

中立粒子浮遊流とカオリンフロク, カオリン浮遊流の乱流特性

TURBULENT CHARACTERISTICS OF SUSPENSIONS OF NEUTRALLY BUOYANT PARTICLES, FLOCS AND KAOLIN

三 村 信 男*・松 尾 友 矩**

By Nobuo MIMURA and Tomonori MATSUO

1. はじめに

固液混相流の流動特性は、浮遊粒子の濃度、粒子径、比重、形状、凝集性などにより複雑に変化する。粘土のような微細粒子を浮遊させた流れやフロク浮遊流ではそのレオロジー的特性が変化し非ニュートン流体としての挙動を示すことが知られているし、土砂粒子浮遊流でも、Kármán 定数が減少し摩擦抵抗係数も小さくなる傾向を示すことが知られている。これらに対して多くの研究があるが^{1),2)}、固液混相流の多岐にわたる現象の整理や流れ構造の変化の実験的検討など、残されている問題も多い。

筆者らは、とくに粒子径と粒子の力学的特性（剛体か変形・破壊の可能な粒子か）の違いに着目し、それらが固液混相流の流動特性にどのような変化をもたらすかを実験的に検討してきた。そのために用いた粒子は、プラスチック粒子、カオリンフロク、カオリンの3種類である。プラスチック粒子は、粒子径の異なる3種類のものを用いて粒子径の影響を調べた。プラスチック粒子、カオリンフロクは、ともに比重が1に近くほぼ中立浮遊状態にあり、また粒子径が同程度で、微細粒子浮遊流としては扱えない大きさであるという点では共通している、一方、その力学的特性では前者が剛体、後者は容易に変形、破壊をうける粒子という対比をなしている。

実験は、円管路を用いて主として乱流を対象に行い、ホットフィルム流速計を用いて流れ特性の変化にたち入った計測を行った。一方、細管型粘度計によって層流流動をも検討し、フロク、カオリン浮遊流のレオロジー的特性の変化を調べた。

こうした計測によって、これらの粒子浮遊流の抵抗法

則、流れ特性、さらに層流から乱流への遷移に関する実験結果をえた。とくにプラスチック粒子浮遊流の乱れのエネルギースペクトルに関して、清水の場合と異なる特異な特徴を示すことを見出した。本論文は、これらの実験結果の報告を中心にしながら、同時に、中立浮遊粒子に生じる相対速度の評価、ビンガム流体として扱えるカオリンフロク、カオリン浮遊流の乱流遷移に対する降伏値の影響について試論的検討を行ったものである。

2. 既存の研究

ここでは、実験結果の整理、考察に必要と思われる範囲で既存の研究について簡単に述べる。

固液混相流では、浮遊している粒子の大きさによって流体と粒子の相互作用、粒子の流体運動に対する追従性、さらに粒子のもつ界面化学的力の大きさなどが変わるために、粒子径の大小によりその扱い方を変えねばならない。R. Durand³⁾によれば、その分類は次のようになる。

(粒子径)

均質混合液 (homogeneous mixture)	~20, 30 μ
中間混合液 (intermediate mixture)	25 μ ~50 μ
不均質混合液 (heterogeneous mixture)	50 μ ~

均質混合液—微細粒子浮遊流では、粒子の比重が大きな場合でも沈降速度は小さく、流れの場合全体に均一に分散しているとして扱ってよい。また、この状態では、界面化学的力の果たす役割りが大きくなり、粒子相互で集塊化が起っている場合も多く、その流れは、粒子濃度の増大にともなって顕著な非ニュートン流体としての挙動を示すようになる。

一方、不均質混合液では、粒子の比重が大きくない場合でも粒子と流体との相互作用・相対運動が大きくなり、そのことを考慮した取り扱いが重要になってくると考えられる。

* 正会員 工博 東京大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 東京大学助教授 工学部都市工学科

(1) 微細粒子浮遊流

a) 粘性係数(粘度)の変化

微細粒子浮遊流では見かけ上粘性係数が増大する。これに対する研究は A. Einstein に始まるが, H.C. Brinkman は, Einstein の式をもとに高濃度の領域まで適用できる式を導いた⁶⁾。

$$\eta_r = \mu_e / \mu = (1 - C)^{-2.5} \dots \dots \dots (1)$$

η_r : 相対粘度

C: 粒子の体積濃度

b) 細管内流動式—ビンガムモデル

微細粒子浮遊流の流動特性の変化は, 単に粘性係数の変化にとどまらず, ニュートン流体としては扱えないものになる。これに対しては, 従来からビンガム流体としての取り扱いが多くなされている。

ビンガム流体のせん断力 τ とせん断速度 du/dr の関係は次のように表わせる。

$$\tau = \tau_y + \eta(-du/dr) \dots \dots \dots (2)$$

η : ビンガム流体の粘性係数(剛性率)

τ_y : 降伏値

ビンガム流体の細管内層流流速分布は, 降伏値 τ_y のために中心付近で栓流を形成している。この流速分布と式(2)から細管内流動式は次のようになる。

$$\frac{8U}{D} = \frac{\tau_w}{\eta} \left[1 - \frac{4}{3} \frac{\tau_y}{\tau_w} + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_y}{\tau_w} \right)^4 \right] \dots \dots \dots (3)$$

U: 平均流速

D: 管径

τ_w : 壁面におけるせん断応力

式(3)から, 細管の層流流動において平均流速 U と壁面応力 τ_w を測定すれば, ビンガム流体を特徴づける2つのパラメーター, τ_y と η が求められることがわかる。

次に, 細管内層流流動の抵抗法則を考える。清水に対する摩擦抵抗係数 f は, よく知られているように次の式であらわせる。

$$f = \frac{64}{Re} \dots \dots \dots (4)$$

$Re = UD/\nu$: レイノルズ数

これに対してビンガム流体の抵抗法則は, 降伏値を含んだ形となるため, ヘッドストレーム数 $H_e = \rho \tau_y D^2 / \eta^2$ をパラメーターとして次のようになる⁷⁾。

$$\frac{1}{Re} = \frac{f}{64} - \frac{1}{6} \frac{H_e}{(Re)^2} + \frac{64}{3f^3} \frac{(H_e)^4}{(Re)^8} \dots \dots \dots (5)$$

c) 乱流への拡張

D.G. Thomas は, ビンガム流体としての挙動を示す微細粒子浮遊流では, 乱流に移るにつれて降伏値のために乱れが抑えられ, その結果抵抗係数が清水の場合より小さくなるという実験結果を報告している⁸⁾。一方, そ

