

端補剛材をもつ圧縮板要素の座屈強度と設計

BUCKLING STRENGTH AND DESIGN OF EDGE STIFFENED PLATES

長谷川 彰夫*・前野 裕文**

By Akio HASEGAWA and Hirofumi MAENO

1. ま え が き

鋼構造部材はその製作工程から考えて、① 熱間圧延部材、② 組立部材（溶接，高力ボルトなど）、③ 冷間加工部材、に基本的に分類することができる。鋼構造部材の設計を考える場合、これらの分類は単に製作工程の違いと、それによる材料の機械的性質の違いだけでなく力学的立場から重要な意味をもつ。

鋼構造部材製作の目的・用途そして現在の圧延技術から一般に熱間圧延部材は厚肉の断面、冷間加工部材は薄肉の断面として利用され、両者とも圧延技術、規格化、量産などの要求から小規模の断面が主体となり横補剛材の使用など製作工程を複雑にする要因は極力避けなければならない。それに対し組立部材は断面加工上の自由度が高く、大断面の製作、補剛材の積極的利用で優れた長所を発揮する。

地上定置構造物への適用を考えるとき、短スパンが中心で規格化されやすく静荷重が主体となる建物の設計では、型鋼としての熱間圧延部材、冷間加工部材がその長所を発揮し積極的に利用されている。その場合、合理的、経済的な設計を意図して熱間圧延部材では塑性域強度の積極的な利用（塑性設計）、ひずみ硬化強度の利用が図られ、冷間加工部材では弾性後座屈強度の利用が有効幅の概念としてとり入れられている。

それに対し橋梁構造物では小規模規格橋梁に対する熱間圧延部材の利用、2 次部材に対する冷間加工部材の利用のほかは長スパンの要求、動荷重の考慮から組立部材を利用する場合が圧倒的に多い。この場合、薄肉による疲労、振動特性の劣化、厚肉による断面の不経済などを避けるため、その中間の肉厚の断面を用いるのが常であり、鋼橋の設計示方書では一般にそのような領域を対象

に設計を考えている。

しかし、冷間加工部材すなわち軽みぞ型鋼、軽 Z 型鋼、軽山形鋼、軽ハット型鋼などを構造部材に適用することは組立部材、熱間圧延部材に比べ材料が均質そして信頼性が高いこと、軽量であることのみならず圧延工場から架設現場にわたるシステム化などの広範囲のエンジニアリング技術の積極的活用により構造物の製作・架設工程の効率化、その費用の経済化に大きな発展の可能性を有するものである。

したがって建築構造物への適用のみならず、現在単に 2 次部材的な役割が期待されているにすぎない橋梁構造物に対しても大断面化、肉厚化等の冷間加工技術の発達に伴う柱、はり等の主要部材やプレハブ橋などへの利用技術の開発、検討は重要な課題となろう。わが国では構造物の設計が基本的に土木・建築部門別に発展している傾向があり、それが一因となって冷間加工部材に対する土木構造部門の関心は必ずしも高いものではない。しかし、海洋構造物、石油関連施設、電力関連施設等、最近とみに注目を浴びている構造物を中心として現業部門では土木・建築の分野は必ずしも明確に分かれているわけではなく Civil Engineering の中の Structural Engineering として統一されている欧米の制度から考えても土木構造物部門も橋梁構造に限定されない技術開発が必要となろう。

その意味でも冷間加工部材の構造物へのより積極的、広範囲な活用は将来の発展が予想される。現在冷間加工部材の設計示方書としては、わが国の軽量形鋼構造設計施工指針¹⁾（以下軽量形鋼指針と略す）、米国の AISI 示方書²⁾ 等があるが熱間圧延部材、組立部材を対象とした建物部門での鋼構造設計規準³⁾、AISC 示方書⁴⁾、橋梁部門での道路橋示方書⁵⁾、AASHTO 示方書⁶⁾ に比較して歴史的に発展の新しい分野のこともあって冷間加工部材個々の力学的問題については必ずしも十分に明らかにされていない項目も少なくない。

* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 土木工学科

** 正会員 工修 名古屋高速道路公社 工務部設計課

それらの力学的問題の中には溝型、Z型断面はりの横倒れ不安定問題やウェブクリッピングの問題、有効幅の問題などを挙げる事ができるが、本報告では冷間加工部材断面で多用されているリップの付いたフランジ、力学的にみれば一非載荷辺が単純支持で他非載荷辺に端補剛材を有する圧縮を受ける板要素について検討する。熱間圧延断面や組立部材ではその性格上、端補剛材を用いることはまれで力学的には基本的な構造要素であるにもかかわらずその適用は冷間加工断面にほぼ限られている。

上記の冷間加工部材に対する示方書では端補剛材の所要剛比の規定を設けている。ここに端補剛材の役割は、所定の剛比をもつ補剛材を取り付けることによって、取り付けられた板要素が単純支持されているとみなし得る挙動を期待することである。単純支持とみなし得る挙動を板要素が示すとき、すなわちその板要素の座屈係数 K が実用上 4.0 であると期待し得る場合の補剛材の剛比を最小剛比と呼んでいる。

しかし、AISI 示方書、軽形鋼指針の端補剛材の所要剛比の規定では、① 力学的挙動から考えて重要な役割を果たすと思われる辺長比 α の考慮がなされていない。② 現在、利用し得る理論解と一致していない所要剛比を用いているなどの疑問点がある。

本報告では有限帯板法 (Finite Strip Method) を用いて圧縮を受ける端補剛材をもつ板要素の挙動を調べその結果をもとに現在一般に実用面に認められている AISI 示方書等の規定を検討する。また新たな計算結果に基づいて設計に適用し得る端補剛材の所要剛比の近似式を提案しその近似式の実用性について述べる。

