ただし } \min(\sigma_2, \sigma_3)\geqq\sigma_1\geqq 0 \\ \sigma_1=c_2m_2(b_1K-c_2W)/(b_1m_1+c_2m_2) \\ \sigma_2=(b_1m_2K-(c_2m_2+\alpha)W)/m_2 \\ \sigma_3=\beta K/m_1 \end{array}\right\} \quad (26)$$

したがって，

$$K \geq \varepsilon_1 W \quad (\varepsilon_1 = (c_2 m_2 + \alpha)/b_1 m_2 + c_2 \alpha/(b_1^2 m_1))$$

となる．ケース b) の $t < t^*$ では次のタイプに分類できる．

タイプ b-Ⅰ)　$\min(\sigma_2, \sigma_3) = \sigma_2$

タイプ b-Ⅱ)　$\min(\sigma_2, \sigma_3) = \sigma_2 = \sigma_3$

または $\min(\sigma_2, \sigma_3) = \sigma_3$

ここで，タイプ b-Ⅰ) は生活施設の最低増加率に従った整備過程であり，b-Ⅱ) は生産施設の最大増加率に従った過程である．

まず，タイプ b-Ⅰ) では，$\dot{K} = s_1 m_1$，$\dot{W} = (S - s_1) m_2$ より，

$$\left.\begin{array}{l} K = \delta_1 \exp(b_1 m_1 t) + \varepsilon_{11} W_0 \exp(\alpha t) \\ W = W_0 \exp(\alpha t) \\ \text{ただし} \begin{cases} \varepsilon_{11} = (c_2 m_2 + \alpha) m_1 / \{(b_1 m_1 - \alpha) m_2\} \\ \delta_1 = K_0 - \varepsilon_{11} W_0 \end{cases} \end{array}\right\} \cdots (27)$$

ここで，t を消去すると，

$$K = \delta_1 (W/W_0)^{b_1 m_1/\alpha} + \varepsilon_{11} W,$$

$$\mathrm{sign}(d^2K/dW^2) = \mathrm{sign}(\delta_1)$$

よって，次の3サブタイプに細分化される．これは，生産，生活両施設の初期比率によって分類されている．

タイプ

Ⅰ-1　$K_0 < \varepsilon_{11} W_0$，$d^2K/dW^2 < 0 \Rightarrow K/W \to -\infty$　$(W \to \infty)$

Ⅰ-2　$K_0 = \varepsilon_{11} W_0$，$d^2K/dW^2 = 0 \Rightarrow K/W = \varepsilon_{11}$　$(W \to \infty)$

Ⅰ-3　$K_0 > \varepsilon_{11} W_0$，$d^2K/dW^2 > 0 \Rightarrow K/W \to \infty$　$(W \to \infty)$

タイプ Ⅰ-1 では長期的には生活施設比率が高まるので結局 $K < \varepsilon_{11} W$ となり，生活施設整備制約が満足されなくなってしまうケースである．

タイプ Ⅰ-2 では生産・生活比率が，一定比率で拡大する．

タイプ Ⅰ-3 では，生産施設比率が増加していくタイプで，長期的にはタイプ Ⅱ-1 に移行する．

同様に，タイプ b-Ⅱ) でも，

$$\left.\begin{array}{l} K = K_0 \exp(\beta t) \\ W = \delta_2 \exp(-c_2 m_2 t) + (K_0/\varepsilon_{21}) \exp(\beta t) \end{array}\right\} \cdots\cdots (28)$$

したがって，

$$W = \delta_2 (K/K_0)^{-c_2 m_2/\beta} + K/\varepsilon_{21}$$

また，

$$\mathrm{sign}(d^2K/dW^2) = -\mathrm{sign}(\delta_2)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{21} = m_1 (c_2 m_2 + \beta) / \{m_2 (b_1 m_1 - \beta)\} \\ \delta_2 = W_0 - K_0/\varepsilon_{21} \end{cases}$$

