

網目状シェル構造物の静的ならびに準静的 安定に関する研究

STATIC AND QUASI-STATIC STABILITY AND IMPERFECTION SENSITIVITY
OF RETICULATED SHELLS

福本 嘯士*・水野 英二**

By Yuhshi FUKUMOTO and Eiji MIZUNO

1. 緒 言

網目状シェル構造は、ドーム型構造物の軽量化、大スパン化のために、一般に広く用いられる構造形式であるが、構造物の剛性の低下を招くおそれがあるため、構造物の安定問題に対する検討、なかでも外力の作用のもとで生ずる局部座屈（構成する部材のオイラー座屈または一つの節点の不安定現象）、全体座屈（一群の節点の安定なつり合いの喪失）などの不安定現象に対する検討が必要とされる。初期不整を有する網目状シェル構造、連続体シェル構造では、座屈強度に与える初期不整の影響が特に敏感であるため、座屈に対する安全性の検討が必要とされる。

網目状シェル構造物の静的安定解析において、局部座屈および全体座屈に関する研究は、構造物に忠実な立体骨組構造解析法や、等価な連続体シェル構造解析による方法などにより行われている。Wright¹⁾ は、網目状シェルを連続体シェルに置き換え、等価ヤング率、等価シェル厚を導き、これらの換算値を従来の von Kármán, Tsien²⁾ による連続体シェル座屈式に代入して全体座屈の検討を行っている。また Lind³⁾ は、水圧形分布荷重のもとでの局部座屈式を提案し、局部座屈を起こす周辺の構造系の影響も考慮している。さらに、Wright⁴⁾, Aguilar⁵⁾ は単一パネルの飛移り座屈 (snap-through buckling) をもとに局部座屈式を提案している。

これらの網目状シェル構造物に関する既往の研究は、ASCE のラチス構造委員会による文献調査報告^{6), 7)} によくまとめられており、同構造物の歴史、解析、安定問題、設計、建設の各面から詳細に解説されている。しかしながら、現在のところ、外力が作用するもとでの網目

状ドーム自体の静的および動的安定解析やドームの座屈強度に及ぼす初期不整などに関する研究は連続体シェル構造の場合に比べてきわめて少ない。

構造物の弾性安定問題のうち初期不整を考慮した静的座屈解析では、Thompson^{14), 15)}, Budiansky⁴⁾, 半谷と川股^{9), 9)} らによって、特異点近傍の挙動の解析を通じて初期不整の静的座屈強度に及ぼす影響度が研究されている。半谷²²⁾ は、Thompson の理論¹⁴⁾ を用いてトラスドームの弾性安定に関する数値解析を行い、座屈点および同近傍における静的挙動について研究し、文献 22) にこれまでのこの分野の研究のレビューをまとめている。

動的解析では、Budiansky, Hutchinson^{9), 7)} により動的座屈荷重に与える初期不整の影響度が研究され、Thompson¹⁶⁾, Britvec⁹⁾ らにより初期不整を有する構造系の静的座屈荷重、動的座屈荷重および step loading 下での動的座屈荷重の下界値を保証する準静的座屈荷重 (quasi-static または astatic buckling load) との関係が研究された。村田・加藤・松岡¹¹⁾ らは動的座屈機構を明確にするため Thompson による準静的座屈荷重の定義を拡張し、静的、動的、準静的座屈荷重の関係を研究し、初期不整を有する連続体シェルを対象として数値解析を行っている。

本論文では、Sewell¹³⁾, Thompson, Hunt^{17), 18)} らによって用いられた摂動法を用いて幾何学的非線形連立つり合い方程式の解法と特異点の性質を検討し、後座屈領域でのつり合い曲線を求め、三角形網目状シェル構造物 (ピン接合トラスドーム) の局部座屈安定について検討したものであり、① 静的座屈荷重と Thompson, Britvec らにより定義される step loading 下での動的座屈荷重の下界を保証する準静的座屈荷重との関係、② 静的座屈荷重と準静的座屈荷重に及ぼす初期不整の影響の解析、③ この種の構造系の座屈安定の基本強度の評価などの項目について考察した。

* 正会員 Ph.D., 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

** 学生会員 工修 名古屋大学大学院博士 (後期) 課程 (現在 Purdue 大学大学院留学中)

2. 静的屈曲安定

構造物の安定問題を扱ううえで幾何学的非線形連立方程式の解法と特異点近傍の検討が必要となる。Koiter¹⁶⁾, Thompson¹⁷⁾, 半谷⁹⁾, Sewell¹³⁾ らは方程式の解法に摂動法 (static perturbation method) を用い, 特異点近傍の挙動を説明している。まず, 静的屈曲安定の解析のための条件と解析法について述べる。用いた条件は,

- ① 構造材料は弾性である。
- ② 構造系は離散型保存系とし, 系の挙動は1個の荷重パラメーター A と一般化座標 Q_i ($i=1\sim N$) によって表現される。
- ③ 構造系の静的つり合い曲線上の特異点では剛性行列の階数は1だけ低減する。2以上低減する場合の同時座屈現象は扱わない。

荷重パラメーター A のもとで, n -自由度離散構造系のもつ全ポテンシャルエネルギーは次式で表わされる。

$$V(Q_1, Q_2, \dots, Q_N, A) \dots\dots\dots (1)$$

したがって, つり合い方程式は, エネルギー停留原理より,

$$V_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_N, A) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここに,

$$i=1\sim N$$

$$V_i = \frac{\partial V}{\partial Q_i}$$

ここで, 任意のつり合い点 $Q_i^E(t), A^E(t)$ およびつり合い点からの増分 $q_i(t), \lambda(t)$ を変数 t の関数と考え, $V_j[Q_j^E + q_j(t), A^E + \lambda(t)]$ をつり合い点でテイラー展開する。そして,

$$q_i(t) = \dot{q}_i t + \frac{1}{2!} \ddot{q}_i t^2 + \frac{1}{3!} \dddot{q}_i t^3 + \dots\dots\dots (3\cdot a)$$

$$\lambda(t) = \dot{\lambda} t + \frac{1}{2!} \ddot{\lambda} t^2 + \frac{1}{3!} \ddot{\lambda} t^3 + \dots\dots\dots (3\cdot b)$$

を展開式に代入し, 変数 t で整理すると, 第1次, 2次, 3次, ...の摂動式は, それぞれ式 (4\cdot a), (4\cdot b), (4\cdot c) によって与えられる。

$$V_{ij}^E \dot{q}_j + V_{i\lambda}^E \dot{\lambda} = 0 \dots\dots\dots (4\cdot a)$$

$$V_{ij}^E \ddot{q}_j + V_{i\lambda}^E \ddot{\lambda} + V_{ijk}^E \dot{q}_j \dot{q}_k + 2 V_{ij\lambda}^E \dot{q}_j \dot{\lambda} + V_{i\lambda\lambda}^E \dot{\lambda}^2 = 0 \dots\dots\dots (4\cdot b)$$

$$V_{ij}^E \dddot{q}_j + V_{i\lambda}^E \dddot{\lambda} + 3 V_{ijk}^E \ddot{q}_j \dot{q}_k + 3 V_{ij\lambda}^E (\dot{q}_j \ddot{\lambda} + \ddot{q}_j \dot{\lambda}) + 3 V_{i\lambda\lambda}^E \ddot{\lambda} + V_{ijkl}^E \dot{q}_j \dot{q}_k \dot{q}_l + 3 V_{ijk\lambda}^E \dot{q}_j \dot{q}_k \dot{\lambda} + 3 V_{ij\lambda\lambda}^E \dot{q}_j \dot{\lambda}^2 + V_{i\lambda\lambda\lambda}^E \dot{\lambda}^3 = 0 \dots\dots\dots (4\cdot c)$$

