

広領域地下水からの最適井戸取水について*

ON THE OPTIMAL WELL DISCHARGE IN GROUND WATER AREA

上田年比古**・神野健二***・長野益徳****

By Toshihiko UEDA, Kenji JINNO and Yoshinori CHYONO

1. ま え が き

近年、水資源の不足により地下水の有効利用が唱えられているが、現実には必ずしも地域全体での地下水利用が効率よく行われているとはいえないようで、一部では過剰揚水に伴う地盤沈下や海岸部の地下水の塩水化などの揚水障害が発生している。揚水障害は長い年月にわたって徐々に進行することから、広域的見地から十分な検討のもとに合理的な取水計画を定めることが要請され、この決定法の確立はきわめて重要なことといえよう。この決定について、従来は基礎式となる浸透流に関する Laplace の方程式を、そのまま差分化してその地域内の各井戸について種々揚水量を想定し、数値計算を繰返し適切な水頭分布を与える揚水量を求めて、これを計画揚水量とする方法がとられているようである。しかし、この方法では領域あるいは揚水の条件が複雑な場合には、その最適な揚水計画をうることは困難と考えられ、最適化の手法が要請される。

さて近年、地下水流の基礎式である Laplace の方程式の離散式が線形であることから、これと線形計画法を組み合わせて、地下水に関する最適化問題を解く研究が行われている。すなわち、E. Aquardo および I. Remson は比較的抽象化された問題を取扱い、まず被圧あるいは不圧の与えられた領域内の 2 個以上の井戸の揚水総量が指定値以上の範囲で、井戸水頭の合計最大に対する各井戸の揚水量の決定¹⁾を行い、また、基礎掘削の工事区域内の地下水位を、区域周辺に配置された井戸の揚水により、所要値以下に低下させる場合、揚水総量最小の各井戸の揚水量配分の決定^{2),3)}などを行っている。ま

* 土木学会第 32 回年次講演会、水資源に関するシンポジウム (昭 52.10) にて一部発表

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学教室

*** 正会員 工修 九州大学助手 工学部水工土木学教室

**** 学生会員 九州大学大学院水工土木学専攻修士課程

た、佐藤・渡辺^{4)~6)}は埼玉地域を数個の地区に分割し、各地区の揚水量と地盤沈下量の実測記録を用いて、各地区について地盤沈下に対する許容揚水量を設定し、また総揚水量を与え、これらの制限のもとに各地区の地盤沈下量の合計が最小になるような各井戸の揚水量を最適取水量と定義して最適解を求めている。これらの研究にもみられるように、地下水の最適取水の問題は、その最適の考え方および実際問題への適用過程において種々の場合が考えられ、まだ多くの問題が残されているようである。

本報は、まず地下水揚水場の数値計算の手法として、複雑な境界形状に対して有利であること、および領域が広く、また領域内の地質構造が複雑に変化する場合に比較的少ない節点数でこれに対応できることなどから、ここでは有限要素法を用い、これによって地下水頭から取水量を算定する式形を導いた。次に、この式を用いて広域の地下水領域に分散配置された制御対象の井戸からの定常取水について、地域内の揚水障害を防御し、そして各制御井戸に課せられた水需要量をみたくするという条件のもとでの最適取水について線形計画法による算定法をのべ、ついでこれを熊本平野西部の地下水領域に適用した結果をのべ、終りに種々の条件のもとでの最適取水についてまとめて考察を加えたものである。

2. 有限要素法による井戸揚水場の基礎式の離散化

ここでは数値計算手法として、有限要素法を用いて解析を進めよう。

(1) 境界条件

図—1 に示すような通常考えられる地下水領域に対する 2 種類の境界条件として次のように与える。

(i) 境界 B_1 , B_2 は水頭 h が既知であるとす、

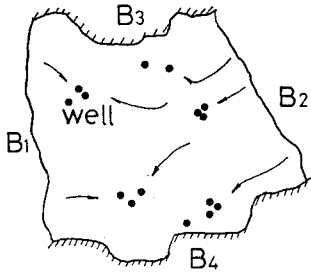


図-1 地下水領域モデル (B₁~B₄ は境界)

- $h=H_1$ on B₁ および $h=H_2$ on B₂.....(1)
- (ii) 境界 B₃, B₄ は不透水壁であるとし,
 $\partial h/\partial n=0$ on B₃, B₄ (n は境界の法線方向)
(2)

(2) 井戸の取扱いおよび三角形要素の分割

領域を三角形要素に分割するにあたり、まず井戸を、本報で最適取水計画の対象とする制御井戸と、一般には民家の井戸、農業用井戸などで制御の対象とせず取水量一定とする非制御井戸とに分け、制御井戸を節点にとる。制御井戸が図-2のように群をなして集中している場合には、その中央付近に1つの井戸を想定し、これを節点にとる。次に非制御井戸については、その数も多くなることから三角形要素を組むことにはその配置は特に考慮せずに、三角形要素内に含めることにする。

