

生存確率を考慮したコンクリートの 圧縮疲労強度に関する研究

A STUDY ON COMPRESSIVE FATIGUE STRENGTH OF CONCRETE CONSIDERED SURVIVAL PROBABILITY

松下博通*・徳光善治**

By Hiromichi MATSUSHITA and Yoshiharu TOKUMITSU

1. ま え が き

コンクリートは、静的強度以下の荷重であっても、繰返し荷重を受けることによって破壊に至る。この現象を疲労あるいは疲労破壊とよぶが、種々のコンクリート構造物、とりわけ列車や自動車などの運行荷重を受ける橋梁、鉄道のスラブやコンクリートまくらぎなどの設計においては重要な要素となる。

コンクリートの疲労性状は、繰返し荷重の作用方法が変化に富み、また、疲労試験に長時間を要することやその結果が大きくばらつくなどの簡単に解決できない複雑な要因をもつため、過去の多くの研究者によるコンクリートの疲労に関する報告も、それぞれの実験に關しての解析にとどまっていることが多く、まだ的確に把握されているとはいえない。

そこで、本研究では、 10^3 回以上の繰返しで破壊する高サイクル疲労について、既往のコンクリートの圧縮疲労に関する研究結果をも含めて、コンクリートの疲労破壊を確率を考慮してとらえることにし、特にその基礎となる一定繰返し圧縮応力を受けるコンクリートの疲労強度について調べたものである。

すなわち、各種の材料について、疲労破壊過程を確率をふまえて取扱い、その寿命分布を調べた既往の研究概要について述べ、コンクリートの疲労寿命分布がこれらの寿命分布のどれに適合するかを検討し、疲労強度と静的強度の関係および繰返し応力の最小応力と最大応力と疲労寿命の関係 ($S-N$ 曲線) を求め、さらに疲労寿命のばらつきを考慮して、生存確率 $p(N)$ による $S-N$ 曲線の変化 ($S-N-p(N)$ 曲線) を提案した。

2. 統計的処理に関する既往の研究と疲労寿命分布

同一試験条件下であっても、その疲労寿命の測定結果が大きくばらつくことは、過去多くの研究者によって指摘されていることであるが、その寿命分布がどのような理論分布に近似するのか、あるいはその寿命の平均値やばらつきの大きさをどの程度見込めばよいかの検討は、繰返し荷重を受ける構造物の安全性を考えるとときに必要不可欠な問題である。この疲労寿命の測定結果のばらつきは、もともと疲労破壊過程から定まってくるものであり、まず疲労破壊過程を明らかにしなければならないが、疲労に関する研究が古くから行われている金属材料においても、その破壊過程にはいくつかの議論があり¹⁾、実用的には、疲労寿命分布を指数分布、対数正規分布あるいは Weibull 分布にあてはめて解析されているのが現状である。したがって、ここでは種々の材料の疲労に関する既往の研究者の統計理論を簡単に述べる。

Freudenthal²⁾ は、金属材料において、疲労破壊に至る過程が試験片の弱点部あるいは高度にひずみを受けたきわめて小さい領域の外部負荷条件の挙動に依存し、一定繰返し応力下の試験であっても外部負荷条件は統計的に変動するものとして、疲労寿命が対数正規分布することを導いている。コンクリートにおいても、阪田ら³⁾ は疲労寿命分布を対数正規分布として取扱ってよいことを報告している。

横堀⁴⁾ は、金属材料の疲労破壊の場合、ある応力繰返し数 N_c (潜在繰返し数) 以後の破壊の発生が確率過程の問題であるとして、 N_c 以後の任意の繰返し数 N において破壊が発生する確率 $\mu(N)$ を近似的に一定とすることにより、疲労寿命分布が指数分布 (1 次ポアソン分布) に従うことを導いている。

* 正会員 工修 九州大学講師 工学部土木工学教室

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学教室

Weibull⁹⁾ および Freudenthal と Gumbel¹⁰⁾ は、母集団における疲労寿命分布は対数正規分布などの確率分布をすとしても、実際の疲労試験において破壊する試験片は、対数正規分布する母集団から抽出した十分大きな試料中の最弱のものであるとして、極小値の確率論を適用し、最小値の分布いわゆる Weibull 分布を導いている。

McCall¹¹⁾ は、無筋コンクリートの曲げ試験結果より、生存確率 $p(N)$ が $N=1, N \rightarrow \infty$ に対し、 $p(N)=1$ および $p(N) \rightarrow 0$ となり、あるいは繰返し応力比 $S=0, S \rightarrow 100\%$ に対して、 $p(N)=1$ および $p(N) \rightarrow 0$ となるような独自の数学的モデルを提案している。

また、西松ら¹²⁾ は、岩石の疲労寿命分布が金属の場合のように、指数分布に従わないことを確かめた後、疲労破壊機構として、岩石の組成鉱物粒子の粒内破壊と粒間破壊の二つの機構を考え、巨視的な疲労破壊に対する生存確率は、その二つの 1 次ポアソン過程の和で表現できるとしている。

以上述べたように、各種材料の疲労寿命分布としていくつもの理論分布が報告されているが、コンクリートの疲労試験結果をこれらの分布理論にあてはめて適合性を検討するとき、本試験のように少ない標本数であれば、各測定疲労寿命 N までに破壊しない確率、生存確率、を求めることが必要となる。これに対して、順序統計量の理論⁹⁾を適用する。順序統計量の理論によれば、同一条件で試験された総数 n 個の試験供試体の疲労寿命のうち寿命の小さい方から数えて r 番目の測定値 N_r が出現する確率（これは、疲労寿命 N_r が寿命の小さい方から数えて r 番目になる確率、あるいは疲労寿命 N_r での破壊確率といえる）の期待値 $p_f(N_r)$ は、

$$p_f(N_r) = \frac{r}{n+1} \dots\dots\dots (1)$$

であらわされる。したがって、生存確率の期待値 $p(N_r)$ は、

$$p(N_r) = 1 - \frac{r}{n+1} \dots\dots\dots (2)$$

であらわされる。

また、繰返し回数が規定回数 N_x (一般に $N_x=2 \times 10^6$ 回が用いられる) に達しても破壊しない供試体がある場合、すなわち途中で試験を打ち切ったデータが含まれる場合には、その打ち切りデータの処理が問題となる。浜田ら¹³⁾ は、この途中打ち切りデータを含む場合の順序統計量に対して合理的解釈を与えて、 $p(N_r)$ を推定する方法を示している。すなわち、 n 個の供試体のうち、 m 個が規定回数 N_x までに破壊しなかった場合、 $n+1$ 個の供試体が試験に供されたとして、規定回数 N_x で $n-m+1$ 番目の供試体が破壊したとみなし、寿命の小さい方から数えて r 番目の測定値 N_r での生存確率の期

待値 $p(N_r)$ は次式で求まるとしている。

$$p(N_r) = 1 - \frac{r}{n+2} \dots\dots\dots (3)$$

以上述べた手法を用いて、本研究では疲労試験結果の解析を行った。

3. 実験概要

(1) 使用材料, 供試体

セメントは、普通ポルトランドセメント (比重 3.16, JIS R 5201 による圧縮強度は材令 3, 7 および 28 日についてそれぞれ 134, 231, 416 kg/cm²) を、細骨材には佐賀県唐津市松浦川河口砂 (表乾比重 2.56, 吸水率 1.8%, 粗粒率 2.45) を、粗骨材には福岡県粕屋郡久山産出の角閃岩砕石 2005 (表乾比重 2.95, 吸水率 0.8%, 20~10 mm : 10~5 mm = 6 : 4 の混合) を使用した。コンクリートの配合は表-1 に示す 3 とおりの配合を用い、供試体は $\phi 7.5 \times 15$ cm 円柱供試体とした。

表-1 コンクリートの配合

| 配合番号 | スランブの範囲 (cm) | 粗骨材最大寸法 (mm) | W/C (%) | s/a (%) | 単位量 (kg/m ³) | | | |
|------|--------------|--------------|---------|---------|--------------------------|-----|-----|-------|
| | | | | | W | C | S | G |
| I | 4±1 | 20 | 70 | 44 | 180 | 257 | 832 | 1 218 |
| II | 4±1 | 20 | 63 | 45 | 189 | 300 | 824 | 1 162 |
| III | 4±1 | 20 | 78 | 44 | 190 | 244 | 845 | 1 192 |

コンクリートは、可傾式ミキサーにより全材料投入後 3 分間練りませ、 $\phi 7.5 \times 15$ cm 型枠に 2 層に分けて各層 6 回づつ突き棒で突き、テーブルバイブレーターで締め固めた。打設 24 時間後に、セメントペーストによるキャッピングを施し、48 時間後に脱型、以後標準養生室 (温度 $20 \pm 1^\circ\text{C}$, 湿度 95% 以上) に保存した。コンクリートの打設は 13 回に分けて実施し、各打設ごとの供試体群を 1 グループとして、各グループごとに任意に抽出した供試体により静的圧縮強度試験を行い、残りの供試体を疲労試験に供した。