ここでは次の3タイプが存在する．

タイプ

Ⅱ-1　$K_0 < \varepsilon_{21} W_0$，$d^2K/dW^2 < 0 \Rightarrow K/W \to \varepsilon_{21}$　$(W \to \infty)$

Ⅱ-2　$K_0 = \varepsilon_{21} W_0$，$d^2K/dW^2 = 0 \Rightarrow K/W = \varepsilon_{21}$　$(W \to \infty)$

Ⅱ-3　$K_0 > \varepsilon_{21} W_0$，$d^2K/dW^2 > 0 \Rightarrow K/W \to \varepsilon_{21}$　$(W \to \infty)$

ここで，タイプ Ⅱ-1 は生産・生活比率が増加し一定値に近づくタイプであり，Ⅱ-2 は均衡的に拡大するタイプ，Ⅱ-3 は生産・生活比率が減少しつつも一定値に近づく均衡過程を示している．

次に，タイプ a)，タイプ b)-2 の場合をみると，$s_1 = \max(\sigma_1, 0)$ より，

$$\left.\begin{array}{l} K = \delta_3 (b_1 K^* - c_2 W^*)(t - t^*) + K^* \\ W = \delta_4 (b_1 K^* - c_2 W^*)(t - t^*) + W^* \\ \text{ただし，} \delta_3 = c_2 m_2 m_1 / (b_1 m_1 + m_2 c_2), \\ \qquad \delta_4 = b_1 m_1 m_2 / (b_1 m_1 + m_2 c_2) \end{array}\right\} \cdots\cdots (29)$$

これをタイプ Ⅲ とする．ここでは $K = \varepsilon_0 (W - W^*) + K^*$ となる．

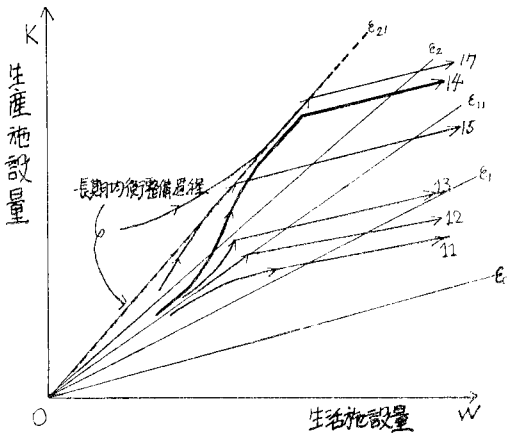
以上の関係をまとめたのが **表—2** である．ケース a)，b) との対応から最適2施設過程をまとめると**表—3**，**図—5** になる．これからも明らかなように，初期施設量が $K_0 > \varepsilon_{11} W_0$ であれば，長期的には施設整備とともに $K = \varepsilon_{21} W$ へ接近し，その後 $(t^* < t < T)$ $K = \varepsilon_0 (W -$

表—2　整備速度制約下での整備タイプと s_1 の領域

s_1 の領域	潜在厚生増加予想値		生産・生活施設量比率
	$p_1 m_1 < p_2 m_2 + m_1{}'\kappa$	$p_1 m_1 \geq p_2 m_2 + m_1{}'\kappa$	
$s_1 \in [\sigma_1, \sigma_2]$	タイプⅢ	タイプⅠ Ⅰ-1	$\varepsilon_1 \leq K/W < \varepsilon_{11}$
		Ⅰ-2	$\varepsilon_{11} = K/W$
		Ⅰ-3	$\varepsilon_{11} < K/W < \varepsilon_2$
$s_1 \in [\sigma_1, \sigma_3]$		タイプⅡ Ⅱ-1	$\varepsilon_2 \leq K/W < \varepsilon_{21}$
		Ⅱ-2	$\varepsilon_{21} = K/W$
		Ⅱ-3	$\varepsilon_{21} < K/W$

$\varepsilon_1 = \{b_1 m_1 (c_2 m_2 + \alpha) + c_2 m_2 \alpha\} / b_1^2 m_1 m_2$