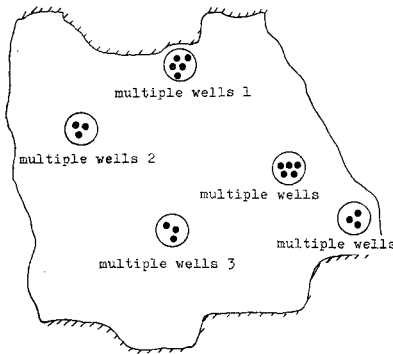


図-2 井戸群の取扱い

井戸をこのように取扱い、また境界形状、地盤地質を考慮して領域を三角形要素に組み、その節点番号を次の要領でつける。すなわち、① 制御井戸 (M 個) に節点番号の始めから 1, 2, ..., M の通し番号をつけ、次に、② $M+1, M+2, \dots$ の番号を制御井戸および境界 B₁, B₂ 上の節点を除いた一般の領域内の節点につけ、ついで、③ 終りの方の通し番号を境界 B₁, B₂ 上の節点につける。

(3) 基礎式とその離散化

定常状態の地下水流の基礎式は Darcy 則が成り立つ

とすれば、被圧地下水の場合、

$$\begin{aligned} & \partial(kb\partial h/\partial x)/\partial x + \partial(kb\partial h/\partial y)/\partial y \\ & = \sum_p Q_p \delta(x-x_p) \delta(y-y_p) + R(x, y) \end{aligned} \dots\dots\dots(3)$$

不圧地下水の場合で準一様流の仮定が成り立つものとするれば、

$$\begin{aligned} & \partial(kh\partial h/\partial x)/\partial x + \partial(kh\partial h/\partial y)/\partial y \\ & = \sum_p Q_p \delta(x-x_p) \delta(y-y_p) + R(x, y) \end{aligned}$$

この式を変形すると、

$$\begin{aligned} & \partial\{(k/2)\partial h^2/\partial x\}/\partial x + \partial\{(k/2)\partial h^2/\partial y\}/\partial y \\ & = \sum_p Q_p \delta(x-x_p) \delta(y-y_p) \\ & + R(x, y) \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

ここに、 h :被圧地下水では地下水の水頭、不圧地下水では不透水層からの地下水の水深、 b :被圧帯水層の厚さ、 k :透水係数、 Q_p :井戸 p (制御井戸および非制御井戸のうちでその位置と揚水量がわかっている比較的大きな井戸 [これを非制御大井戸とよんでおく]) の取水量、 $\delta(x)$, $\delta(y)$:デルタ関数、 (x_p, y_p) :井戸 p の x, y 座標、 $R(x, y)$:帯水層の単位面積、単位時間あたりの流出入量で、外部への流出を十とする。これは帯水層が不圧地下水では雨水の浸透追加、被圧地下水では上層不圧地下水からの浸透追加などであるが、ここではその位置および揚水量のはっきりしない民家、農業用の小規模の井戸 (これを非制御小井戸とよんでおく) の揚水量もこれに含めることにする。

なお基礎式 (4) は、 $h^2/2$ を改めて H とおくと本質的には被圧地下水流の基礎式 (3) と同形であるので、以下においては式 (3) について検討を進めることにする。

式 (3) に対応する汎関数は⁷⁾

$$\begin{aligned} \chi(h) = & (1/2) \iint [kb\{(\partial h/\partial x)^2 + (\partial h/\partial y)^2\}] dx dy \\ & + \iint [\sum_p Q_p \delta(x-x_p) \delta(y-y_p)] h dx dy \\ & + \iint R(x, y) h dx dy \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

いま、図-3 に示す三角形要素 e 内で水頭 h の一次分布を仮定すると e 内の水頭 h^e は節点の水頭を h_i, h_j, h_k とすれば、

$$h^e = N_i h_i + N_j h_j + N_k h_k \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $N_i(x, y) = a_i + b_i x + c_i y$, $a_i = x_j y_k - x_k y_j$, $b_i = y_j - y_k$, $c_i = x_k - x_j$, ..., また、 x_i, y_i などは節点の x, y 座標である。式 (6) を用いて、式 (5) の h_i についての変分 $\partial \chi / \partial h_i$ をとり 0 とおけば節点の水頭 h_i を未知数とする連立方程式が得られる。なお式 (5) 右辺第 2 項の