試験時のコンクリート材令は長期材令を原則とした。これは疲労試験が長期間を必要とするため、試験期間中のセメントの水和反応による供試体間の強度差の影響を小さくするためである。また、Price¹⁴⁾ によっても報告されているように、コンクリートの乾湿程度の静的強度に及ぼす影響が大きいことを考慮して、疲労試験開始 14 日前に供試体を標準養生室から取り出し、普通室内に放置し、できうる限り一定の気乾状態に保てるようにして試験に供した。

(2) 試験方法

疲労試験に先立ち、各グループから任意に抽出した

5~26本の供試体により、静的圧縮強度を求めた。試験はJIS A 1108に準じて荷重速度を2~3 kg/cm²/secとし、オルゼン50t万能試験機により実施し、最大荷重はロードセルによりチェックした。疲労試験機は森製作所製(容量10t)で、繰返し荷重は300回/分の正弦変化荷重であり、供試体載荷部のアタッチメントは、偏心圧縮が加わらないようにヒンジ構造となっている。繰返し応力の大きさは、その最小応力の大きさを静的圧縮強度の2, 5, 8, 30, 60%のいずれかに固定し、最大応力は試験供試体が疲労破壊に至るような静的圧縮強度の60~90%とした。その試験条件を表-2に示す。

表-2 試験条件および静的圧縮強度

| グループ | 配合番号 | 試験開始 材令 (月) | 供試体本数 | | 静的圧縮強度 | | 繰返し 応力比 (%) | 繰返し 応力 (kg/cm ²) |
|------|------|-------------------|-----------------|------------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|------------------------------------|
| | | | 静的 試験 (本) | 疲労 試験 (本) | 平均値 (kg/cm ²) | 変動 係数 (%) | | |
| A | I | 13 | 26 | 46 | 297 | 5.4 | 8~75 | 24~223 |
| B | II | 17 | 5 | 6 | 318 | 2.5 | 8~80 | 25~254 |
| C | II | 1週 | 6 | 8 | 193 | 4.1 | 8~80 | 15~154 |
| D | I | 18 | 6 | 14 | 301 | 6.6 | 8~80 | 24~241 |
| E | III | 16 | 5 | 6 | 164 | 3.7 | 8~80 | 13~131 |
| F | I | 20 | 10 | 20 | 280 | 6.4 | 8~85 | 22~238 |
| G | I | 8 | 10 | 7 4 5 5 | 301 | 5.6 | 2~64 2~68 2~73 2~80 | 6~193 6~205 6~220 6~241 |
| H | I | 13 | 5 | 5 5 | 292 | 1.7 | 5~70 5~77 | 15~204 15~225 |
| I | I | 2 | 5 | 5 | 285 | 5.3 | 30~77 | 86~219 |
| J | II | 2 | 6 | 4 | 265 | 1.9 | 30~84 | 80~223 |
| K | III | 2 | 5 | 6 | 192 | 3.6 | 30~84 | 58~161 |
| L | I | 13 | 6 | 10 | 281 | 4.3 | 30~88 | 84~247 |
| M | III | 5 | 6 | 10 | 186 | 5.4 | 60~90 | 112~167 |

ここで、最小応力比を2~60%と変化させたのは、従来のコンクリートの疲労試験においては、Graf¹²⁾による圧縮疲労およびKesler¹³⁾による曲げ疲労に関する研究を除いて、最小応力の大きさを考慮せずに論じられていたが、金属材料では最小応力の影響も考慮した疲労強度が論じられており¹⁴⁾、コンクリートの疲労においても当然このようなことがあると推定されたからである。

繰返し応力の大きさを所定の応力にする手順は、まず最小応力を所定の大きさにあわせ、次に荷重を繰返ししながら最大応力を所定の大きさにする方法とし、それらの大きさはすべてロードセルによってチェックした。

4. 実験結果および考察

(1) 疲労寿命分布

同一条件下の疲労寿命のばらつきが、どのような理論

表-3 グループ A の疲労試験結果

| r | N _r | p(N _r) (%) | r | N _r | p(N _r) (%) |
|----|----------------|---------------------------|----|----------------|---------------------------|
| 1 | 780 | 97.9 | 24 | 93 000 | 48.9 |
| 2 | 1 000 | 95.7 | 25 | 104 700 | 46.8 |
| 3 | 1 020 | 93.6 | 26 | 178 200 | 44.7 |
| 4 | 1 360 | 91.5 | 27 | 185 700 | 42.6 |
| 5 | 2 770 | 89.4 | 28 | 208 100 | 40.4 |
| 6 | 4 120 | 87.2 | 29 | 239 500 | 38.3 |
| 7 | 4 770 | 85.1 | 30 | 293 000 | 36.1 |
| 8 | 5 120 | 83.0 | 31 | 388 400 | 34.0 |
| 9 | 5 580 | 80.9 | 32 | 403 500 | 31.9 |
| 10 | 5 910 | 78.7 | 33 | 419 000 | 29.8 |
| 11 | 5 990 | 76.6 | 34 | 423 760 | 27.7 |
| 12 | 8 380 | 74.5 | 35 | 427 830 | 25.5 |
| 13 | 11 000 | 72.3 | 36 | 564 690 | 23.4 |
| 14 | 13 450 | 70.2 | 37 | 585 860 | 21.3 |
| 15 | 14 700 | 68.1 | 38 | 730 810 | 19.1 |
| 16 | 16 850 | 66.0 | 39 | 762 280 | 17.0 |
| 17 | 18 050 | 63.8 | 40 | 877 000 | 14.9 |
| 18 | 25 000 | 61.7 | 41 | 877 000 | 12.8 |
| 19 | 29 500 | 59.6 | 42 | 968 150 | 10.6 |
| 20 | 34 260 | 57.4 | 43 | 1 160 000 | 8.5 |
| 21 | 35 200 | 55.3 | 44 | 1 990 000 | 6.4 |
| 22 | 68 910 | 53.2 | 45 | 1 998 000 | 4.3 |
| 23 | 80 150 | 51.1 | 46 | 5 980 000 | 2.1 |

分布で表現できるかをグループ A の結果を用いて検討した。表-3にグループ A の寿命測定結果ならびに式(2)によるp(N_r)の計算結果を示す。表-3にみられるように、疲労寿命は大きくばらついており、疲労強度はこの寿命のばらつきを考慮せずには論じられないことがうかがえる。

表-3の寿命分布を対数正規分布、Weibull分布およびMcCall分布の理論分布にあてはめた結果およびその回帰式を図-1~3に示しているが、これら3種の理論分布はいずれも測定寿命分布との適合度が高いものである。すなわち、3種の理論分布は、分布関数による適合度の検定方法として、ω²検定をWoldの改良ω²¹⁵⁾を用いて実施した結果、いずれも適合するとの結果を得たものである¹⁶⁾。よって、コンクリートの圧縮疲労寿命分布は、対数正規分布、Weibull分布およびMcCall分布

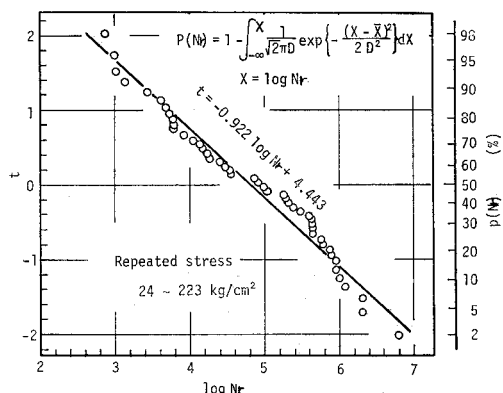


図-1 対数正規分布へのあてはめ、グループ A

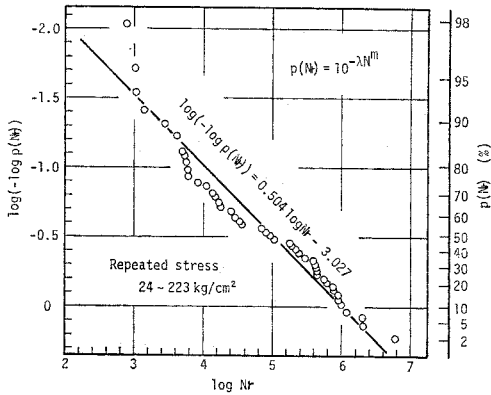


図-2 Weibull 分布へのあてはめ，グループ A

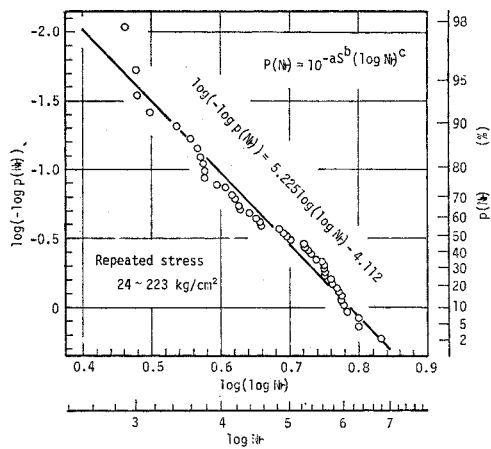


図-3 McCall 分布へのあてはめ，グループ A

のいずれを仮定してもさしつかえないことになる。この3種のうちもっとも適合度の高いものを選定するには、さらに多くの試料による実験が必要であろうが、Weibull¹⁷⁾によると、これら分布の適合判定を明らかにするには1万本以上が必要であろうと述べており、事実上不可能に近い。したがって、本報告では、実用的な疲労寿命分布としては、疲労試験のS-N曲線がNの対数によって表わされることが多いことから、対数正規分布を用いることにする。