2. 現状の問題点の指摘

純圧縮を受ける端補剛材付き板の挙動はいままでの Miles⁷⁾, Bleich⁸⁾, Scheer^{9),10)} らによって検討されている。Miles は両非載荷辺が端補剛材で弾性支持された板をエネルギー法を用いて解析しやや複雑な解析式による結果を得ている。Bleich は Miles の結果で逆対称の座屈波形を示す場合を一非載荷辺単純支持、他非載荷辺に端補剛材をもつ板とみなし、Miles の結果を進展させて端補剛材の所要剛比を与える設計式を得ている。Scheer は Miles とはまったく別に圧縮を受ける板で非載荷辺の任意の境界条件についてねじれ剛性を考慮したうえで一般的な解析を試み、その結果に基づいて端補剛材をもつ板について辺長比 α 、座屈係数 K 、補剛材の面積比 δ と補剛材の剛比 r の関係をかなり複雑な解析式で与えたうえチャートを準備している。端補剛材の所要剛比を与える AISI 示方書の現行の規定は Miles, Bleich の結

果が参考にされていると思われる¹¹⁾。しかし実験検証に根拠がおかれたためか辺長比 α の考慮がなされていないなど理論による結果を必ずしも反映しているとはいえない¹²⁾。

Bleich は彼の著書⁸⁾で端補剛材で補強された純圧縮を受ける板が周辺単純支持の場合の座屈係数 4.0 の近似値 3.96 を期待し得るための所要剛比 r と面積比 δ 、辺長比 α の関係を求めた。Bleich によればその関係は次の 2 つの式で与えられる値のうち大きな値を所要断面 2 次モーメントとすることにより与えられる^{注)}。

$$\left. \begin{aligned} I_s/bt^3 &= 1.8315 + 0.3663 \frac{A_s}{bt} \\ I_s/bt^3 &= 0.118(\alpha - 0.41)^2 + 0.47 + 0.366 \frac{A_s}{bt} \alpha^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 I_s は補剛材の有効断面 2 次モーメント、 A_s は補剛材の断面積、 b は板要素の幅、 t は板厚、 α は辺長比である。式 (1) を剛比 $r = EI_s/bD$ で表わせば次式になる。

$$\left. \begin{aligned} r &= 20.0 + 4.0 \delta \quad (\alpha \leq \alpha_0) \\ r &= 1.29(\alpha - 0.41)^2 + 5.15 + 4.0 \delta \alpha^2 \quad (\alpha \geq \alpha_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\alpha_0 = \frac{0.53 + \sqrt{16.0 \delta^2 + 63.68 \delta + 19.16}}{(1.29 + 4.0 \delta)}$$

ここに、 δ は面積比で $\delta = A_s/bt$ 、 D は板の曲げ剛性で $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ 、 E は弾性係数、 ν はポアソン比である。この式を端補剛材の所要剛比を求める式として使用するなら、Fig. 1 に示すように辺長比 α が大きな範囲では所要剛比 r も大きな値になる。しかし、端補剛材の断面 2 次モーメントを AISI 示方書の規定と同様に断面

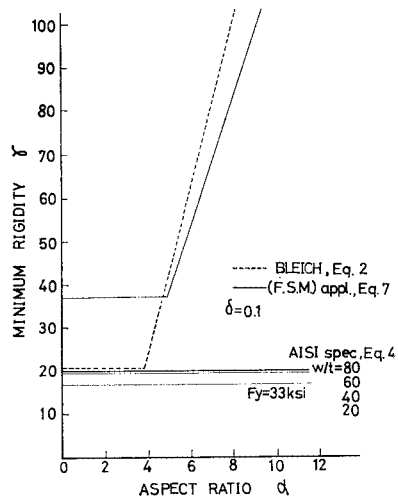


Fig. 1 Aspect Ratio vs. Minimum Rigidity Relations

注) Bleich のオリジナルな式には単純な係数値のミスがあるのでここでは正しく修正したものを与えている。

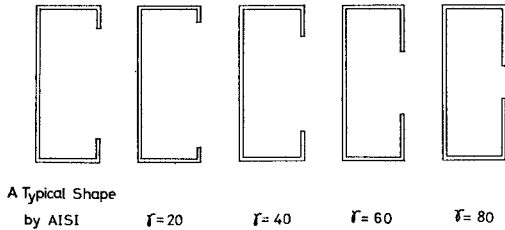


Fig. 2 Lipped Channels (Round Corners neglected)

の重心軸で求めるとすればフランジと補剛材の板厚が常に等しいという冷間加工断面の端補剛材には Fig. 2 に示すように形状から決まる実用上の制限があり、そのためリップとして可能な最大剛比 r_{max} も制限されてくるので式 (2) は辺長比 α が大きい範囲では使用できなくなる。

AISI 示方書によれば 端補剛材の重心軸まわりの所要最小断面 2 次モーメントは次式で与えられる。

$$I_{min} = 1.83 t^4 \sqrt{(W/t)^2 - 4000/F_y} \geq 9.2 t^4 \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 t は板厚、 W/t はフランジの幅厚比、 F_y は鋼材の降伏応力 (ksi) である。式 (3) を剛比を用いて表わせば

$$r_{min} = \frac{20 \sqrt{(W/t)^2 - 4000/F_y}}{(W/t)} \geq \frac{100}{(W/t)} \dots\dots\dots (4)$$