の逆の傾向や, また, レイノルズ数によって微細粒子浮遊流のレオロジー的な特性が変化するという指摘⁹⁾もあり, 乱流状態の解明は遅れているというのが実情であろう。

(2) 土砂粒子浮遊流

V.A. Vanoni の実験以来, 土砂粒子浮遊流では Kármán 定数が減少し, また摩擦抵抗係数も減少する傾向があることが示されている。こうした現象は, 土砂粒子を浮遊させるために乱れのエネルギーが消費されるとして説明され, 乱れの強さは減衰すると考えられていた。しかし, 中立浮遊状態にあるプラスチック粒子を用いた MIT の一連の実験では逆に乱れの強さが増大することが示された。こうした実験結果を受けて, 日野は, 粒子を浮遊した水流のエネルギー方程式を新たに導き, その乱流特性の変化を説明する理論式を導いた⁴⁾。

とくに, 中立浮遊状態にある粒子浮遊流に対するそれらの式は次のようなものである。

(平均渦径 L , Kármán 定数 K の変化)

$$\frac{L_0}{L} = \frac{K_0}{K} = 1 + \beta C$$

(乱れの強さ $\sqrt{u'^2}$ の変化)

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{\sqrt{u_0'^2}} = \left(\frac{1}{1 - \alpha^3 C} \right)^{1/3} \dots \dots \dots (6)$$

(渦の寿命時間 t_* の変化)

$$\frac{t_*}{t_{*0}} = \frac{(1 - \alpha^3 C)^{1/3}}{1 + \beta C}$$

$\alpha \approx 1$: 定数, β : 定数

添字 0 は粒子を浮遊していない流れを指す

3. 実 験

(1) 実験の概要

a) 実験に用いた粒子

実験に用いた粒子は, プラスチック粒子(以後, 粒子と略す)カオリンフロク(以後, フロクと略す)カオリン粉末の3種類である。カオリン浮遊流は微細粒子浮遊流として扱える。粒子浮遊流, フロク浮遊流は, ほぼ中立浮遊状態にあると考えられ, また, 粒子径は不均質混合液として扱うべき大きさである。プラスチック粒子は3種類(L, M, S)用いたが, おのおのはほぼ球形である。その比重, 粒子径を表-1(a)に示す。フロクについては表-1(b)に示す。

b) 実験の概要

実験は乱流流動と層流流動に分けて行った。乱れ特性を測定する乱流流動実験は次のように進めた。

Ser. A: プラスチック粒子浮遊流を中心に, 基本的な

表-1 (a) プラスチック粒子

粒 子	比 重	粒子径 (mm)
粒 子 S	1.08	0.12
粒 子 M	1.03	0.65
粒 子 L	1.03	1.30

表-1 (b) カオリンフロック

フロック No.	Ser.	凝 集 剤	粒子径 (mm)
1	A	硫酸アルミニウム	0.07
2	A	硫酸アルミニウム	0.07
3	C	PAC	0.10
4	C	PAC	0.08
5	C	PAC, アルギン酸ナトリウム	0.16

乱流特性の変化の動向を調べた。

Ser. B : 粒子 M を用いて乱れ特性に対する粒子濃度の影響を調べた。

Ser. C : フロック, カオリン浮遊流の乱れ特性を調べた。

Ser. A~C の水理条件を表-2 に示す。ここでは測定を行った $Re = 1.2 \times 10^5, 3.4 \times 10^4$ 前後の2つの領域を、便宜的に高速域, 低速域と呼んでいる。

また, 主としてフロック, カオリン浮遊流の乱れ計測を行った Ser. C に対応して, 流体のレオロジー的变化を調べる層流流動実験を行った。

粒子の濃度 (体積濃度) は, Ser. B を除いて 5% にそろえた。フロック, カオリンの体積濃度は直接測定しがたい。そこで, 24 時間静置後の沈降体積率を測定し, この状態で等径球粒子の最疎充填構造 (充填率 0.524) になっていると仮定して, 24 時間沈降体積率の 0.524 倍

表-2 乱れ特性測定の水理条件

Ser.	RUN	流 体	温 度 (°C)	Re	体積濃度
A	高速域	1 清 水	29.0	$1.20(\times 10^5)$	—
		2 粒 子 S	27.8	1.14	0.05
		3 粒 子 M	28.8	1.18	0.05
		4 粒 子 L	24.0	1.19	0.05
		5 S:L=1:4	23.7	1.18	0.05
		6 S:L=1:1	24.0	1.18	0.05
		7 フ ロ ッ ク 1	24.1	1.22	0.037
		8 フ ロ ッ ク 2	27.8	1.12	0.047
	低速域	9 清 水	28.8	$3.22(\times 10^4)$	—
		10 粒 子 S	27.8	3.26	0.05
		11 粒 子 M	29.5	3.38	0.05
		12 フ ロ ッ ク 2	27.8	4.30	0.047
B	高速域	13 粒 子 M 0.5%	20.8	$1.01(\times 10^5)$	0.005
		14 粒 子 M 1%	21.8	1.00	0.01
C	高速域	15 フ ロ ッ ク 3	20.0	$0.96(\times 10^5)$	0.046
		16 カ オ リ ン	20.6	1.05	0.026
		17 フ ロ ッ ク 4	19.2	0.97	0.049
		18 フ ロ ッ ク 5	19.0	0.96	0.078
		19 フ ロ ッ ク 3	20.2	3.02	0.046
	低速域	20 カ オ リ ン	20.8	2.90	0.026
		21 フ ロ ッ ク 4	19.2	2.71	0.049
		22 フ ロ ッ ク 5	19.0	2.70	0.078

をもって体積濃度とした。この方法は大量にも用いており妥当性をもつと考えてよい。

また, フロックは, 流動実験の前に1時間パイプの中を循環させ, 破壊されてほぼ粒子径に変化がない状態に達しているものを用いた。

乱流流動, 層流流動ともに, 貯留槽の中におおの冷却機, ヒーターを取り付け, 温度のコントロールを行ったので同一種の流体の測定中の温度変化は 1°C 以内に抑えられた。

(2) 乱流流動と乱れ計測

乱流流動は, 図-1 (a) のような円管路系を用いて行った。用いたパイプは, 内径 5.0 cm, 長さ 13 m のまっすぐな塩化ビニール製のもので, 流入端から 8.8 m のところにホットフィルム流速計のセンサー挿入口をつつてある。損失水頭を測定するマンオメーターは, この上流に 4 m の区間を取って取り付けられた。パイプの内壁は水理学的に滑らかであるとしてよい。

