

正規圧密粘土の静止土圧係数

COEFFICIENT OF EARTH PRESSURE AT REST IN
NORMALLY-CONSOLIDATED CLAYS安 原 一 哉*
By Kazuya YASUHARA

1. ま え が き

土のような粒状体を側方拘束した状態で一次元的に圧縮変形する際、拘束する壁体に作用する圧力を知ることが要求される場合がある。このような場合、壁体は静止していると考えられ、このときの圧力は静止土圧と名付けられていることはよく知られている。従来の土質力学における土圧問題はもっぱら極限平衡状態における力のつり合いを考えており、塑性平衡状態にあると考えられる静止土圧とは若干趣きを異にしている。

また、これまでの静止土圧に関する考え方は、Jaky に代表されるように静止土圧係数を内部摩擦角にのみ関連づけることが多いが、破壊時の土圧の算定におけるように、粘着力もなんらかの形で静止土圧に関与していると考えるのが自然であろう。

このような問題を解決する一つの方法として、著者ら¹⁾はかつて土の破壊基準のうち理論的にはもっとも厳密といわれている Hvorslev²⁾ の破壊条件式が弾性平衡状態にも成り立つ、との仮定から粘性土の静止土圧係数 $K_0 (= \sigma_h / \sigma_v)$ (σ_v : 堆積方向と直角な方向の主応力, σ_h : 堆積方向の主応力) を求める方法を提案した。本文ではさらにそれを発展させ、土のような履歴を有する粒状体の静止土圧係数を求めるために、力のつり合いを考える面を特に指定して検討した結果を報告する。

2. 静止土圧係数に関する従来の研究

従来提案されている静止土圧係数の算定式をまとめてみると、Table 1 のようになる。本表は山内・福田³⁾によって整理されたものに著者が若干の追加を行って整理したものである。一方、落合⁴⁾はこれを i) $K_0 = f(\phi')$ (ϕ' : 有効応力に基づく内部摩擦角)と、ii) $K_0 = f(\phi_{cv})$

* 正会員 工博 西日本工業大学助教授 土木工学科

Table 1

Proposed Equations	Proposers
$K_0 = \frac{1}{\nu-2}$	Ohde (1938)
$K_0 = 1 - \sin \phi'$	Jaky (1944)
$K_0 = \frac{\mu}{1-\mu}$	Tchebotarioff (1951)
$K_0 = \tan^2(45^\circ - \phi_{em}/2)$	Rowe (1954)
$K_0 = 0.9(1 - \sin \phi')$	Fraser (1957)
$K_0 = \frac{(1 + (2/3)\sin \phi')(1 - \sin \phi')}{1 + \sin \phi'}$	Kezdi (1962)
$K_0 = 0.95 - \sin \phi'$	Brooker and Ireland (1965)
$K_0 = 0.19 + 0.233 \log I_p$	Alpan (1967)
$K_0 = \frac{2}{(1 + M^2/3)^{1/2}} - 1$	Burland (1971)
$K_0 = \frac{1 - 0.404 \tan \phi'}{1 + \tan \phi'}$	Yamaguchi (1972)
$K_0 = \frac{\sqrt{2} - (2/\pi) \tan \phi' - \kappa_{M'}}{\sqrt{2} + (4/\pi) \tan \phi' + 2\kappa_{M'}}$	Yamanouchi and Yasuhara (1974)
$K_0 = 1 - \sin \phi_{cv}'$	Ochiai (1976) Oda (1976)

(ϕ_{cv} : Critical Void Ratio State における内部摩擦角) に大別できるとしている。しかし、以下の議論からもわかるように、筆者はこのような分類の仕方では、粘着成分も関与すると考えられる粘性土の K_0 値を十分算定しえず、内部摩擦角にのみ関連づけることが必ずしも妥当でないと考えている。