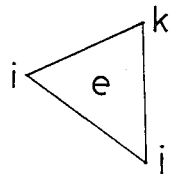


図-3 三角形要素 e

井戸に関する項 (χ_w とおく) の三角形要素 e についての変分は次のようになる。いま、図-4 のように非制御大井戸 p' (位置を $x_{p'}$, $y_{p'}$, 揚水量を $Q_{p'}$ とする) が要素 e 内に M' 個含まれているとすれば、



図-4 三角形要素 e 内の非制御大井戸

$$\partial \chi_w^e / \partial h_i = \iint_{\sum_{p'=1}^{M'} Q_{p'} \delta(x-x_{p'}) \delta(y-y_{p'})} \cdot N_i(x, y) dx dy \dots (7)$$

$f(x, y)$ を連続関数とすると、デルタ関数の性質から、

$$\iint f(x, y) \delta(x-x_{p'}) \delta(y-y_{p'}) dx dy = f(x_{p'}, y_{p'})$$

となるので、これを用いると式 (7) は、

$$\partial \chi_w^e / \partial h_i = \sum_{p'=1}^{M'} Q_{p'} N_i(x_{p'}, y_{p'}) \dots (8)$$

となる。同様に揚水量 Q_p の制御井戸が節点 i におかれている場合は、

$$\partial \chi_w^e / \partial h_i = Q_p N_i(x_i, y_i) = Q_p \dots (9)$$

また、 i 以外の節点、たとえば j におかれている場合は、

$$\partial \chi_w^e / \partial h_i = Q_p N_i(x_j, y_j) = 0 \dots (10)$$

これらが前述の連立方程式に含まれることになる。

次に非制御小井戸については、領域の単位面積当りの帯水層からの流出量として式 (5) 右辺第 3 項の $R(x, y)$ に含めることにする。

このようにして得られた節点の水頭についての連立方程式をマトリックス表示すると、次のように表わされる。

$$Ah = FQ + R \dots (11)$$

ここに、 A : 透水量係数と節点座標よりなる係数行列、 h : 節点の水頭ベクトル、 F : 節点座標および非制御大井戸の座標よりなる係数行列、 Q : 揚水量ベクトル、 R : 帯水層からの流出量に対応する定数項ベクトルである。

式 (11) を次のように小行列に分割する。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_w \\ h_r \\ h_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w \\ Q_r \\ Q_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} \dots (12)$$

この小行列は、制御井戸の節点 (節点番号 1~M) と一般の節点 (節点番号 M+1~) および境界 B_1, B_2 上の節点 (終りの節点番号) の 3 グループに分割したものである。 h_w は制御井戸の節点の水頭、 h_b は境界 $B_1,$

B_2 上の節点の水頭、 h_r は残りの一般の節点の水頭である。 Q_w は制御井戸の取水量、 Q_r, Q_b は非制御大井戸の取水量である。なお、ここでは境界上には井戸がないので $Q_b=0$ である。式 (12) において Q_w が与えられれば、 h_b, Q_r, Q_b は既知であるので領域内の水頭分布 (h_w, h_r) が式 (12) の初めの 2 式より求められる。すなわち、式 (12) は領域の境界条件と井戸の揚水量を与えて、領域内の水頭を求める式である。

(4) 井戸水頭と井戸取水量の関係式

式 (12) を変形して制御井戸の水頭 h_w を与えて制御井戸の取水量 Q_w を求める式になおそう。この場合未知数は Q_w, h_r 、既知数は $h_w, h_b, Q_r, Q_b (=0)$ および R であるので、式 (12) の初めの 2 式より h_r を消去すると、

$$\begin{aligned} [F_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}F_{21}]Q_w &= [F_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}F_{21}]h_w + [A_{12}A_{22}^{-1}F_{22} - F_{12}] \\ &Q_r + [A_{13} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{23}]h_b \\ &+ [A_{12}A_{22}^{-1}R_2 - R_1] \dots (13) \end{aligned}$$

すなわち求める制御井戸の取水量 Q_w は、

$$Q_w = Ph_w + q \dots (14)$$

ここに、

$$P = [F_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}F_{21}]^{-1} [A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}] \dots (15)$$

$$\begin{aligned} q &= [F_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}F_{21}]^{-1} \{ [A_{12} - A_{22}^{-1}F_{22} - F_{12}]Q_r \\ &+ [A_{13} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{23}]h_b \\ &+ [A_{12}A_{22}^{-1}R_2 - R_1] \} \dots (16) \end{aligned}$$

式 (14) の係数行列 P と列ベクトル q は後で検討するように対象地域の境界条件、地盤地質条件および井戸の大きさとその配置の関数であり、その地域の揚水に関する特性量を示すものである (なお、後述では q の代りにこれを変形した P_0 について検討している)。したがって、従来までの広域の地下水場の解析では、さきに述べたように与えられた各井戸の揚水量に対して領域内の水頭分布を数値計算する段階でとどまっていたが、式 (14) の式形にすることによって取水計画にあたっての基礎的資料と考えられる P, q を取り出すことができたものと考ええる。