AISI 示方書の規定によればフランジの幅厚比 W/t が一定であれば Fig. 1 (ここで降伏応力として $F_y = 33$ ksi を用いた) の $W/t = 20, 40, 60, 80$ の場合の 4 本の直線で示すように端補剛材の所要剛比は辺長比 α の値に関係なく一定となる。Miles, Bleich, Scheer の結果を認めるとすれば辺長比 α が変化するにもかかわらず同じ値の剛比を用いるということは、辺長比 α が大きくなるにしたがって周辺単純支持が期待できなくなることを示す。冷間加工部材では横補剛材を用いることはまれて辺長比 α が一般に比較的大きな値になることを考えると、AISI 示方書において式 (4) を端補剛材の最小所要剛比として採用しているのは、非常に危険側に剛比 r を採用していることになる。

道路橋示方書⁹⁾ においても端補剛材による支持に相当すると考えられる、一方の縁の横方向の拘束が十分でないときは単純支持を期待して計算した板厚の 1.25 倍以上を用いるように規定しているが、これも特に明確な理論的根拠があるわけではない。

軽量形鋼指針¹⁾ は基本的に AISI 示方書の規定を踏襲したものであるが降伏応力の値による変動は少ないと判断し式 (3) 中の $4000/F_y$ のかわりに一定値 150 を用いている。すなわち端補剛材自身の重心まわりの所要断面 2 次モーメントは

$$I_{min} = 1.9 t^4 \sqrt{(b/t)^2 - 150} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 t は板厚、 b/t はフランジの幅厚比である。式 (5) を剛比を用いて表わせれば次式となる。

$$r_{min} = \frac{20.8 \sqrt{(b/t)^2 - 150}}{(b/t)} \dots\dots\dots (6)$$

いままでに考察したように端補剛材に対する現行の設計規定と現在利用可能な Bleich の設計式との間に大きな相違点がみられる。より最近そして一般的な Scheer の結果にしても理論的な立場が強く、設計式として使用するには複雑すぎるきらいがある。このような背景をもとにここではこの問題に対し有限帯板法による数値解析を新たに実施した。その結果を最小 2 乗法による回帰分析によって整理し設計式として受け入れることの可能な端補剛材の設計のための近似式を求めた。

3. 解析方法と解析結果

Fig. 3 に示すような x 方向に純圧縮を受け 3 辺単純支持の端補剛材付き板要素を有限帯板法¹³⁾ を用いて解析した。解析手法や基本的仮定は文献 13) に詳述してあるのでここでは触れない。ただし前節で述べたように線形弾性座屈の範囲で現状の問題点があるのでここでは議論を明確にするために残留応力等の初期不整は無視した。端補剛材付き板の座屈特性を設計への適用の観点から検討するという立場を考慮すると補剛材の曲げ剛性の効果が第一義的に重要である。このことと現状の問題点に対する考察を容易にするために本報告では補剛材のねじり剛性の座屈強度に及ぼす影響を無視した。

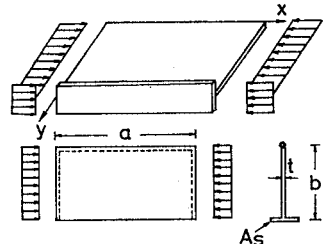


Fig. 3 Model for Analysis

解析には無次元パラメーターとして辺長比 $\alpha = a/b$ 、面積比 $\delta = A_s/bt$ 、剛比 $r = EI_s/bD$ を用いて計算を行った。本報告においてパラメーターの値としては Fig. 2 にみるように実際のリップ付きのフランジとして妥当な範囲と考えられる $0 \leq r \leq 100, 0 \leq \delta \leq 0.3, 0 \leq \alpha \leq 16$ を用いた。

有限帯板法による計算結果の例を面積比 $\delta = 0.0$ と 0.2 の場合について剛比をパラメーターとした辺長比と座屈係数の関係として Fig. 4 上図に示す。同図下図は上図の計算結果をもとに座屈係数 K をパラメーターとして辺長比と所要剛比の関係を示したものである。 $K = 3.96$ の場合のみ他と異なり折れ線の形で描かれているのは上図で $\alpha = 1.0$ 近傍において剛比に非常に鈍感な形で座屈係数 K が 4 に近い値になることによる。この様