ここに,

$$V_{ij}^E = \frac{\partial^2 V}{\partial Q_i \partial Q_j} \Big|_E, \quad V_{ijkl}^E = \frac{\partial^4 V}{\partial Q_i \partial Q_j \partial Q_l \partial Q_k} \Big|_E, \dots\dots (i, j, k, l=1\sim N)$$

式 (4\cdot a) を行列表示すれば,

$$\begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_N \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} V_{1\lambda}^E \\ \vdots \\ V_{N\lambda}^E \end{Bmatrix} \dot{\lambda} = \{0\} \dots\dots\dots (5)$$

いま, 変数 t を q_M ($M \leq N$) とおけば,

$$\dot{q}_M = 1, \quad \ddot{q}_M = 0, \dots\dots\dots (6)$$

したがって式 (5) の M 行目は

$$V_{M\lambda}^E \dot{\lambda} + (V_{M1}^E \dots V_{MM}^E \dots V_{MN}^E) \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_M \\ \vdots \\ \dot{q}_N \end{Bmatrix} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

となる。また, M 行目を抜いた式は

$$\begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_M \\ \vdots \\ \dot{q}_N \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} V_{1\lambda}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{N\lambda}^E \end{Bmatrix} \dot{\lambda} + \begin{Bmatrix} V_{1M}^E \\ \vdots \\ -V_{MM}^E \\ \vdots \\ V_{NM}^E \end{Bmatrix} = \{0\} \dots\dots\dots (8)$$

となる。式 (8) より $\{\dot{q}_i\}_{i=1\sim N}$ は,

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_M \\ \vdots \\ \dot{q}_N \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix}^{-1} \times \left(\begin{Bmatrix} V_{1\lambda}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{N\lambda}^E \end{Bmatrix} \dot{\lambda} + \begin{Bmatrix} V_{1M}^E \\ \vdots \\ -V_{MM}^E \\ \vdots \\ V_{NM}^E \end{Bmatrix} \right) \dots\dots\dots (9)$$

となる。式 (9) を式 (7) に代入し, $\dot{\lambda}$ について整理すれば,

$$a \dot{\lambda} + b = 0 \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。ここに,

$$a = V_{M\lambda}^E - (V_{M1}^E \dots V_{MM}^E \dots V_{MN}^E) \times \begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} V_{1\lambda}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{N\lambda}^E \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

$$b = - (V_{M1}^E \dots V_{MM}^E \dots V_{MN}^E) \times \begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} V_{1M}^E \\ \vdots \\ -V_{MM}^E \\ \vdots \\ V_{NM}^E \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

式 (10) は静的つり合い点の特異点かどうか判定するために重要となり, a, b の値によって半谷⁹⁾は各特異点の分類を行っている。以下の a)~d) では, 数値解析に

よって特異点近傍の挙動を知るうえで、より一般性をもつ方法を簡潔な式によって整理してある。

a) $a \neq 0, b \neq 0$ の場合

式 (10) より $\lambda = -b/a$ となり、式 (9) より $\{q_i\}_{i=1 \sim N}$ が求まり、式 (4・b)、(4・c) より $(\ddot{\lambda}, \ddot{q}_i)$ が逐次求まる。そして、式 (3・b)、(3・c) より、増分 q_M に対する q_i ($i \neq M$)、 λ が求まる。

b) $a=0, b \neq 0$ の場合

式 (10) より、 λ の値は不能となり、つり合い点は特異点となる (図-1 (a) 参照)。しかしながら、この場合式 (5) において、 $t=\lambda$ とおけば、式 (4・b)、(3・a)、(3・b) より増分 λ に対する $\{q_i\}$ が求められる。

c) $a \neq 0, b=0$ の場合

式 (10) より $\lambda=0$ となり、つり合い点は限界点 (limit point) とよばれる特異点となる (図-1 (b) 参照)。

いま、式 (11)、式 (12) の右辺から式 (13)、(14) とおくと、

$$\begin{Bmatrix} g_{1\lambda}^E \\ \vdots \\ g_{M\lambda}^E \\ \vdots \\ g_{N\lambda}^E \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} V_{1\lambda}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{N\lambda}^E \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} g_{11}^E \\ \vdots \\ g_{1M}^E \\ \vdots \\ g_{1N}^E \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} V_{1M}^E \\ \vdots \\ -V_{MM}^E \\ \vdots \\ V_{NM}^E \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式 (9) は、

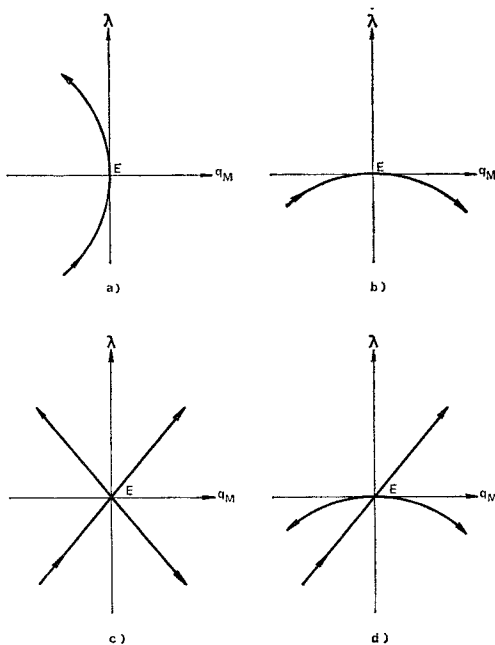


Fig. 1 Classification of the Critical Points

$$\dot{q}_i = g_{i\lambda}^E \dots \dots \dots (15)$$

となる。さらに $\ddot{\lambda}$ の値を得るためには振動第2次式を用いる必要がある。振動第2次式 (式 (4・b)) より、 M 行目の式は、

$$V_{Mj}^E \ddot{q}_j + V_{M\lambda}^E \ddot{\lambda} + V_{Mjk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E = 0 \dots (16)$$

M 行目を抜いた行列式は、

$$\begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \vdots \\ \ddot{q}_M \\ \vdots \\ \ddot{q}_N \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} V_{1\lambda}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{N\lambda}^E \end{Bmatrix} \ddot{\lambda} + \begin{Bmatrix} V_{1jk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{Njk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E \end{Bmatrix} = \{0\} \dots (17)$$

となる。式 (17) より $\{\ddot{q}_i\}$ ($i=1 \sim N$) は、

$$\begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \vdots \\ \ddot{q}_M \\ \vdots \\ \ddot{q}_N \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix}^{-1} \times \left(\begin{Bmatrix} V_{1\lambda}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{N\lambda}^E \end{Bmatrix} \ddot{\lambda} + \begin{Bmatrix} V_{1jk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{Njk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E \end{Bmatrix} \right) \quad (18)$$

となる。式 (18) を式 (16) に代入して整理すると、

$$a\ddot{\lambda} + g_{i\lambda}^E V_{ijk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E = 0 \dots \dots \dots (19)$$

ここに、 a は式 (11) にて与えられる。ゆえに、

$$\ddot{\lambda} = -g_{i\lambda}^E V_{ijk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E / a \quad (i, j, k=1 \sim N) \quad (20)$$

であるから、式 (20) の $\ddot{\lambda}$ を用いて、式 (18) より $\{\ddot{q}_i\}$ が求まり、さらに増分 q_M に対する $\{q_i\}_{i \neq M}$ 、 λ が式 (3・a)、(3・b) より求められる。

d) $a=0, b=0$ の場合

この場合、 λ を求めるには、式 (9) と振動第2次式 (式 (4・b)) を用いる必要がある。c) の限界点の場合と同様の操作を行い、式 (4・b) の λ について整理すると、

$$a_2 \dot{\lambda}^2 + b_2 \dot{\lambda} + c_2 = 0 \dots \dots \dots (21)$$

となる。ここに、

$$\begin{aligned} a_2 &= g_{i\lambda}^E V_{ijk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E + 2g_{i\lambda}^E V_{ij\lambda}^E g_{1j}^E \\ &\quad + V_{i\lambda\lambda}^E \quad (i, j, k=1 \sim N) \\ b_2 &= g_{i\lambda}^E V_{ijk}^E (g_{1j}^E g_{1k}^E + g_{j\lambda}^E g_{1k}^E) \\ &\quad + 2g_{i\lambda}^E V_{ij\lambda}^E g_{1j}^E \\ c_2 &= g_{i\lambda}^E V_{ijk}^E g_{1j}^E g_{1k}^E \end{aligned}$$