3. 圧密平衡面上のつり合いに基づく静止土圧係数の算定式

外力を受ける粒状体内の任意面上の鉛直応力 σ と、せん断応力 τ は周知のように平面応力状態では、

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 \dots (1)$$

を満たさなければならない。ここで、 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ は粒状体内の一点を囲む微小直角三角形にかかる応力である。これらの外力が加わる面が主応力面となるとき $\tau_{xy} = 0$, $\sigma_x = \sigma_1, \sigma_y = \sigma_3$ となるので、式 (1) は、

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2 \dots\dots\dots (2)$$

となる。式 (1), (2) とも平面応力を考えているので、 σ_1, σ_3 が夫々最大主応力, 最小主応力である。

さて、塑性平衡状態の Hvorslev の破壊包絡線と式 (2) による Mohr の応力円との関係は Fig. 1 (a) に示すとおりである。また、Fig. 1 (a) における Hvorslev の破壊包絡線と有効応力表示による Coulomb の破壊線との関係は Fig. 1 (b) のように表わされる。一方、弾性平衡状態でも先の Fig. 1 (a) に示すように有効粘着力 c_{em} , 有効内部摩擦角 ϕ_{em} が発揮されていると仮定して、以下の議論を進めることにする。

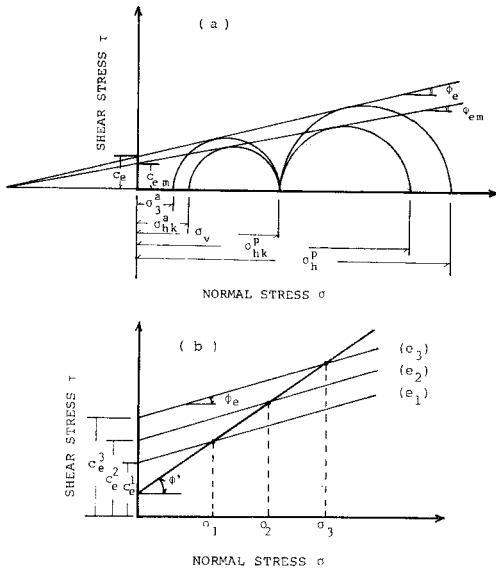


Fig. 1 (a) Stress Circle of Mohr at the States of Elastic and Plastic Equilibriums.
(b) The Relation between Hvorslev's Criteria and Effective Stress One.

(1) 載荷時の静止土圧係数

載荷時の圧密平衡時において、Fig. 2 に示すような鉛直軸応力が作用する I-I 面と反時計廻り方向に $(45^\circ + 1/2 \phi_{em})$ をなす応力面 (ϕ_{em} の意味は異なるがこのような応力面を松岡ら⁵⁾は Mobilized 面と名付けている) における力のつり合いを考える。Mohr の応力面の性質を利用すると、圧密平衡時の Fig. 2 の応力面上におけるせん断

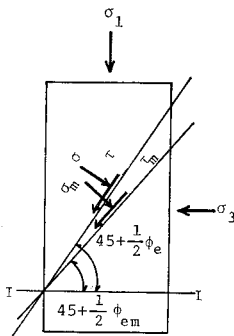


Fig. 2 Stress States on the Equilibrium Planes in a Soil Element

応力 τ_m , 鉛直応力 σ_m は塑性平衡時のそれにならって次のように与えられる。

$$\tau_m = \frac{1}{2} (1 + K_0) \cdot \sigma_1 \cdot \cos \phi_{em} \dots\dots\dots (3 \cdot a)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2} \cdot (1 + K_0) \cdot \sigma_1 - \frac{1}{2} \cdot (1 - K_0) \cdot \sigma_1 \cdot \sin \phi_{em} \dots\dots\dots (3 \cdot b)$$

