

土木学会論文報告集
第 287 号・1979年7月

【論文】

ベンケルマンビームによるたわみ測定値の 補正に関する理論的研究

A THEORETICAL STUDY OF THE DEFLECTIONS MEASURED BY BENKELMAN BEAM

阿 部 賴 政*

By Yorimasa ABE

1. 序論

アスファルト舗装の構造設計は、これまで AASHO の道路試験を中心とする実験的、経験的な方法によって行われてきた。しかし、最近になってこれを理論的に研究しようとする動きが活発化してきている。その代表的な例がアスファルト舗装を多層弹性体として解析する方向であろう。この手法は、数十年前から存在してはいたのであるが、計算が複雑なため一般化しなかったものと思われる。しかし、いくつかのプログラムが公表されたことおよびコンピュータの普及がこの難点を解決した。計算がきわめて容易になったからである。

この弾性理論では、一般にアスファルト層下面のひずみ、路面上面の応力、ひずみおよび路面の変位(たわみ)が解析の対象とされる。これらのうち、応力とひずみに関する研究によっては理論値と実測値のほぼ一致するところが多く、多くの研究者によって確認され、ひずみに基づいた高度な設計法も発表されている¹⁾。その反面、過去の実測値がきわめて多く測定も容易なペンケルマンビームによるたわみに関する研究では、理論値と実測値は一致しないという説が強く、種々の補正式が提案されている^{2), 3)}。しかし、たわみに関する研究においても弾性理論が有力な手段であることはいうまでもなく、その適用性が広く議論されている現状である。

本研究は以上のような背景をふまえて、たわみの解析法を再検討しようとするものである。すなわち、理論値と実測値が一致しない原因としては、脚の沈下があること、実舗装が必ずしも弾性体として挙動しないこと、測定器そのものの問題などいろいろ考えられるが、本研究は、特に、ベンケルマンビームの支点がたわみ曲線にそって沈下するためではないかと考え、支点沈下の影響を中心にたわみの解析を行ったものである。また、測定法

や輪荷重、接地圧の相違がたわみ測定値に与える影響もあわせて検討した。

2. たわみの測定法

ベンケルマンビームによるたわみ測定法は、各国、各研究機関によって種々の方法が発表されているが、本研究で対象とした測定法は次のとおりである。

(1) 普通たわみ法(弾性たわみ量)

これは、アスファルト舗装要綱に規定された方法で、測定箇所から 1.5 m 手前の位置にトラックの後輪を止めたときの ダイヤルゲージの読み d_{i+5} 、測定箇所での読み d_0 、さらに 1.5 m 離れたときの読み d_{f+5} をとるが、弹性たわみ量 D_0 は次の式によって求められる。

(2) 建設省土木研究所の方法

後輪荷重の中心にアーム先端を置いたときのダイヤルゲージの読み d_0 をとり、さらに 5m 車を前進させたときの読み $d_{f5.0}$ をとる。建設省土木研究所の方法（以下、土研法と略す）によって測定されるたわみ量 D_d は次の式によって求められる。

(3) 日本道路公団の方法(復元たわみ法)

測定箇所の手前 0.5 m の位置に トラックの後輪を止め、輪荷重の移動 0.5 m ごとに ダイヤルゲージの読みをとる。特に剛度の高い舗装においては、荷重が測定箇所から 5 m 離れた位置での読みを最終値 $d_{f5.0}$ とするが、一般には 3.5 m での読み $d_{f3.5}$ を最終値とする。ダイヤルゲージの読みの最大値を d_0 とすれば、この方法によって測定されるたわみ量 D_k は次の式によって求められる。

* 正会員 工博 日本大学助教授 理工学部

(2) 弹性係数

加熱アスファルト混合物の弹性係数 E_a は $10\,000 \text{ kg/cm}^2$, $60\,000 \text{ kg/cm}^2$ の 2 種類に変化させた。第一層～第三層の弹性係数 (E_1, E_2, E_3) の決め方は、著者が既発表論文⁵⁾で用いた手法と同一なので、ここではその計算式のみを示すこととする。

$$E_1 = E_a(h_1 + 0.7h_2)/(h_1 + h_2) \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$E_2 = 50(80h_3 + 30h_4)/(h_3 + h_4) \quad \dots\dots\dots(27)$$

$$E_3 = 100 \text{ CBR} \quad \dots\dots\dots(28)$$

ポアソン比は、たわみにあまり影響しないとされているので⁶⁾、各層とも一定値 0.5 を使用した。

(3) 輪荷重と接地圧

輪荷重 P は 5t, 接地圧 p はタイヤの空気圧をとり 6.5 kg/cm^2 (接地半径 15.7 cm) を標準としたが、必要な場合には、 $P=6, 7, 8 \text{ t}$ および $p=5, 8 \text{ kg/cm}^2$ についても計算した。

