

## 鋼柱の座屈強度の変動性の評価

### STATISTICAL EVALUATIONS OF STEEL COLUMN STRENGTH

福本 嘯士\*・梶田 順一\*\*

By Yuhshi FUKUMOTO and Nobukazu KAJITA

Table 1 Test Results

	$E$ ( $10^4$ kgf/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_y$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_{max}/\sigma_y$
$M$	2.004	3118.6	0.692
$S$	0.059	247.1	0.046
$\omega$	0.029	0.079	0.066
$N$	28	28	20

$M$ : mean,  $S$ : sample standard deviation,  
 $\omega$ : coeff. of variation,  $N$ : number of specimens

#### 1. はじめに

本論文は先に発表した文献 1), 2) の継続研究として行った溶接箱形鋼柱の座屈実験より求めた座屈強度の変動性の実体と H 形および箱形鋼柱の座屈強度の変動性に及ぼす各種要因の分析を行ったものである。用いた実験方法は、上記文献の要領に従い、普通鋼の公称厚さ 6 mm、一辺 100 mm の正方形箱形断面部材（長さ 6.67 m）を 10 本用意し、各部材から 2 本ずつの座屈実験用供試体（長さ 3.076 m、細長比 80）計 20 本と残りの部分から残留応力測定用短柱または引張用部材をそれぞれ 3 本と 7 本切り出した。

#### 2. 箱形鋼柱の座屈実験結果

##### (1) 引張試験結果

切り出した 7 本の引張用箱形部材を 4 枚の構成板に切り離し、JIS 1 号引張試験片を 28 本を用意した。引張試験結果から  $\sigma_y$ （降伏点応力）、 $E$ （ヤング率）の平均値 ( $M$ )、標本標準偏差 ( $S$ )、標本変動係数 ( $\omega$ ) は Table 1 のようになる。なお、初期たわみ、残留応力測定結果は文献 3) に与えられている。

##### (2) 座屈実験結果

用いた両端ピン支持装置は文献 1), 2) と同一のものである。また、 $y$  軸（両隅のブード部を含む面と垂直な軸）が座屈軸となるようにセットした。セットの方法は、柱の両端の幾何学的中心をピン支持装置の回転中心に一致させる方法とした。Table 1 に公称寸法の同じ 20 本の柱の座屈実験結果から、平均降伏点応力で無次

元化した座屈強度 ( $\sigma_{max}/\sigma_y$ ) の平均値、標本標準偏差および標本変動係数の値を示す。

#### 3. 座屈強度の変動性の評価

初期不整をもつ柱の座屈強度、およびその変動性と初期不整の変動性との関係を理論的に解析することができる。たとえば、初期不整の確率分布形を仮定し、座屈強度の分布を推定する方法、モンテカルロ法によるもの、初期不整の特性値より座屈強度の特性値を推定したものの、初期不整の標準偏差と座屈強度の標準偏差との関係を求めたものなどがある。ここでは、初期不整の変動性を調べ、モンテカルロ法を用いて求めた座屈強度の変動性の評価について述べ、座屈実験結果との比較検討を行う。

##### (1) 初期不整の変動性

座屈強度の変動性を扱った文献にて、柱のもつ初期不整量のある確率分布に従うと仮定し、これらが座屈強度の変動性に及ぼす影響を調べている。Table 2<sup>3)</sup> は、既往の文献にて仮定された初期不整の確率分布形をまとめたものである。本論文で用いる確率分布形もまとめている。

今回、実測した初期不整量としての  $\sigma_y$ ,  $E$ ,  $A$  および  $f_0/l$  に対して、Kolmogorov-Smirnov test<sup>4),5)</sup> を用いて、どの確率分布形にどの程度適合しているかを調べた。検

\* 正会員 Ph.D. 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 新日本技研(株)