3. 取水計画にあたっての基本的な解

(1) 井戸の低限界水頭と水需要量

地下水の過剰揚水に伴う障害として地盤沈下や海水の内陸部への侵入による地下水の塩水化などがあげられている。これらの防止策として、揚水量を規制するか、水頭低下を規制するかは異論のあるところである。「水道

施設設計指針・解説⁹⁾では、一つの井戸について揚水試験による限界揚水量の70%以下を「適正な揚水量」とし、また、地下水域の水収支の均衡を崩さず長期的に揚水できる揚水量を「安全揚水量」と定義して、これらの揚水量で揚水することが求められている¹⁰⁾。しかし、一方、地盤沈下は帯水層内の間隙水圧の低下が原因と考えられていて、地盤沈下量 $\Delta b'$ は Δh を水頭の低下量、 b' を沈下地盤の層厚、 m_v を地盤の圧縮係数、 r_w を水の単位体積重量とすれば、

$$\Delta b' = m_v r_w b' \Delta h \dots\dots\dots (17)$$

で示されている¹⁰⁾。また、海水の内陸部への地下侵入も水圧の関係で発生する現象と考えられる。したがって、揚水量は規制対象として現実的には取扱いやすいがあくまで間接的なものと考えられ、ここでは揚水障害の直接的原因は地下水の水頭の異常低下として、これ以下に水頭が下がると揚水障害が発生すると考えられる低限界の水頭値を「低限界水頭」と定義する。なお、式(17)では水頭の低下 Δh が生じると必ず沈下が発生することになるので、沈下量に対して許容値を与えてそれに対する Δh からこの低限界水頭を設定することになろう。また、佐藤・渡辺⁴⁾は埼玉県下の地盤沈下の資料から沈下を生じない揚水量が存在することを指摘している。したがって低限界水頭の設定が可能であると考えてよいであろう。また、海岸部については、たとえば地下塩水楔の許容侵入限界を設定して、これに対する低限界水頭を考慮することができよう。

次に、井戸揚水場では、水頭低下のもっとも大きいのは井戸水位であるので、ここでは制御井戸の水頭にこの低限界水頭(これを h_w^* とする)を設定し、この水頭より低下しないように揚水量の制御をすることにした。なお制御井戸以外で揚水障害が問題となる場所たとえば非制御井戸地点あるいは地盤沈下の生じやすい箇所がある場合には、式(14)~(16)の代りにその井戸または地点の水頭と制御井戸の揚水量との関係式を導き、以下の検討を同様にして進めればよいと考える。

次に、制御井戸について、その井戸の配水区域の水需要量の推定を行ってこれを Q_w^* とする。

(2) 低限界水頭と水需要量の条件を満たし域内取水量を最大にする解

ここでは、各制御井戸の水頭がその低限界水頭以上という条件と、少なくともその井戸の水需要量を取水するという条件のもとに、領域の総取水量を最大にする場合の各井戸の取水量を最適値問題として解いてみよう。ここで取扱う地下水場は、降雨や上部帯水層からの非定常な漏水追加、地下水源としての河川、湖沼の水位あるいは地下水領域境界の水位の非定常な変動、あるいは現実

的には必ずしも定常的な取水が行われていないことなどを考えれば、非定常状態での解析を考えるべきであるが広域的な地域固有の特性の把握および地下水取水計画作成の基礎的資料をうる目的から、ここでは定常状態について解析を行った。したがって、この解析には定常状態を対象にした線形計画法を適用することにする。

a) 基礎式

いま、低限界水頭から上に測った水頭、

$$h_w' = h_w - h_w^* \dots\dots\dots (18)$$

を新しい変数とすれば式(14)は、

$$Q_w = P h_w' + (P h_w^* + q) = P h_w' + P_0 \dots\dots (19)$$

ここに、

$$P_0 = P h_w^* + q \dots\dots\dots (20)$$

また、制御井戸 m の取水量 Q_m (Q_w の成分値)の合計を

$$g = \sum_{m=1}^M Q_m \dots\dots\dots (21)$$

とすれば、この問題は、

$$Q_w \geq Q_w^*, \quad h_w' \geq 0 \dots\dots\dots (22)$$

の制約のもとで、評価関数 g を最大にする問題となり、線形計画法¹¹⁾により解を求めることができる。ここに、

$$\begin{aligned} g &= \sum_{m=1}^M Q_m = \sum_{m=1}^M \left(\sum_{i=1}^M P_{mi} h_i' \right) + \sum_{m=1}^M P_{0m} \\ &= \sum_{i=1}^M \left\{ \left(\sum_{m=1}^M P_{mi} \right) \cdot h_i' \right\} + \sum_{m=1}^M P_{0m} \\ &= \sum_{i=1}^M (u_i \cdot h_i') + G \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