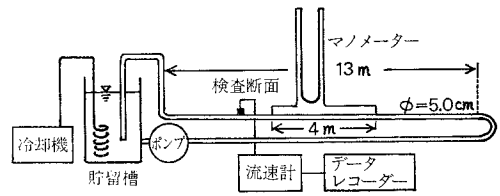


図-1 (a) 乱流流動管路系

この円管路系を用いて, 流れのマクロな指標である抵抗係数と同時に乱れ特性の計測を行った。乱れの変動速度をホットフィルム流速計を用いて管中心から管壁近くまで6点で測定し, データレコーダーに記録して解析に用いた。ホットフィルム流速計は K 社製の定温度型のものである。流速の受感部センサーは, 固体粒子の影響を受けにくいと思われるコニカル型を用いた。

この記録を A-D 変換し, Blackman-Tukey 法を用いてエネルギースペクトルを計算した。A-D 変換のサンプリング間隔は, 低周波数域から高周波数域までスペクトルの形を細かくみることができるよう, 高速域では 0.2 ms, 0.6 ms, 5.1 ms の3段階に分け, 低速域では 0.6 ms, 5.1 ms の2段階に分けた。サンプリング時には, スペクトル計算におけるエイリアシングの影響を避けるため, Nyquist 周波数より高い周波数成分をカットする高周波カットオフフィルターをかけた。計算に用いたデータ数は 2000, 最大ずらし数は 100 である。また, プリホワイトニングは行っていない。

(3) 層流流動

細管内流動式を求めるために 図-1 (b) のような細管型粘度計を用いた。この装置で, 損失水頭と平均流速と

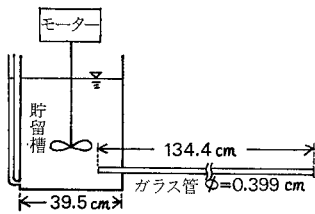


図-1 (b) 細管型粘度計

を測定することによりレオロジー的特性を知ることができる。

細管はガラス製で、内径は 0.399 cm、管長は 134.4 cm である。貯留槽は塩化ビニール製で、断面は内径 39.5 cm の円形である。この中に、温度コントロール用のヒーターと攪拌用のプロペラがついている。

細管型粘度計を用いる際には、管の流入端、流出端での形状損失に対する補正や運動エネルギー補正など損失水頭 h に対する補正を必要とする。したがって、密度 ρ_s の試料の測定時における真の損失水頭 h_a は次のようになる。

$$h_a = \frac{\rho_s}{\rho_w} \cdot h - \theta \frac{\rho_s}{\rho_w} \cdot \frac{U^2}{2g}$$

ここで、 θ は補正係数である。清水の実験結果を、既知の水の粘性係数に合わせることに今回実験では $\theta=2.8$ をえた。

4. 実験結果

(1) コンシステンシー曲線

今後の議論の前提として図-2 にコンシステンシー曲線を示し、おのおのの混相流のレオロジー的特性をみておく。

フロック、カオリン浮遊流の直線の傾きは清水のものより小さく、粘性係数が大きくなっていることがわかる。表-3 に、この結果と Brinkman の式 (1) からの

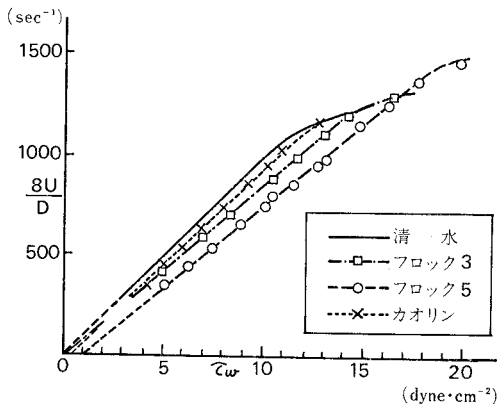


図-2 コンシステンシー曲線

表-3 粘性係数の変化

流 体	体積濃度	実 測 μ_e	Brinkman 式 μ_e
フロック 3	0.046	0.0116	0.0114
フロック 4	0.049	0.0115	0.0114
フロック 5	0.078	0.0120	0.0120
カオリン	0.026	0.0104	0.0107

計算値を比較して示すが、体積濃度が 0.05 前後の場合にはよく一致している。フロック、カオリン浮遊流におけるこうした粘性係数の変化は物性的なものであることから、以下の議論では、レイノルズ数の算定においては変化した粘性係数（有効粘性係数） μ_e を用いるのが妥当であると考えられる。

また、フロック浮遊流では濃度が増大するにつれて降伏値が顕著に現われるようになる。一方、カオリン浮遊流ではフロック浮遊流と比べて低濃度で降伏値が現われ、ビンガム流体としての挙動を示す。

(2) 抵抗法則

3種類の混相流の抵抗法則を層流流動と乱流流動に分けて整理する。

a) 層流状態における抵抗法則

図-3 に層流流動から求めた抵抗係数を示す。今回の実験では、清水の抵抗係数は $R_e=2080$ までの範囲で $f=64/R_e$ によく一致した。

4. (1) でのべたように有効粘性係数 μ_e を用いて見かけのレイノルズ数 Re' を求めれば、フロック、カオリン浮遊流でもある程度まで $f=64/Re'$ という形で整理できることがわかる。しかし、降伏値が観測されたフロック 4、5 とカオリン浮遊流は、 Re' が小さくなるにつれて f が $64/Re'$ よりも大きくなっている。そこで、今回のデータと大垣のデータとを再整理し、ヘッドストレ