$c_2 \neq 0$ の場合、つり合い点是非対称分岐点 (asymmetric bifurcation point) とよばれる特異点となる (図-1 (c) 参照)。 λ は式 (21) より、

$$\dot{\lambda} = \frac{-b_2 \pm \sqrt{b_2^2 - 4a_2c_2}}{2a_2} \dots \dots \dots (22)$$

$c_2=0$ の場合、つり合い点は対称分岐点 (symmetric bifurcation point) とよばれる特異点となる (図-1(d) 参照)。 λ は式 (21) より、

$$\lambda_1 = -b_2/a_2 \dots\dots\dots (23 \cdot a)$$

$$\lambda_2 = 0 \dots\dots\dots (23 \cdot b)$$

式 (23・a) にて、 $\lambda_1 = -b_2/a_2$ の場合、 λ_1 を式 (9) に代入して $\{q_i\} (i=1 \sim N)$ が求まり、増分 q_M に対する増分 $\{q_i\}_{i \neq M}$ 、 λ が式 (3・a)、(3・b) より求められる。

また、式 (23・b) にて、 $\lambda_2 = 0$ の場合、摂動第 3 次式 (式 (4・c)) より、 $\ddot{\lambda}$ を求める必要がある。すなわち、摂動第 1 次、2 次より得られた式 (9)、(18) および $\lambda_2 = 0$ を用いて摂動第 3 次式 (式 (4・c)) から $\ddot{\lambda}$ についてまとめると、

$$a_3 \ddot{\lambda} + b_3 = 0 \dots\dots\dots (24)$$

ここに、

$$a_3 = 3(g_{ii}^E V_{ijk}^E g_{jk}^E g_{ik}^E + g_{ii}^E V_{ijl}^E g_{lj}^E)$$

$$b_3 = 3 g_{ii}^E V_{ijk}^E h_{ij}^E g_{ik}^E$$

$$+ g_{ii}^E V_{ijkl}^E g_{lj}^E g_{ik}^E g_{il}^E$$

($i, j, k, l = 1 \sim N$)

$$\begin{Bmatrix} h_{11}^E \\ \vdots \\ h_{1M}^E \\ \vdots \\ h_{1N}^E \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} V_{11}^E & \dots & 0 & \dots & V_{1N}^E \\ 0 & \dots & V_{MM}^E & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ V_{N1}^E & \dots & 0 & \dots & V_{NN}^E \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{Bmatrix} V_{1jk}^E g_{ij}^E g_{ik}^E \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ V_{Njk}^E g_{ij}^E g_{ik}^E \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

したがって、式 (24) より $\ddot{\lambda}$ は

$$\ddot{\lambda} = -b_3/a_3 \dots\dots\dots (26)$$

となる。 $\lambda = 0$ 、 $\ddot{\lambda} = -b_3/a_3$ を式 (9)、(18) に代入し、 $\{q_i\}$ 、 $\{\ddot{q}_i\}$ が求まる。さらに増分 q_M に対する増分 $\{q_i\}_{i \neq M}$ 、 λ が式 (3・a)、(3・b) より求められる。

以上が静的座屈安定問題に関するつり合い曲線上の特異点近傍の挙動を摂動法を用いて表現したものである。解析を進めるうえで式 (11) と式 (12) で表わされる a 、 b の評価が重要となる。

3. 準静的座屈安定

静的荷重のもとの座屈現象と異なり、時間に依存する動的荷重が作用するときの座屈現象は構造系の運動を伴う。小さな動的荷重が作用するとき、系は静的つり合い点のまわりを周期的に運動するが、より大きな動的荷重を受けると、系はある不安定な静的つり合い点 (saddle point) を含む軌道を運動するようになり、その不安定点から発散現象を起こす。これが動的座屈現象³⁾ とよばれる。

初期不整の影響が敏感な構造物では、作用荷重の種類

により静的座屈点と動的座屈点との関係を明らかにすることが構造物の安全設計の面から必要とされる。この分野の研究は Budiansky⁴⁾、Thompson¹⁰⁾、Britvec³⁾ らによって行われている。

構造系に無限時間一定荷重が動的に作用する場合の step loading のもとの動的安定解析において、Thompson は構造系のもつ全ポテンシャルエネルギーの概念から動的座屈荷重の下界値を保証する荷重点について研究し、この荷重点を静的安定解析から求められることから準静的座屈荷重 (quasi-static または astatic buckling load) と定義している。

さらに、Britvec、村田・加藤・松岡²¹⁾ らは Thompson の準静的座屈荷重に対する定義を拡張し、step loading 下での構造系の準静的座屈荷重を静的つり合い曲線上の不安定点で与えている。このときの準静的座屈点のもつ全ポテンシャルエネルギーは step load が載荷された直後の全ポテンシャルエネルギーに等しい値をもつ。

図-2 に示すようなトラスドームの頂点部に鉛直荷重が作用するときの静的解析ならびに動的解析を行い、静的座屈荷重、準静的座屈荷重、動的座屈荷重との関係を明らかにした。なお、このトラスドームは半谷が静的座屈解析に用いたもので、構造概要は文献 22) に示す。

図-3 は 図-2 のトラスドームを対象にして静的解析および動的解析より得られた荷重 A -頂点鉛直変位 D_{z1} の関係を示す。図中の○印は 2. の静的座屈安定解析より求まる静的つり合い点を示し、3.2 t の荷重でつり合い点は不安定な限界点 (limit point) の特異点とな

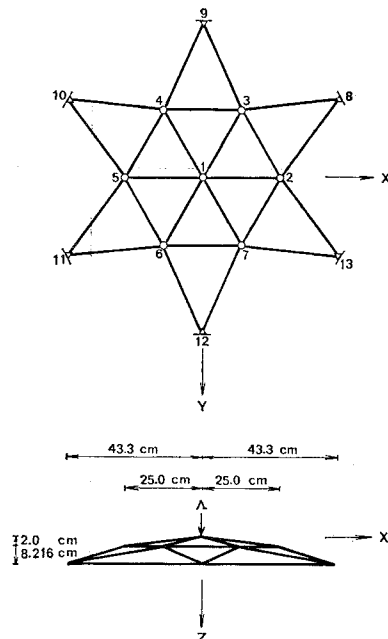


Fig. 2 A Reticulated Shell

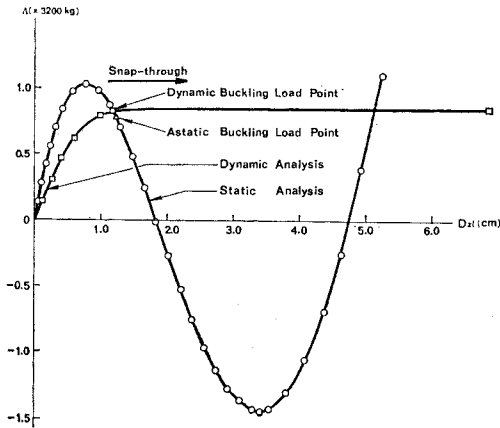


Fig. 3 An Example of Dynamic Analysis

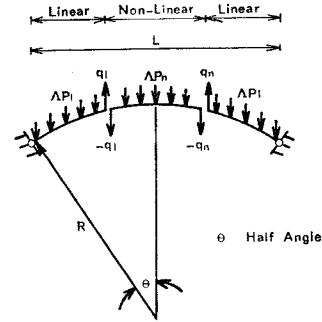
り、飛移り座屈現象を起こすことがわかる。□印は非線形つり合い方程式の荷重項に step load を用い、 $[M]$ (質量マトリックス) として部材質量を lumped mass として各節点に用いて、Newmark の β 法とフーボルト法により動的応答解析を行い、得られた最大鉛直変位を示している。この図から動的座屈荷重は 2.5t となり静的座屈荷重の約 80% で他の静的つり合い点へ移る動的座屈現象がみられる。△印は静的つり合い曲線上の全ポテンシャルエネルギーが零となるつり合い点を示し、Britvec, 村田らによる準静的座屈点である。図-3 より、準静的座屈荷重が動的座屈荷重の下界値を与えることがわかる。この不安定点は静的つり合い曲線上にあるため動的解析によることなく、静的解析から容易に求められる。