Table 2 Probability Density Functions of Column Parameters<sup>3)</sup>

Investigators	J. Strating H.J. Vos	R. Bjorhovde	B.T. Chung G.C. Lee	G. Augusti	S.H. Perry A.H. Chilver	M. Fujimoto M. Iwata	A. Carpena
Columns	Rolled H	Rolled H Box Welded H	Model		Rectangular	Rolled H	Rolled H
Cross-Section	Gaussian	Gaussian	—	—	—	—	Gaussian
$\sigma_y$	Gaussian	Gumbel	Gaussian	Gaussian	—	Gaussian	Gaussian
$E$	—	—	Gaussian	—	—	—	—
$\sigma_r$	Gaussian	Gaussian	—	—	—	Gaussian	Gaussian
$f_0/l$	Gaussian	Gumbel	—	Gaussian	Gaussian	Autocorrelation Function	Gaussian
$l$	Gamma	—	—	—	—	—	—
$l/r$	—	—	—	Gaussian	—	—	—

定のために仮定した確率分布関数は、正規分布、対数正規分布、および Gumbel 分布（極値の第1漸近分布）である。検定結果を整理すると Table 3 となる。また、表中の  $V_1, V_2$  の値は the central-moment method<sup>(6), (7)</sup> を用いて正規分布との適合性を検定した結果である。この表より  $E$  については K-S test より、確率分布形との適合の度合を示す値  $D$  が、正規分布の場合がもっとも小さく、正規分布にもっともよく適合している。また、 $\sigma_y$  および  $A$  については正規分布および対数正規分布ともに同程度に適合しているが、the central-moment method による  $V_1, V_2$  の値は  $\sigma_y$  および  $A$  の両者とも正規分布との適合性を判定する限界値2より小さく、したがって、正規分布に適合していると仮定してよい。一方、 $f_0/l$  については  $V_1$  の値が2以上であり、正規分布と仮定するには再検討を要し、K-S test の結果、Gumbel 分布にもっとも適合している。

(2) 初期不整をもつモデル柱

以下の理論解析にあたって、座屈強度の変動に及ぼす要因として降伏点応力、ヤング率、初期たわみ、残留応力の変動を考える。なお、断面寸法および断面積は公称値を用い、変動させないものとする。

座屈強度の変動性を評価する方法として、ここではモンテカルロ法の手法を用いる。まず、それぞれの初期不整の値を、それぞれある確率分布関数に従う乱数として独立に発生させる。このようにして得られた乱数を無作為に組合せることによってモデル柱を作る。このモデル柱に対し強度計算により座屈強度を求める。この手順を繰り返すことにより座屈強度の変動性を評価することができる。ただし、乱数として得られた初期たわみ量は最大初期たわみ量とする。

また、残留応力の変動は、最大圧縮残留応力の変動により代表させないで、より実測結果に近い値を用いるため、実測より得られた残留応力分布を用い、その変動は分布形状の相違より起こるものとする。このため、残留応力は乱数として発生させることはできず、多数の実測

the authors				
Columns	Rolled H	Welded H		Box
Cross-Section	—	—	—	—
$\sigma_y$	Gaussian	Gaussian	Gumbel	Gaussian
$E$	Gaussian	Gaussian	Gaussian	Gaussian
$\sigma_r$	Gaussian	Measured distribution	Measured distribution	Measured distribution
$f_0/l$	Gaussian	Gaussian	Histograms	Gaussian

Table 3 Goodness of Fit Test for Welded Box

		$E$	$\sigma_y$	$f_0/l$	$A$
$D$	Gaussian	0.0748	0.1789	0.1770	0.1173
	Log-Normal	0.1531	0.1593	0.1065	0.1141
	Gumbel	0.1643	0.2293	0.1010	0.2010
$V_1$		-0.0632	-0.064	2.435	-1.502
$V_2$		0.5015	1.829	0.969	0.127