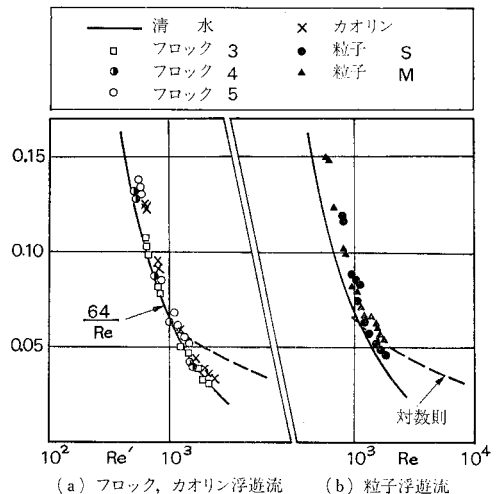


図-3 層流における抵抗係数

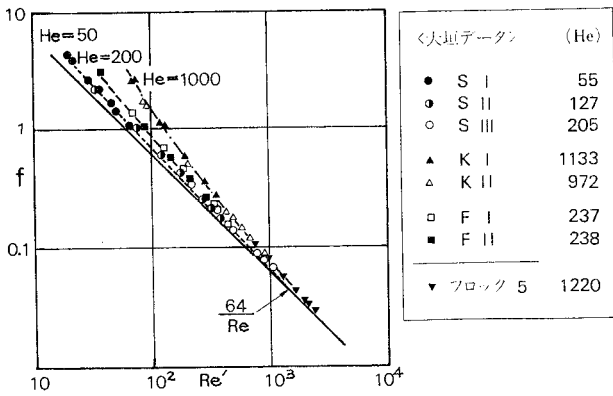


図4 ヘッドストリーム数をパラメーターとする層流抵抗係数

ーム数 H_e をパラメーターとする式 (5) と比べたものが図-4 である。これらはよく一致しており、あらためてフロック、カオリン浮遊流がビンガム流体として扱えること、その抵抗法則は式 (5) によって表わされることがわかる。さらに、ヘッドストリーム数が $H_e = \rho \tau_y D^2 / \eta^2$ という τ_y を含むパラメーターであることから、これらの流れでは降伏値の果たす役割の大きいことが推察される。

b) 乱流状態における抵抗法則

乱流流動から測定した抵抗係数を図-5 に示す。

固液混相流では、乱流の抵抗法則を整理する際にもレイノルズ数をどのような粘性係数にもとづいて定義するかが問題とされる⁸⁾。ここでは、フロック、カオリン浮遊流に対しては層流状態との接続を考えて μ_e による見かけのレイノルズ数 Re' を用いる。一方、粒子浮遊流に対しては、清水の粘性係数 μ と Brinkman の式 (1) から導かれる有効粘性係数 μ_e とによる2つのレイノルズ数 $Re = \rho UD / \mu$ および $Re' = \rho_s UD / \mu_e$ を考えることと

する。

さて、粒子浮遊流に対して、 Re_e による整理を図-5 (a) に示す。全体として、粒子浮遊流の f は、 $Re_e < 1.0 \times 10^5$ では清水の f より大きく、 Re_e が 1.0×10^5 をこえると清水の f に近づくか若干小さくなる傾向を示す。

粒子径の効果をみると、 Re_e が 5.0×10^4 より大きくなれば粒子径の小さい粒子 S がもっとも大きい f を示すようになる。また、筆者らが別に行った実験の結果⁹⁾では、濃度が増大すれば、 f も大きくなる。

みかけのレイノルズ数 Re' による整理が図-5 (b) である。 f は、全体が小さくなり清水の f より

り小さくなる部分も多くなるが、上記の粒子径による傾向は変わっていない。

図-5 (c) に、フロック、カオリン浮遊流の f を示すが、清水の f とほとんど一致している。しかし、 $Re_e \leq 3.0 \times 10^4$ の領域では、降伏値が観測されたフロック 4 とカオリン浮遊流の f が清水の f よりやや小さくなっていく傾向がみられる。

(3) 乱れの強さ

管断面内における乱れの強さ $\sqrt{u'^2}$ の分布を図-6 に示す。

これから、粒子浮遊流では乱れの強さが大きくなるのがわかる。粒子の乱れの強さの増大に対する寄与は、粒子径が大きいほど大きく、また、濃度が高いほど大きい。さらに、流れの領域を考えると壁付近より管中心の方が粒子の影響は大きい。

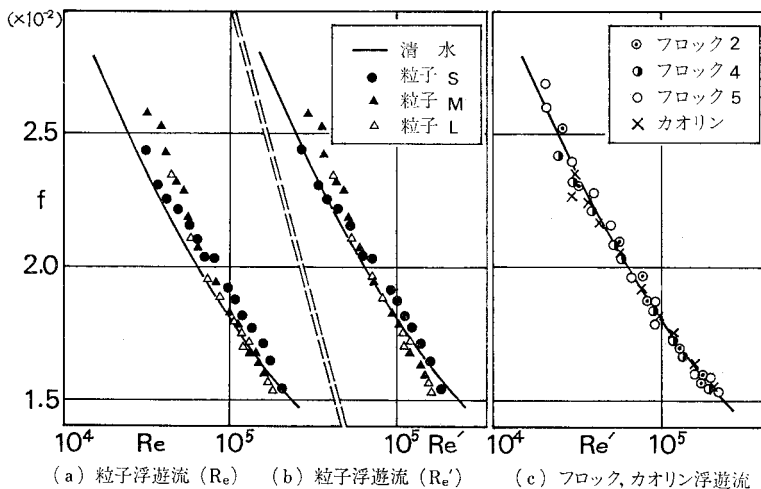
こうした実験結果に対して、中立粒子浮遊流の乱れの強さの変化を導いた日野の式 (6) は、粒子径が小さい場

合には比較的よく一致するが、粒子径の項を含んでいないため上に述べた変化は説明できない。

一方、フロック、カオリン浮遊流の乱れの強さは、ほとんど清水と一致する。フロックの粒径が粒子 S と同程度であることを考えると、フロックと剛体粒子の力学的特性の差が現われている結果になっている。