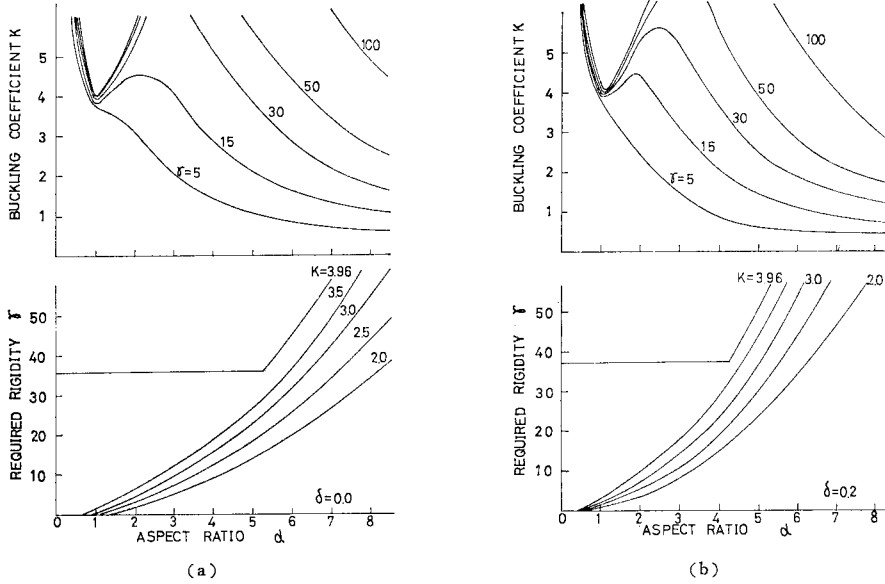


Fig. 4 Aspect Ratio vs. Buckling Coefficients and Required Rigidity

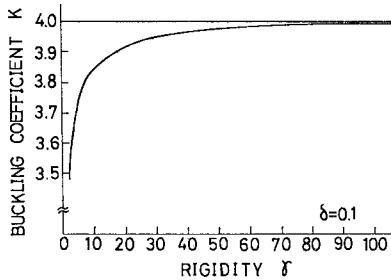


Fig. 5 Rigidity vs. Buckling Coefficient at $\alpha=1.0$

子を $\alpha=1.0$ の座屈係数と剛比の関係として Fig. 5 に $\delta=0.1$ の場合について示す。この図は設計への適用という工学上の観点から注意されてよい。すなわちこの図は座屈係数が極小値をとる $\alpha=1.0$ において座屈係数が周辺単純支持を期待し得る 4.0 の近傍ではわずかな座屈係数の上昇をはかるのに数倍にわたる剛比の増加が必要であることを示す。このことは Fig. 4 で $K=3.96$ に対する水平線が非常に不安定でパラメーター K のわずかな変動に対してかなりの上下の移動があることを示す。

前に述べたように端補剛材が多用される冷間加工部材では中間補剛材を用いることが少なく、したがって辺長比の大きな領域が工学上問題となる場合が多い。このことを考えて Fig. 4 上図の関係を辺長比の大きな領域でパラメーターである剛比の間隔を密にして描いたものを Fig. 6 に示す。Fig. 7 も同様に $\delta=0.0$ と 0.2 の場合について Fig. 4 の下図の変化する領域を大きくとったものである。

端補剛材をもつ板の座屈強度の解析で現在厳密さの点

で最も信頼し得ると思われるのは Scheer の結果であるが前に述べたように結果の式はかなり複雑で実用性の点で問題がある。実用上の目的で Scheer の結果からねじれ剛性の影響を取り除いたものを Fig. 7 (b) に破線で示し本解析の結果と比較した。この図にみられる一致のよさは、Scheer の結果を確認するとともに有限帯板法による結果を検証するものである。

Bleich は設計式となり得る所要剛比の式を与えているが古い計算で実用上わかりにくいパラメーターを用いたり最終結果の表示に計算ミスがあったりするなど十分に信頼し得るものとはいえない。逆に Scheer の解析は理論誘導に偏重しており結果が複雑で設計の立場からは必ずしも利用しやすい形になっているとはいえない。

以上のことを考えてここでは有限帯板法による数値計算結果をデータとして最小 2 乗法による回帰分析¹⁴⁾を試みた(【補遺】1 参照)。端補剛材をもつ板要素の座屈係数として 3.96 を期待し得る場合の所要剛比をこの方法で求めると

$$\left. \begin{aligned} r &= 36.1 + 6.1\delta \quad (\alpha \leq \alpha_0) \\ r &= (28.39\delta + 12.77)\alpha - (44.83\delta + 31.36) \quad (\alpha \geq \alpha_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

$$\alpha_0 \equiv 5.03 - 3.97\delta$$

式 (7) を回帰分析によって求めたパラメーターの範囲は $0 \leq \delta \leq 0.3$, $0 \leq \alpha \leq 12$ である。期待する座屈係数として 3.96 を用いたのは Bleich との比較のほかにも Fig. 5 に示すように $\alpha=1.0$ において停留値をとる座屈係数の値が単純支持条件に相当する 4.0 付近で剛比 r の増