$\varepsilon_2 = m_1 (c_2 m_2 + \alpha) / \{m_2 (b_1 m_1 - \beta)\}$



図—5　整備速度制約下での最適整備過程

$W^*)+K^*$ で整備されることがわかる．

最適過程を **表—3**，**図—5** に示したケース 14 を例に説明する．この場合，初期状態はタイプ I-3 であるから，まず，最小生活施設整備速度（$\dot{W}=\alpha W$）で生活施設を整備しつつ最大限の生産施設整備を行う．次に時刻 t_s でタイプ II-1 に移る（$t_s=\ln[W_0m_1(c_2m_2+\alpha)(\beta-\alpha)/\{m_2(b_1m_1-\beta)(b_1m_1-\alpha)(K_0(b_1m_1-\alpha)m_2-W_0(c_2m_2+\alpha)m_1)\}]$）．その後，$t\in[t_s, t^*]$ において，生産施設整備速度の限界 $\dot{K}=\beta K$ で，生産施設の整備を，残りの財源で，生活施設（$\dot{W}>\alpha W$ の速度）を整備する．この過程は，生産・生活施設比率が一定値（$K/W=\varepsilon_{21}$）に近づく均衡整備過程となっている．ここで，ε_{21} は厚生関数のウェイト u_i によらず一定となる．最後に $t=t^*$ で，生産施設から生活施設へ整備の中心が移行し，タイプ III の過程となる．この過程では生産施設は生活施設増加に伴う財政の硬直化を防ぐ最小量だけ整備される．ここでは生産施設量と生活施設量は線形関係にあり，傾きは厚生関数の形によらず一定（$\varepsilon_0=c_2/b_1$）となる．以上を示したのが **図—6** である．

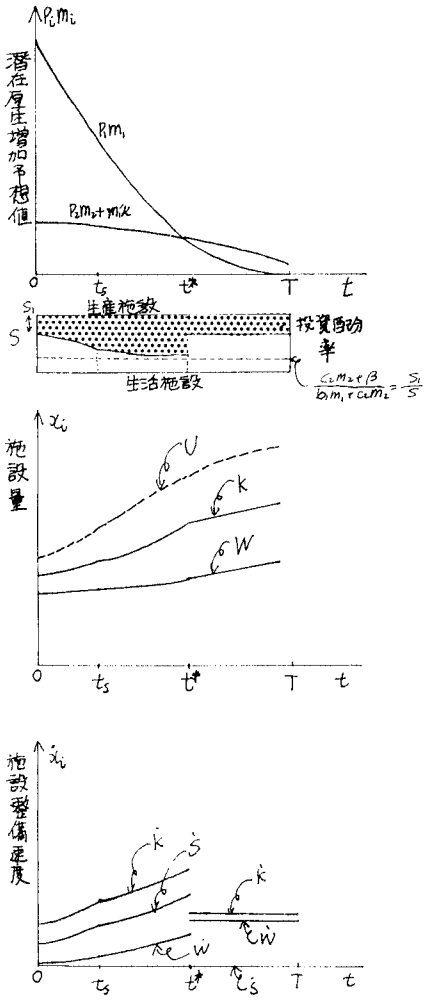
表—3 整備速度制約下での最適整備過程

計画期間	ケース	整備プロセス
短期	10	III
長期	11	I-1 $\xrightarrow[t^*]{}$ III
	12	I-2 $\xrightarrow[t^*]{}$ III
	13	I-3 $\xrightarrow[t^*]{}$ III
	14	I-3 $\xrightarrow[t_s]{}$ II $\xrightarrow[t^*]{}$ III
	15	II-1 $\xrightarrow[t^*]{}$ III
	16	II-2 $\xrightarrow[t^*]{}$ III
	17	II-3 $\xrightarrow[t^*]{}$ III