(4) 乱れのエネルギースペクトル

固液混相流の乱れ特性の変化では、単に乱れの平均的量だけ



(a) 粒子浮遊流 (Re) (b) 粒子浮遊流 (Re') (c) フロック、カオリン浮遊流

図-5 乱流における抵抗係数

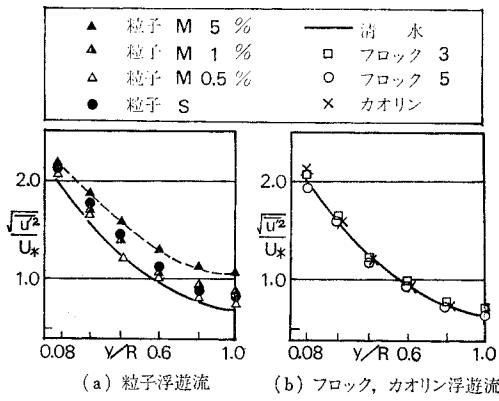


図-6 乱れの強さの断面内分布

でなく、構造の変化がおこると考えられることから、それを確かめるために乱れのエネルギースペクトルを求めて検討した。その結果を図-7~9に示す。

これらからわかるとおり、粒子浮遊流のエネルギー

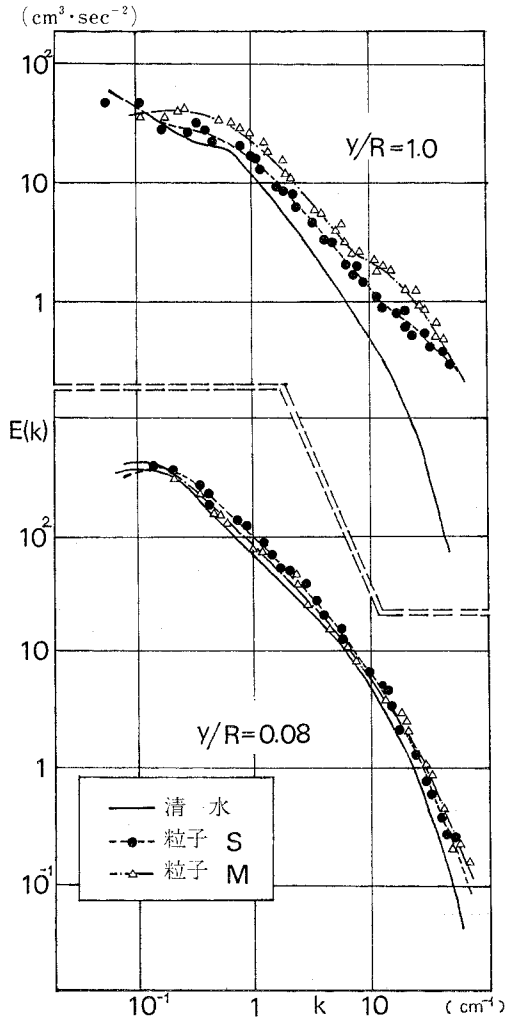


図-7 (a) 粒子浮遊流のスペクトル (高速域)

ベクトルはきわめて特異な特徴を示す。すなわち、乱れの強さの増大に対応して全体的にエネルギーレベルが増大すると同時に、粒子径に応じてある特定の波数に“コブ”をもった形になるのである。

このスペクトルのコブの現われる波数を支配する因子が粒子径なのか濃度なのかを調べるために、粒子Mの濃度を変えて乱れ計測を行った (Ser. B)。その結果が図-8であるが、コブの現われる波数はあまり変わっておらず、粒子径が支配的であることがわかる。

また、こうした粒子の影響は管断面に一樣に現われるのではなく、管中心に明瞭に現われている。壁付近では、同様のコブが認められるものの顕著ではない。スペクトルの形が清水の場合と比べて大きく異なっていないことは、壁面の影響が卓越していることを示している。

一方、図-9にフロック、カオリン浮遊流のエネルギースペクトルを示す。スペクトルは高い波数まで清水のものほとんど一致している。ここでも、大きさとして

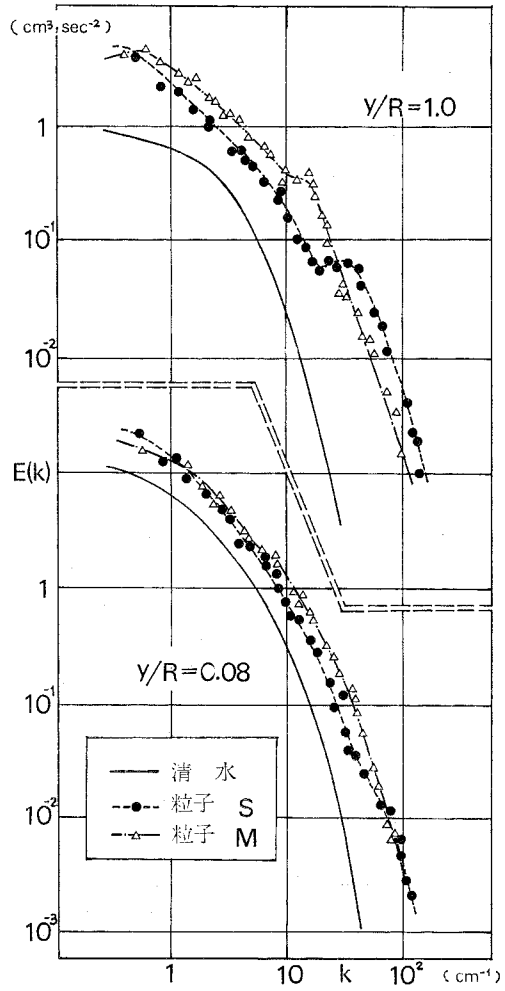


図-7 (b) 粒子浮遊流のスペクトル (低速域)

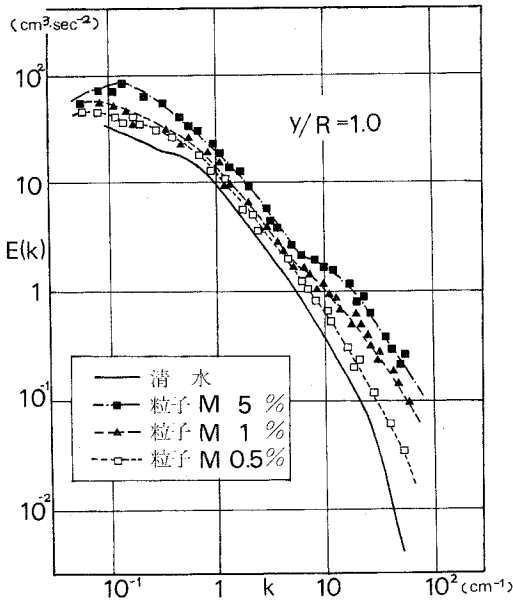


図-8 粒子濃度によるスペクトルの変化 (高速域)

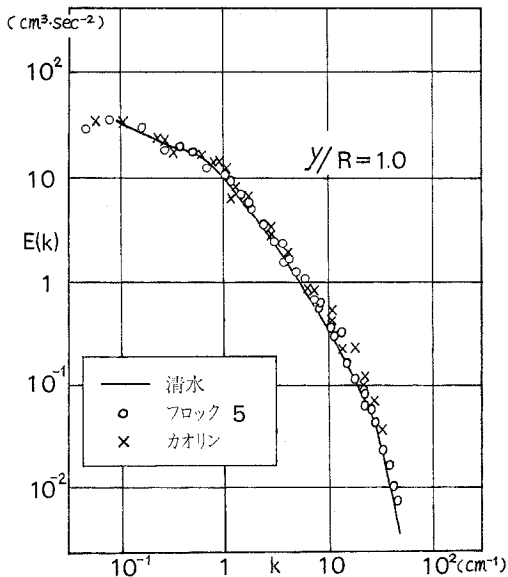


図-9 フロク、カオリン浮遊流のスペクトル (高速域)