疲労寿命分布が対数正規分布するとき、その回帰式は次式で示される。

$$t = A \log N_r + B \dots \dots \dots (4)$$

ここで、

t：正規分布曲線の対称軸からの距離で、 $p(N_r)$ の値より正規分布表を用いて求められる。

A, B：実験から求まる定数

いま、 $t=0$ のとき、生存確率 $p(N_r)$ は50%となり、そのときの $\log N_r$ の値を平均値とすると、平均値 $\log \bar{N}$ は、

$$\log \bar{N} = -\frac{B}{A} \dots \dots \dots (5)$$

であらわされる。また、ばらつきの大ききの指標として、 $\log N_r$ の標準偏差 $D(\log N_r)$ を用いるなら、

$$D(\log N) = \frac{1}{A} \dots \dots \dots (6)$$

とあらわされる。

(2) コンクリートの配合および試験時材令と疲労強度

従来コンクリートの圧縮疲労強度に関する報告を見ると、その疲労強度は、静的強度に対する比として表現されることが多い。

コンクリートの疲労破壊機構は、静的破壊機構とその様相は少し異なるとはいえ、内部微細ひびわれの発生伝播の過程であることは論をまたない。ここで、コンクリートを構成するマトリックス部分の強度を変化させた場合、すなわちコンクリートの配合や試験時材令を変化させた場合、その疲労強度が静的強度に対して一定の比で表現できるならば、そして、その疲労強度のばらつきがコンクリートの配合や試験時材令に影響されないならば、コンクリートの静的強度に影響する要因は、そのまま同程度に疲労強度に影響すると考えてよいであろう。

グループB～Eは、表-2に示したようにコンクリートの配合および試験時材令を変化させた供試体に、一定の繰返し応力比でもって疲労試験を行ったものである。表-4に試験結果および式(2)により求めた $p(N_r)$ を、また、図-4にその結果を、横軸に $\log N_r$ をとった正規確率紙上にプロットしたものを示す。また、グループ別に、疲労寿命分布を対数正規分布とみなしたときの回帰直線式、 $\log \bar{N}$ 、 $D(\log N)$ を

表-4 グループ B, C, D, E の疲労試験結果

| グループ | r | N_r | $p(N_r)$ (%) |
|------|---|---------|--------------|
| B | 1 | 170 | 85.7 |
| | 2 | 2 990 | 71.4 |
| | 3 | 3 510 | 57.1 |
| | 4 | 3 530 | 42.9 |
| | 5 | 4 880 | 28.6 |
| C | 6 | 8 470 | 14.3 |
| | 1 | 580 | 88.9 |
| | 2 | 1 340 | 77.8 |
| | 3 | 2 090 | 66.7 |
| | 4 | 3 730 | 55.6 |
| D | 5 | 4 120 | 44.4 |
| | 6 | 4 530 | 33.3 |
| | 7 | 4 470 | 22.2 |
| | 8 | 17 490 | 11.1 |
| | E | 1 | 260 |
| 2 | | 440 | 86.7 |
| 3 | | 600 | 80.0 |
| 4 | | 780 | 73.3 |
| 5 | | 870 | 66.7 |
| 6 | | 1 700 | 60.0 |
| 7 | | 2 000 | 53.3 |
| 8 | | 3 200 | 46.7 |
| 9 | | 4 700 | 40.0 |
| 10 | | 6 150 | 33.3 |
| 11 | | 12 500 | 26.7 |
| 12 | | 23 800 | 20.0 |
| 13 | | 84 200 | 13.3 |
| 14 | | 107 340 | 6.7 |
| E | 1 | 460 | 85.7 |
| | 2 | 2 000 | 71.4 |
| | 3 | 2 430 | 57.1 |
| | 4 | 2 940 | 42.9 |
| | 5 | 58 350 | 28.6 |
| | 6 | 113 730 | 14.3 |

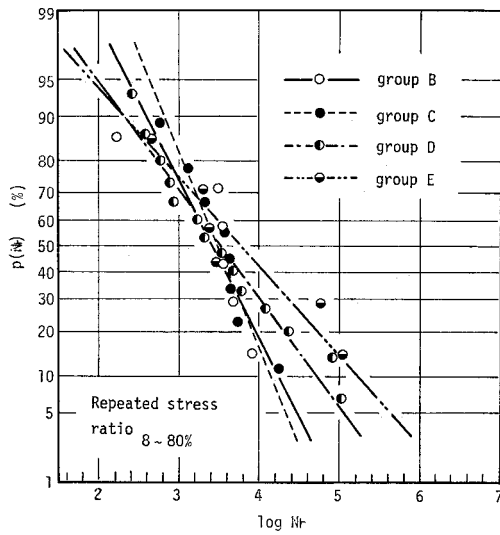


図-4 グループ B, C, D, E の p-N 線図

表-5 グループ B, C, D, E の対数正規分布による回帰直線式, log N および D(log N)

| グループ | 回帰直線式 | log N | D(log N) |
|------|-------------------------------|-------|----------|
| B | $t = -1.550 \log N_r + 5.279$ | 3.41 | 0.65 |
| C | $t = -1.883 \log N_r + 6.599$ | 3.50 | 0.53 |
| D | $t = -1.065 \log N_r + 3.773$ | 3.54 | 0.94 |
| E | $t = -0.879 \log N_r + 3.317$ | 3.78 | 1.14 |

表-6 グループ B, C, D, E の分散分析結果

| | 平方和 | 自由度 | 不偏分散 | 分散化 |
|----|--------|-----|-------|-------------------------------------|
| 群間 | 0.448 | 3 | 0.149 | $F_0 = \frac{0.149}{0.545} = 0.274$ |
| 群内 | 16.353 | 30 | 0.545 | |
| 全体 | 16.801 | 33 | — | $F_{30}^3(0.05) = 2.92$ |

表-5 に示す。これらの結果より各グループとよく近似した分布をしていることがうかがえる。

そこで、同一繰返し応力比をうける各グループ相互間でのグループ内変動は等しいとして*、疲労寿命の対数の平均値に有意差があるか否かを分散分析によって検定した。その結果を表-6 に示すが、危険率5%で有意差は認められない。このことは、コンクリートの疲労寿命は、コンクリートの配合や試験時材令に影響されず、換言すれば、コンクリートの疲労強度が静的強度に対する強度比によって表現できることを示すものと考えられる。

(3) S-N 曲線

各グループの疲労試験結果を表-7 に示す。(2) で述

* 参考のため、同一繰返し応力比を受ける各グループの分散に有意差があるかどうかを F 分布によって検定してみた。その結果、同一繰返し応力比であるならば、その分散には危険率5%で有意差は認められなかった¹⁹⁾。しかし、供試体本数が少ないため、第2種の誤りの危険性があるためここでは取り上げない。

表-7 疲労試験結果 (グループ A の結果は表-3 に示す)