（6） 計画目標・期間に関する考察

表—2 より明らかなように，地域が永続的成長を行うためには，地方政府の施設整備力が非負であることが必要であり，計画目標 $[K(T), W(T)]$ が $K(T)\geqq\varepsilon_0W(T)$ を満足しないときには，財政そのものが赤字となり，外部からの援助によってのみ成長が可能となる．しかしながら，余剰財源は非負であっても，タイプ I-1，$K(T)<\varepsilon_{11}W(t)$ である場合には $t\to\infty$ で $\sigma_2<\sigma_1$ となり，各整備速度制約は整合性を有さない．したがって，地域が自立的に成長していくためには $K(T)>\varepsilon_{11}W(T)$ であることが必要である．逆にタイプ I-1 の場合も，ある主体の施設整備速度制約を解除することにより，計画目標として可能なものとなる．まず，生活施設整備速度制約を排除すると（$\dot{W}\ngeqq\alpha W$），余剰財源が非負（$\sigma_1\geqq0$）であれば，財政制約は満足される．

一方，財政の柔軟性を犠牲にした場合は，$\sigma_2\geqq0$ すなわち $K(T)\geqq(c_2m_2+\alpha)W(T)/(b_1m_2)$ であれば計画目標となりうる．このように速度制約下では制約のない場合に比較して，可能計画目標の範囲がより限定される．



図—6 2 施設整備過程（整備速度制約あり）

次に計画期間の長さが最適施設整備過程へ与える影響をみると，整備速度制約の有無にかかわらず，短期計画では生活施設整備が中心となる．一方，長期計画では，これとは逆に計画期間の大半で生産施設整備を重点的に進めることから，短期計画の積み重ねは長期的最適性を保証しないばかりか，地域が永続的に成長するのに最低限必要な生産・生活施設比率（ε_{11}）さえも維持できない場合が生じることになる．

5. 数 値 例

ここでは，人口規模が一定である石川県を取り上げ，県・市町村の公共施設最適整備過程を明らかにする．生産施設量は，道路，港湾，工業用地など産業基盤施設のストック量，生活施設量は，教育，上下水道，公園，ごみ処理等施設のストック量を用い，また，民間生産施設は有形固定資産量を用いた．計画期間は 20 年間，目標

年次は昭和 65 年とした．現実の問題を解くにあたっては，厚生関数のパラメーター u_i の決定が大きな問題となる．住民意識調査によって効用関数を設定する方法，いくつかの典型的なケースを設定し，意思決定者への情報の提供にとどめる方法などが考えられる．ここでは，例として，$u_2=1$ と設定した場合について述べる．また，公共施設の大半は，個別施設だけでは機能しないなど，施設の相互依存性を有しているが，これは $f(\dot{x}_i, \dot{x}_j)\geqq 0$ という速度制約によって考慮することができる．なお速度制約の設定は，住民意識調査によって生活・生産施設のバランスを求めるか，より具体的プロジェクトが明らかである場合は個別施設の積み上げによって算定することができる．しかし，具体的速度制約の設定方法については，今後の課題といえる．

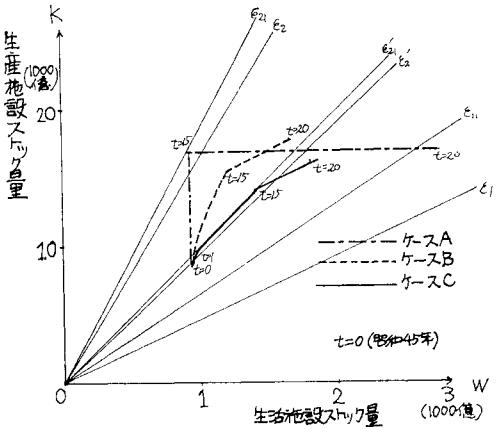
ここでは3つのケースを設定した．

ケースA　整備速度制約なし

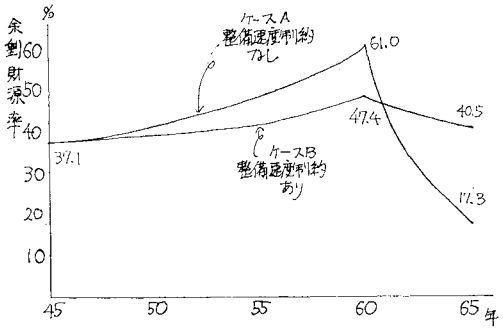
ケースB　生産施設速度制約（年増加率 4%）
　　生活施設速度制約（　同　2%）