は粒子Sと同等のフロクが、周囲の清水の乱れにきわめてよく追従していることがわかる。

5. 考 察

固液混相流の流動特性・乱れ特性は、これまでみてきたように複雑な変化を示す。これらすべてにわたる考察はできないが、この中で特徴的と思われる点について検討する。

(1) 粒子浮遊流の乱れのエネルギースペクトル

粒子浮遊流の乱れのスペクトルの特徴のひとつは、ある特定の波数で“コブ”をもつことであった。この“コブ”の出現は、乱れの中で小さなスケールの渦が新たに生みだされていることを示している。すなわち、粒子と周囲の流体との間に相対速度が生じ、その結果新しい渦が生まれると考えられる。

ところが、今回の実験で用いたプラスチック粒子はほぼ中立浮遊状態にあって密度差の効果は無視できるものであった。したがって、スペクトルのコブの出現を説明するためには、密度差によらずな相対速度が生じる機構がなければならない。

そのために、ここでは剛体粒子と流体の変形の仕方の差に着目する¹⁰⁾。剛体粒子が、乱れの中に浮遊した場合には、流体に置換って変形しない一体として動く部分が乱れの中に存在することになる。このことから、固体粒子はみずからの大きさと同程度およびそれ以下のスケールの速度変動には追従できず、周囲の流体と相対速度をもつと考えられる。この相対速度に関しては、粒子径に相当する二点間の速度差がそのまま粒子と流体の速度差になると仮定する。そうしたとき、この速度差によって粒子の境界層がはく離し、新たな渦が生じることになる。そのスケールは、粒子の後流の幅に相当すると考えることができる。

以上のようにしてスペクトルのコブの出現をモデル化し、それに相当する渦のスケールを算定する。以下では簡単のために等方的とみられる管中心を考える。

a) 清水の乱れのスケールと粒子径の比較

まず清水の乱れのスケールと粒子の大きさを比べる。粘性による乱れのエネルギーの逸散にかかわる渦の大きさは Kolmogorov の特性距離 l_d で与えられる。

$$l_d = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4} \dots\dots\dots (7)$$

ϵ : 乱れのエネルギー逸散率

l_d を求めるためには ϵ を知らねばならないが、直接測定するのは困難である。そこで、Prandtl の壁法則から導かれる次の式¹¹⁾を用いる。

$$\epsilon = \frac{u_*^3}{Ky} \dots\dots\dots (8)$$

$u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$: 摩擦速度

y : 壁からの距離

管中心に対しては $y=D/2$ として式 (8) を用いることになる。式 (8) は、もともと壁の近傍に対して導かれたものであり管中心まで適用するのは問題も残るが、ここでは1つの算定の方法として用いる。

こうして求められる l_d と粒子径を比べると次のようになる。

(l_d) (粒子径 d)

高速域 0.0052 cm) (粒子 M 0.065 cm
 低速域 0.0131 cm) (粒子 S 0.012 cm

これからわかるとおり、粒子は、 l_d より大きいか同程度であるから以下の取り扱いでは注意が必要である。

b) 相対速度の算定

粒子と流体の相対速度を求めるために、乱れの中で微小距離 ξ だけ離れた 2 点間の速度差 $\bar{v}(\xi)$ を考える。 $\bar{v}^2(\xi)$ は構造関数で与えられるが、乱れが一様等方性であれば $\bar{v}(\xi)$ は ξ の大きさにより次のようになる¹⁰⁾。ただし、構造関数は横方向速度相関関数にもとづいてきめる。

$$\bar{v}^2(\xi) = [\overline{v(\xi) - v(0)}]^2 = 2\bar{u}^2(1 - g(\xi))$$

① $0 \leq \xi < l_d$

この場合は、 $\xi=0$ の近傍で考え、 $g(\xi)$ を次のように仮定する。

$$g(\xi) = 1 - \frac{\xi^2}{\lambda_g^2}$$

λ_g : 最小渦径

一様等方性の乱れにおいては、

$$\epsilon = 15\nu\bar{u}^2/\lambda_g^2$$

という関係があることから、

$$\bar{v}_1(\xi) = \sqrt{2/15}(\epsilon/\nu)^{1/2}\xi \dots \dots \dots (9)$$

② $l_d < \xi \leq l_e$ (l_e : エネルギー含有渦のスケール)

$$g(\xi) = f(\xi) + \frac{\xi}{2} \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi}$$

という関係において軸方向速度相関係数 $f(\xi)$ に対して Lumley & Panofsky が示した以下の関数形を用いる。

$$f(\xi) = 1 - 0.655 \alpha(\epsilon^{2/3}/\bar{u}^2)\xi^{2/3} \quad (\alpha = 1.4)$$

これから、

$$\bar{v}_2(\xi) = 1.57 \epsilon^{1/3} \xi^{1/3} \dots \dots \dots (10)$$

したがって、相対速度は、粒子径 d が大きくなるにつれて $\bar{v}_1(d)$ から $\bar{v}_2(d)$ に移っていくことになる。以下の計算では、その境界を $\bar{v}_1(\xi_0) = \bar{v}_2(\xi_0)$ となる $d = \xi_0$ に仮定し、粒子 S に対しては式 (9)、粒子 M に対しては式 (10) を用いることにする。また、 ϵ は式 (8) から算出する。こうして求めた粒子と流体の相対速度を表 4 に示す。これは、流体が不規則な速度変動をするのにもなって、粒子と流体の相対速度も大きさ、方向とも

に不規則に変化すると考えられるが、その平均的大きさを求めたものになっている。

c) 粒子による後流幅の代表値の算定

次に相対速度 \bar{v} で動く球によって生じる後流の幅を算定する。つまりこれが、いま求めたい新たに生まれる渦のスケールの代表値である。

表 4 に示すとおり、粒子レイノルズ数 $R_{e,p} = \bar{v} \cdot d / \nu$ は $0.4 < R_{e,p} < 500$ のいわゆる Allen の範囲に入っている。このとき粒子は laminar wake を形成していると考えられ、後流中の流速 u_1 は次のように与えられる¹²⁾。

$$\frac{\bar{v}(d) - u_1(x, y)}{\bar{v}(d)} = \frac{\pi C_D}{32} \left(\frac{d}{x} R_{e,p} \right) \exp(-\phi^2) \dots \dots \dots (11)$$