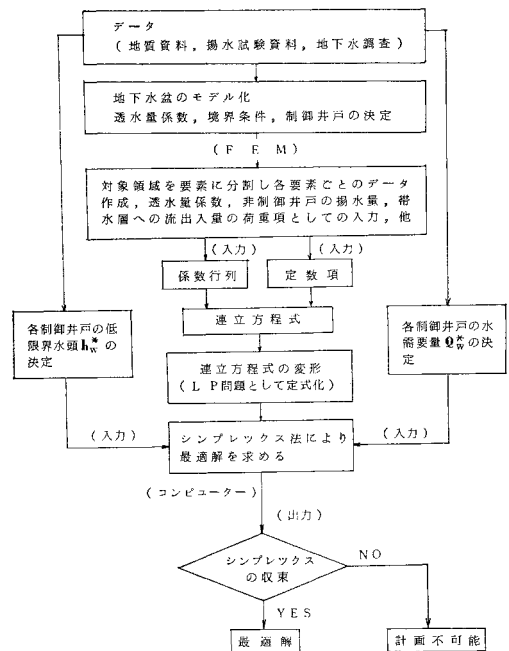


図-5 2条件を満たし、総取水量最大の解のフローチャート

$$u_l = \sum_{m=1}^M P_{ml}, \quad G = \sum_{m=1}^M P_{0m} \dots\dots\dots (24)$$

ただし、 m または l は制御井戸の番号で、 P_{ml} 、 P_{0m} は行列 \mathbf{P} (対称行列) および列ベクトル \mathbf{P}_0 の成分であり、 $h'_i (i=1, 2, \dots, M)$ は列ベクトル \mathbf{h}'_w の成分である。以上の計算のフローチャートを 図-5 に示している。

また、上述の2条件を満たしたうえで、ある特定の制御井戸 m_s の取水量をできるだけ大きくしたい場合には、式 (21) の代りに評価関数、

$$g_s = \sum_{m_s} Q_{m_s} \Rightarrow \max \dots\dots\dots (25)$$

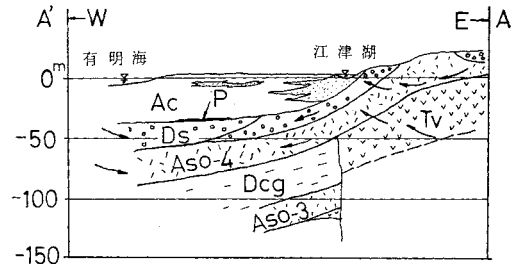
を用いて同様の算定を行えばこの場合の各制御井戸の取水量を求めることができよう。

なお以下の適用例においては式 (21) による解について述べる。

b) 適用例

(i) 適用領域の概要と境界条件

ここでは熊本市水道局の報告書¹²⁾で、取水計画について検討されている 図-6 に示すような熊本平野西部の海岸に至る面積約 210 km² の地域の被圧帯水層に適用する。なお、この適用例においては水頭 h は標高 (m) を用いる。この地域は全量地下水依存の熊本市上水道の水源の一部であり、現在地盤沈下や地下水の塩水化の進行が観測されていて、この揚水障害は同市の上水道計画に重大な影響を与えるものとされている。また、図-6 の AA' 線にそって縦断方向の地層分布図を 図-7 に示している。図の D_s (島原海湾層)、 A_{s0-4} および D_{cg} (未区分洪積層) が取水対象の被圧帯水層である。この地域は 図-6 に示すように、南側は第三系からなる山地を境



Ac: 有明粘土層, Ds: 島原海湾層, Dcg: 未区分洪積層, Tv: 砥川溶岩, Aso-3, Aso-4: 阿蘇火砕流堆積物

図-7 熊本平野西部の地下水層図¹²⁾ (図-6 の AA' 断面)

とし、北側は金峰山中腹が境とされ、東側は水前寺~江津湖~井寺を結ぶ線、西側はおもな地下水層が海底に開口する有明海の水深 40 m の線が境とされている。したがって、ここでは境界条件として、南側第三系山地および北側金峰山中腹を不透水壁 B_1 、 B_2 とし、東側境界 B_3 には資料¹²⁾からの水頭を与えたが、cd 間は直線変化させた。与えた水頭 (標高) は b で 19 m, c で 21 m, d で 7.4 m, e で 8.0 m である。西側境界 B_2 は水頭 0 m を与えた。また、この地域では上層の不圧地下水からの垂直かん養が考えられている。なお、図-6 の曲線とそれに記入されている数字は等透水量係数線とその値¹²⁾である。