ケースC　生産施設速度制約（　同　6%）
　　生活施設速度制約（　同　2%）

図—7 は，$[K, W]$ 平面に施設整備過程を示したもの



図—7　石川県における最適施設整備過程



図—8　余剰財源率（S/R）の変化

で生活施設整備開始のタイミングは昭和 60 年となる．ケースAでは他のケースに比較して生活施設量が大幅に整備されており，またケースCは昭和46年から60年までの間，長期均衡整備過程を通っていることがわかる．ケースBでは，生産施設制約が有効とならず，生活施設を最小限整備しつつ（年 2%），余剰財源の大部分を生産施設整備にまわしている．ケース A, B を財政の柔軟性の点から評価したのが図—8 である．これからも明らかなように，ケースAは昭和 60 年以後，極端な財政硬直化を引き起こし，施設整備力を低下させている．これに対して，ケースBはほぼ一定の施設整備力を維持している．このように整備速度制約のない場合は，生活施設整備の遅れ，財政の硬直化などが必然的にもたらされ，現実的な整備過程とはなりえないことが示された．

6．高水準施設の最適整備過程

4．では，速度制約のない場合，生活施設が限度を越える速度で整備され地方政府の施設整備力が低下することが示された（ケース 0, 1）．本章では生産施設についても，施設水準がすでに十分に高く，施設整備に伴って生産が逓減的にしか増大しない場合を考察する．なお単純化のために，生活施設は存在せず，地方政府は生産施設整備と非施設的な公共サービスの供給を行っているとする．

（1）　最適整備問題の定式化と解法

ここでは生産関数，余剰財源，厚生関数を次のように定式化する（なお非施設サービスの厚生ウエイトを u_4 とする）．

$$\left.\begin{array}{l} Y=a_0K^\rho \quad 0<\rho<1 \\ S=b_0K^\rho-c_0K, \quad b_0=lhka_0, \quad c_0=c_1/(1+\kappa) \\ U=u_1K^\rho+u_4(S-s_1)m_4-s_1m_1'\kappa \\ \text{ただし}\quad u_1=(1-h)ka_0 \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(30)$$

ハミルトン関数は，

$$H=u_1K^\rho+u_4(b_0K^\rho-c_0K-s_1)m_4 + ps_1m_1-s_1m_1'\kappa$$

となり，最適条件は，**4**．で示したとおりで，ここでも2つのケースが存在する．

ケース c)　$pm_1<m_4u_4+m_1'\kappa$ for all $t\in[0, T]$

ケース d)　$pm_1=m_4u_4+m'\kappa$ at $\exists t^*\in[0, T]$

ケース c) では，$K=K_0$，$p=(r_1K_0^{\rho-1}+r_2)(t-T)$，ただし，$r_1=-\rho(u_1+u_4m_4b_0)$，$r_2=c_0u_4m_4$ となり，計画期間中，新規施設整備をまったく行わないのが最適となる．

ケース d) では，区間 $[t^*, T]$ で $K(t^*)=K^*$，$p(t^*)$

$=p^*$ とすれば，

$K=K^*,\ p=(r_1(K^*)^{\rho-1}+r_2)(t-T)\quad t\in[t^*, T]$,

$t\in[0, t^*]$ では，$\dot{K}=(b_0K^\rho-c_0K)m_1$ より，$\mathrm{sign}(\dot{K})>0$ となり，K, p は増加関数となる（$K\leqq(b_0/c_1)^{1/1-\rho}$）．したがって，

$$\left.\begin{aligned}&K=\{r_3+r_4\exp(r_5t)\}^{1/1-\rho}\\&p=(r_1/r_3+r_2)(t-t^*)-r_1/(r_5r_3)\cdot\ln\{(\exp(r_5t)\\&\quad+r_3/r_4)/(\exp(r_5t^*)+r_3/r_4)\}+p^*\\&r_3=b_0/c_0,\ r_4=K_0^{1-\rho}-b_0/c_0,\ r_5=c_0m_1(\rho-1)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(31)$$