C_D : 球の抵抗係数

$$\phi = \frac{1}{2} y \sqrt{\frac{\bar{v}(d)}{\nu x}}$$

ここで C_D の値はレイノルズ数によってかわり、Allen の範囲では $C_D = 10/\sqrt{R_{e,p}}$ である。

式 (11) で示される球の後流の模式図を図 10 に示す。後流の幅 b は、まず x 軸上で u_1 が相対速度 $\bar{v}(d)$ の 1% になる点、すなわち粒子からはく離れた渦が x 軸にとどく点 $x = x_1$ を求め、次に $x = x_1$ 上で u_1 が $\bar{v}(d)$ の 99% になる距離 y_1 を求める。そして、この y_1 を後流の幅 b の代表値と考える。

ここで、 x_1 および体積濃度 5% で均一に分散しているとしたときの平均粒子間距離を表 4 に示す。粒子 M の場合には、 x_1 の方が粒子間距離より大きく、後流に対する他の粒子の影響も考えられる。しかし、ここでは、スペクトルのコブの出現波数を定量的に取り扱うことを狙いとしており、その第一次近似として粒子相互の干渉は無視している。

こうして求めた b 、すなわち相対運動によって新たに生じる渦のスケールとスペクトルのコブが現われる波数 k_p に対応するスケール $l_p (= 1/k_p)$ を表 4 に示す。両者はかなりよい一致を示している。

このことから、以上のようなスペクトルのコブのモデル的取り扱いがある程度妥当なものであるといえる。す

表 4 粒子の相対速度、後流幅の代表値

		$\bar{v}(d)$ (cm/sec)	$R_{e,p}$	後流幅 b (cm)	l_p (cm)	x_1 (cm)	粒子間距離* (cm)
M	高速域	5.82	45.0	0.107	0.110	0.429	0.142
	低速域	1.71	13.2	0.144	0.106	0.232	
S	高速域	1.34	1.91	0.043	0.037	0.0163	0.026
	低速域	0.21	0.31	0.069	0.043	0.0066	

* 粒子間距離は体積濃度 5%、立方配列を仮定したときの 2 粒子の中心間の距離

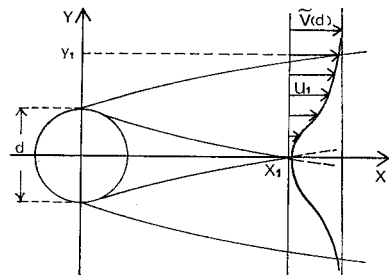


図 10 粒子による後流

なわち, 粒子径の大きな剛体粒子浮遊流では, 中立浮遊状態であっても, 粒子と流体との間に相対運動が生じ新たな渦を生み出す. その相対運動は粒子と流体との変形の仕方の違いによって生まれると考えられる.

しかし, 今回の取扱いでは, $Re_p=0.31$ である粒子 S の低速域の場合も Allen の範囲 ($0.4 < Re_p < 500$) にあるものとして計算しなければならなかった. また, 低速域では粒子 M, S とともに予測値の方が大きめの値を与えている. とくに Re 数が小さくなっていったときの, 相対速度が現われる範囲の検討は今後の課題である.

さらに, 中立粒子浮遊流の乱れ特性の変化には, 乱れの強さが増大するという点にもう一つの特徴があった. したがって, 乱れの強さの増大に対応する大きなスケールの渦の構造に対して粒子がどのような影響を与えるのかということも, 今後の検討課題であろう.

d) フロック浮遊流に対する検討

フロック浮遊流のスペクトルは, 清水のものとはほとんど変化がなく, コブも現われていない. このことは, フロック浮遊流では剛体粒子のような相対運動は生じず後流も生まれにくいことを示している. こうした違いは, 容易に変形, 破壊を受けるというフロックの力学的特性によるものと考えられる. すなわち, 今回のような高い Re 数領域では, フロックは, 変形・破壊, 再形成を繰り返しながら乱れに追従し, 水粒子とほとんど同じ挙動をすると推察される.

しかし, これを解明するためには, フロックの強度的物性, 流れの中にあるときの破壊過程と粒度分布などに立ち入った検討が必要であるが, ここではこうした測定は行っておらず, 以上の議論もフロック浮遊流のスペクトルにもとづく推察にとどまっている. また, 次の項で述べるように, より低い Re 数の領域では, フロックの存在が清水の場合と異なる乱れ特性をもたらす可能性もあり, フロック浮遊流の乱れ特性のさらに詳細な検討は今後の課題である.

(2) 限界レイノルズ数に及ぼす降伏値の影響

フロック, カオリン浮遊流の層流流動では, 抵抗法則が降伏値 τ_y を含むパラメーターのヘッドストリーム数 H_e で整理できるなど, 粘性係数の変化とともに, 降伏値が力学的に重要な役割を果たしていることがわかった. 一方, 乱流における特性は, ほとんど清水と変化がなかった. これは, フロックの力学的特性によるものであると同時に, 今回の実験ではレイノルズ数が大きく, τ_y が相対的に小さくなってしまったためとも考えられる.

そこで, 乱れに対する降伏値の影響をみるために, 層流から乱流への遷移状態を検討する.

層流から乱流への遷移は, 流れがある流速に達すると

慣性力が粘性力に比して卓越するようになり, 流れの中に生じた攪乱が他の部分にも伝播し, 拡大することによって説明される. R.W. Hanks^{13), 14)} はレイノルズ数にかえて局所的な慣性力と粘性力の比を与える指標 K を定義し, 円管路に対しては, 次のような形で表わした.

$$K = \frac{1}{2} \rho \frac{d(u^2)/dr}{dp/dz} \dots\dots\dots(12)$$

dp/dz : 圧力勾配

清水の流速分布をハーゲン・ポアズイユ流として与えれば, K は $r/R = \sqrt{1/3}$ (R : 管の半径) の点で, 最大値 K_{max} をとる.

$$K_{max} = \sqrt{1/27} (Re_{crit})_W$$

$(Re_{crit})_W$: 水の限界レイノルズ数

当然のことながら, K_{max} は限界レイノルズ数 $(Re_{crit})_W$ に比例している.