ただし、上式において、

$$K_0 = \sigma_3 / \sigma_1 \dots\dots\dots (4)$$

である。

ここで、応力履歴を考慮に入れて静止土圧係数の値 (以下、 K_0 値と略称する) を求めるために、圧密平衡時にも Hvorslev による破壊基準式と等価な次式

$$\tau_m = c_{em} + \sigma_m \cdot \tan \phi_{em} \dots\dots\dots (5)$$

が成り立つと仮定する。ここで、 c_{em} は次式によって与えられるものとする。

$$c_{em} = \kappa_m \cdot \sigma_e \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 κ_m : 有効粘着力係数, σ_e : 等価圧密圧力 Fig. 3 を参照して、

$$\sigma_e = \frac{1 + K_0}{2n^\lambda} \cdot \sigma_{1A} = \frac{1 + K_{0s}}{2n^{\lambda-1}} \sigma_{1B} \dots\dots\dots (7)$$

と表わされる。この等価圧密圧力は平均主応力で定義されたものである。ここで、

$$\lambda = \frac{C_s}{C_c} \quad (C_s: \text{圧縮指数}, C_c: \text{膨潤指数}) \dots\dots\dots (8)$$

であり、また、 n は過圧密比であるが、以下の計算の便宜上次のような平均主応力

$$n = \frac{(1 + K_0) \sigma_{1A}}{(1 + K_{0s}) \sigma_{1B}} \dots\dots\dots (9)$$

によって表示している。したがって、通常用いられている過圧密比

$$\bar{n} = \frac{\sigma_{1A}}{\sigma_{1B}} \dots\dots\dots (10)$$

との間には次式のような関係がある。

$$n = \bar{n} \cdot (1 + K_0) / ((1 + K_{0s}) \dots\dots\dots (11)$$

A 点 (正規圧密状態) および B 点 (除荷または過圧密状態) における応力が式 (5) を満足するものとすれ

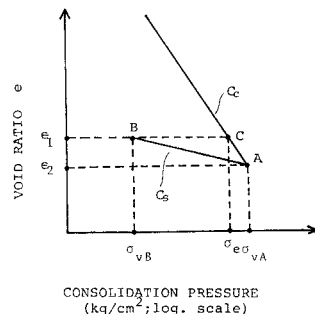


Fig. 3 e -log σ_v Relation of Clays in Oedometer Tests

ば、式 (5) へ式 (3), (6) および式 (7) を代入することによって次式が得られる。

$$\begin{aligned} & (1-K_0)\cos\phi_{em} \\ & = \kappa_m \frac{1+K_0}{n^2} + \{(1+K_0) - (1-K_0)\sin\phi_{em}\} \\ & \quad \cdot \tan\phi_{em} \text{ (Loading)} \dots\dots\dots(12 \cdot a) \\ & (1-K_{0s})\cos\phi_{em} \\ & = \kappa_m \frac{1+K_{0s}}{n^{2-1}} + \{(1+K_{0s}) - (1-K_{0s})\sin\phi_{em}\} \\ & \quad \tan\phi_{em}, \text{ (Unloading)} \dots\dots\dots(12 \cdot b) \end{aligned}$$

ここで、破壊時の有効内部摩擦角を ϕ_e とし、塑性平衡時に発揮される有効内部摩擦角 ϕ_{em} の間に、

$$\tan\phi_{em} = \frac{1}{F} \cdot \tan\phi_e \dots\dots\dots(13 \cdot a)$$

を仮定する。(1/F) は有効内部摩擦角の稼働率を示している。式 (13・a) から次式が得られる。

$$\sin\phi_{em} = \frac{\tan\phi_e}{\sqrt{F^2 + \tan^2\phi_e}} \dots\dots\dots(13 \cdot b)$$

$$\cos\phi_{em} = \frac{F}{\sqrt{F^2 + \tan^2\phi_e}} \dots\dots\dots(13 \cdot c)$$

また、Fig. 1 (a) より明らかに、

$$\frac{c_e}{c_{em}} = \frac{\kappa\sigma_e}{\kappa_m\sigma_e} = \frac{\cot\phi_{em}}{\cot\phi_e} \dots\dots\dots(14)$$