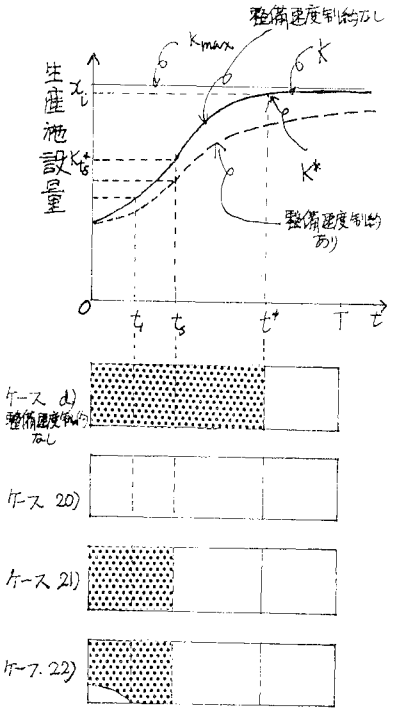
となる．すなわち，$[0, t^*]$ でのみ新規施設整備を行うことになる．

（2） 整備速度制約下での最適整備過程

財政制約 $\dot{s}\geqq0$ を満足するのは，ケース d）の区間 $[0, t_s]$ の場合で，$K^{\rho-1}(t_s)=c_1/(b_0\rho)$ より，$t_s=1/r_5\cdot\ln\{b_0(1-\rho)/(b_0-c_1K_\rho^{1-\rho})\}$ となり，生産施設制約 $\dot{K}\leqq\beta K$ は，タイプ d）において，$K^{1-\rho}(t_1)\leqq m_1b_0/(\beta+c_1m_1)$ であることから，$t_1=1/r_5\cdot\ln[\beta b_0/\{(b_0-c_1K_0^{1-\rho})\cdot(\beta+c_1m_1)\}]$ とすれば，区間 $[t_1, T]$ で成立することになる．ここでは $t_1<t_s$ と仮定する．

したがって，整備速度制約下での最適過程は次のとおり．

ケース 20）　新規施設整備を行わない（ケース c），ケース d）で $t_s<0$ の場合）．



図―9　高水準施設における最適整備過程

ケース 21）　$[0, t_s]$ で余剰財源すべてを新規整備に振向ける場合（ケース d）でかつ $t_1<0, t_s>0$ の場合）．

ケース 22）　$[0, t_1]$ で生産施設整備速度限界（$\dot{K}=\beta K$）まで $[t_1, t_s]$ で余剰財源をすべて，それぞれ新規施設整備に振向ける場合（ケース d），$0<t_1<t_s$）．

以上を示したのが図―9 である．

このように施設整備による生産の増加が逓減的であるときには，必ず施設水準の上限が整備力上存在する（$K\leqq(b_0/c_1)^{1/1-\rho}$）．また地域厚生の最大化を目的とすると施設整備では目標年次に達する前に，新規施設整備を打切ることが必要である（$t^*<T$）．整備速度制約下では施設整備期間はさらに短縮する（$t\in[0, t_s]$, $t_s<t^*$）．

以上要すれば，施設水準がすでに高く，地域生産が逓減的にしか増大しない環境のもとでは，施設整備が必然的に財政を硬直化させ，最終的には，地域厚生の低下をもたらすこともありうることを示している．