| S (%) | r | N _r | p(N _r) | S (%) | r | N _r | p(N _r) | |
|-------|------|----------------|--------------------|-------|------------|----------------|--------------------|------|
| 2~64 | 1 | 51 800 | 88.9 | 5~77 | 1 | 4 460 | 83.3 | |
| | 2 | 385 000 | 77.8 | | 2 | 13 040 | 66.7 | |
| | 3 | 1 080 000 | 66.7 | | 3 | 15 200 | 50.0 | |
| | 4 | 2 000 000→ | | | 4 | 19 720 | 33.3 | |
| | 5 | 2 000 000→ | | | 5 | 192 600 | 16.7 | |
| | 6 | 2 000 000→ | | | | | | |
| | 7 | 2 000 000→ | | | | | | |
| 2~68 | 1 | 35 750 | 83.3 | | 1 | 50 | 95.2 | |
| | 2 | 474 500 | 66.7 | | 2 | 60 | 90.5 | |
| | 3 | 899 000 | 50.0 | | 3 | 130 | 85.7 | |
| | 4 | 2 000 000→ | | | 4 | 150 | 81.0 | |
| 2~73 | 1 | 12 200 | 83.3 | 8~85 | 5 | 150 | 76.2 | |
| | 2 | 46 400 | 66.7 | | 6 | 200 | 71.4 | |
| | 3 | 71 300 | 50.0 | | 7 | 450 | 66.7 | |
| | 4 | 246 000 | 33.3 | | 8 | 470 | 61.9 | |
| | 5 | 300 000 | 16.7 | | 9 | 580 | 57.1 | |
| 2~80 | 1 | 990 | 83.3 | | 10 | 600 | 52.4 | |
| | 2 | 1 670 | 66.7 | | 11 | 1 190 | 47.6 | |
| | 3 | 4 580 | 50.0 | | 12 | 1 650 | 42.9 | |
| | 4 | 7 940 | 33.3 | | 13 | 2 100 | 38.1 | |
| | 5 | 34 200 | 16.7 | | 14 | 2 400 | 33.3 | |
| 8~80 | 1 | 170 | 97.1 | | 15 | 3 300 | 28.6 | |
| | 2 | 260 | 94.3 | | 16 | 3 990 | 23.8 | |
| | 3 | 440 | 91.4 | 17 | 4 920 | 19.0 | | |
| | 4 | 460 | 88.6 | 18 | 6 100 | 14.3 | | |
| | 5 | 580 | 85.7 | 19 | 7 230 | 9.5 | | |
| | 6 | 600 | 82.9 | 20 | 7 650 | 4.8 | | |
| | 7 | 780 | 80.0 | | | | | |
| | 8 | 870 | 77.1 | 1 | 99 800 | 85.7 | | |
| | 9 | 1 340 | 74.3 | 2 | 133 000 | 71.4 | | |
| | 10 | 1 700 | 71.4 | 3 | 319 000 | 57.1 | | |
| 8~80 | 11 | 2 000 | 68.6 | 4 | 2 000 000→ | | | |
| | 12 | 2 000 | 65.7 | 5 | 2 000 000→ | | | |
| | 13 | 2 090 | 62.9 | | | | | |
| | 14 | 2 430 | 60.0 | 1 | 1 100 | 90.9 | | |
| | 15 | 2 940 | 57.1 | 2 | 1 620 | 81.8 | | |
| | 16 | 2 990 | 54.3 | 3 | 2 120 | 72.7 | | |
| | 17 | 3 200 | 51.4 | 4 | 6 100 | 63.6 | | |
| | 18 | 3 510 | 48.6 | 5 | 9 740 | 54.5 | | |
| | 19 | 3 530 | 45.7 | 6 | 16 500 | 45.5 | | |
| | 20 | 3 730 | 42.9 | 7 | 19 600 | 36.4 | | |
| 8~80 | 21 | 4 120 | 40.0 | 8 | 28 300 | 27.3 | | |
| | 22 | 4 530 | 37.1 | 9 | 247 200 | 18.2 | | |
| | 23 | 4 700 | 34.3 | 10 | 421 840 | 9.1 | | |
| | 24 | 4 880 | 31.4 | | | | | |
| | 25 | 5 470 | 28.6 | 1 | 680 | 90.9 | | |
| | 26 | 6 150 | 25.7 | 2 | 1 120 | 81.8 | | |
| | 27 | 8 470 | 22.9 | 3 | 1 520 | 72.7 | | |
| | 28 | 12 500 | 20.0 | 4 | 1 670 | 63.6 | | |
| | 29 | 17 490 | 17.1 | 5 | 2 600 | 54.5 | | |
| | 30 | 23 800 | 14.3 | 6 | 2 900 | 45.5 | | |
| 8~80 | 31 | 58 350 | 11.4 | 7 | 2 980 | 36.4 | | |
| | 32 | 84 200 | 8.6 | 8 | 14 100 | 27.3 | | |
| | 33 | 107 340 | 5.7 | 9 | 48 350 | 18.2 | | |
| | 34 | 113 730 | 2.9 | 10 | 93 000 | 9.1 | | |
| | 5~70 | 1 | 44 700 | 83.3 | 60~90 | 1 | 1 600 | 90.9 |
| | | 2 | 85 200 | 66.7 | | 2 | 1 750 | 81.8 |
| | | 3 | 243 200 | 50.0 | | 3 | 2 920 | 72.7 |
| | | 4 | 1 375 800 | 33.3 | | 4 | 4 370 | 63.6 |
| | | 5 | 1 909 500 | 16.7 | | 5 | 20 350 | 54.5 |
| | | | | | | 6 | 42 630 | 45.5 |
| | | | | 7 | | 74 900 | 36.4 | |
| | | | | 8 | | 212 860 | 27.3 | |
| | | | | 9 | | 492 420 | 18.2 | |
| | | | | 10 | | 772 040 | 9.1 | |

→ : 200 万回破壊せず

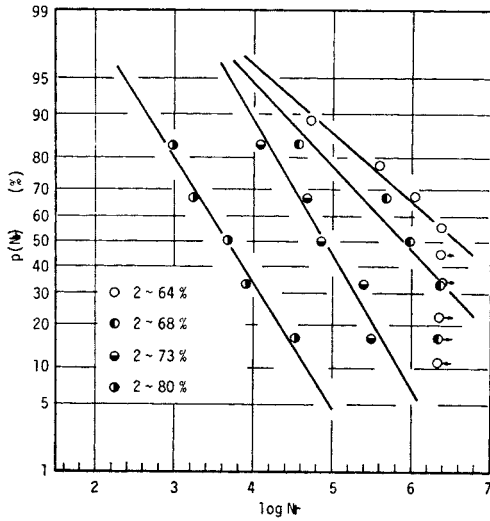


図-5 最小応力比 2% のときの $p-N$ 線図

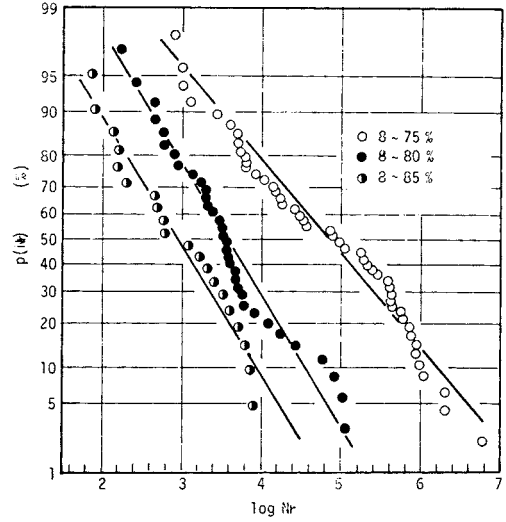


図-7 最小応力比 8% のときの $p-N$ 線図

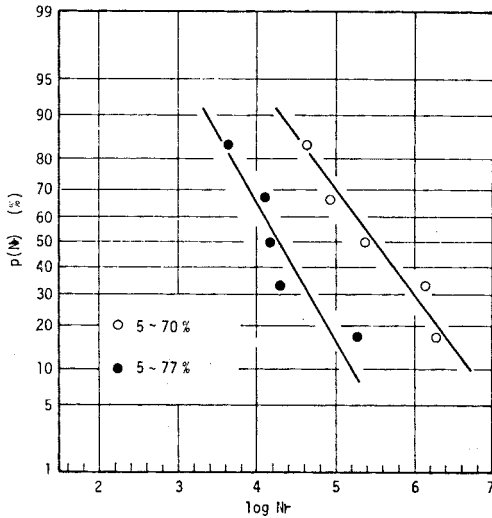


図-6 最小応力比 5% のときの $p-N$ 線図

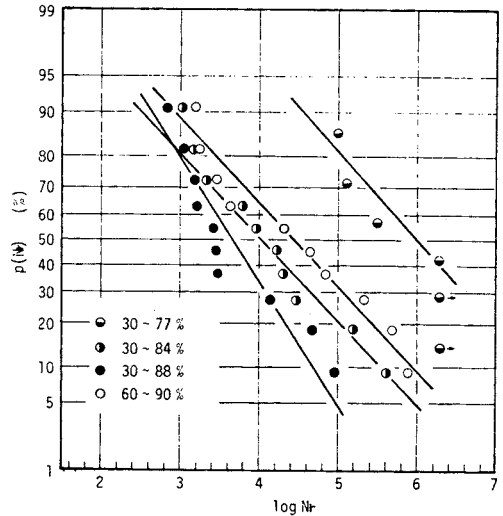


図-8 最小応力比 30% および 60% のときの $p-N$ 線図

べたように、同一繰返し応力比を受けたグループは、同一母集団から抽出した標本と考えるとよいことから、一括して整理し示している。図-5~8 は、各繰返し応力比における疲労寿命 N の分布から式 (2) あるいは式 (3) より $p(N_r)$ を求め、 $p(N_r)$ と $\log N_r$ の関係を正規確率紙上にプロットしたものである。いずれの場合でもほぼ直線で近似することができ、(1) で述べたコンクリートの疲労寿命が対数正規分布に従うことが再確認された。表-8 に各応力比ごとに最小二乗法で求めた回帰直線式、ならびに式 (5)、(6) により求めた平均疲労寿命 $\log \bar{N}$ および標準偏差 $D(\log N)$ を示した。