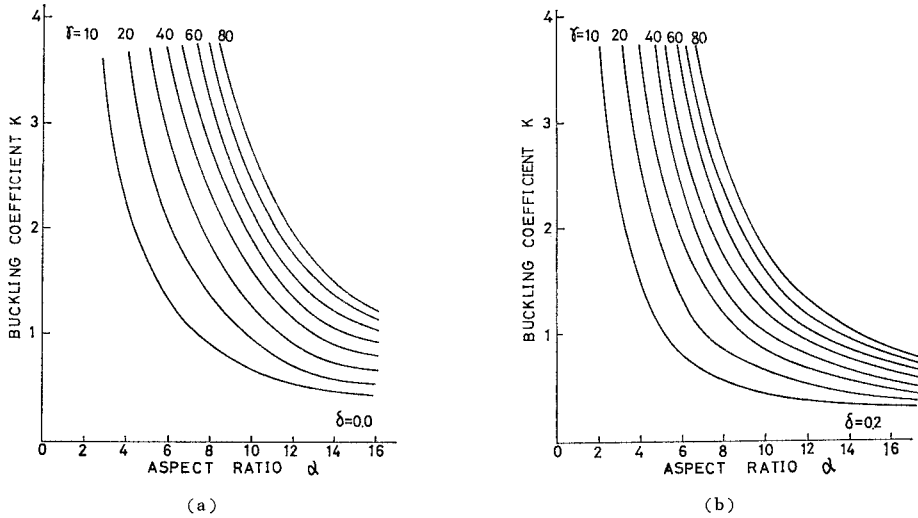


Fig. 6 Larger Aspect Ratio vs. Buckling Coefficient

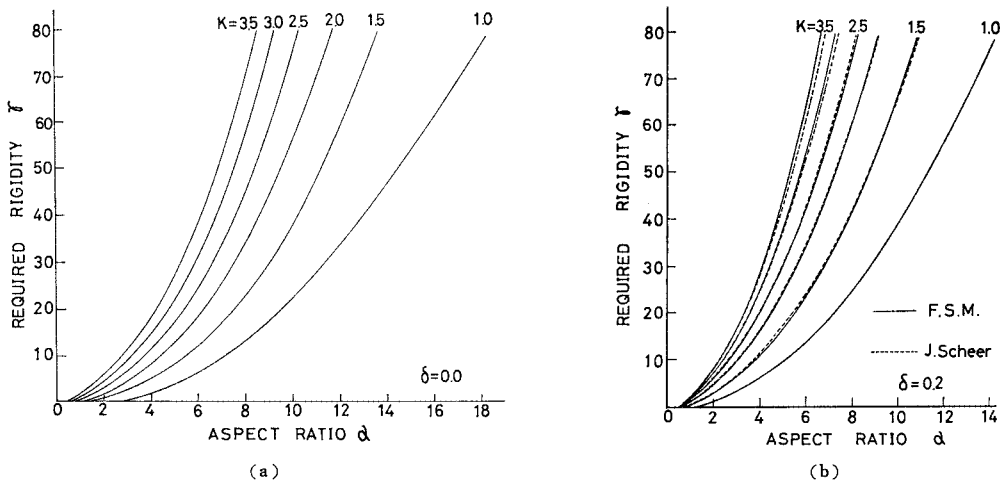


Fig. 7 Larger Aspect Ratio vs. Required Rigidity

加に比して非常に緩慢であり、事実上 $K=4.0$ は漸近線となるため実用上 $K=4.0$ と考えて差し支えない1% 低目の値を採用したことによる。実際にはより低い K 値を設定することは可能であり、その場合式 (7) で α_0 の若干の変動のもとにおいて $\alpha \geq \alpha_0$ の所要剛比は大きく変動しないが $\alpha \leq \alpha_0$ の場合の所要剛比はかなり小さくすることができる。このことは Fig. 4 下図の $K=3.96$ と $K \leq 3.5$ の場合の曲線の差異も説明している。

このような $\alpha=1.0$ での座屈係数と剛比の関係の特性や式 (7) の $\alpha \geq \alpha_0$ の場合、または Fig. 4 下図にみるように α が増加するにつれて所要剛比が単調に増加してゆく事実は、中間縦補剛材の所要剛比に対する特性と非常に異なるものであり、一般には十分にその相違が認識されていないことも考え合わせて設計への適用では十分に注意しなければならない¹²⁾。

Fig. 1 に式 (7) に示す有限帯板法に基づく新しい設計式を Bleich の結果とともに合わせて示した。前に述べた $\alpha=1$ のときの座屈係数 K と剛比 r の関係の特殊性に起因する α が小さいときの所要剛比の差異を除けば両者の結果に大きな違いはない。

したがって Bleich の式をそのまま設計に適用することは辺長比 α の増大につれて所要剛比が急激に大きくなる点と、実際の端補剛材では Fig. 2 で示したように形状のうえで制約をもつ点で非常に難しい問題をもっていると同様に、新しい設計式 (7) を実際に運用することは事実上困難となる。すなわち一般に使用されている冷間加工断面では Fig. 2 に示したようにリップみぞ形鋼の場合、AISI 示方書による断面 2 次モーメントの計算法では実用上の形状から判断して実際に許容し得る剛比は 40.0 前後になると思われる。Bleich または式 (7) を用

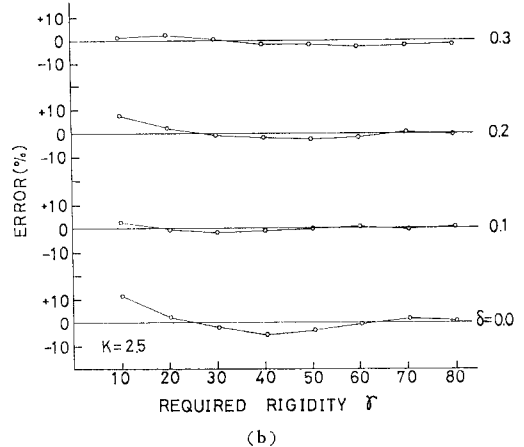
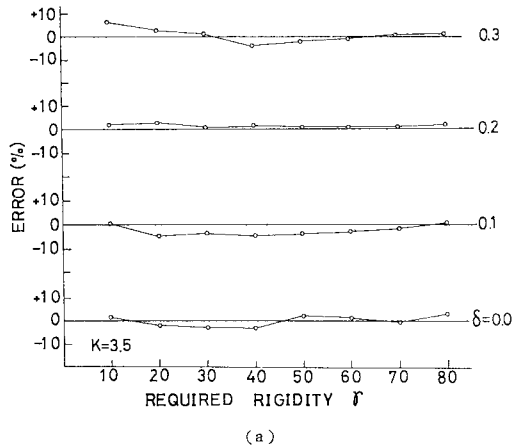


Fig. 8 Accuracy of Proposed Design Formula

いるかぎりこのような形状によるおのずからの制限のために辺長比 α に適用の範囲が必要でこのことは一般に冷間加工部材では避けることの好ましい横補剛材の必要性を意味する。

横補剛材を用いることなく端補剛材のついたフランジを設計するにあたり、以上述べた困難を取り除くために期待すべき座屈係数の値を低くする方法が考えられる。これはいままでリップ付きフランジに対する AISI 示方書や軽量形鋼指針の考え方と異なるものであるが現行の規定に対する理論的根拠が乏しく、かつ形状の制約があることから考えると検討されてよい。Fig. 4, 6, 7 に代表される有限帯板法の数値計算結果をデータとして $0 \leq \delta \leq 0.3$, $0 \leq \alpha \leq 16$ の範囲で最小二乗法によって回帰分析した結果得られた設計式は次のとおりである。

$$r = (-0.06 + 0.32K - 0.15\delta + 1.17K\delta)\alpha^2 + (0.79 - 0.43K)\alpha + (-10.98 + 4.45K + 28.06\delta + 9.50K\delta) \dots (8)$$