(ii) 制御井戸および三角形要素の分割

制御井戸を 図-6 の井戸番号 (1)~(10) に示す 10 か所とした。すなわち、井戸 1 は城山地区の熊本市水道水源用井戸、井戸 2 はこの地区の農業用井戸群を代表する井戸、井戸 3 は川尻地区の熊本市の上水道水源用井戸群を代表する井戸、井戸 4, 5, 9 はこの地区の工業用の井戸群を 3 つの井戸におきかえたもの、井戸 7, 8 はこの地区に集中するビル用井戸群、井戸 6, 10 はこの地区の養鰻場用の井戸群を代表させたものである。以上、境界条件および制御井戸から 図-6 のように領域を三角形要素に分割した。三角形要素数は 170 個、節点数は 104 個である。なお、各三角形要素の透水量係数は図中の等透水量係数線をもとにして与えた。

(iii) 非制御井戸および帯水領域への流出入量
熊本市の報告書¹²⁾によると、ここで考えている熊本平野西部

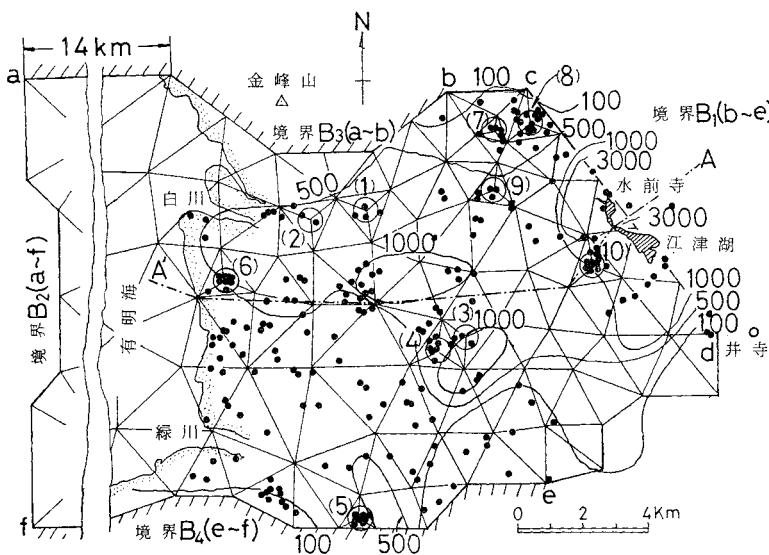


図-6 熊本平野西部被圧地下水領域 (図中の () の数字は制御井戸番号, 100, 500, ... などの数字は透水量係数値 (m²/day))

地域には 30 m 以深の深井戸が 700 本ほどあるとされているが、ここではこのうち前述の 10 か所の制御井戸と報告書でその位置と揚水量が示されている井戸 146 本を非制御大井戸として、制御井戸と非制御大井戸を 図-6 の黒丸で示している。なお、非制御大井戸にはそれぞれ一定の取水量を与え、この量は制御井戸の取水量によって左右されることはないとした。

次に非制御小井戸は位置も揚水量も不明であるので、前述のように被圧帯水層からの平面的に均等な流出量として取扱い、上層不圧地下水からの垂直かん養(流入量)と一緒に考える。この流出入量は式 (16) の q に含まれる R_1, R_2 (各節点への配分量) であるが、現時点では不明であるので一応同報告書の昭和 49 年 9 月の時点の境界値、制御井戸と非制御大井戸の既知の揚水量地域内の水頭分布を式 (12) に与えて R を逆に算出し、この R を以後の取水計画の算定には既知量として節点に与えることにした。

(iv) 低限界水頭と水需要量

ここでは制御井戸に与える低限界水頭 h_w^* を一律に標高 $-5\text{ m}, -3\text{ m}, -1\text{ m}$ とした。これは井戸 9 地点(取水前の井戸地点水頭標高 $+4\text{ m}$) を例にとると水頭低下量 Δh が $9\text{ m}, 7\text{ m}, 5\text{ m}$ に相当する。したがって、井戸 9 地点での最終圧密沈下量は、熊本市報告書¹²⁾ に述べているこの地域での被圧帯水層上部の圧密粘土層厚さ $b' = 40\text{ m}$ とその層の体積圧縮係数 $m_v = 8 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{kg}$ を用いて式 (17) より算定すると、それぞれ $28.8\text{ cm}, 22.4\text{ cm}, 16.0\text{ cm}$ となる。この値はかなり大きい値のようであるが、一般に深井戸の取水では最大 $5 \sim 20\text{ m}$ 程度の水位低下はみられる¹³⁾ こと、およびこの水位低下は