4. 三角形網目状シェルの安定解析

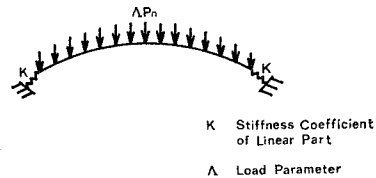
網目状シェル構造物の座屈問題は Aguilar¹⁾, Wright¹⁹⁾, Lind¹²⁾ らにより研究されているが、扱われている荷重状態は各節点に放射状に作用する、いわゆる水圧形分布形であり、これ以外の一般性のある作用荷重のもとでの初期不整を考慮した構造物の静的、動的安定解析はきわめて少ない。

松岡²⁰⁾らは、ピン接合トラスドームを全構造系の非線形を考慮して解析した。その結果によれば座屈形式としては、一節点部分が不安定となり飛移り現象を起こす dimple 座屈形式が支配的となる。また、この全構造系非線形解析では静的座屈点で剛性行列の複数の箇所 dimple 座屈形式がみられる同時座屈が生ずるため、後座屈曲線の追跡が困難となる。

本論文では、ピン接合トラスドームの安定解析のため、構造系を図-4 (a) に示すように不安定となる節点を含めた 3 パネル間は非線形挙動を示し、また周辺のパ



a) Linear and Non-Linear Parts



b) Non-Linear Part

Fig. 4 Sub-Structural System

ネルは線形挙動を示す sub-structural system にモデル化する。3 パネル間の非線形解析を行うため、線形部分を図-4 (b) に示す線形ばねに置き換える。線形部分のつり合い方程式は、

$$\begin{bmatrix} A \begin{Bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_L \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_N \end{Bmatrix} + A \begin{Bmatrix} P_1' \\ \vdots \\ P_N' \end{Bmatrix} \end{bmatrix} = [K_L] \begin{Bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_L \\ \vdots \\ \bar{u}_1 \\ \vdots \\ \bar{u}_N \end{Bmatrix} \dots\dots (27)$$

ここに、

$P_1 \sim P_L$: 線形部分に作用する外力

$P_1' \sim P_N'$: 線形部分と非線形部分との境界上の節点外力

$q_1 \sim q_N$: 線形部分と非線形部分との境界上の節点内力

$u_1 \sim u_L$: 線形部分節点変位

$\bar{u}_1 \sim \bar{u}_N$: 線形部分と非線形部分境界上の節点変位

A : 荷重パラメーター

$[K_L]$: 線形剛性行列

式 (27) を用いて境界節点力 $\{q_1 \sim q_N\}$ と境界節点変位 $\{\bar{u}_1 \sim \bar{u}_N\}$ の関係を導くことができる。すなわち、線形部分に $\{q_1 \sim q_N\}$ が作用しない場合の境界節点変位 $A \{\bar{u}_1^0 \sim \bar{u}_N^0\}$ および式 (27) にて $\lambda=0$, かつ $q_i (i=1 \sim N)$ として単一荷重のみが作用する場合の境界節点変位 $\{\bar{u}_1^i \sim \bar{u}_N^i\} (i=1 \sim N)$ を用いると、境界節点力 $\{q_1 \sim q_N\}$ と境界節点変位 $\{\bar{u}_1 \sim \bar{u}_N\}$ との関係は、重ね合せの原理

より、

$$\begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \vdots \\ \bar{u}_N \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} \bar{u}_1^0 \\ \vdots \\ \bar{u}_N^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{u}_1^1 & \dots & \bar{u}_1^N \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{u}_N^1 & \dots & \bar{u}_N^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_N \end{Bmatrix} \dots\dots(28)$$

と表わすことができる。したがって、式(28)より sub-structural system の線形部分と非線形部分との境界に作用する内力 q は、

$$q = A\bar{u} + AB \dots\dots\dots(29)$$

となる。ここに、

$$A = \begin{bmatrix} \bar{u}_1^1 & \dots & \bar{u}_1^N \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{u}_N^1 & \dots & \bar{u}_N^N \end{bmatrix}^{-1}, \quad B = - \begin{bmatrix} \bar{u}_1^1 & \dots & \bar{u}_1^N \\ \vdots & & \vdots \\ \bar{u}_N^1 & \dots & \bar{u}_N^N \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1^0 \\ \vdots \\ \bar{u}_N^0 \end{Bmatrix}$$

となる。sub-structural system 解析では、非線形部分のつり合い方程式の荷重項に線形部分からの外力 $-q$ を付加する。

安定解析における sub-structural system の妥当性を検討するために、松岡²⁰⁾らにより解析に用いられた 図-5 の Lederer 型構造形式を数値計算の対象に用いる。なお、構造概要と荷重状態は次のとおりである。

- ① 構造概要：正六角形平面， $L=64.28$ m，部材等断面，断面積 9.89 cm²，ヤング率 $E=2.1 \times 10^6$ kg/cm² 半角 $\theta=45^\circ$ 。

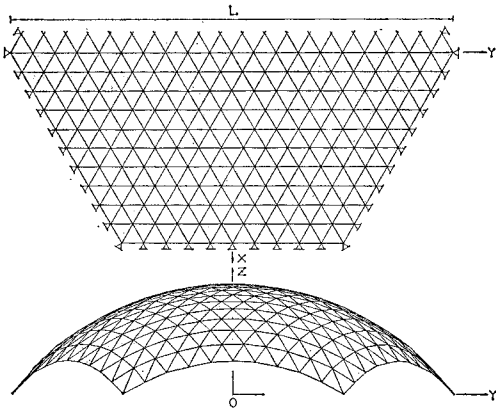


Fig. 5 Scheme of the Analytical Model

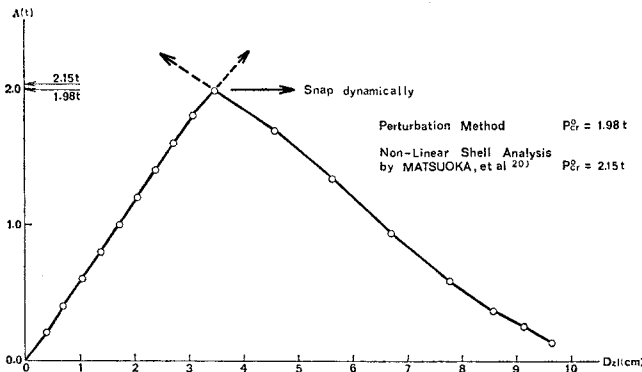


Fig. 6 Load A vs Vertical Displacement D_{21} of Sub-Structural System for $\theta=45^\circ$, $L=3.214$ m and $A=9.89$ cm²