が成り立つから、七式と式 (6) より、

$$\kappa_m = \frac{1}{F} \cdot \kappa \dots\dots\dots(15)$$

が成り立つことがわかる。式 (13・a~c) および式 (15) を式 (12) へ代入して、それぞれ K_0 および K_{0s} について整理すると

$$K_0 = \frac{\sqrt{F^2+t^2}-t-\frac{\kappa}{n^2}}{\sqrt{F^2+t^2}+t+\frac{\kappa}{n^2}} \dots\dots\dots(16 \cdot a)$$

$$K_{0s} = \frac{\sqrt{F^2+t^2}-t-\frac{\kappa}{n^{2-1}}}{\sqrt{F^2+t^2}+t+\frac{\kappa}{n^{2-1}}} \dots\dots\dots(16 \cdot b)$$

となる。ここで、

$$t = \tan\phi_e \dots\dots\dots(17)$$

である。

(2) 除荷時の静止土圧係数

受働時の静止土圧係数は、主働時とまったく同様にして Fig. 1 (a) および (b) を参照して求めることができる。

まず、圧密平衡面上における鉛直応力およびせん断応力はそれぞれ、

$$\sigma_m = \frac{1+K_0}{2} \sigma_1 + \frac{1-K_0}{2} \sigma_1 \sin\phi_{em} \dots\dots(18 \cdot a)$$

$$\tau_m = -\frac{1-K_0}{2} \sigma_1 \cos\phi_{em} \dots\dots\dots(18 \cdot b)$$

によって与えられる。主働時におけると同様に式 (12) へ式 (18・a, b) と式 (6), 式 (7) を代入することによって結局次式が得られる。

$$K_0 = \frac{\sqrt{F^2+t^2}+t+\frac{\kappa}{n^2}}{\sqrt{F^2+t^2}-t-\frac{\kappa}{n^2}} ; \text{Loading} \dots\dots(19 \cdot a)$$

$$K_0 = \frac{\sqrt{F^2+t^2}+t+\frac{\kappa}{n^{2-1}}}{\sqrt{F^2+t^2}-t-\frac{\kappa}{n^{2-1}}} ; \text{Unloading} \dots\dots\dots(19 \cdot b)$$

4. 計算結果と考察

式 (16・a, b) および式 (19・a, b) の形をみてもわかるように、主働時の静止土圧係数は常に $K_0, K_{0s} < 1.0$ であり、また、受働時のそれは $K_0, K_{0s} > 1.0$ である。これは Mohr の応力円の性質から明らかであるが、従来の、たとえば、Skempton⁶⁾ などの研究結果と若干矛盾する面がある。すなわち、彼の結果によれば主働時においても $K_0 > 1.0$ の場合がある。このことは土のダイレイタンシー特性に関係がありそうであるが、少なくとも式 (16・a, b) からは説明しえないことである。このへんが本理論の限界とみられるけれども、以下のような計算結果からは、いままで当然と認められていたことが理論的に明らかにされるとともに、二、三の新たな興味ある事実がうかがわれる。

(1) 稼働率の影響

Fig. 4 は式 (13・a) における稼働率の K_0 値に及ぼ

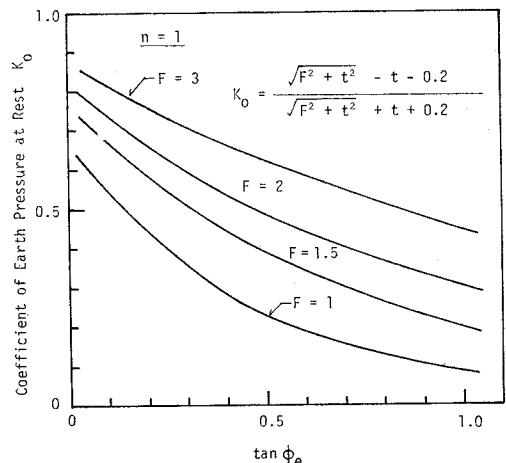


Fig. 4 Influence of the Mobilization of Shear Strength on the Relation between Coefficient of Earth Pressure at Rest and Effective Friction Angle