ここで、座屈係数として実際に必要とし、かつ回帰分析で考慮されている値は $1.5 \leq K \leq 3.5$ である。式 (8) を回帰分析によって求める概要を【補遺 1】に示す。このようにして得られた設計式の値の数値計算自身の値に対する精度を相対誤差

$\frac{\{ \text{設計式} - (\text{数値計算値}) \}}{(\text{数値計算値})} \times 100 (\%)$ で示したものの一例を Fig. 8 に与える。例に示されていない座屈係数についてもほぼ同様の精度評価が得られ、実用上あまり重要とならない一部の小さな所要剛度を与える場合を除き、全体として非常に精度の高いことがこの図より明らかである。

式 (8) の設計式で $K=3.96$ としたとき Fig. 9 の $\delta=0.1$ の場合の例で示すように式 (7) の結果と一致しない。これは式 (7), (8) のそれぞれの回帰分析が K の値

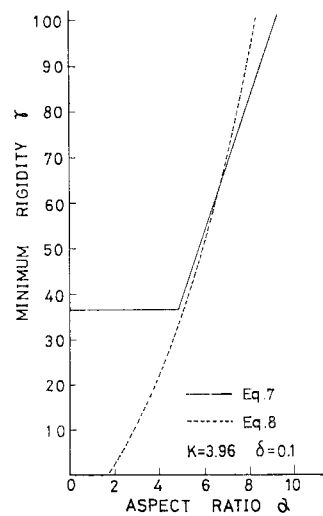


Fig. 9 Comparison of Eq. 7 and Eq. 8

についてまったく別な範囲で行われたことにもよるが、 α の小さい領域でその性格が異なるのは前に述べたように $\alpha=1.0$ 周辺で座屈係数 K が特殊な性格をもつことによるものである。

4. 設計への適用

純圧縮を受ける端補剛材をもつ板要素の端補剛材の所要剛比として、本報告では周辺単純支持とみなせる場合、すなわち座屈係数 $K=4.0$ が実用上期待できる場合の所要剛比 r と辺長比 α , 面積比 δ の関係式を式 (7) で与えた。また周辺単純支持まで期待せずそれよりゆるい境界条件としての任意の座屈係数を期待し得るための端補剛材の剛比 r を座屈係数 K と辺長比 α , 面積比 δ で与える関係式として式 (8) を得た。

前章でも述べたように現行の AISI 示方書、軽量形鋼

指針等の規定によれば設計式において辺長比 α の考慮がなされておらずその結果として辺長比 α が大きな範囲 (AISI 示方書では $\alpha > 4$) では座屈係数 K に 4.0 が期待できない小さな剛比 r が用いられている。しかし、現実の冷間加工鋼構造物において端補剛材の剛度が十分でなかったという報告は少なく関連した事故、破損の事実も少ない。このことがいままで論じてきたような理論上の不合理性に対する注意が喚起されず研究者、設計者の関心が薄かった原因と思われる。

理論上の不合理性にもかかわらず問題を生じなかった原因としては、

(1) 期待安全率に達しないまでも構造物全体の安全率で安全性が確保されている可能性があること。

(2) AISI 示方書の規定においては、端補剛材の断面 2 次モーメントを断面重心で求めているが実際の挙動は橋梁示方書^{9), 6)} で定めているように補剛材と板との接触面で求めた断面 2 次モーメントに近いものと考えられ、この場合現行の規定断面で求めた剛比の 4 倍の剛比が期待できる¹³⁾ ことになって Fig. 10 に示すように同一断面でも飛躍的に剛比が増大し、事実上の貢献をしていること。

(3) 冷間加工断面ではその加工工程や板要素の補強及び使用性等の理由で断面のコーナーは丸くなっているのが普通であるが、その“Round corner”の効果により、端補剛材にはねじれ抵抗の付与なども考えられ、計算上期待していない補剛効果があり得ること。

などが考えられる。

このような理由により現行の規定では、計算上には表われてこない大きな剛比 r が期待できることになり、大きな辺長比 α (たとえば (2) の理由で Fig. 10 に示す

ように、 $\alpha < 4$ 前後から $\alpha < 8$ 前後に増大) の範囲まで座屈係数 K に 4.0 が期待できることになる。上記の (2) を認めれば Fig. 10 からわかるように AISI 示方書による設計法では辺長比が 8 を基準に小さい範囲では座屈係数 K を 4.0 にするため過大の剛比が使用され、辺長比が大きい範囲では座屈係数を 4.0 にするには過少の剛比が使用されていることになる。このことは理論的に辺長比 α に依存する所要剛比が示方書規定で辺長比 α に無関係な一定の値になっていることに原因するのであり、合理性が前提の設計示方書として考えるとき現行規定は再検討が必要であろう。

端補剛材に対する新しい設計の考え方を提案する。この場合 Fig. 2 で示したように補剛材の形状には最大許容剛比ともいべき構造上の制約があることに注意しなければならない。新しい提案で考慮すべきことは、

(1) 辺長比 α を剛比 r を決定する際の重要なパラメーターとする。

(2) 周辺単純支持を期待したい場合には式 (7) で与える端補剛材の剛度を採用し辺長比 α に上限 (α_{max}) または最大剛度に適用の制限をもうける。

(3) 辺長比が α_{max} 以上になる場合、あるいは補剛材の形状に制限を設けたい場合は選択として期待すべき座屈係数 K の値を低くとりそれに応じた端補剛材の剛度を式 (8) で与える。