平均疲労寿命は、表-8 に示されるように、繰返し応力の最大応力比 S_1 と最小応力比 S_2 のいずれにも影響される (S_1 および S_2 は、それぞれ繰返し応力の最大、

表-8 各グループの対数正規分布による回帰直線式、 $\log \bar{N}$ および $D(\log N)$

| 繰返し応力比 (%) | 回帰直線式 | $\log \bar{N}$ | $D(\log N)$ |
|------------|-----------------------------|----------------|-------------|
| 2~64 | $t = -0.676 \log N + 4.459$ | 6.60 | 1.48 |
| 2~68 | $t = -0.826 \log N + 4.884$ | 5.91 | 1.21 |
| 2~73 | $t = -1.351 \log N + 6.622$ | 4.90 | 0.74 |
| 2~80 | $t = -1.266 \log N + 4.633$ | 3.66 | 0.79 |
| 5~70 | $t = -1.075 \log N + 5.892$ | 5.48 | 0.93 |
| 5~77 | $t = -1.370 \log N + 5.890$ | 4.30 | 0.73 |
| 8~75 | $t = -0.922 \log N + 4.443$ | 4.82 | 1.08 |
| 8~80 | $t = -1.316 \log N + 4.671$ | 3.55 | 0.76 |
| 8~85 | $t = -1.282 \log N + 3.744$ | 2.92 | 0.78 |
| 30~77 | $t = -1.000 \log N + 5.890$ | 5.89 | 1.00 |
| 30~84 | $t = -0.990 \log N + 4.089$ | 4.13 | 1.01 |
| 30~88 | $t = -1.235 \log N + 4.494$ | 3.64 | 0.81 |
| 60~90 | $t = -0.840 \log N + 3.723$ | 4.43 | 1.19 |

最小応力の静的圧縮強度に対する応力比)。すなわち、 S_2 が一定の場合には S_1 が大きいほど平均疲労寿命は小さくなるが、 S_1 が一定の場合には S_2 が大きいほど平均疲労寿命は大きくなる。このことは、疲労寿命が応力振幅に大きく依存することを示すものであり、疲労現象が応力の繰返しに起因するものであることを示している。

図-9 に S_2 ごとに S_1 を縦軸に、平均疲労寿命 $\log N$ を横軸にとった S_1-N 曲線を示すが、いずれも直線関係が認められ、また、 S_1-N 曲線は S_2 によって大きく異なっている。最小二乗法により S_1-N 曲線を求め、 N 回疲労強度 S_{1N} (繰返し回数 N までに破壊しない S_1 の限界値) の推定値とともに表-9 に示す。

ここで、本試験結果から得られた S_1-N 曲線を他の研究者^{19)~26)}による $S-N$ 曲線と比較してみる。各研究者の

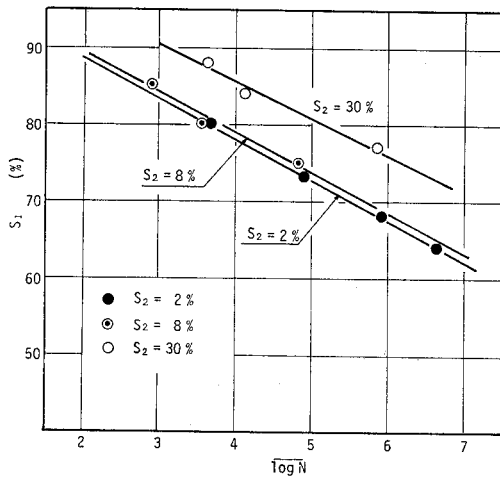


図-9 最小応力比 S_2 が 2, 8 および 30% のときの S_1-N 曲線

表-9 最小繰返し応力比 S_2 が 2, 8 および 30% のときの S_1-N 曲線式と N 回疲労強度

| S_2 (%) | S_1-N 曲線式 | N 回疲労強度 S_{1N} (%) | | |
|--------------|------------------------------|------------------------|---------------------|------------|
| | | $N=10^6$ 回 | $N=2 \times 10^6$ 回 | $N=10^7$ 回 |
| 2 | $\log N = -0.185 S_1 + 18.5$ | 67.6 | 65.9 | 62.2 |
| 8 | $\log N = -0.190 S_1 + 19.0$ | 68.4 | 66.8 | 63.2 |
| 30 | $\log N = -0.210 S_1 + 22.0$ | 76.2 | 74.8 | 71.4 |

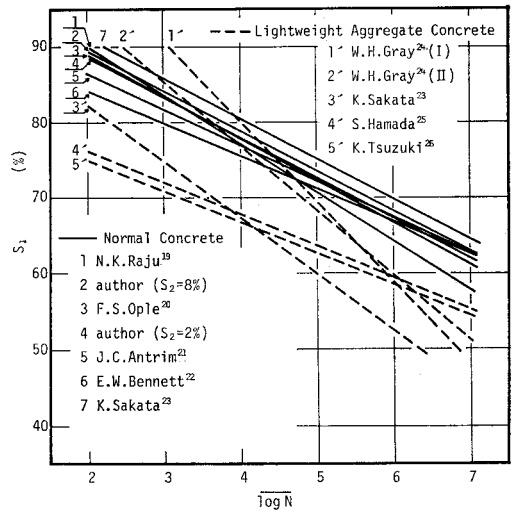


図-10 各研究者の $S-N$ 曲線の比較

実施した疲労試験条件および得られた S_1-N 曲線、 2×10^6 回疲労強度をまとめて表-10 ならびに 図-10 に示している。表-10 に示されているように、他研究者の研究では、繰返し応力の最小応力が小さい、ほぼ片振り疲労試験とよばれる領域で実施されている。よって、筆者の試験結果でも最小応力比 2% と 8% について比較することにした。この結果、本試験結果も含めて、多くの研究者の普通コンクリートの $S-N$ 曲線はよく近似している。すなわち、研究者によりコンクリートの配合や供試体の形状寸法が異なるにもかかわらず、片振り繰返し応力下の $S-N$ 曲線がほぼ同一であることになり、疲労強度が静的強度に対する応力比により表現できることを再確認するとともに、供試体の形状寸法が疲労強度に及ぼす影響もまた静的強度に及ぼす影響と同程度であることを示すものと考えられる。

一方、軽量コンクリートの場合、破線で $S-N$ 曲線を示したが、研究者により曲線が異なっている。軽量コンクリート供試体の疲労破壊後の破断面をみると、軽量骨材が破断しているのに対して、普通コンクリートでは骨材の破断はほとんど観察されない。このことは、軽量コ

表-10 他研究者の試験条件、 $S-N$ 曲線式および 2×10^6 回疲労強度

| | 研究者 | W/C (%) | 供試体形状 | 静的強度 (kg/cm ²) | 標本数 | 繰返し速度 (回/分) | 最小応力比 (%) | $S-N$ 曲線式 | 2×10^6 回 |
|----------|-------------------------------|---------|-------|----------------------------|-----|-------------|-----------|---------------------------|-------------------|
| | | | | | | | | | 疲労強度 (%) |
| 普通コンクリート | N.K. Raju ¹⁹⁾ | 50 | 角柱 | 420 | 31 | 190 | 5 | $\log N = 16.1 - 0.157 S$ | 62.4 |
| | F.S. Ople ²⁰⁾ | 58~67 | 角柱 | 422 | 52 | 500 | 10 | $\log N = 18.2 - 0.182 S$ | 65.4 |
| | J.C. Antrim ²¹⁾ | 61 | 円柱 | 288 | 28 | 1000 | 2 | $\log N = 20.5 - 0.214 S$ | 66.3 |
| | E.W. Bennet ²²⁾ | 35~50 | 角柱 | 400~650 | 45 | 240~480 | 14~22 | $\log N = 21.6 - 0.233 S$ | 65.7 |
| | K. Sakata ²³⁾ | 56 | 円柱 | 233 | 33 | 300 | 8.6 | $\log N = 19.4 - 0.191 S$ | 68.3 |
| 軽量コンクリート | W.H. Gray ²⁴⁾ (I) | — | 円柱 | 440 | 22 | 1000 | 2 | $\log N = 11.7 - 0.096 S$ | 56.3 |
| | W.H. Gray ²⁴⁾ (II) | — | 円柱 | 264 | 25 | 1000 | 3 | $\log N = 13.1 - 0.118 S$ | 58.3 |
| | K. Sakata ²³⁾ | 59 | 円柱 | 250 | 49 | 300 | 8 | $\log N = 13.1 - 0.135 S$ | 50.4 |
| | S. Hamada ²⁵⁾ | 39.3 | 角柱 | 412 | 26 | 500 | 10 | $\log N = 20.3 - 0.240 S$ | 58.6 |
| | K. Tsuzuki ²⁶⁾ | 38.9 | 角柱 | 524 | 18 | 500 | 10 | $\log N = 20.5 - 0.247 S$ | 57.5 |