井戸周辺の比較的狭い範囲であり、したがって、ここに算定された沈下量そのまま現実の井戸周辺における沈下として現われるかどうかについては疑問であるので、ここでは一応この h_w^* を用いることにする。

次に海岸部の制御井戸に対しては塩水の侵入防止の面からも低限界水頭を設定しなければならない。塩水の侵入については、深さが十分大きな不圧地下水層では井戸水頭が海面以下になれば終局的には海水は井戸中に侵入してくる。また、不透水層が有限の深さにある不圧地下水あるいは有限厚さの被圧地下水層の場合は、井戸水位は海面以下に低下していても井戸と海岸との間に淡水水位の高い部分があって、この淡水圧によって塩水楔の侵入が停止されることもある。したがって、塩水の侵入防止の面から設定される低限界水頭は帯水層の形状および地質、海岸から内陸部への淡水の水頭勾配、海岸と井戸との距離などにより変わってくると考えられる。さて、この地域は有限厚さの被圧地下水層であり、また、海岸にもっとも近い井戸 6 も水頭 0 m を与えた境界 B_2 からある程度の距離をもっていることから、海面以下の井戸水位の低下もある程度許容されるものではないかと考えられ、詳細な検討は今後待つとして、本計算の目的が最適取水の適用例であることもあって、一応ここでは海岸近くの制御井戸にも前述の低限界水頭を一律に与えることにする。なお、地盤沈下および塩水侵入防止の面からの低限界水頭の値については今後研究を要する重要な事項と考えられる。

次に各制御井戸に課せられる水需要量として同報告書¹²⁾ であげられている 5 つの揚水計画案の値をとった。これを 表-1 に示している。

表-1 水需要量 Q_w^* (成分 Q_m^*) (m は制御井戸の番号) (単位: $10^4 \text{ m}^3/\text{day}$)

case \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	ΣQ_m^*
1	1.50	0.60	1.00	0.27	0.27	0.60	0.60	0.60	0.27	0.60	6.31
2	3.00	0.60	2.80	0.50	0.50	0.80	0.80	0.80	0.50	0.80	11.10
3	2.00	2.00	1.00	1.00	1.00	1.50	1.50	1.50	1.00	1.50	14.00
4	3.00	1.30	2.80	0.90	0.90	1.50	1.50	1.50	0.90	1.50	15.80
5	3.50	1.30	3.00	1.80	1.80	2.10	2.10	2.10	1.80	2.10	21.60

表-2 P (成分 P_{ml}) と U (成分 u_l) (m, l は制御井戸の番号, $u_l = \sum_m P_{ml}$) (単位: m^2/day)

l \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	u_l
1	-1 640.0	752.0	193.0	159.0	17.4	110.0	41.7	4.9	254.0	33.5	-74.5
2	752.0	-1 390.0	54.0	68.3	24.9	408.0	4.5	0.5	34.9	7.0	-35.5
3	193.0	54.4	-2 590.0	1 540.0	53.0	38.4	9.2	1.7	177.0	245.0	-278.7
4	159.0	68.3	1 540.0	-2 200.0	137.0	71.4	4.6	0.7	74.4	54.6	-90.0
5	17.4	24.9	53.0	137.0	-324.0	58.1	0.3	0.03	3.5	4.0	-25.8
6	110.0	408.0	38.4	71.4	58.1	-773.0	1.4	0.2	15.1	4.1	-63.3
7	41.7	4.5	9.2	4.6	0.3	1.4	-835.0	194.0	249.0	7.5	-322.8
8	4.9	0.5	1.7	0.7	0.03	0.2	194.0	-1 090.0	115.0	3.4	-769.6
9	254.0	34.9	177.0	74.4	3.5	15.1	249.0	115.0	-1 550.0	140.0	-497.1
10	33.5	7.0	245.0	54.6	4.0	4.1	7.5	3.4	140.0	-3 540.0	-3 040.0

(v) 計算結果および考察

① 行列 P (成分 P_{ml})

P は式 (15) からわかるように A および F よりなっていて透水量係数, 節点および非制御大井戸の座標値により構成され, 式 (19) からある制御井戸の水頭が単位の上昇をしたときの考えている制御井戸の増加水量である. すなわち, 表-2 の P の成分 P_{ml} は制御井戸 l の水頭の単位上昇あたりの制御井戸 m の増加水量である. 表-2 の対角成分 ($P_{ml}, m=l$) が負であり, その他 ($P_{ml}, m \neq l$) が正であるのは, ある井戸の水量はその井戸自身の水頭が低下するほど, また, それ以外の制御井戸の水頭が上昇するほど大きくなることを示している. また, 対角成分の絶対値がその他の成分に比べて顕著に大きいのはその制御井戸の水量にはそれ自身の井戸の水頭の影響が最も大きいことを示している. また, P_{ml} の大きさは制御井戸 m, l 間が近いほど, また, m, l 間の透水量係数が大きいほど, すなわち, m, l 間が流れやすいほど大きい値となっている.