7. 結　　論

本研究では地域計画における多種施設の効率的，現実的整備過程を整備速度の視点から明らかにした．

まず地域成長過程，特に長期的な施設整備量を規定している地方政府の施設整備力を内生化した多種施設整備モデルを構築した．さらに，開発プロセスでの，施設整備に対する地域主体の制約を考慮するために，施設整備速度概念を導入し，同モデルを用いて最適整備過程を明らかにした．最適整備過程の特色は以下のとおり．

（1） まず整備速度制約のない場合の多種施設整備過程では各時点において潜在厚生増加予想値（各施設の厚生増加への貢献度）の最も高い施設が整備される．また，同種施設は開発プロセス中でたかだか一期間でしか整備されることはない．また，長期計画の場合，成長への貢献度（b_im_i）の高い施設から整備され，生活施設建設は相対的に目標年次に近い計画期間後期にもちこされることになる．なお，各施設の整備開始時期は，残された計画期間の長さ，施設の成長，厚生への貢献度（b_im_i, u_im_i）によって決定される．

（2） 以上の整備過程は，整備対象となる特定施設に余剰財源すべてが振向けられるために，急速な整備とならざるを得ない．したがって，地域産業の拡大能力を超える成長，生活施設整備の遅れ，財政の硬直化が起こり，地域各主体にとっては，一時的ではあるにせよ大きな負インパクトが与えられ現実的な施設整備過程とはいいがたい．

（3） これに対して，整備速度制約下での最適化は，施設間のバランスのとれた整備過程となる．特に長期計画の場合，計画期間の大半で生産・生活施設量比率が一

定となる均衡整備過程を経由することになる．この比率は厚生関数のパラメーターには依存しておらず，施設生産性，維持管理費率，生産施設最大整備速度が同一であれば一意に定まる．

（4） 長期・短期計画の整合性は，短期計画では生活施設整備が中心となるのに対して，長期計画では，計画期間の大半で生産施設整備が中心となり，両者は一致せず，短期計画を繰り返しても，長期的最適施設計画とはならないばかりでなく，地域が永続的に成長していくための最小生産・生活施設量比率（ε_{11}）さえ満足できなくなる場合も生じる．

（5） 生活施設あるいは生産施設でも施設整備によって地域生産が逓減的にしか増大しない場合，長期的には新規施設整備が地方政府財政を硬直化させ，ひいては地域厚生の低下をもたらすことが示された．

以上，本研究で明らかにされたように，長期的に効率的であり，かつ開発プロセスにおいても現実的な多種施設整備は，個別的・短期的な整備過程とは異なり，多種施設をバランスよく整備することである．もちろん，本研究は単純化された仮定に基づくものではあるが地域施設を総合的に整備していく計画方法論に新しい視点を導入し得たと考える．今後の課題は，① 多地域への拡大，② 生産，厚生関数の一般化，③ 速度制約の設定方法の開発，④ 実際計画への適用などである．

謝　辞：本論文を草するにあたり，中村英夫教授（東京大学）および森地　茂助教授（東京工業大学），森杉寿芳助教授（岐阜大学）から貴重なコメント，ご指導をいただいた，記して感謝の意を表したい．