より得られた分布形状を用意する必要があり、この用意した分布形状の個数によって座屈強度の個数は支配される。

(3) 座屈強度の数値計算

数値計算にあたって、初期たわみおよびその後のたわみ形を sin 波形に仮定し、また、力のつり合いを柱の中央点で考える。数値計算には断面分割法を用いる。まず、残留応力分布の実測値をもとに断面内で自己つり合いを保つ残留応力分布を補正計算する。次に、柱の中央点の付加たわみ量  $\delta$  を仮定すると、全たわみ量  $d$  は、 $d = f_0 + \delta$  となる。付加たわみに対する曲率  $\phi$  は、 $\phi = d(\pi/l)^2 - f_0(\pi/l)^2$  となる。この  $\phi$  に対応する全たわみ量  $d = M/P$  を満足する軸方向力  $P$  を  $M-\phi-P$  関係より試索法によって求める。付加たわみ量  $\delta$  を逐次増大させて  $P-\delta$  関係を求め、最高荷重を決定する。

(4) 溶接 H 形断面柱の座屈強度の変動性

モンテカルロ法によって、溶接H形断面柱の弱軸および強軸まわりの座屈強度の変動性を調べた。また、これらの結果と文献 2) 結果との比較を行った。

対象とする断面は文献 2) と同じ H-100×100×8×

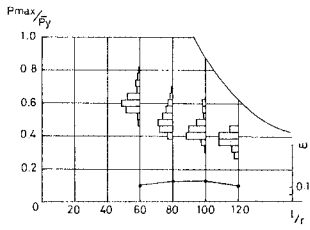


Fig. 1 Computed Column Strength Histograms (Welded H, weak)

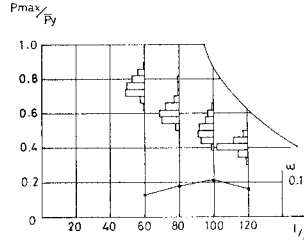


Fig. 2 Computed Column Strength Histograms (Welded H, Strong)

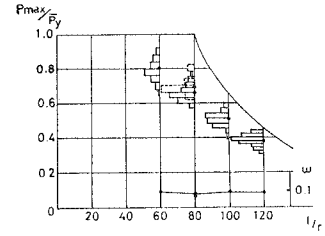


Fig. 3 Computed Column Strength Histograms (Box-100×100×6)

6 mm である。初期不整としての  $\sigma_y$ ,  $E$ ,  $f_0/l$  の値は文献 2) の実測値を用いる。同じ断面についての残留応力分布は 18 本の供試体から実測されている。残留応力分布形状の種類を増すため、上下フランジとウェブの上下半分の残留応力分布をもとに一断面当たりで、強軸対称の 2 種類とし、計 36 種類の残留応力分布を用意した。

a) 弱軸まわり

$\sigma_y$ ,  $E$  および  $f_0/l$  の確率分布形を正規分布に従うと仮定し、弱軸まわりの細長比 60, 80, 100, 120 の 4 種類に対し、それぞれ 72 個の座屈強度を計算した。Fig. 1 は座屈強度の変動をヒストグラムで表示したものである。この図の下部の折線は座屈強度の標本変動係数値を示している。数値計算より得られた座屈強度には、かなりの変動性がみられ、その標本変動係数は細長比 80~100 で最大値を示す山形であり、その大きさは 10~13% 程度である。細長比 80~100 の範囲で座屈強度の変動性がもっとも大きい。同じ断面寸法による実験結果<sup>2)</sup> と本数値計算結果と比較すると、強度の平均値については、

$$\bar{P}_{\max}(\text{理論})/\bar{P}_{\max}(\text{実験})=1.05$$

が得られた。また、変動係数についても両者は良好な一致がみられた。座屈強度の M-2 S の値についても良好な一致をみている。

一方、 $\sigma_y$  を Gumbel 分布に、また  $f_0/l$  を実測結果のヒストグラムより離散型の確率分布に従うと仮定し、 $E$  および残留応力分布は前項と同様に扱って、同一細長比に対して 72 個の座屈強度を計算した。その結果、得られた座屈強度の平均値および標本変動係数とも、実験値により近い値を示した。強度の平均値については、

$$\bar{P}_{\max}(\text{理論})/\bar{P}_{\max}(\text{実験})=1.02$$

が得られた。

b) 強軸まわり

$\sigma_y$ ,  $E$ ,  $f_0/l$  の確率分布形は正規分布に従うと仮定し、残留応力分布に関しては弱軸のときと同一分布形の組合せを用いた。強軸まわりの細長比 60, 80, 100, 120 に対して、それぞれ 72 個の座屈強度を計算した結果が