5. 計算結果の考察

計算によって、測定法、舗装構造、 E_a 、輪荷重、接地圧それぞれの組合せに応じた理論値、推測値、精度等を得たが、変数が多いので土研法を中心に考察することにする。

図-6 は、土研法で測定する場合の精度 A_d を示したものである ($P=5 \text{ t}$, $p=6.5 \text{ kg/cm}^2$)。なお、精度は次の式によって定義されている。

$$A_d = (D_d/W_0) \times 100 \quad \dots\dots\dots(29)$$

A_d : 土研法で測定する場合の精度 (%)

D_d : 土研法で測定する場合の推測値 (mm)

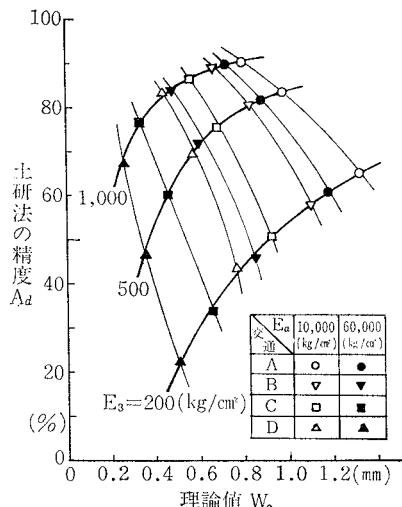


図-6 精度の検討

W_0 : 理論値 (mm)

図から明らかなように、理論値と精度の関係は、路床の弹性係数 (E_a) ごとに一本の線であらわされる。すなわち、舗装構造やアスファルト混合物の弹性係数 E_a の変化は、同一線上の移動として示されるため、 W_0 と E_a が与えられれば A_d は一義的に定まる。これは、精度を考える場合、舗装の厚さ、構成や材料的性質はすべて舗装の剛性に反映するものとして同一に取り扱うことができる意味するものであろう。なお、アスファルト混合物のポアソン比を 0.35 に変えて検討したが、この影響は小さく、やはり同一線上の移動となることを確認した。

以上の基本的性質に加えて、図-6 から明らかな点は次のとおりである。

① 理論値が同一の場合、路床の弹性係数が小さいほど精度は低い。したがって、路床が弱い場所の測定値ほど、理論値との整合性が悪いと推定される。

② 路床の弹性係数が同一の場合、舗装の剛性が高い (理論値が小さい) ほど精度は低い。

③ ①, ② から明らかなように、舗装の剛性が高く、路床の弹性係数が小さい場合に精度は最も低くなる。たとえば、 W_0 が 0.5 mm, E_3 が 200 kg/cm^2 の場合、 A_d は 30% 以下となる。

図-7 は、 E_3 が $300, 400, 800 \text{ kg/cm}^2$ の場合も加えて精度をまとめたものであり、以下、精度曲線と称することにする。この図を利用すれば、理論値と路床の弹性係数を知ることにより、土研法によって実際に測定された値を次式から推定することができる。