- ② 荷重状態：全節点に鉛直等分布荷重 A が作用する。

図-6 は頂点1の鉛直節点変位 D_{21} と節点荷重 A との関係を示したものである。図にて2本の曲線の交点は座屈点を示しており、 $P_{cr}=1.98$ t となる。安定な静的つり合い曲線は非線形解析にもかかわらず、ほぼ線形関係を保っており、式(11)、(12)の a, b の値から座屈点では $a=0, b=0$ および式(21)中の $c_2 \approx 0$ のことから非対称分岐の dimple 座屈形式が生じていることがわかる。なお、このときの部材最大軸方向力は 9.8 t であり、この程度の荷重ではドームを構成する単一部材のオイラー座屈の発生はない。

この sub-structural system の安定解析結果は、全構造系非線形解析より得られた dimple 座屈荷重 $P_{cr}=2.15$ t²⁰⁾ と比較して近似解を示している。

全構造系非線形解析は数箇所で dimple 座屈が同時に発生し、後座屈曲線の追跡を困難にしているが、sub-structural system による本解析は一節点まわりの dimple 座屈に注目しているため、後座屈後のつり合い曲線(図-6の右下がりの曲線)を求めることができる。

5. dimple 座屈の検討

安定解析では、上述のように sub-structural system による解析の妥当性を示したが、ここでは本解析結果と Lind¹²⁾、Wright¹⁹⁾らが提案する dimple 座屈式との比較検討を行い、また、構造不整、荷重不整などの初期不整が静的座屈点および準静的座屈点に与える影響について述べる。dimple 座屈の検討に用いる構造概要、荷重状態は以下のようなものである。

- ① 構造概要(図-5) 正六角形平面(10パネル)， $L=60$ m，等断面部材，断面積 $A=10$ cm²， $E=2.1 \times 10^6$ kg/cm²，半角 $\theta=35^\circ, 45^\circ, 55^\circ$ ，周辺ピン支持。
- ② 不整量 構造不整として、頂点の z 方向に部材長 $l=3$ m の $1/1000, 1/500, 1/250$ の不整 x とする。不整量 ϵ_1 を x と構成部材のライズ差 h との比で与える。

$$\epsilon_1 = x/h$$

また、荷重不整として、頂点の荷重 P_t を他の節点等荷重 P_0 と比較して $1.1 P_0, 1.2 P_0, 1.3 P_0$ にとる。不整量 ϵ_2 を P_t と P_0 の関係より

$$\epsilon_2 = (P_t - P_0)/P_0$$

で与える。

- ③ 荷重状態 次の3通りを用いる。

荷重状態 A：全節点に等荷重が鉛直に作用する(図-7(a))。

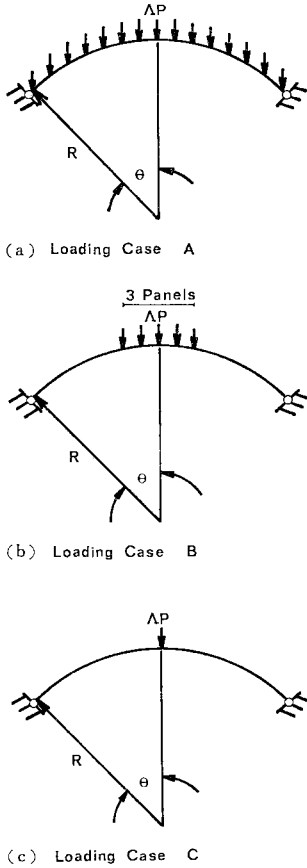


Fig. 7 Loading Cases A, B and C

荷重状態B：非線形部分の節点にのみ等荷重が鉛直に作用する(図-7(b)).

荷重状態C：ドーム頂点にのみ単一集中荷重が作用する(図-7(c)).

上記①~③の各種組合せ状態のもとに安定解析を行った。図-8は荷重状態AまたはB, $\theta=45^\circ$, ドーム半径 $R=42.42\text{ m}$, 構造不整 ϵ_1 を有する網目状シェルの解析結果を示す。○印および●印は、荷重状態AおよびBのもとでの静的座屈点を示し、□印および■印は、それぞれ準静的座屈点を示している。縦軸には、荷重状態A, Bのもとでの初期不整のない完全系の静的座屈荷重 2.013 t, 1.926 t をそれぞれ基準にして無次元化した静的座屈荷重, 準静的座屈荷重をとり、横軸に構造不整量 ϵ_1 をとってある。図-8から静的座屈荷重は荷重状態A, Bともに、完全系の場合に比べて構造不整 ϵ_1 によりかなりの低減がみとめられる。準静的座屈荷重は荷重状態Bの方がAに比べてわずかに上まわる

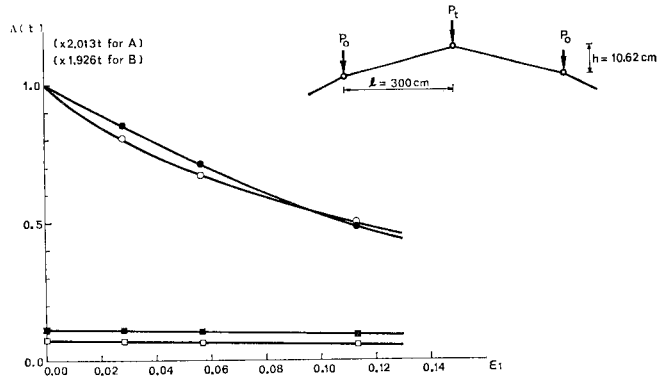


Fig. 8 Geometrical Imperfection Sensitivity for Loading Cases A and B, $\theta=45^\circ$ and $l/R=1/14.14$

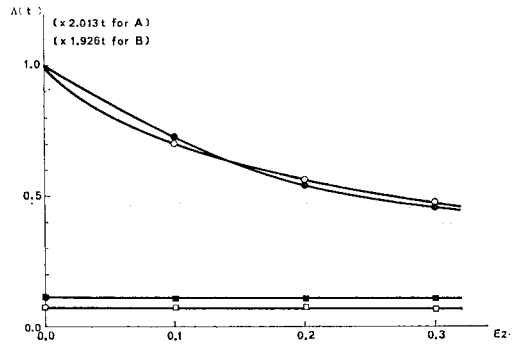


Fig. 9 Load Imperfection Sensitivity for Loading Cases A and B, $\theta=45^\circ$ and $l/R=1/14.14$

が、両荷重状態とも ϵ_1 に対しては鈍感であることがわかる。

図-9は荷重不整 ϵ_2 を有するシェルの荷重状態A, Bのもとでの解析結果を示す。静的座屈荷重は荷重状態A, Bとも荷重不整 ϵ_2 に対して敏感であるが、準静的