ンクリートの疲労強度が軽量骨材の強度にも依存するのに対して、普通コンクリートでは骨材の強度が大きいため、マトリックス部の強度のみに依存するためであろう。このため、コンクリートの $S-N$ 曲線は、マトリックス部の強度に比較して骨材強度が十分大きければほぼ一つの直線として表現できるが、軽量骨材のように骨材強度が十分でなければ $S-N$ 曲線は変化することが考えられる。これらのことから、以後の考察は、普通骨材を使用した普通コンクリートのみについて述べる。

(4) 最小応力比を考慮した S_1-N 曲線

繰返し応力の最大応力比 S_1 と平均疲労寿命の関係をもとめた S_1-N 曲線は、筆者の試験結果に示されているように最小応力比 S_2 によって異なり、 S_1 が一定の場合、 S_2 が大きいほど疲労寿命が大きくなることは前述のとおりである。このため、疲労寿命を論ずる場合に最小応力比 S_2 の影響を無視することはできない。

材料の疲労限における S_1 と S_2 の関係を耐久線図とよび、金属材料では、ほとんど疲労限が存在するため耐久線図が求められている。しかしながら、コンクリートの場合、実験的には疲労限の存在が確認されていない。このため、耐久線図を求めるには、繰返し回数 N までに疲労破壊しない最大応力比の限界値 S_{1N} と S_2 の関係すなわち時間耐久線図を求めなければならない。

過去のコンクリートの時間耐久線図に関する研究成果は、Graf¹²⁾ による圧縮疲労の 2×10^6 回疲労強度ならびに Kesler¹³⁾ による曲げ疲労の 10^7 回疲労強度の時間耐久線図の2編が報告されているに過ぎず、O. Graf は修正 Goodman の関係が成立することを示しているが、任意繰返し回数に対する時間耐久線図についてはまだ不明である。そこで、本試験結果で得られた S_1-N 曲線から図-11 示すような時間耐久線図を求めた。図-11 には O. Graf による 2×10^6 回疲労強度についてもプロットしている。これより、 S_2 と S_1 の関係は、いずれの場

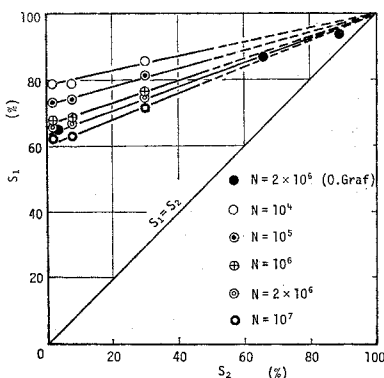


図-11 任意繰返し回数に対する時間耐久線図

合でも直線関係があるとみなしてもよく、任意繰返し回数に対する時間耐久線図にも修正 Goodman の関係が成立すると考えてよい。

以上述べてきたことやコンクリート構造物においては死荷重の占める割合が大きいため、繰返し圧縮応力下のコンクリートの疲労寿命を求めるための $S-N$ 曲線としては、最小応力比 S_2 も含めた最大応力比 S_1 と平均疲労寿命 $\log \bar{N}$ の関係で表示するのが実用的である。この関係式は、すでに述べたように次の条件から求められよう。すなわち、

(i) 最小応力比 S_2 (%) が一定のとき、最大応力比 S_1 (%) と平均疲労寿命 $\log \bar{N}$ は直線関係にある。

$$\log \bar{N} = A(S_2) \cdot (100 - S_1) + B(S_2) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $A, B: S_2$ のみの関数

(ii) $\log \bar{N}$ が一定のとき、 S_2 (%) と N 回疲労強度 S_{1N} (%) の関係は、 $(S_2, S_1) = (100, 100)$ を通る直線関係にある。

$$(100 - S_1) = C(\log \bar{N}) \cdot (100 - S_2) \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $C: \log \bar{N}$ のみの関数

式 (7) および式 (8) より、 S_1 および S_2 と平均疲労寿命 $\log \bar{N}$ の関係は次式であらわされる。

$$\log \bar{N} = K_1 \frac{100 - S_1}{100 - S_2} + K_2 \dots\dots\dots (9)$$

ここで、

S_1, S_2 : 繰返し応力の静的圧縮強度に対する最大応力比、最小応力比 (%)

K_1, K_2 : 繰返し応力比や疲労寿命に独立な実験定数

図-12 に筆者の試験結果および阪田²³⁾、Ople²⁰⁾、Raju¹⁹⁾ らの試験結果をまとめて、 $(100 - S_1)/(100 - S_2)$ と平均疲労寿命 $\log \bar{N}$ の関係をプロットして示す。これらの試験結果は、いずれも同一繰返し応力で5本以上の供試体により求められた $\log \bar{N}$ である。

図-12 にみられるように、筆者の試験結果ならびに他研究者の結果はいずれも $\log \bar{N}$ が $(100 - S_1)/(100 - S_2)$ による一次式によって表現できることを示しており、式 (9) が最小応力比も含めた $S-N$ 曲線式として妥当であることがわかる。筆者の試験結果のみで求めた回帰直線式は、

$$\log \bar{N} = 17.0 \frac{100 - S_1}{100 - S_2} + 0.23 \dots\dots\dots (10)$$

他研究者の試験結果も含めて求めた回帰直線式は、

$$\log \bar{N} = 16.4 \frac{100 - S_1}{100 - S_2} + 0.29 \dots\dots\dots (11)$$

となり、それぞれ 図-12 中に破線および一点鎖線で示しているが、両者にほとんど差異はない。いま、疲労寿命のばらつきが大きいことを考えると、実用的には、定数項を除いた簡便式として次式が提案できよう。

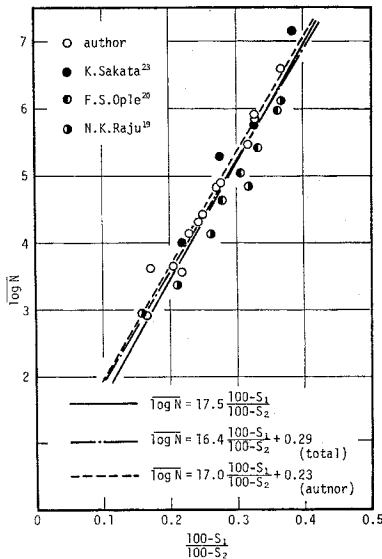


図-12 最小応力比も考慮した繰返し応力比と平均疲労寿命の関係

$$\overline{\log N} = 17.5 \frac{100 - S_1}{100 - S_2} \dots\dots\dots (12)$$

これを図-12 中に実線で示している。

(5) 疲労寿命のばらつき

コンクリートの疲労寿命は、同一試験条件下であっても大きくばらつく。このばらつきの大きさは繰返し応力比の大きさにより異なるため繰返し荷重を受けるコンクリートの許容応力度を定めるには、コンクリートの生存確率 $p(N)$ を大きくとった場合の $S-N$ 曲線を求めて定めるのが妥当である。

しかしながら、疲労寿命のばらつきは、(i) 同一グループ内の供試体の静的圧縮強度のばらつき、(ii) 供試体個々の試験条件、特に疲労試験機の荷重精度、(iii) コンクリートの疲労破壊現象の本質的性質など、複雑な要因に起因するものと考えられ、そのばらつきの大きさについて十分に解明されていない現状である。よって、本試験結果について、疲労寿命のばらつきの大きさの尺度として $D(\log N)$ を用いて、ばらつきの大きさについて検討した。

いま、疲労寿命のばらつきが (i) の静的圧縮強度のばらつきに依存すると考えるとき、静的強度の変動係数 $V(\%)$ と疲労寿命の対数の変動係数 $\eta(\%) = D(\log N) / \overline{\log N}$ の間に相関が認められるはずである。しかし 図-13 に示すように両者の相関度は小さく、疲労寿命のばらつきは静的強度のばらつきのみに依存するものでなく、応力レベルも含めて考察する必要がある。また、(ii) の供試体個々の試験条件の誤差については、2. で述べたように供試体の性質の変動を最小限にするため長期材令

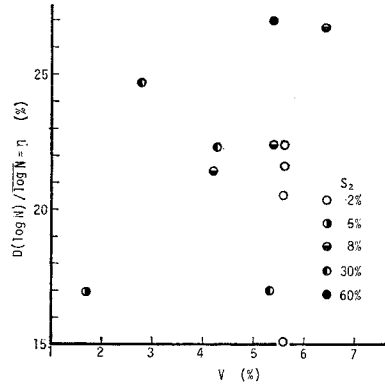


図-13 静的圧縮強度の変動係数 V と疲労寿命の変動係数 η との関係

で試験に供し、しかも気乾状態で2週間以上保存し、また、荷重検定はロードセルを使用して一定になるようにとめたことなどからその影響は小さいと考えられる。

これらのことから、疲労寿命がばらつくのは、疲労破壊特有の性質および静的強度のばらつきに起因するものと考えなくてはならないであろう。金属材料の疲労寿命のばらつきも、一般に疲労特有の性質と考えられており、そのばらつきの大きさ $D(\log N)$ は Weibull⁹⁾ によると繰返し応力に無関係であると報告されているが、Sinclair²⁷⁾ や横堀²⁸⁾ は応力依存性があると報告している。本試験結果では、表-9 に示したように、 S_2 が一定の場合、 S_1 が大きいほど $D(\log N)$ は小さく、 S_1 が一定の場合、 S_2 が大きいほど $D(\log N)$ は大きい傾向にあり、 $D(\log N)$ の応力依存性が予想される。