す影響を知るために、式 (16・a) において $n=1$ (正規圧密状態), $\kappa=0.2$ を仮定して $(1/F)$ のみを変化させたときの K_0 値と $\tan \phi_e$ の関係を示したものである。これによると、 F の値が大きくなるにつれ、つまり稼働率が小さくなるにつれ K_0 - $\tan \phi_e$ 関係は上方へ移動する傾向がある。すなわち、一般に $\tan \phi_e$ が大なるにつれ K_0 値は減少するが、同じ $\tan \phi_e$ においては稼働率が小さくなるほど K_0 値は上昇する。このことは有効内部摩擦角が発揮されるほどそれが K_0 値に及ぼす影響が小さくなることにほかならず、興味深い知見と思われる。

(2) 有効粘着力の影響

K_0 値に及ぼす粘着成分の影響を調べるために、式 (16・a) において、 $F=1.5, n=1$ と仮定し、 κ の値のみをパラメーターとして、 K_0 - $\tan \phi_e$ の関係を計算した結果が Fig. 5 である。

これから、 K_0 値に及ぼす粘着成分の影響については、(1) における稼働率の影響に関するものと同じ傾向がみられる。すなわち同じ $\tan \phi_e$ 値においては、 K_0 値、つまり粘着成分が発揮されるほど K_0 値は小さくなることを指摘している。この傾向は先に筆者ら⁷⁾が行った八面体応力面上で考えた K_0 値のそれとまったく一致しており、また、Janbu⁷⁾ による研究結果とも一致していることから考えて一般的傾向といえるようである。

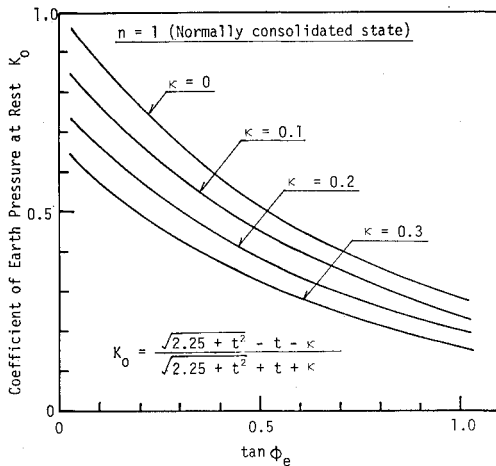


Fig. 5 Influence of the Cohesion Component on the Relation between Coefficient of Earth Pressure at Rest and Effective Internal Friction Angle

(3) 圧縮指数と膨潤指数の比 λ の影響

Fig. 3 ように示した e - $\log p$ 曲線における圧縮指数 C_c と膨潤指数 C_s の比 $\lambda(C_s/C_c)$ は過圧密比 \bar{n} (すなわち n) によって変化することから λ の影響を検討することは同時に過圧密比の影響もあわせて考察することに

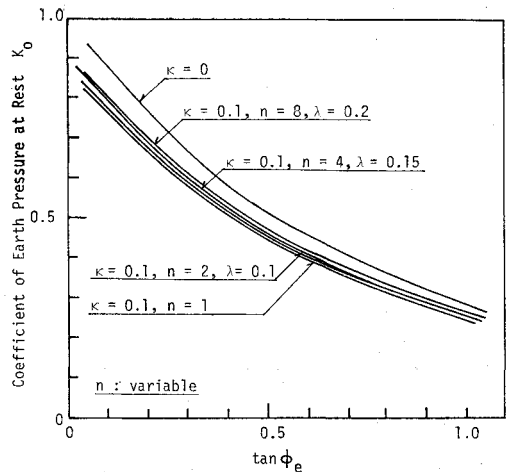


Fig. 6 Influence of Over-consolidation Ratio on the Relation between Coefficient of Earth Pressure at Rest and Effective Internal Friction Angle