Fig. 2 である。

座屈強度の平均値を両軸まわりで比較すると、平均値のひらきは、細長比が大きくなるに従い小さくなる。 $\sigma_y$ ,  $E$ , 残留応力分布は両軸まわりで同じ値を用い、初期たわみについても、用いた値は両軸で差が小さいことから、座屈強度の差は圧縮残留応力分布が柱の各軸まわりの曲げ剛性を低減させる割合の違いに起因している。一方、変動係数の変化の傾向は細長比が 100 近傍で最大値となる山形を示し、 $\omega_{\max}=11\%$  程度であり、弱軸のそれに比して小さい。

(5) 箱形断面柱の座屈強度の変動性

a) 座屈強度の変動性

モンテカルロ法を用い、箱形断面柱の座屈強度の変動性と初期不整の変動性の関連性について調べた。本座屈実験の断面形について数値計算を行った。 $\sigma_y$ ,  $E$ ,  $f_0/l$  の確率分布は先の引張試験および初期たわみ測定より得られた平均値および標準偏差をもつ正規分布に従うと仮定する。計算に用いた残留応力分布は、1 枚の板要素より幅板中央を対称軸とする 2 種類の分布形を作り、計 24 種類とした。

Fig. 3 は同一細長比について 48 個の座屈強度を計算し、ヒストグラムに表示したものである。細長比 80 に破線で示したヒストグラムは本実験結果を示しておりすべてのヒストグラムは比較のため面積を等しくしている。計算と実験結果を比較すると、強度の平均値は、

$$\bar{P}_{\max}(\text{理論})/\bar{P}_{\max}(\text{実験})=0.96$$

となっている。また変動係数値は両者ともほぼ一致している。

b) 座屈強度の変動性に及ぼす初期不整の効果

各不整要因を単独に不規則変動させた場合の座屈強度の変動性への影響および各不整要因を同時に変動させた場合の影響を調べた。ただし、各要因の値は前項での数値計算に用いた同じ値である。各要因を単独に変動させる場合には、他の要因は平均値のままに固定した。残留応力分布 ( $\sigma_y$ ) は座屈強度の平均値に対応する分布形状

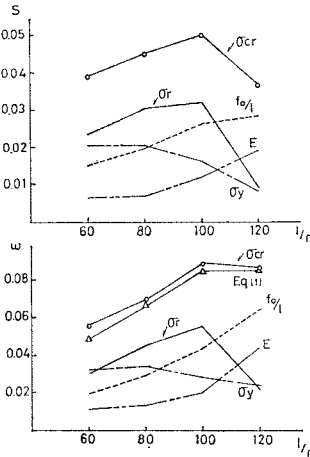


Fig. 4 Sensitivities of Column Parameters upon the Variations of Column Strength (Box)

を平均値とした。

各不整要因を単独に不規則変動させたときに求めた座屈強度の標本標準偏差 ( $S_{\sigma_y}$ ,  $S_E$ ,  $S_{f_0/l}$ ,  $S_{\sigma_r}$ ) および標本変動係数  $\omega$  を  $\sigma_y$ ,  $E$ ,  $f_0/l$ ,  $\sigma_r$ -曲線にて, また, 各要因を同時に変動させて求めた座屈強度を  $\sigma_{cr}$ -曲線にて表わしたのが Fig. 4 である。横軸には細長比をとってある。また,  $\omega_{\sigma_y} \sim \omega_{\sigma_r}$  をもとに式(1)により求めた  $\omega$  も与えてある。

$$\omega = \sqrt{\omega_{\sigma_y}^2 + \omega_E^2 + \omega_{f_0/l}^2 + \omega_{\sigma_r}^2} \dots \dots \dots (1)$$