さて, 式 (12) においてビンガム流体の流速分布を適用すれば, ビンガム流体に対する限界レイノルズ数 $(Re_{crit})_B$ を与える式を得る.

$$(Re_{crit})_B = \sqrt{27} \cdot K_{max} \\ = (Re_{crit})_W \frac{1 - \frac{4}{3}a + \frac{1}{3}a^4}{(1-a)^3} \dots\dots\dots(13)$$

$a = \tau_y/\tau_w$: 比栓半径

コンシステンシー曲線 (図-2) が直線からはずれる点より限界レイノルズ数を求めると, 今回の実験では清水に対して 2080 であった. 同様にして求めたフロック, カオリン浮遊流の限界レイノルズ数と式 (13) から算出した限界レイノルズ数を比べたものが表-5 である. 降伏値の大きな流れでは, 限界レイノルズ数が大きくなっており, 降伏値によって乱れの発生が抑えられることがわかる. これから, さらに乱流の初期の領域に入ってもなお降伏値の影響があることが予想されるが, 今回の実験では十分には確かめられていない.

表-5 フロック, カオリン浮遊流の限界レイノルズ数

流 体	τ_y (dyne-cm ⁻²)	実測した Re_{crit}	式 (13) による Re_{crit}
清 水	—	2080	—
フ ロ ッ ク 3	—	2081	—
フ ロ ッ ク 4	0.2	2106	2128
フ ロ ッ ク 5	1.1	2291	2314
カ オ リ ン	0.4	2187	2196

6. ま と め

固液混相流の流動特性・乱れ特性の変化を明らかにする目的で, とくに, 粒子径の違い, 粒子の力学的特性の違いに着目し, プラスチック粒子, カオリンフロック,

カオリンの3種類の粒子を用いて流動実験を行った。その結果と考察を以下に要約する。

(1) プラスチック粒子浮遊流の乱流特性について

a) 粒子浮遊流の抵抗係数 f は、 $R_e < 1.0 \times 10^5$ では増大する R_e がこれを越えると、 f は、清水の f に近づき、それより小さくなるものもある。

f を増大させる効果は、粒子径の小さい粒子 S の方が大きい。

b) 粒子浮遊流の乱れの強さは増大する。

粒子の乱れの強さの増大に対する寄与は、粒子径が大きいほど大きく、また、濃度が高いほど大きい。

また、粒子のこうした効果は壁面付近よりも管中心部の方が顕著である。

c) 乱れのエネルギースペクトルは、乱れの強さの増大に対応して低波数域から高波数域まで全体として大きくなるとともに、粒子径に応じた特定の波数でコブをもつ特異な分布形を示す。

(2) カオリンブロック、カオリン浮遊流の流動について

a) ブロック、カオリン浮遊流はビンガム流体として扱える。その層流抵抗法則は式 (5) に従う。

一方、乱流における抵抗係数 f は、ほとんど清水の f に一致する。

b) ブロック、カオリン浮遊流の乱れ特性は、プラスチック粒子浮遊流と異なり、今回のようにレイノルズ数の大きな領域では、清水のものとはほとんど変わらない。

(3) 粒子浮遊流のスペクトルに現われるコブは、粒子と流体が相対速度をもち、そのために新たな渦が生まれることを示している。そのことから、今回の実験のような中立浮遊状態でも粒子と流体の間に相対速度が生じることがわかる。これに対して、剛体粒子と流体の変形の仕方の違いによって相対速度が生じると考えて、スペクトルのコブに相当する渦のスケールを予測するモデルを考えた。

(4) ブロック、カオリン浮遊流の乱れ特性の解明の手がかりとして、乱流への遷移を検討し、降伏値が乱れの発生を抑える効果をもっていることを確かめた。

しかし、乱流域で降伏値がもつ影響については明らかではなく、その検討は今後の課題である。

(5) 以上のように浮遊する粒子によって、固液混相流の流動特性、乱れ特性は種々の変化を示す。この点では、従来あまり検討されていないが、粒子径と粒子の力学的特性（変形の仕方の違い）が流動特性を左右する基本的要因のひとつであることがわかった。

7. おわりに

本報告をまとめるにあたり、東京大学工学部土木工学科のアナログデジタルコンピューターを利用させていただいた。土木工学科の松本教授、西岡助教授、交通研究室の皆様にご心からの感謝を表わしたい。

都市工学科 大垣助教授には、貴重なデータを提供していただき、また、御教示をいただいた。心からの感謝を表わしたい。

計算は、東京大学大型計算機センターを利用した。

なお、本研究は、科研費総合研究 (A) 「固液混相流の乱流特性とその計測」(代表者 林 泰造教授) から一部補助をうけたものである。

参考文献

- 1) 大垣真一郎・松尾友矩：高濃度懸濁液の流動特性について、土木学会論文集，第210号，p. 21, 1973.
- 2) Thomas, D.G.: Non-Newtonian Suspensions, part I physical properties and laminar transport characteristics, I & EC, Vol. 55, No. 11, p. 18, 1963.
- 3) Thomas, D.G.: Non-Newtonian Suspensions, part II Turbulent transport characteristics, I & EC, Vol. 55, No. 12, p. 27, 1963.
- 4) 日野幹雄：固体粒子を浮遊した流れの乱流構造の変化，土木学会論文集，第92号，p. 11, 1963.
- 5) Durand, R.: Basic Relationships of the Transportation of Solids in Pipes—Experimental Research, Proceedings International Association for Hydraulic Research, Minneapolis, Minn, p. 89, 1953.
- 6) Brinkman, H.C.: The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions, Jour. of Chem. Phys. Vol. 20, No. 4, p. 571, 1952.
- 7) Hedström, B.O.A.: Flow of Plastics Materials in Pipes, I & EC, Vol. 44, No. 3, p. 651, 1952.
- 8) Zandi, I.: Hydraulic Transport of Bulky Materials, Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Application, p. 1, 1971.
- 9) 三村信男・松尾友矩：粒子浮遊流の流動特性にたいする粒子径の影響について，土木学会第31回年次講演会，p. 322, 1976.
- 10) 松尾友矩：ブロックの破壊機構と強度に関する研究，土木学会論文集，第229号，p. 31, 1971.
- 11) ロッタ, J.C.: 乱流, p. 146, 岩波書店, 1975.
- 12) Schlichting, H.: Boundary-Layer Theory 6th Edition p. 222, McGraw-Hill, 1968.
- 13) Hanks, R.W.: The Laminar-Turbulent Transition for Fluid in Pipes, Concentric Annuli, and Parallel Plates, A.I.Ch.E. Journal, Vol. 9, No. 1, p. 45, 1963.
- 14) Hanks, R.W.: The Laminar-Turbulent Transition for Fluid with a Yield Stress, A.I.Ch.E. Journal, Vol. 9, No. 3, p. 306, 1963.

(1978.6.13・受付)