(4) 端補剛材の断面 2 次モーメントを断面重心でとらずに、端補剛材と板の接触面でとる。この場合は同一形状でもたとえば Fig. 2 に与えるリップみぞ形鋼の場合、表示されている剛度が 4 倍となり形状からの最大剛比は $r=40$ 前後と考えられていた値が $r=160$ 程度となる。

以上のことを考慮した端補剛材の設計を示方書の体裁に近い形で示すと、

(1) 一非載荷辺がウェブで支持され、他非載荷辺に端補剛材をもつ圧縮を受ける板の端補剛材の所要剛度は両非載荷単純支持の条件を期待するためには次の値以上でなければならない。

$$\left. \begin{aligned} r &= 36.1 + 6.1 \delta \quad (\alpha \leq \alpha_0) \\ r &= (28.39 \delta + 12.77) \alpha - (44.83 \delta + 31.36) \\ &\quad (\alpha \geq \alpha_0) \end{aligned} \right\}$$

$$\alpha_0 \equiv 5.03 - 3.97 \delta$$

ただし補剛材の剛度は r_{max} を越えてはならない。

(2) (1) の計算で補剛材の剛度が r_{max} を越える場合は中間補剛材などの取り付けにより辺長比 α の値を小さくするか、期待すべき座屈係数を目的に応じて小さくとり、次の式によって端補剛材の剛度を求める。

$$r = (-0.06 + 0.32 K - 0.51 \delta + 1.17 K \delta) \alpha^2 + (0.79 - 0.43 K) \alpha$$

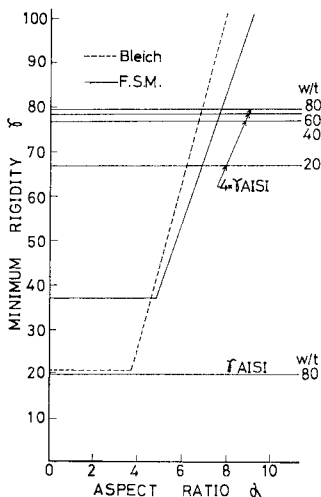


Fig. 10 Possible Rigidity Expected by AISI Specification

$$+(-10.98+4.45K+28.06\delta-9.50K\delta)$$

(3) 端補剛材の剛度を計算する場合の所要断面 2 次モーメントは端補剛材と板の接触面に関する値とする。ここで、 r_{max} の値は力学的な立場より、使用性の立場から決定されるべきもので、ここでは特に値を示さないが前に述べたように (3) に従う計算法のもとでは 160 前後の値が適当であろう。

ここで取り上げた端補剛材が主として用いられる冷間加工鋼部材の断面では Fig. 2 に示すようにフランジと端補剛材 (リップ) の板厚が常に等しいという制約があり、かつリップは細長い長方形断面に限られる場合が多い。このことを考慮すれば端補剛材の剛比 r や面積比 δ がおのずから制約を受けることが考えられる。いま、リップの深さを b_s とし、リップの断面 2 次モーメント I_s をフランジとの接触面でとるとすれば、

$$\delta = \frac{A_s}{bt} = \frac{b_s}{b} \dots\dots\dots (9)$$

$$r = \frac{EI_s}{bD} = 4(1-\nu^2)\delta \left(\frac{b_s}{t}\right)^2 \dots\dots\dots (10)$$

の関係が成立する。

本報告の端補剛材の必要剛度の提案式の誘導では δ の上限値を一応、0.3 としているが、リップの場合式 (9) で与えるようにこの値はリップ深さとフランジ幅の比が 0.3 となることを意味する。Fig. 2 で実用上考え得るリップ深さを $r=40$ (フランジとの接触面で断面 2 次モーメントを評価すれば $r=160$) の場合の程度とするなら δ は 0.3 をやや上回るが δ のパラメーターとしての副次的性格を考慮すれば特に問題はないといえる。

リップはいわば突出脚となるため、リップ幅厚比 b_s/t も局部座屈防止の立場から制限を受ける。リップは応力勾配をもつ圧縮力を受けるため、純圧縮を受ける突出脚よりかなりゆるい幅厚比制限値でよいと思われるが、一応 SS 41 クラスの一般の突出脚の制限値 13 を用いて式 (10) より剛比 r を試算すると $\delta=0.3$ 、 $\nu=0.3$ として $r=180$ 程度となる。この値は前述の使用性の立場からの一応の上限値 $r=160$ をこえており、局部座屈防止という力学上の制約は満たされると考えてよい。

以上、線形弾性座屈理論の範囲で存在している端補剛材の設計に関する現状の問題点を分析検討し、端補剛材をもつ圧縮板要素の設計の改善をはかるための一指針を与えた。実際の設計への適用を考える際には、この成果をふまえたうえで中間縦補剛材をもつ板で検討されているような残留応力の影響やねじれ剛性の効果あるいは後座屈強度を考慮した有効幅の評価等を場合によっては導入する必要がある。これらは今後の検討課題であるとともに、実際問題としては本報告で得られた成果とすでに得られている中間縦補剛材や有効幅についての成果を組み合わせることによって、端補剛材をもつ板の設計のい

っその合理化が期待できる。

5. 結 語

冷間加工鋼部材などに用いられている端補剛材に対して現在当該の示方書で与えられ慣用されている所要剛度は理論的に十分な根拠がなく、いままで Miles, Bleich, Scheer などによって行われた理論から決まる所要剛度との間に大きな矛盾と数値的な違いがある。

Bleich の結果を除いて Miles, Scheer らの結果は理論的検討が中心で設計に適用し得る公式を与えておらず理論的検討と設計への適用の間に大きな懸隔があった。また Bleich の結果にしても断片的、個別的の感は免れず十分な検討はみていない。