$$D_d = W_0 \cdot A_d / 100 \quad \dots\dots\dots(30)$$

図-8 は、実際に測定した値から理論値を推定する場合に利用できるように図-7 の表現法を変えたもので、

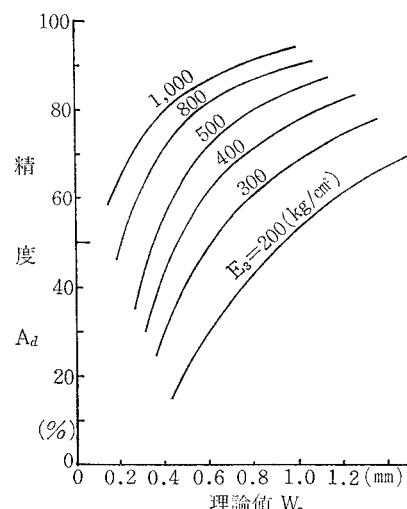


図-7 精度曲線

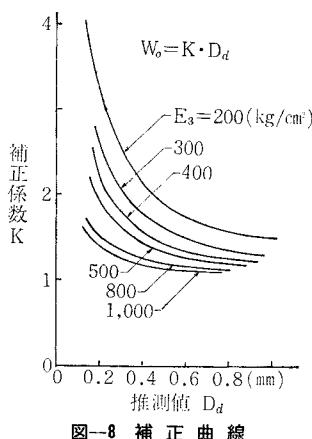


図-8 補正曲線

以下、補正曲線と称することにする。図から補正係数 K を読みとることにより、次式によって理論値を得ることができる。

$$W_0 = K \cdot D_d \quad \dots \dots \dots (31)$$

精度曲線および補正曲線を利用するためには、路床の弾性係数を求めなければならぬが、これは

式(28)による必要はなく、他の適当な方法で求めてよい。また、4. で仮定した舗装構造や他の弾性係数の妥当性も、これらの曲線の使用上、あまり問題にならないことは、精度曲線の基本的性質から明らかである。

6. 精度曲線の適用性と限界

本章では土研法の精度曲線を中心に、その適用限界を種々の角度から検討する。なお、図-9～19（図-11(a)を除く）における45°方向の直線は、横軸、縦軸それぞれの数値が1:1の対応になる（数値が一致する）線として比較のために示したものである。また、図-9～15

（図-11(a)を除く）では図の繁雑さを避けるため、交通量区分A, Dの計算値のみをプロットした。

（1）接地圧および輪荷重について

現場の測定においては、荷重車の空気圧や輪荷重の統一が困難な場合も多く、また、舗装の剛性に対応する意味もあり、表-1に示したような種々の接地圧、輪荷重が使用される。図-9は、横軸に $p=6.5 \text{ kg/cm}^2$ 、縦軸に $p=5, 8 \text{ kg/cm}^2$ の場合の精度をとり、接地圧の変化が精度を与えるのは無理であり、図-11(a)を使用する必

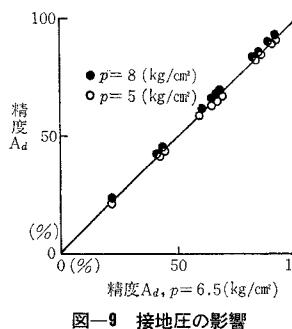


図-9 接地圧の影響

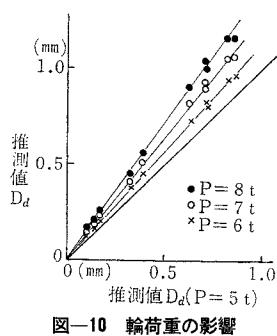


図-10 輪荷重の影響

える影響を検討したものである ($P=5 \text{ t}$)。図から明らかなように、接地圧が変化しても精度はほとんど変わらない。これは推測値で比較しても同様である。輪荷重が変化した場合は、図-10のように推測値が変わる。しかし、推測値と同様に理論値も変わるため、精度としてはほとんど変化がない（図は省略）。すなわち、接地圧、輪荷重が変化しても精度曲線はそのまま使用することができる。ただし、補正曲線を使用する場合、接地圧には影響されないが、輪荷重が異なるときには、図-10を利用して $P=5 \text{ t}$ の推測値に換算する必要がある。

（2）単輪とした仮定および前輪等の影響について

前章の計算では、後輪の一つを対象とし、それを単一の円形等分布荷重に置き換えたが、荷重車の後輪は複輪であり、また他方の後輪や前輪の影響も考えられる。これら影響を調べるために、複輪は中心間隔30 cmの2つの円形等分布荷重（接地半径11.1 cm）に置き換え、また前輪等については、後輪間隔1.9 m、前後輪間隔6.5 mの4つの単輪として、推測値、精度の計算を行った。なお、接地圧、輪荷重は複輪の検討、前輪の検討いずれの場合もそれぞれ 6.5 kg/cm^2 , 5 t に統一した。この結果を、前輪等を考慮した精度曲線とともに、図-11(a), (b), 図-12に示す。複輪で計算すると、推測値は変わるが精度はほとんど変わらない。したがって、精度曲線の利用に問題はない。一方、前輪等を考慮すると精度がかなり異なるため、図-11(b)の精度曲線を適用するのは無理であり、図-11(a)を使用する必