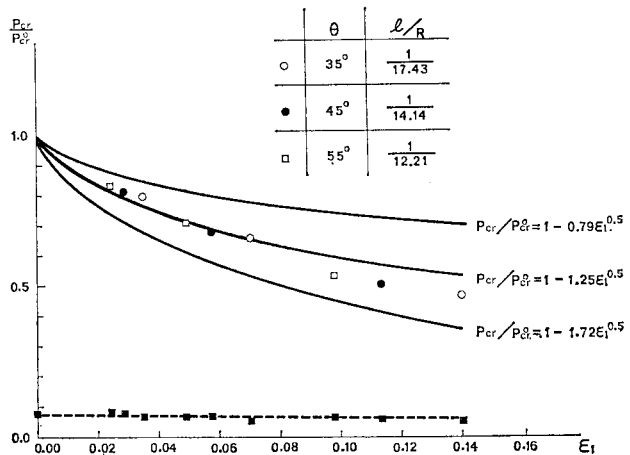


Fig. 10 Geometrical Imperfection Sensitivity for Loading Case A

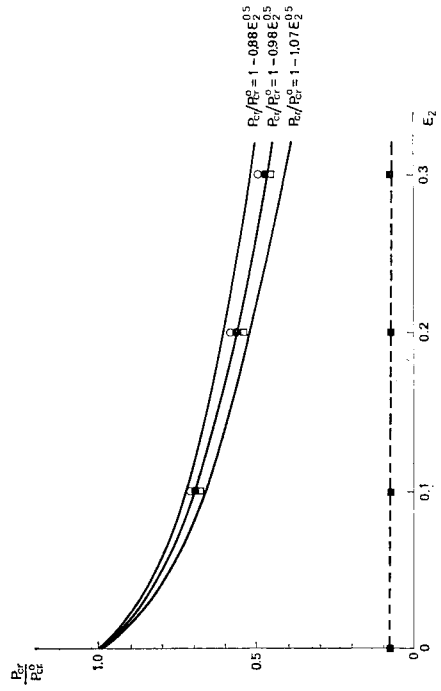


Fig. 11 Load Imperfection Sensitivity for Loading Case A

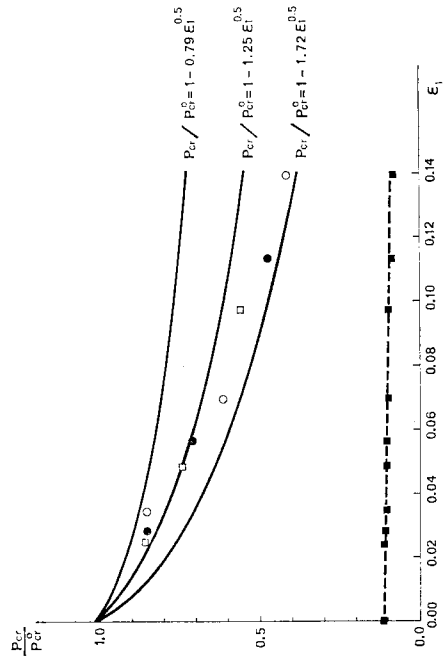


Fig. 12 Geometrical Imperfection Sensitivity for Loading Case B

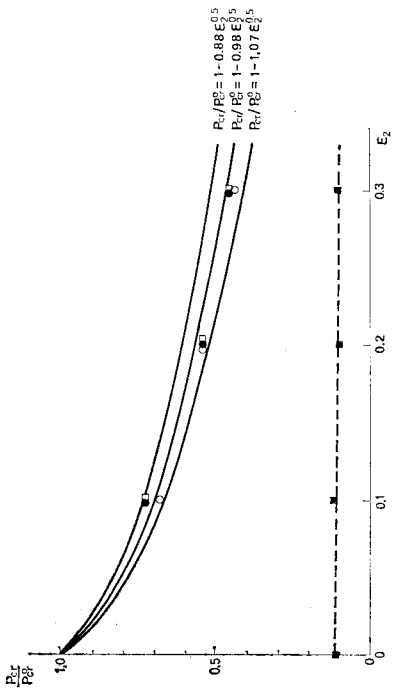


Fig. 13 Load Imperfection Sensitivity for Loading Case B

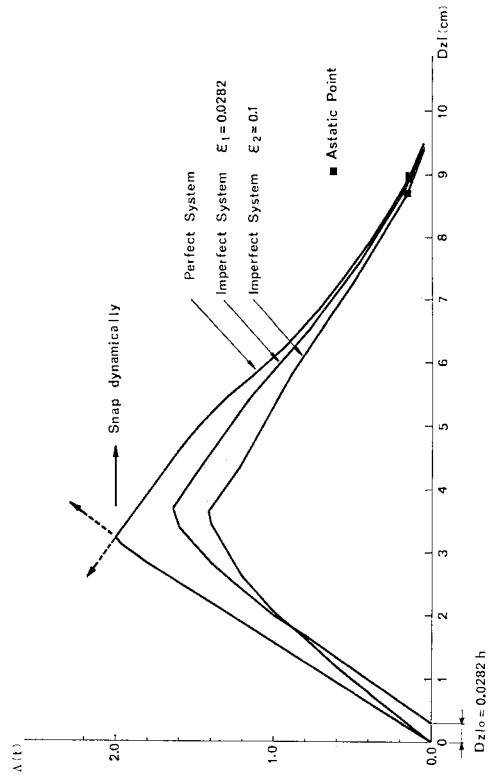


Fig. 14 Load A vs Vertical Displacement Dz_1 for Loading Case A and $\theta = 45^\circ$

座屈荷重は構造不整 ϵ_1 の場合と同様、荷重状態 B の方が A に比べてわずかに上まわるが、両荷重状態とも ϵ_2 に対して鈍感であることがわかる。

図-10, 11 は荷重状態 A のシェルに対する静的および準静的座屈荷重と初期不整 ϵ_1, ϵ_2 との関係を示している。 $\theta=35^\circ, 45^\circ, 55^\circ$ の静的座屈点はそれぞれ○, ●, □印、準静的座屈点はすべて■印でプロットしてある。これらの図から、 θ および R の値にはほぼ無関係に静的および準静的座屈荷重が ϵ_1, ϵ_2 から受ける影響度には一定の相関性がみられる。

また、図-12, 13 は荷重状態 B のシェルに対して、静的および準静的座屈荷重と ϵ_1, ϵ_2 との関係を示している。これらの図から、荷重状態 A のシェルの解析と同様、静的および準静的座屈荷重と ϵ_1, ϵ_2 との間には、 θ および R の値にはほぼ無関係に一定の相関性がみられる。

Thompson¹⁸⁾ は不完全系の静的座屈荷重 P_{cr} と完全系の静的座屈荷重 P_{cr}^0 との関係の一般式を次式で与えている。

$$P_{cr} = P_{cr}^0 (1 - C\epsilon^n) \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 C : 係数、 ϵ : 不整量、 n : 非対称分岐の場合 1/2, 対称分岐の場合は 2/3 である。

荷重状態 A, B の解析結果より、初期不整 ϵ として、それぞれ構造不整 ϵ_1 , 荷重不整 ϵ_2 をとり、式 (30) の係数 C を求め、その係数 C の平均値を用いて式 (30) の曲線を描かせると 図-10~13 の中央の実線のようになる。

構造不整 ϵ_1 に対しては、 $P_{cr} = P_{cr}^0 (1 - 1.25 \epsilon_1^{0.5})$

荷重不整 ϵ_2 に対しては、 $P_{cr} = P_{cr}^0 (1 - 0.98 \epsilon_2^{0.5})$

となる。係数 C のばらつきから 95% 信頼区間に対する係数 C を求め、対応する曲線を描いたのが、上, 下 2 本の曲線である。

構造不整 ϵ_1 に対しては、 $P_{cr} = P_{cr}^0 (1 - 0.79 \epsilon_1^{0.5})$

$$P_{cr} = P_{cr}^0 (1 - 1.72 \epsilon_1^{0.5})$$

荷重不整 ϵ_2 に対しては、 $P_{cr} = P_{cr}^0 (1 - 0.88 \epsilon_2^{0.5})$

$$P_{cr} = P_{cr}^0 (1 - 1.07 \epsilon_2^{0.5})$$

となる。

図-14, 15 は、荷重状態 A, B の場合の $\theta=45^\circ$ のときの荷重 A とシェル頂点鉛直変位 D_{z1} との関係を示したものである。これらの図からわかるように、完全系と不完全系の $\epsilon_1=0.0282, \epsilon_2=0.1$ の場合について示したものである。これらの図からわかるように、完全系では両荷重状態とも座屈形式はいずれも非対称分岐の性状を示しており、そのうえ安定なつり合い曲線は非線形解析にもかかわらず、ほぼ線形関係を保っている。こ

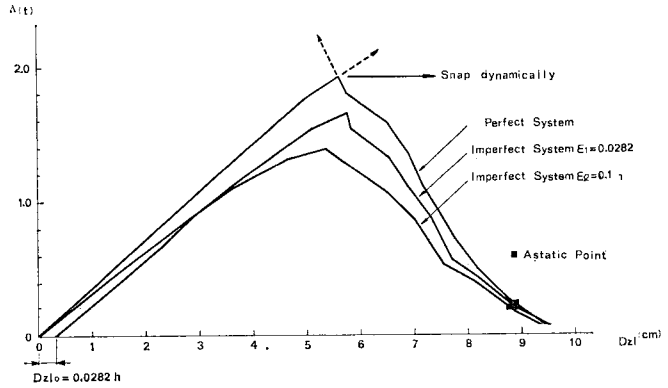


Fig. 15 Load A vs Vertical Displacement D_{z1} for Loading Case B and $\theta=45^\circ$