式(1)は各要因が統計的に互いに独立であるときの確率変数の一次結合を表わしており, これによって求めた曲線 (Eq. (1)) と座屈強度の変動性 ( $\sigma_{cr}$ -曲線) とは良好な一致をみている。

Fig. 4 から, 座屈強度の変動性に及ぼす初期不整の影響として, 細長比 80~100 の範囲では, 残留応力分布の変動が支配的であり, 120 の近傍では, 残留応力分布に代って初期たわみの変動が支配的である。また, 座屈強度の変動性が高くなる 100~120 の範囲, 特に 100 の近傍では残留応力および初期たわみの変動がほぼ同程度の影響を与えている。一方, 降伏点応力の変動は 60 以下の範囲で, また, ヤング率の変動は 120 以上の範囲で座屈強度の変動にかなり影響を及ぼすことがわかる。

(6) 鋼柱の座屈強度の変動性のまとめ

Fig. 5 は座屈強度の変動係数を無次元細長比を横軸にとり示したものである。Fig. 5 より 3 種類の鋼柱について共通していえることは, 変動係数は横軸の 1.0~1.2 の範囲で最大となる緩やかな山形となっている。同一断面形種類に対して, 断面寸法の変化による変動係数の差はあまりみられない。また, 変動係数は溶接 H 形鋼柱がもっとも高く, 座屈強度の変動が 3 種類の中でも

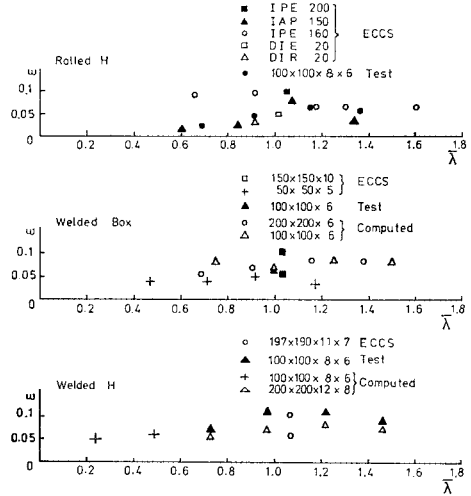


Fig. 5  $\omega$ -values for Rolled H, Welded Box and Welded H Columns

とも著しいことを示している。箱形鋼柱の方が熱間圧延鋼柱(弱軸)より変動係数は高くなっている。

4. むすび

鋼柱の座屈強度の変動性について, 溶接箱形鋼柱による座屈実験および既往の H 形, 箱形鋼柱による座屈実験によって得られた座屈強度の変動性と初期不整の変動性を調べ, さらにモンテカルロ法を用いて求めた座屈強度の変動性の面から評価を行った。構造物の信頼性に基づく安全性に対する構造物固有の強度の確率論的評価への基礎資料としてまとめたものである。

参考文献

- 1) 福本昉士・青木徹彦: 鋼柱の座屈強度のばらつきにおよぼす残留応力分布の影響について, 土木学会論文報告集, 第 201 号, 1972 年 5 月。
- 2) 福本昉士・青木徹彦: 溶接 H 形鋼柱の座屈強度分布について, 土木学会論文報告集, 第 222 号, 1974 年 2 月。
- 3) Fukumoto, Y., Aoki, T. and N. Kajita: Evaluation of Column Curves based on Probabilistic Concept, 2nd Int'l Colloquium on Stability, Prel. Report, Tokyo, 1976.9.
- 4) Ang, A.H-S. and W.H. Tang, 伊藤・亀田共訳: 土木建築のための確率・統計の基礎, 丸善, 1977 年。
- 5) Benjamin, J.R. and C.A. Cornell: Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill, 1970.
- 6) Fisher, R.S.: Statistical Methods for Research Workers, Oliver & Boyd, 1963.
- 7) Strating, J. and H. Vos, : Computer Simulation of the ECCS Buckling Curves using a Monte-Carlo Method, Int'l Colloquium on Colum Strength, Proc., IABSE, Vol. 23, Paris, 1972.