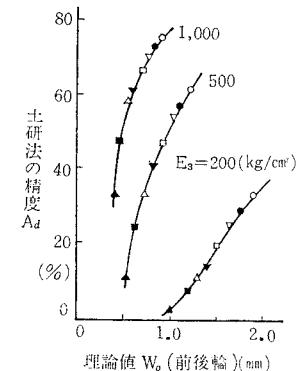


図-11(a) 前輪等を考慮した場合の精度（図中の記号は図-6と同じ）

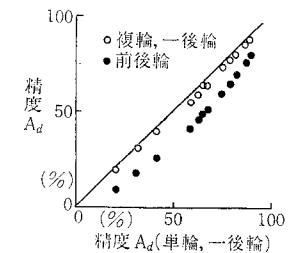


図-11(b) 複輪と単輪の差および前輪等の影響（精度）

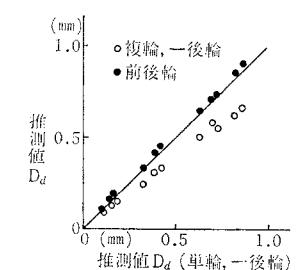


図-12 複輪と単輪の差および前輪等の影響（推測値）

要がある。この場合、推測値はほとんど変わらないが、これは、たわみ曲線がその形状をあまり変えることなく下方に移動していることを示すものであろう。

(3) 測定法の相違による影響について

図-13は、接地圧 6.5 kg/cm^2 、輪荷重 5t に統一して土研法の精度と他の測定法の精度を比較したものである。

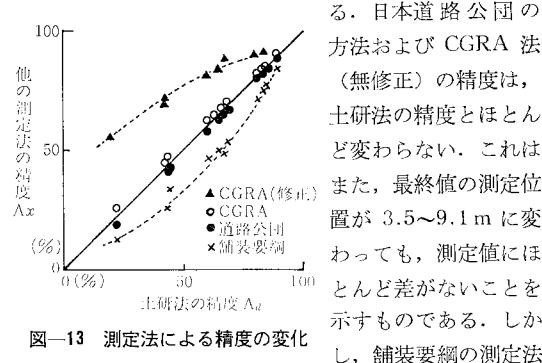


図-13 測定法による精度の変化

日本道路公団の方法およびCGR(A)法(無修正)の精度は、土研法の精度とほとんど変わらない。これはまた、最終値の測定位が $3.5\sim9.1\text{m}$ に変わっても、測定値にはほとんど差がないことを示すものである。しかし、舗装要綱の測定法(1.5 m)では精度がかなり異なるため、土研法の精度曲線を使用することはできない。CGR(A)法の推測値を式(5),(6)に従って修正すると精度は大幅に上昇する。これは、式(5),(6)と(24)を比較すれば明らかなることであるが、修正式では前支点沈下による影響を考慮していると推定されるからである。しかし、それでも精度が $50\sim90\%$ にとどまるということは、後支点沈下の影響もまた無視し得ないことを示すものであろう。なお、式(5)と(24)の第2項の定数(2.91と2.92)に差があるのは、ベンケルマンビーム寸法が若干異なるためである。

7. 従来の近似法との比較

式(24)は、理論たわみ曲線をベンケルマンビームで測定した場合のたわみ量を求める厳密式であるが、このような目的をもった近似式はこれまで永康・加藤の論文²⁾および高速道路調査会の報告書³⁾において提案されている。これらの近似式をそれぞれA式、B式と称して式(24)と比較する。

$$\text{A式: } D_A = W_0 - \{W_{2.5} + (W_{2.5} - W_{4.0}) \times 2.5 / 1.5\} \quad \dots \dots \dots (32)$$

$$\text{B式: } D_B = W_0 - \{2.5(W_{3.0} - W_{5.0}) + W_{5.0}\} \quad \dots \dots \dots (33)$$

ここに、 D_A : A式による推測値

D_B : B式による推測値

$W_0, W_{2.5}, W_{3.0}, W_{4.0}, W_{5.0}$: 荷重中心よりそれぞれ $0, 2.5, 3.0, 4.0, 5.0\text{m}$ 離れた地点の理論たわみ量

図-14は、A式の

推測値 D_A を土研法の推測値と比較したものである。両者は、ほとんど一致する。しかし、図-13から容易に推定できるように、舗装要綱法の推測値とは一致しない。 D_A は、たわみ曲線が決まれば一定値となるが、式(24)の推測値は、測定法に応じて変わるものである。