いま、 $D(\log N)$ が S_1 および S_2 と一次的な関係があるとし、静的圧縮強度に変動がないとした場合の $D(\log N)$ を $D_0(\log N)$ としたとき、 $D_0(\log N)$ は次式の形で表現できる。

$$D_0(\log N) = AS_1 + BS_2 + C \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 A, B, C : 定数、 $A < 0, B > 0$

この式は S_1, S_2 がともに一定であれば寿命のばらつき $D_0(\log N)$ も一定となることを示すが、同一繰返し応力を受けているものでも、実際には供試体個々のわずかな静的強度の変動によって S_1, S_2 は変動しており、これにより $D(\log N)$ も変化することが考えられる。そこで、静的強度のばらつきにより付加される疲労寿命のばらつき $\Delta D(\log N)$ は、式 (13) ならびに $S_1 = \sigma_1 / \sigma_s$ および $S_2 = \sigma_2 / \sigma_s$ より次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \Delta D(\log N) &= \frac{\partial(D_0(\log N))}{\partial \sigma_s} \Delta \sigma_s \\ &= -\frac{\partial}{\partial \sigma_s} (AS_1 + BS_2 + C) \Delta \sigma_s \\ &= -\left(A \frac{\sigma_1}{\sigma_s^2} + B \frac{\sigma_2}{\sigma_s^2} \right) \Delta \sigma_s \end{aligned}$$

$$= -(AS_1 + BS_2) \frac{V}{100} \dots\dots\dots(14)$$

ここで、

σ_s : 静的圧縮強度

$\Delta\sigma_s$: σ_s の変動

V : 静的圧縮強度の変動係数 $= \Delta\sigma_s / \sigma_s (\%)$

したがって、 $D(\log N)$ は、静的圧縮強度のばらつきに起因するものも含めて、次式の形となる。

$$D(\log N) = D_0(\log N) + \Delta D(\log N) \\ = (AS_1 + BS_2) \cdot \left(1 - \frac{V}{100}\right) + C \dots\dots(15)$$

$D(\log N)$ の回帰平面を S_1, S_2 によって表示することの有意性を危険率 1% で分散分析によって検討したが、表-11 に示されるように回帰は高度に有意であった。その重回帰直線を最小二乗法によって求めると、

$$D(\log N) = (-0.0301 S_1 + 0.0137 S_2) \\ \cdot \left(1 - \frac{V}{100}\right) + 3.00 \dots\dots\dots(16)$$

となる。重寄与率 R^2 は 0.71 であり、すなわち S_1, S_2 および V により $D(\log N)$ の変動の 71% 説明できる。よって、疲労寿命のばらつきは、式 (15) で示されるような静的強度の変動も考慮した、繰返し応力比の一次式で表現することが妥当であると考えられる。

表-11 式 (15) による $D(\log N)$ の回帰の分散分析結果

| | 平方和 | 自由度 | 不偏分散 | |
|-------|--------|-----|--------|------------------------------------|
| 回帰による | 0.2375 | 2 | 0.1188 | $F = \frac{0.1188}{0.0119} = 9.98$ |
| 回帰からの | 0.0952 | 8 | 0.0119 | $F_{99}(2, 8) = 8.65$ |
| 計 | 0.3327 | 10 | | |

注：200 万回までにすべての供試体が破壊したグループの $D(\log N)$ を用いて算定した。

5. 生存確率 $p(N)$ による $S-N$ 曲線および耐久線図の変化

一定繰返し応力を受けるコンクリートの平均疲労寿命が式 (12) で、その寿命のばらつきが式 (15) で表現できるならば、生存確率 $p(N)$ による $S-N$ 曲線の変化 ($S-N-p(N)$ 曲線) および耐久線図の変化を求めることができる。

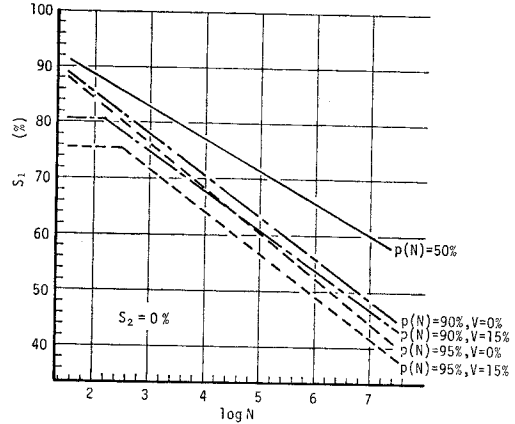
任意の生存確率 $p(N)$ に対する t の値を正規分布表から求め、その値を $t_{p(N)}$ とすれば、 $S-N-p(N)$ 曲線は次式で示される。

$$\log N = \overline{\log N} - t_{p(N)} \cdot D(\log N) \dots\dots\dots(17)$$

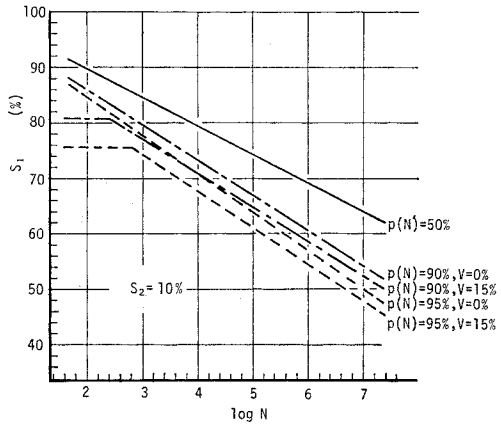
ここで、コンクリートの静的圧縮強度の変動を考慮するとき、疲労は静的圧縮強度以下の繰返し応力について考えればよいことから、生存確率 $p(N)$ に応じて次式が成立する。

$$S_1 \leq 100 - t_{p(N)} \cdot V \dots\dots\dots(18)$$

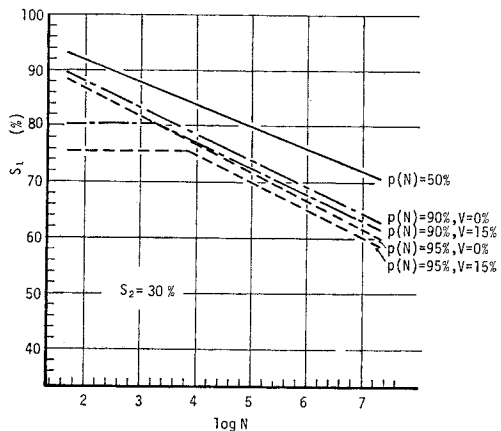
式 (17) および式 (18) より S_2 を一定として、 $S-N-p(N)$ 曲線を描くことができる。いま、 $S_2=0, 10, 30\%$ のそれぞれの場合について、 $V=0, 15\%$ および生存確率 $p(N)=50, 90, 95\%$ としたとき、どのように変化するかを求めて図-14 に示す。また、式 (17), (18) より



(a) 最小応力比 $S_2=0\%$

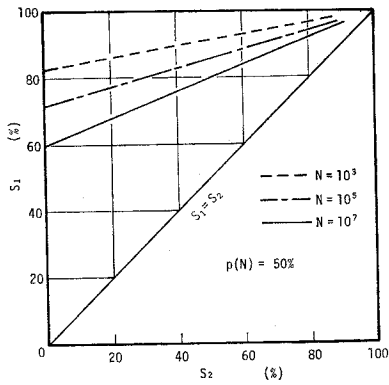


(b) 最小応力比 $S_2=10\%$

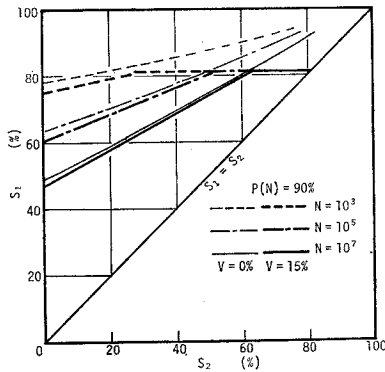


(c) 最小応力比 $S_2=30\%$

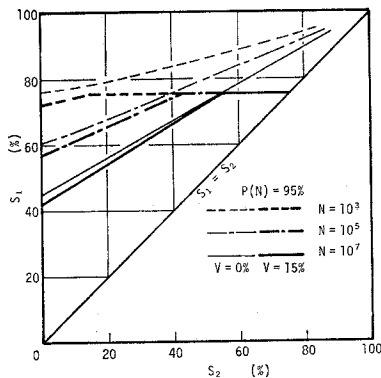
図-14 式 (17), (18) による $S-N-p(N)$ 曲線



(a) 生存確率 $p(N)=50\%$



(b) 生存確率 90%



(c) 生存確率 95%

図-15 式 (17), (18) による時間耐久線図

$N=10^3, 10^5, 10^7$ 回としたときの時間耐久線図を求めて図-15 に示す。

これより、コンクリートの圧縮疲労強度は、片振り繰返し応力下 ($S_2=0\%$) で、 $N=10^7$ 回において $p(N)=50\%$ では 60% となるが、 $p(N)=90\%$ では $V=0$ で 48.7% 、 $V=15\%$ で 46.8% 、また、 $p(N)=95\%$ では $V=0$ で 44.3% 、 $V=15\%$ で 41.8% となる。図中の S_1 一定を示す線は、前述の静的強度のばらつきを考慮した場合に式 (18) より定まる線であり、生存確率が 90