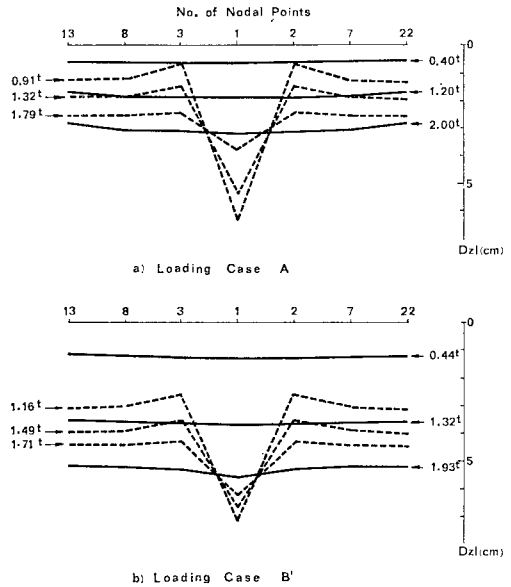


Fig. 16 Deflection Configuration at Nodal Points for Perfect System

のような曲線関係では、座屈点の存在を予測することはかなり困難であり、崩壊は突如として起こる可能性が高い。なお、図中の曲線上の■印は準静的座屈点を示す。なお、両図にて不完全系 ϵ_1 に対応する曲線は原点から出発することなく、構造不整として、 $D_{z10}=0.0282 \times h$ ($h=10.62$ cm), が存在する。

図-16 (a), (b) はシェル断面内の節点変位を荷重段階ごとに図示した。図中、実線はシェルが座屈点に達するまでの荷重・鉛直変位関係を示し、点線は座屈後の関係を示している。シェルは座屈前まで、節点変位はほぼ同程度に線形的に変形しているが、座屈後は節点部分 1 のみが鉛直に大きくくぼみ、その周辺節点は多少もり上がった形状の典型的な dimple 形座屈を示す崩壊機構

Table 1 Static and Astatic Buckling Loads

θ	l/R	Wright ⁽¹⁹⁾		Lind ⁽²⁾		The Authors					
		$P_1(t)$	$P_2(t)$	$P_3(t)$	$P_4(t)$	Loading Case A		Loading Case B		Loading Case C	
						$P_{cr}^0(t)$	$P_{ast}^0(t)$	$P_{cr}^0(t)$	$P_{ast}^0(t)$	$P_{cr}^0(t)$	$P_{ast}^0(t)$
35°	1/17.43	0.571	0.286	1.864	0.358	1.079	0.077	1.032	0.106	0.315	0.242
45°	1/14.14	1.069	0.535	3.489	0.671	2.013	0.158	1.926	0.222	0.590	0.454
55°	1/12.21	1.661	0.831	5.421	1.043	3.200	0.269	2.977	0.348	0.918	0.706

がみられる。

6. 考 察

a) 静的座屈荷重

Wright⁽¹⁹⁾ は、正三角形形状に組まれた網目状シェルの静的 dimple 座屈荷重をピン支承およびローラー支承を対象にして、単一パネルの解析から求め、それぞれの支持条件に対して上界値 P_1 と下界値 P_2 を次式により与えている。

$$P_1 = C_1 EA (l/R)^3 \dots\dots\dots (31)$$

$$P_2 = C_2 EA (l/R)^3 \dots\dots\dots (32)$$

ここに、 $C_1: 0.144$, $C_2: 0.072$, E : ヤング率, A : 部材断面積, l : 部材長, R : ドーム半径。

また、Lind⁽²⁾ は構造全体を単一パネルとその周辺の構造系に分け、単一パネルに対する周辺の構造部を弾性ばねに置き換え、dimple 座屈が生ずるまで各節点は変位しないという仮定より、dimple 座屈に対する理論式を導いている。すなわち、水圧形節点荷重では、

$$P_3 = C_3 EA (l/R)^3 \dots\dots\dots (33)$$

単一集中荷重では、

$$P_4 = C_4 EA (l/R)^3 \dots\dots\dots (34)$$

を与えている。ここに、 $C_3=0.47$, $C_4=0.09$ である。なお、Wright および Lind の構造解析では初期不整は考慮していない。

表-1 は式 (31)~(34) の理論値と本研究より得られた解析値を比較したものである。荷重状態 A, B の場合の完全系に対して求めた静的座屈荷重 P_{cr}^0 は P_1 値と P_3 値の間にあることがわかる。すなわち、本解析結果は Wright が単一パネルをピン支持として求めた座屈荷重 P_1 よりも大きく、Lind が周辺パネルからの影響を考慮し座屈直前までは節点変位が生じないとして求めた座屈荷重 P_3 よりも小さく、網目状シェルの dimple 座屈荷重に対して、より妥当な値を与えているとみなすことができる。

本解析より得られた完全系に対する静的座屈荷重 P_{cr}^0 を式 (31) と同様な形で表現すれば、

$$P_{cr}^0 = C_5 EA (l/R)^3 \dots\dots\dots (35)$$

ここに、 C_5 は荷重状態により異なり、図-17 に示すように、A 状態では $C_5=0.271\sim 0.277$, B 状態では $C_5=$

0.258~0.260 となり横軸の l/R に無関係にはほぼ一定値を保つ。さらに、単一集中荷重では、 $C_5=0.080\sim 0.079$ となり、これは Wright の上界値 0.144 と下界値 0.072 との間にあり、Lind の式 (34) の $C_4=0.09$ より小さい。

荷重不整、構造不整などの初期不整により不完全系の静的座屈荷重 P_{cr} は完全系の P_{cr}^0 に比してかなりの低減がみとめられる。本解析に用いた最大不整量 $\epsilon_1=0.14$, または $\epsilon_2=0.3$ では完全系の P_{cr}^0 より約 50% 近く低減する。

一般に網目状シェルの静的 dimple 座屈荷重の初期不整による影響は顕著であり、これを考慮した静的座屈荷重 P_{cr} は完全系の P_{cr}^0 に対する低減率 α によって次式のように表わされる。

$$P_{cr} = \alpha P_{cr}^0 \dots\dots\dots (36)$$

ここに、 α は式 (30) より

$$\alpha = 1 - C\epsilon^n$$

で与えられる。荷重状態 A および B では係数 C は構造不整の場合には $C=1.25$, 荷重不整の場合には $C=0.98$ となる。

b) 準静的座屈荷重

完全系と不完全系に対して求めた準静的座屈荷重の結果を以下に考察する。

準静的座屈荷重 P_{ast} の解析結果を式 (35) と同様の式で表わせば、完全系では、

$$P_{ast}^0 = C_{ast} EA (l/R)^3 \dots\dots\dots (37)$$

ここに、 C_{ast} は、荷重状態により異なり、A 状態では

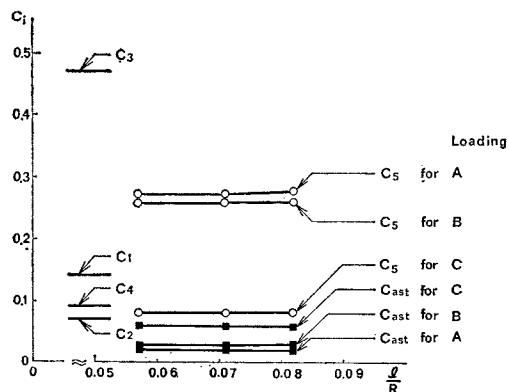


Fig. 17 Coefficient C_i -values

$C_{ast}=0.019\sim 0.023$, B状態では $C_{ast}=0.027\sim 0.030$, C状態では $C_{ast}=0.061$ となる。