図-15はB式の推測値 D_B を土研法の推測値と比較したものであるが、 D_B は D_d に比べて一般に大きい値となっている。なおこの

点については、同報告書の注にも「実際のベンケルマンビームによるたわみ量はもう少し小さくなるはずである」と述べられている。B式に比べてA式の近似度が良いのは、前支点および後支点の理論たわみを基準にしているためと思われる。

8. 実測値による検討

たわみ実測例はわが国でも数多く発表されているが、理論値の計算に必要な各層の弾性係数を推定できるデータを兼ね備えた例はきわめて少ない。本章では、その少數例の中で最も信頼性の高いと思われる「アスファルト舗装追跡調査解析結果報告書」(高速道路調査会、前出³⁾)をもとに、推測値の妥当性を検討する。

理論たわみ曲線の計算に必要なインプットデータは、同報告書のデータを準用し次のとおりとした。

舗装構造: 表層・基層、上層路盤、下層路盤、上

部路床、下部路床(半無限)からなる5層構造

輪荷重、接地圧: それぞれ 7t , 7kg/cm^2

路床、路盤の弾性係数: 平板載荷試験実測値から

ナシメント法で求めた値(同報告書の付表 G-1)

各層のポアソン比: 0.5

表層・基層の弾性係数は路面温度をもとに Klomp の図⁷⁾から求めた。また、上層路盤がアスファルト処理の

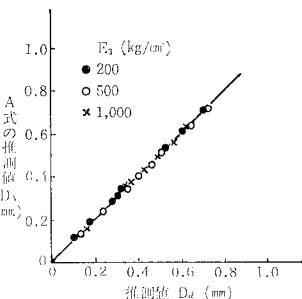


図-14 A式の検討

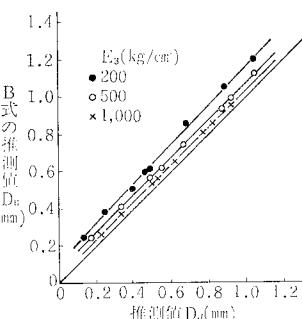


図-15 B式の検討

表-3 対象とした地点

舗装 タイプ	アスファルト 層厚 (cm)	定点番号 (T: 東名, C: 中央)
A	18	T-8, 10
B	24, 25	T-7, 12, 16, C-1, 2, 3
C	28	T-1, 2, 3, 4, 5, 6
D	30, 31	T-13(1), (2), (3), 14, 15, 17

場合には、これを表層・基層に含めて1層（全体では4層構造）とし、式(26)から平均的な弾性係数を推定した。

以上の条件で理論値を計算すれば、図-7, 10を利用して推測値が求まる。しかし、データ数が多いので実際

には式(24)を使用してコンピュータで計算した。

調査地点は、アスファルト層厚により、4種のタイプに分類されているが、このうちベンケルマンビームの実測値のあるものは、路面温度が高すぎる（35°C以上でKlompの図が利用できない）場合を除き、すべて本計算の対象とした。

図-16は、実測値の最も多いCタイプの舗装について理論値と実測値および推測値と実測値を比較したものである。図から明らかのように、理論値は実測値とかなりかけ離れて

いるが、支点沈下を考慮した推測値と実測値の関係は、ほぼ1対1の対応線上にある。これは実測値との比較は理論値よりも推測値の方が合理的であることを示すものであろう。図-17～19には同様にしてA, B, Dタ

イプの推測値と実測値を比較した。全体的にかなりのばらつきはあるが、建設時以降の測定値をすべて対象としたこと、測定値そのものや弾性係数の推定にも誤差があることなどを考慮すれば、推測値と実測値の相関はかなり良いといえよう。

同報告書でも7地点を選びB式を用いて同様の解析を行っており、その結果を「計算により求めたたわみ量は、実測値に比較して若干大き目である……」と述べているが、これは、図-15の関係に起因するものであろうと思われる。

なお、図-16～19の検討だけでは実測値との比較がまだまだ不十分であり、今後、弾性係数の推定（または測定）方法やその誤差の影響、さらには一般道路への適用性など、さらに研究をすすめる必要があることはいうまでもない。

9. 結論

本研究の成果は次のとおりである。

(1) ベンケルマンビームのシュー、前支点および後支点に沈下があった場合に測定されるたわみ量（推測値）を計算するための厳密式を導いた。

(2) 舗装を多層弾性体とし、理論たわみ曲線上でベンケルマンビームがたわみの最大値（理論値）を測定しようとした場合、その精度（100×推測値/理論値）は、舗装の剛性が高いほど、路床の弾性係数が小さいほど低くなることを示した。