%, 95% と大きくなると、繰返し応力の最小応力比が大きいくほどこの式 (18) より定められる範囲が大きくなる。

一般に、実験室内で入念に作成されたコンクリート供試体の変動係数は 6~7% 以下であるが、実際の現場においては、コンクリートの圧縮強度の変動係数は 15% 前後になると考えられる。このようにコンクリートの静的強度のばらつきが大きく、また、確率論的に (例えば生存確率) そのばらつきを考慮する場合には、たとえ荷重が繰返されるにしても、その最大応力は、疲労強度のみならず静的強度のばらつきの大きさによっても決定されることが推定される。

6. 結 び

本研究は、 10^3 回以上の繰返しで破壊する高サイクル疲労に関して、一定繰返し荷重下のコンクリートの圧縮疲労強度についてのみ論じたものであるが、この範囲で明らかになったことを列挙すると次のとおりである。

(1) 一定繰返し応力を受けるコンクリートの圧縮疲労寿命は大きくばらつき、その分布は対数正規分布、Weibull 分布および McCall が提案した分布のいずれにも適合するが、実用的には、寿命分布を対数正規分布にあてはめて統計的に処理することが簡便で実用的である。

(2) コンクリートの疲労強度は、コンクリートの静的強度に対する比によって表現することができる。すなわち、静的強度が異なるコンクリートであっても、繰返し応力比が一定であれば、疲労寿命に有意差は認められない。

(3) コンクリートの平均疲労寿命は、繰返し応力の最大応力比 S_1 のほかに最小応力比 S_2 の影響を受け、時間疲労強度に対する耐久線図には修正 Goodman の関係が成立する。また、普通コンクリートの平均圧縮疲労寿命 $\log \bar{N}$ は、次式の簡便式によって推定できる。

$$\log \bar{N} = 17.5 \frac{100 - S_1(\%)}{100 - S_2(\%)}$$

(4) 疲労寿命のばらつきの大きさ $D(\log N)$ には応力依存性が認められ、式 (15) で示されたように、繰返し応力比の一次式によってほぼ表現できる。

(5) 普通コンクリートの疲労強度を推定するため、生存確率 $p(N)$ を考慮した $S-N$ 曲線 ($S-N-p(N)$ 曲線) を提案したが、これによると片振り繰返し応力下での 10^7 回疲労強度は、 $p(N)=50\%$ で静的強度の 60% となり従来から報告されている値と大差ない。しかし、 $p(N)=90\%$ とすると、静的強度の変動係数 $V=0$ では静的強度の 48.7% 、さらに $V=15\%$ とすると 46.8

%, また, $p(N)=95\%$, $V=15\%$ では, 静的強度の 41.8% となって順次低下する傾向にある。

繰返し荷重を受けるコンクリートの圧縮疲労強度を明らかにすることを目的として, 円柱供試体による疲労試験を実施し, その結果を統計的に処理し, 他の研究者の試験結果も同時に考察することにより, 生存確率を考慮した疲労強度を明らかにすることを試みた。しかしながら, コンクリートの静的圧縮強度が低強度の領域での試験結果であること, 疲労破壊機構や変形特性についてはなら論じていないこと, 実働荷重に対する疲労寿命の推定方法についてはさらに実験的研究が必要であることなど問題を残している。

なお繰返し荷重によるコンクリートの力学的性質の変化, さらには実働荷重による疲労寿命の算定に関する実験結果については後日報告する。

本研究に対しては昭和 44 年度土木学会吉田研究奨励金を受け, さらに昭和 49 年度には松永研究助成金を受けた。ここに感謝の意を表す。また, 本研究の遂行にあたり, 九州工業大学渡辺明教授には貴重な助言をいただいた。また, 実験に際しては, 九州大学土木工学科土木材料実験室の方々の多くの協力をいただいた。これらの諸氏に厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 横堀武夫：材料強度学, pp. 223~257, 技報堂, 1955.
- 2) Freudenthal, A.M. : Planning and interpretation of fatigue tests, ASTM Special Tech. Publ. No. 121, 1952.
- 3) 阪田憲次・木山英郎・西林新蔵：統計的処理によるコンクリートの疲労寿命に関する研究, 土木学会論文報告集 No. 198, pp. 107~114, 1972.
- 4) 既出 1), pp. 178~183.
- 5) Weibull, W : Fatigue and fracture of metals, Tekn. Tidskr., p. 1059, 1950.
- 6) Freudenthal, A.M. and E.J. Gumbel : On the statistical interpretation of fatigue tests, Proc. Roy. Soc. London, A 216, pp. 309~332, 1953.
- 7) McCall, J.T. : Probability of fatigue failure of plain concrete, Jour. of ACI, Vol. 55, pp. 233~244, 1958.
- 8) 西松裕一・R. Heroesewojo : 岩石の疲労寿命の分布特性と破壊機構, 材料, 第 22 巻第 233 号, pp. 153~158, 1973.
- 9) Gumbel, E.J. (河田竜夫ら訳) : 極値統計学, pp. 45~51, 廣川書店, 1963.
- 10) 浜田純夫・中川建治・成岡昌夫 : 疲労試験における途中
- 11) Price, W.H. : Factors influencing concrete strength, Jour. of ACI, Vol. 47, pp. 417~432, 1951.
- 12) Graf, O. and E. Brenner : Versuche zur ermittlung der widerstands fähigkeit von beton gegen oftmals wiederholte druckbelastung, Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 76, pp. 1~13, 1933.
- 13) Kesler, C.E. : Fatigue and fracture of concrete, Stanton Walker Lecture, No. 8, 1970.
- 14) 横堀武夫監訳 : 金属の疲労破壊, pp. 134~138, 丸善,
- 15) 北川敏男・増山元三郎 : 新編統計数値表, pp. 101~102, 河出書房, 1952.
- 16) 松下博通 : 統計的手法によるコンクリートの圧縮疲労寿命分布の推定, 九大工学集報, 第 50 巻第 3 号, pp. 163~168, 1977.
- 17) Weibull, W. : Fatigue testing and analysis of results, Pergamon Press, 1961.
- 18) 松下博通・近田孝夫 : コンクリートの疲労強度と静的強度の関係, 九大工学集報, 第 50 巻第 3 号, pp. 163~168, 1977.
- 19) Raju, N.K. : Comparative study of the fatigue behavior of concrete, mortar and paste in uniaxial compression, Jour. of ACI, Vol. 67, pp. 461~463, 1970.
- 20) Ople, JR.F.S. and C.L. Hulsbos : Probable fatigue life of plain concrete with stress gradient, Jour. of ACI, Vol. 63, pp. 59~80, 1966.
- 21) Antrim, J.C. and J.F. McLaughlin : Fatigue study of air-entrained concrete, Jour. of ACI, Vol. 56, pp. 1173~1182, 1959.
- 22) Bennett, E.W. and S.E. Muir : Some fatigue tests of high strength concrete in axial compression, Mag. of Concrete Research, Vol. 19, No. 59, pp. 113~117, 1967.
- 23) 既出 3)
- 24) Gray, W.H., J.F. McLaughlin and J.D. Antrim : Fatigue properties of lightweight aggregate concrete, Jour. of ACI, Vol. 58, pp. 149~161, 1961.
- 25) 浜田純夫・成岡昌夫 : 軽量コンクリートの圧縮疲労強度に関する一実験, 土木学会論文報告集 No. 176, pp. 83~88, 1970.
- 26) 都築和夫・成岡昌夫 : 軽量コンクリートの圧縮疲労強度に関する研究, セメント技術年報 XXV, pp. 291~295, 1971.
- 27) Sinclair, G.M. and T.J. Dolan : Effect of stress amplitude on statistical variability in fatigue life of 75 S-T 6 aluminum alloy, Trans. ASME, Vol. 75, pp. 867~870, 1953.
- 28) 横堀武夫：材料強度学, pp. 267~270, 技報堂, 1955.

(1978.4.12・受付)