本報告は、冷間加工鋼部材の断面に多用されるリップと一般に呼ばれる端補剛材についてこのような懸隔を埋め、設計の合理化をはかるのを目的としていままでの理論とはまったく別に有限帯板法による数値解析を実施して新たにその挙動を調べ、その結果をもとに最小二乗法による回帰分析を実行して端補剛材所要剛度の設計式を求めた。

数値解析の結果そのものは Miles, Bleich, Scheer らの結果と大きく異なることはなかったが、数値的に一般化されたものとなっている。適用し得るパラメーターの範囲、そのもとでの設計式の簡便性、実際の設計での運用などにおいてその設計式、設計方法の提案には十分な配慮を試み、現在行われている慣用設計に対する問題提起となるとともに直接的に利用可能な代替設計方法が得られたものと思われる。

提案された設計式は 2 つからなり、Bleich の結果に相当するものとして端補剛材軸を単純支持と実用上期待し得るための所要剛比の設計式、他は単純支持よりゆるい境界条件を考慮して、任意の期待し得る座屈係数を設けたときに必要な所要剛比の設計式である。

謝 辞 本研究を進めるに際し、名古屋工業大学 松浦 聖教授、東京大学 西野文雄助教授のご指導とご助言を受けた。ここに記して感謝する。

【補 遺 1】

本報告での最小二乗法による回帰分析に関し、式 (8) について説明する。数値計算結果より得られた一連の $r=f(\alpha, \delta, K)$ のグラフより近似式として次式を仮定する。

$$r = (a_1 + a_2\delta)(a_3 + a_4K)\alpha^2 + (a_5 + a_6\delta)(a_7 + a_8K)\alpha + (a_9 + a_{10}\delta)(a_{11} + a_{12}K) \dots\dots\dots (A \cdot 1)$$

これは、 r が α の2次式で近似できそうなこと、2次式の係数が K, δ により変化するという判断によるものである。上式の係数を変形し新しい係数 $b_i(i=1, 12)$ を導入すれば

$$r = (b_1 + b_2K + b_3\delta + b_4K\delta)\alpha^2 + (b_5 + b_6K + b_7\delta + b_8K\delta)\alpha + (b_9 + b_{10}K + b_{11}\delta + b_{12}K\delta) \dots\dots\dots(A.2)$$

ここに、 r は剛比、 α は辺長比、 δ は面積比、 K は座屈係数、 $b_1 \sim b_{12}$ は未定係数である。

数値計算結果による n 組のデータ $(r_1, \alpha_1, \delta_1, K_1)$ 、 $(r_2, \alpha_2, \delta_2, K_2)$ 、 \dots 、 $(r_n, \alpha_n, \delta_n, K_n)$ を式(A.2)に代入しその残差を E_i とすると

$$r_i - (b_1 + b_2K_i + b_3\delta_i + b_4K_i\delta_i)\alpha_i^2 - (b_5 + b_6K_i + b_7\delta_i + b_8K_i\delta_i)\alpha_i - (b_9 + b_{10}K_i + b_{11}\delta_i + b_{12}K_i\delta_i) = E_i \approx 0 \quad (i=1, n) \dots\dots\dots(A.3)$$

n 組(本計算の場合 $n=184$)のデータから得られる残差の二乗和を

$$E = \sum_{i=1}^n E_i^2 \dots\dots\dots(A.4)$$

とすると最小二乗法による回帰分析では未定係数 $b_1 \sim b_{12}$ を残差の二乗和 E ができるだけ小さくなるように選ばなければならない。したがって、

$$\frac{\partial E}{\partial b_i} = 0 \quad (i=1, 12) \dots\dots\dots(A.5)$$

式(A.5)は b_i を未知数とする12元の連立一次方程式となり、これを解くことにより式(A.2)の係数 b_i が決定される。このようにして求められた式(A.2)の係数値について実用上、無視して差し支えない数値を得た b_7, b_8 を省略したのが式(8)である。

参 考 文 献

- 1) 日本建築学会：軽量形鋼構造設計施工指針・同解説，1974.
- 2) Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, American Iron and Steel Institute, 1968.
- 3) 日本建築学会：鋼構造設計規準，1970.
- 4) Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings, American Institute of Steel Construction, 1969.
- 5) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善，昭48.
- 6) Standard Specifications for Highway Bridges, 12th Ed., American Association of State Highway and Transportation Officials, 1977.
- 7) Miles, A.J. : Stability of Rectangular Plates Elastically Supported at the Edges, Journal of Applied Mechanics, Vol. 3, pp. A-47~52, 1936.
- 8) Bleich, F. : Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, pp. 375~380, 1952.
- 9) Scheer, J. : Zum Problem der Gesamtstabilität von einfach-symmetrischen I-Trägern, Der Stahlbau, Vol. 28, No. 5, pp. 113~126, May, 1959.
- 10) Scheer, J. : Stabilität der dreiseitig gestützten am freien Längsrand ausgesteiften Rechteckplatte, Der Stahlbau, 12, pp. 366~371, 1968.
- 11) Winter, G. : Commentary on the 1968 edition of the Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members, American Iron and Steel Institute, p. 26, 1970.
- 12) Hasegawa, A. and Lind, N.C. : Design of Cold Formed Steel Stiffened Elements, Preliminary Report of the Second International Colloquium on Stability of Steel Structures, Liege, Belgium, pp. 659~667, April, 1977.
- 13) 長谷川彰夫・大田孝二・西野文雄：補剛された板要素の座屈強度に関する二、三の考察，土木学会論文報告集，第232号，pp. 1~15，1974年12月。
- 14) C.R. ワイリー・富久泰明 訳：工業数学(上)，プレイン図書，pp. 123~140，1973年。

(1978.7.17・受付)