(3) 理論値と路床の弾性係数から測定値を推定できる精度曲線を提案した。

(4) 測定値と路床の弾性係数から理論値を推定できる補正曲線を提案した。

(5) 精度曲線、補正曲線の適用限界を検討した結果、接地圧、輪荷重が変化しても、適用可能なことを示した。なお、前輪等、他の輪荷重を考慮する場合は図-7, 8は適用できず、他の精度曲線、補正曲線を必要とする。

(6) 既発表の二つの近似式は、本論文の式に比較して大きめの値を与えることを示した。これは本論文が後支点沈下の影響も考慮しているためと思われる。

(7) 本研究の推測値、理論値を、東名および中央高速道路の実測値と比較した結果、理論値をそのまま使用するよりも推測値を用いて実測値と比較した方が合理的

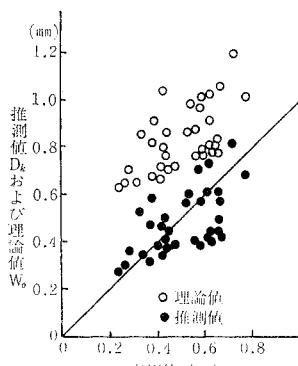


図-16 理論値、推測値と実測値の比較 (Cタイプ)

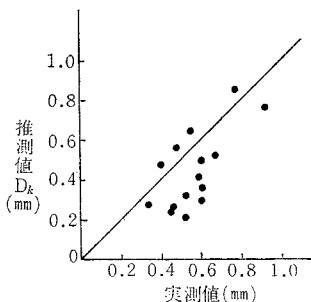


図-17 推測値と実測値の比較 (Aタイプ)

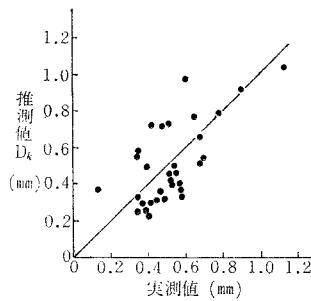


図-18 推測値と実測値の比較 (Bタイプ)

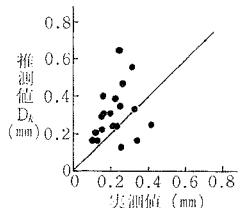


図-19 推測値と実測値の比較 (Dタイプ)

であることを確認した。

以上が成果の要約であるが、本研究の最も特徴とするところは、支点沈下の影響をとり入れて、精度曲線、補正曲線という手法を提案して、弾性理論とベンケルマンビームによる測定値の整合性を検討しやすくした点であろう。この手法によれば、CGRA 法や普通たわみ法で測定した値も、同様の曲線を作成しておくことにより理論との比較が容易になるからである。実測値との比較、測定法による相違の検討等、まだ不十分な点も多いが、眞のたわみが理論値と一致するのかという問題も含めてこれらは今後の研究課題としたい。

10. あとがき

本研究のとりまとめにあたっては、日大理工学部の大学院生であった大坪義治君（現在：日滙化学工業（株））に多大のご助力をいただいた。ここに深く感謝する。また本研究の端緒を得る場を与えていただいた英国の Transport and Road Research Laboratory および実測値の提供をいただいた日本道路公団試験所の関係各位

にもあらためて感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) Claessen, A.I.M. ほか : Asphalt Pavement Design—The Shell Method, Fourth International Conf.—Structural Design of Asphalt Pavements, pp. 39~74, 1977.
- 2) 永康 進・加藤朝雄：軟弱路床上の試験舗装、土木技術資料, pp. 26~33, 17-10, 1975.
- 3) アスファルト舗装追跡調査解析結果報告書：高速道路調査会, 1976.
- 4) Canadian Good Road Association : Pavement Evaluation Studies in Canada, First International Conf.—Structural Design of Asphalt Pavements, pp. 137~217, 1962.
- 5) 阿部賛政：アスファルト舗装構造の合理的設計法に関する研究、土木学会論文報告集, pp. 109~122, 1976.3.
- 6) Peattie, K.R. : A Fundamental Approach to the Design of Flexible Pavements, First International Conf.—Structural Design of Asphalt Pavements, pp. 403~411, 1962.
- 7) Klomp, A.J.G. ほか : Observed and Calculated Strains at Various Depth in Asphalt Pavement, Second International Conf.—Structural Design of Asphalt Pavements, pp. 671~685, 1967.

(1978.5.15・受付)