表—1 に荷重状態 A, B, C および半角 θ ($35^\circ, 45^\circ, 55^\circ$) に対する P_{ast}^0 を併記してある。図—17 は C_{ast} を荷重状態により示してある。同図から各荷重状態とも C_{ast} は横軸の l/R の値にはほぼ無関係に一定の値を示しており、完全系の P_{cr}^0 に対して、A状態では $0.070\sim 0.083$, B状態では $0.100\sim 0.116$, C状態では $0.760\sim 0.770$ の間にあり、荷重状態によってその比は大きく異なる。

次に、 P_{ast} に対する初期不整量 ϵ_1, ϵ_2 の影響は図—10—13 からわかるように、静的座屈荷重に対する影響度に比べてかなり鈍感であり、完全系の P_{cr}^0 に対して、図—10 では $0.050\sim 0.084$, 図—11 では $0.069\sim 0.084$, 図—12 では $0.082\sim 0.117$, 図—13 では $0.083\sim 0.117$ の範囲にあることがわかる。

以上のことから、動的荷重が作用する可能性のある場合には、完全系および不完全系に対する静的座屈荷重を大きく下まわる準静的座屈荷重を基準にして、構造物の安定問題を検討し、座屈に対する安全性を確保しなければならないことが明らかとなった。

7. 結 論

本論文は、Sewell¹³⁾, Thompson¹⁸⁾, 半谷ら⁹⁾が構造系の弾性安定問題に応用した摂動法を用いて、特異点近傍における挙動の検討を行い、初期不整を有するピン接合網目状シェルの dimple 座屈荷重および step loading 下での動的座屈荷重の下限値を与える準静的座屈荷重を求め、従来の Wright と Lind らによる dimple 座屈式よりも、より現実的な静的および準静的荷重のもとのピン接合網目状シェルの dimple 座屈式を提案した。なお、本解析は、構造系を線形挙動部分と非線形挙動部分とに区分した sub-structural system にモデル化することにより行われた。得られた主な結論は以下のようである。

(1) 初期不整を考慮しない静的座屈解析より得られた dimple 座屈式 (式 (35)) は、従来の Lind および Wright らによる dimple 座屈式よりも完全系ピン接合網目状シェルの dimple 座屈式として適当である。

(2) 初期不整の影響を考慮したピン接合網目状シェルの静的座屈荷重 P_{cr} および準静的座屈荷重 P_{ast} の不整による低減の状態は 図—10—13 からわかるように、シェルの形状特性に関係なく、ほぼ同様の傾向を示すことが認められる。すなわち、静的座屈荷重 P_{cr} は、不整に対してかなり敏感な傾向を示し、一方、準静的座屈荷重 P_{ast} は、不整にはほとんど影響されない。

(3) 非対称分岐の特性を示す完全系の静的座屈荷重 P_{cr}^0 と不完全系のそれとの関係は Thompson による式 (30) と同様の形式で表現することができる。式 (30) 中の係数 C は、構造不整の場合 $C=1.25$, 荷重不整の場合 $C=0.98$ となる。

(4) 一般に (2) で述べたように網目状シェルの静的 dimple 座屈荷重の初期不整による影響は顕著であり、したがって、(1) と (3) とを考慮した式 (36) がピン接合網目状シェルの dimple 座屈式として有効である。

(5) 動的荷重を考慮した解析では、静的座屈荷重を大きく下まわる準静的座屈式 (式 (37)) を基準として所定の安全性を確保するように留意する必要がある。

なお、本研究の数値解析は名大大型計算機センターの FACOM 230-75 を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Aguilar, R.J.: Snap-through Buckling of Framed Triangulated Domes, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 92, No. ST 2, Proc. Paper 5202, pp. 301~317, April, 1967.
- 2) "Bibliography on Latticed Structures", by the Subcommittee on Latticed Structures of the Task Committee on Special Structures of the Committee on Metals of the Structural Division, W.C. Teng. chmn., Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST 7, Proc. Paper 9055, pp. 1545~1566, July, 1972.
- 3) Britvec, S.J.: The Stability of Elastic Systems, Pergamon Unified Engineering Series, 1973.
- 4) Budiansky, B.: Dynamic Buckling of Elastic Structures; Criteria and Estimates, Proc. Int. Conf. on Dynamic Stability of Structures, North-Western Univ., pp. 83~106, Oct., 1965.
- 5) Budiansky, B. and Hutchinson, J.W.: Dynamic Buckling of Imperfection-Sensitive Structures, Proc. XI Int. Cong. Appl. Mech., Munich.
- 6) Hangai, Y. and Kawamata, S.: Non-Linear Analysis of Space Frames and Snap-through Buckling of Reticulated Shell Structures, IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Oct., 1971.
- 7) Hutchinson, J.W. and Budiansky, B.: Dynamic Buckling Estimates, AIAA Journal, 4, 3.
- 8) Kármán, Th. von and Tsien, H.S.: The Buckling of Spherical Shells by External Pressure, Journal of Aeronautical Science, Vol. 7, No. 2, pp. 43~50, 1939.
- 9) Kawamata, S. and Hangai, Y.: Analysis of Geometrically Non-Linear and Stability Problems by Static Perturbation Method, The Univ. of Tokyo, Report of the Institute of Industrial Science, Vol. 22, No. 5, 1972.
- 10) Koiter, W.T.: On the Stability of Elastic Equilibrium, Thesis, Polytechnic Institute, Delft, H.J. Paris, Amsterdam, 1945.
- 11) Latticed Structures; State-of-the Art Report, by the Task Committee on Latticed Structures of the Committee on Special Structures of the Committee on Metals of the Structural Division, D.R. Sherman, chmn., Journal of the Structural Division, ASCE Vol. 102, No. ST 11, Proc. Paper 12581, pp. 2197-

- 2230, Nov., 1976.
- 12) Lind, N.C. : Local Instability Analysis of Triangulated Dome Frameworks, *The Structural Engineer*, Vol. 47, No. 8, pp. 317~324, August, 1969.
 - 13) Sewell, M.J. : The Static Perturbation Technique in Buckling Problems, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 13, pp. 247~265, 1965.
 - 14) Thompson, J.M.T. : Basic Principles in the General Theory of Elastic Stability, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 11, pp. 13~20, 1963.
 - 15) Thompson, J.M.T. : Experiment in Catastrophe, *Nature*, Vol. 245, pp. 392-395, 1975.
 - 16) Thompson, J.M.T. : Dynamic Buckling under Step Loading, *Pro. Int. Conf. on Dynamic Stability of Structures*, North-Western Univ., pp. 83~106, Oct., 1965.
 - 17) Thompson, J.M.T. and Hunt, G.W. : A General Theory for the Equilibrium and Stability of Discrete Conservative System, *ZAMP*, Vol. 20, pp. 797~846, 1969.
 - 18) Thompson, J.M.T. and Hunt, G.W. : A General Theory of Elastic Stability, John Wiley & Sons., 1973.
 - 19) Wright, D.T. : Membrane Forces and Buckling in Reticulated Shells, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 91, No. ST 1, Proc. Paper 4227, pp. 173~201, Feb., 1965.
 - 20) 小出・加藤・松岡：ピン接合単層トラスドームの一座屈計算例，日本建築学会大会学術講演概集，pp. 573~574，1973年10月。
 - 21) 村田・加藤・松岡：初期不整を有する回転殻の動的非線形解析，日本建築学会論文報告集，第261号，pp. 79~90，昭和52年11月。
 - 22) 成岡・中村共編：骨組構造解析法要覧 日本鋼構造協会，半谷／5章骨組構造物の幾何学的非線形問題，培風館，pp. 81~112，1976.

(1978.7.17・受付)