なる。このことを確かめるために、 $F=1.5, \kappa=0.1$ と仮定し、 n と λ についてはそれぞれ、 $n=1$ のとき $\lambda=0.1$, $n=2$ のとき $\lambda=0.1$, $n=4$ のとき $\lambda=0.15$, $n=8$ のとき $\lambda=0.2$ を採用して K_0 - $\tan \phi_e$ 関係を計算した結果が Fig. 6 である。これから K_0 値に及ぼす λ, n の影響は F や κ ほど大きくはないけれども n, λ とも大なるほど K_0 値が大きくなる傾向がうかがわれる。

5. 理論計算結果と実験値との比較

(1) 正規圧密粘土の実測値との対応

Hvorslev の強度定数に関するいくつかの研究^{8),9)} によれば、有効粘着力係数はせいぜい 0.1~0.2 の範囲にあることがわかっている。

そこで正規圧密粘土を対象として、 $\kappa=0.1$ を仮定すれば式 (16・a) は次のようになる。

$$K_0 = \frac{\sqrt{F^2 + t^2} - t - 0.1}{\sqrt{F^2 + t^2} + t + 0.1} \dots\dots\dots(20)$$

次に、 F に関する次の提案

Caquot¹⁰⁾ の提案による仮説：

$$F = \tan \phi_e / \tan \phi_{em} = 1.57 \dots\dots\dots(21 \cdot a)$$

Rowe¹¹⁾ の提案による仮説：

$$F = \tan \phi_e / \tan \phi_{em} = 1.0 \dots\dots\dots(21 \cdot b)$$

を用いると、式 (20・a) は次のように書くことができる。

$$K_0 = \frac{\sqrt{2.46 + t^2} - t - 0.1}{\sqrt{2.46 + t^2} + t + 0.1} \dots\dots\dots(22 \cdot a)$$

$$K_0 = \frac{\sqrt{1 + t^2} - t - 0.1}{\sqrt{1 + t^2} + t + 0.1} \dots\dots\dots(22 \cdot b)$$