記　号

$a_i, a_{i'}$ ：i 種，i' 種施設の生産性
b_i ：i 種施設がもたらす余剰財源
$C(t)$ ：経常経費
$c_i(t)$ ：i 種施設維持管理費
$\boldsymbol{D}$ ：地域指標
$\boldsymbol{E}$ ：$\dot{\boldsymbol{D}}$ を規定する関数
f ：生産関数
$g_1(t)$ ：予算制約式
$g_{2i}(t)$ ：i 種施設非破壊条件
G_v ：主体 v の適応可能領域を決定する関数
H ：ハミルトニアン
h ：税率（地方税）
$K(t)$ ：生産施設
k ：生産-分配所得修正係数
$L(t)$ ：拡大ハミルトニアン
l ：中央政府からの交付税を含んだ拡大係数
m_i ：i 種施設への中央政府からの補助金による拡大係数
$p_i(t)$ ：i 種施設 x_i に対応する補助変数（i 種施設1単位の増分がもたらす目標年次までの厚生の増分の総和）
$Q_{ij}(t)$ ：i 種施設と j 種施設のシャドウプライスの差
$q_1(t)$ ：g_1 に対応するラグランジュ乗数（予算制約が1単位ゆるめられたときの厚生増分）
$q_{2i}(t)$ ：g_{2i} に対応するラグランジュ乗数（i 種施設の取り壊しを認めることによって生じる厚生の増分）
$R(t)$ ：一般財政歳入額
$\boldsymbol{R}_v$ ：主体 v の適応可能領域
$S(t)$ ：余剰財源（施設整備力）
$s_i(t)$ ：i 種公共施設への一般財源からの配分
T ：目標年次
$U(t)$ ：地域厚生
u_i^0 ：i 種施設によってもたらされるサービス厚生
u_i ：i 種施設のもたらす総厚生
$W(t)$ ：生活施設量
$x_i(t)$ ：i 種公共施設量
$\dot{x}_i(t)$ ：i 種公共施設量の時刻 t における整備速度
$Y(t)$ ：生産所得
$Y_d(t)$ ：分配所得
$z_i'(t)$ ：i' 種民間生産施設量
α ：生活施設水準成長率の下限
β ：生産施設水準成長率の上限
ε_0 ：最小生産/生活施設比
ε_1 ：最小成長生産/生活施設比
ε_{11} ：生活施設最低整備生産/生活施設比
ε_{21} ：均衡整備生産/生活施設比
σ_1 ：財政維持のための最低生産施設配分
σ_2 ：生活施設最小成長のための最高配分
σ_3 ：生産施設の最高限界成長のための最高配分
κ ：民間-公共生産施設比率
λ ：割引率
ρ ：生産所得の生産施設弾力性
$|\tau|$ ：目標年次までの残りの期間

参 考 文 献

1) 長尾義三・田口晶一：動学的施設配置計画問題に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第277号，1978年9月．
2) 坂下　昇：地域における交通問題—グローバルメッツモデルによる実験，地域学研究，第2巻，1972．
3) 中村英夫：地域開発の事後的分析，経済分析，No. 62, 1976.
4) 日本オペレーションズリサーチ学会：都市公共政策のシ

ステム分析に関する調査研究報告書，1975.
5) 市川 洋：地域計画の財政モデル，経済分析，No. 39, 1972.
6) 石原舜介編：都市社会システム，日刊工業新聞社，1973.
7) Rahman, M.A. : Regional allocation of investment, Quartely Journal of Economics, Vol. 77, No. 1, pp. 26～39, 1963.
8) Sakashita, N. : Regional allocation of public investment, Papers, Regional Science Association, Vol. 19, pp. 161～182, 1967.
9) Ohtsuki, Y. : Regional allocation of public investment in a n-region economy, Journal of Regional Science, Vol. 11, No. 2, pp. 225～233, 1971.
10) Fujita, M. : Optimum growth in two-region, two-good space systems; The final state problem, Journal of Regional Science, Vol. 13, No. 3, pp. 385～408, 1973.
11) Yamamura, E. : A basic study on regional income disparity arising from regional allocation of public investments, Proceedings JSCE, No. 203, pp. 93～101, 1972.
12) 山村悦夫：地域均衡発展論，大明堂，1977.
13) Mera, K. : Income distribution and regional development, Tokyo University Press, 1975.
14) 肥田野 登：地域計画における開発速度，地域学研究，Vol. 7, 1977.
15) 整備速度制約下での地域施設計画に関する研究，土木学会第 33 回年次学術講演会講演概要集，1978.
16) Takayama, A. : Mathematical economics, The Dryden Press, pp. 660～665. 1974.
17) 藤田昌久：都市施設の長期的最適配置過程に関する研究，土木学会論文報告集，第222号，pp. 105～120, 1974 年.
18) ポントリヤーギン，エリ：最適過程の数学的方法，文一総合出版，1967.

(1978.4.24・受付)