これらの計算式による K_0 - $\tan \phi_e$ 関係と従来内外で得

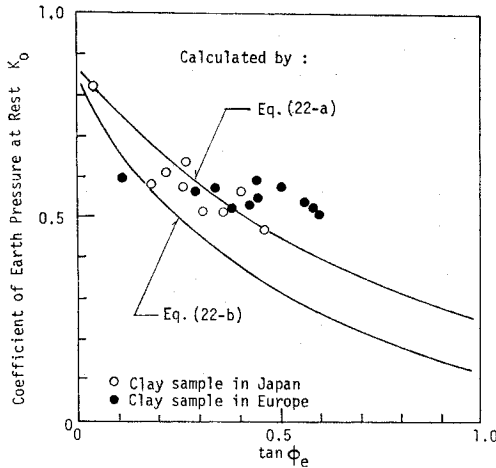


Fig. 7 Relations between K_0 -value and $\tan \phi_e$ in Saturated Clays

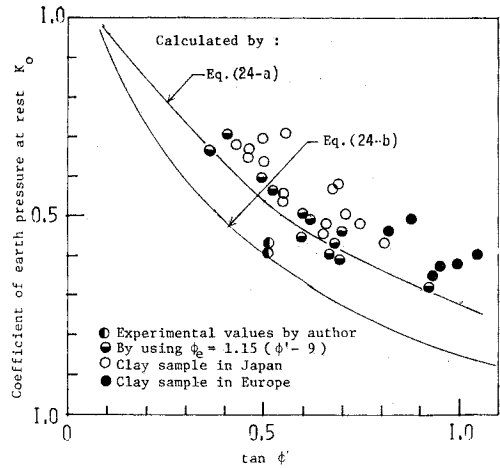


Fig. 9 Relations between K_0 -value and $\tan \phi'$ in Saturated Clays

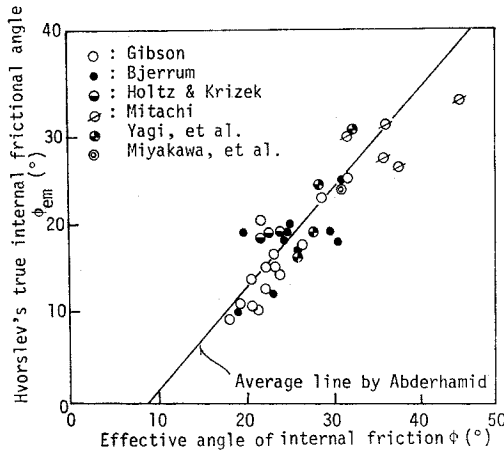


Fig. 8 Hvorslev's True Angle of Internal Friction Versus Effective Angle of Shear Strength

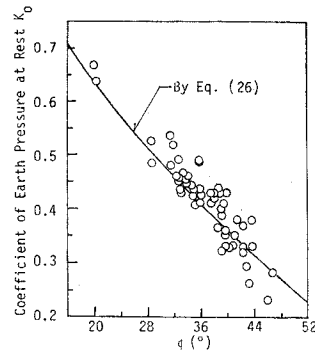


Fig. 10 Relation between K_0 and ϕ' in Sands (after Ochiai¹⁰⁾)

られている K_0 値と ϕ_e の関係を与える実験値とを対応させたのが Fig. 7 である。

さて、Abderhamid¹²⁾ らは Hvorslev の有効内部摩擦角 ϕ_e と内部摩擦角 ϕ' の関係に関する従来の研究データを整理した。その結果に、最近わが国の研究者によって発表されているデータを補足して Fig. 8 が得られている。Abderhamid らは図のような結果から、

$$\phi_e = 1.15(\phi' - 9) \dots\dots\dots (23)$$

なる実験式を見出している。これを式 (22・a, b) へ代入すると、

$$K_0 = \frac{\sqrt{2.46 + [\tan\{1.15(\phi' - 9)\}]^2}}{\sqrt{2.46 + [\tan\{1.15(\phi' - 9)\}]^2}} \cdot \frac{-\tan\{1.15(\phi' - 9)\} - 0.1}{+\tan\{1.15(\phi' - 9)\} + 0.1} \dots\dots\dots (24 \cdot a)$$

$$K_0 = \frac{\sqrt{1.0 + [\tan\{1.15(\phi' - 9)\}]^2}}{\sqrt{1.0 + [\tan\{1.15(\phi' - 9)\}]^2}}$$

$$\frac{-\tan\{1.15(\phi' - 9)\} - 0.1}{+\tan\{1.15(\phi' - 9)\} + 0.1} \dots\dots\dots (24 \cdot b)$$

が得られる。Fig. 7 におけると同様に、 K_0 - $\tan \phi_e$ に関する式 (24・a)、(24・b) による計算結果と実測値とを比較したのが Fig. 9 である。Fig. 7 と Fig. 9 から次のようなことが明らかになる。

(i) F の値については Caquot の提案を参考にした

$$\tan \phi_\mu = (2/\pi) \tan \phi_{cv} \dots\dots\dots (25)$$

を利用した式 (21・a) の上式による方が Rowe の結論である $\phi_{em} = \phi_e$ よりも実験値をよく説明してくれそうである。

(ii) Abderhamid らによる ϕ_e と ϕ' 間の実験式 (23) はわが国における粘性土の実験値とも一致しており、一般的な関係式として利用できそうである。

次に、理論式の砂質土への適用性について検討した結果が Fig. 10 に示されている。砂質土の場合 ϕ_e の定義から $\phi_e = \phi'$ となると考えられる。また、 $\kappa = 0$ と仮定することができるので式 (16・a) は、

$$K_0 = \frac{\sqrt{(\pi/2)^2 + \tan^2 \phi'} - \tan \phi'}{\sqrt{(\pi/2)^2 + \tan^2 \phi' + \tan \phi'}} \dots\dots\dots (26)$$

となる。上式は落合⁴⁾が別の観点から誘導した理論式とまったく一致している。彼は式(25)を直接せん断試験における応力のつり合いを考慮して得られた興味深い次式

$$K_0 = 1 - \sin \phi_{cv} = \tan^2(45^\circ - \phi_{\mu}/2) \dots\dots\dots (27)$$

に代入して式(26)を得ている。なお、Fig. 10の実験データは落合によって整理されたものである。

6. あとがき

履歴の影響をうける飽和粘性土の静止土圧係数を求める一方法として、Hvorslevの式が圧密平衡状態(塑性平衡状態)においても成立するとの仮定をもとにして得られた基礎式を与え、二、三の計算結果をもとに K_0 値に及ぼす要因について考察した。その結果、次のような知見が得られた。

(1) 圧密平衡時に発揮される有効内部摩擦角は破壊時のそれに近い値をとるほど K_0 値は小さくなる。

(2) 圧密平衡時に発揮される粘着成分が大なるほど、同じ有効内部摩擦角においては、 K_0 値は小さくなる傾向がある。

(3) 主働状態の過圧密土においては、過圧密比が大なるほど若干 K_0 値が大きくなる傾向がある。

ついで、提案された理論式を用いて過去に提出されている静止土圧係数に関する実験結果を解析した結果、理論式は限られた条件のもとでよく実験値と一致することが明らかになった。その限られた条件とは、

(i) 稼働率 F については Caquot の提案する式(25)を応用してきめることができること。

(ii) Hvorslev の真の有効内部摩擦角 ϕ_e は ϕ' を媒介とする実験式(23)によって計算できること。

(iii) 砂質土については $\phi_e = \phi'$ が認められることである。

参考文献

- 1) 山内・安原：粘性土の静止土圧係数に関する一考察，土質工学会論文報告集，Vol. 14, No. 2, pp. 113-118, 1974.
- 2) Hvorslev, H.J.: Physical Components of the Shear Strength of Cohesive Soils, Proc. Shear Strength of Cohesive soils, ASCE, pp. 169-273, 1960.
- 3) 山内・福田：粘土の堆積構造からみた静止土圧係数について，九大工学集報，第48巻，第2号，pp. 83-89, 1975.
- 4) 落合：砂の静止土圧係数，土質工学会論文報告集，Vol. 16, No. 2, pp. 105-111, 1976.
- 5) Matsuoka, H. and T. Nakai: Stress-Deformation Characteristics of Soil under Three-Different Principal Stresses, Proc. of JSCE, No. 232, pp. 59-70, 1974.
- 6) Skempton, A.W.: Horizontal Stresses in an Over-consolidated Eocene Clay, Proc. 5th Int. Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 351-357, 1965.
- 7) Janbu, N.: Earth Pressure Computations in Theory and Practice, Proc. 5th European Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 47-54, 1972.
- 8) 中瀬ほか：圧密および膨張による飽和粘土のせん断強度の変化，港湾技術研究所報告，Vol. 8, No. 4, pp. 103-143, 1969.
- 9) Mitachi, T. and S. Kitago: Change of Undrained Shear Strength Characteristics of Saturated Remolded Clay due to Swelling, Soils and Foundations, Vol. 16, No. 1, pp. 45-58, 1976.
- 10) 最上編：土質力学，第8章 粒状体の力学，1969.
- 11) Rowe, P.W.: General Report on Papers in Section 1, Proc. Brussels Conf. Earth Pressure Problems, Vol. 3, pp. 23-30, 1958.
- 12) Abderhamid, M.S. and R.J. Krizek: At-Rest Lateral Earth Pressure of a Consolidating Clay, Proc. ASCE, GT 7, pp. 721-738, 1976.

(1978. 5. 19・受付)