② 列ベクトル u (成分 u_l)

表-2 に示す u は式 (24) に示すように P_{ml} の m についての合計量で, ある制御井戸 l の水頭が単位上昇したときのそれ自身の井戸も含めた制御井戸全体の水量増加の合計を示している. u_l の絶対値が大きいことは, 制御井戸 l の水位の変化が全水量に与える影響の大きいことを示している. また, 表-2 に示すように u_l がすべて負であることは, 1つの制御井戸の水頭が上昇すれば, 全水量は常に減少することを示している. したがって, 領域内の取水量を大きくするには, 各制御井戸とも水頭を下げるほどよいことになる. したがって, 低限界水頭以上の条件のもとでの領域の可能な最大取水は各制御井戸の水頭がすべてその低限界水頭になったとき ($h_w' = 0$ のとき) に生ずるといえる.

③ 列ベクトル P_0 (成分 P_{0m})

P_0 は式 (20) に示すように h_w^* と P および q よりなり, したがって, 式 (15), (16) から h_w^* と A, F, Q_r, h_b, R よりなりたっている. すなわち, 低限界水頭と透水量係数, 節点および非制御大井戸地点の座標, 境界条件, 非制御大井戸の揚水量, 被圧水層からの流出入量から構成されている. P_0 (成分値 P_{0m}) は式 (19) から $h_w' = 0$ のとき, すなわちその領域の最大取水時における各制御井戸の取水量であり, $\sum_m P_{0m} = G$ は

その領域の制御井戸による可能な最大取水量である. P_{0m} および G の値を表-3 に示している. P_{0m} は水源 (境界 B_1, B_2) に近く, 水源の水頭が高く, 透水量係数が大で, また, h_w^* が低いほど大きくなる. また, P_{0m} の各井戸間の比率は領域の地盤地質の状態および地下水の賦存状態からもっとも無理のない取水の比率を示していると考えられ各制御井戸の取水計画をきめる場合の参考とすべき値と考えられる.

④ 制御井戸の算定取水量

設定された低限界水頭以上で, また, 与えられた水需要量を満足する 2 条件のもとに領域の総取水量を最大にする解を模式図 図-8 について考えてみよう. いま, 制御井戸 1~4 の P_{0m} および Q_m^* が 図-8 のようであるとする. P_{0m} の取水時の井戸水頭 h_{pm}' は図のように低限界水頭 $h_m^* = 0$ に等しくなる. まず, ① すべての井戸で Q_m^* が P_{0m} より小であれば上記の 2 条件を満足する解としての各井戸の取水量は P_{0m} となり, このときの井戸水頭は低限界水頭に一致する.

次に図のように P_{0m} より Q_m^* が大になる井戸 1, 2 がある場合を考える. いま, 各井戸を P_{0m} の取水状態から, $h_w' \geq 0$, 取水量 $Q_m \geq Q_m^*$ の 2 条件を満たす状態に至る過程を考えると, まず井戸 1, 2 の取水量をその Q_m^* 以上に上げるためには井戸 1, 2 の水頭がすでに低限界水頭になっていて, これを下げることはでき

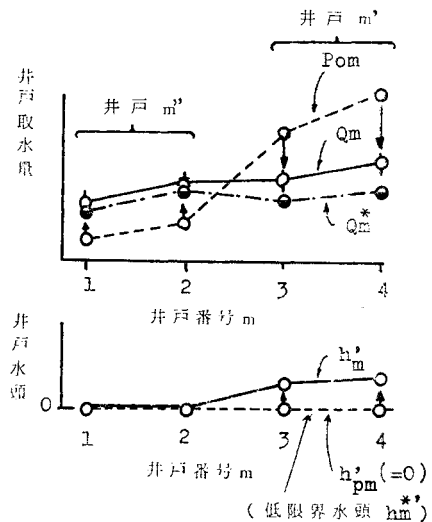


図-8 2条件を満たし, 総取水量最大の解の説明図

表-3 P_0 (成分 P_{0m}) と G (m は制御井戸の番号, h_w^* は標高, $G = \sum_m P_{0m}$) (単位: $10^4 m^3/day$)

h_w^* \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	G
-5m	1.94	1.74	1.37	1.03	0.92	1.38	1.78	2.16	1.76	4.61	18.69
-3m	1.92	1.73	1.31	1.01	0.91	1.37	1.72	2.01	1.67	4.00	17.65
-1m	1.91	1.72	1.26	0.99	0.91	1.36	1.65	1.86	1.57	3.39	16.62

ないので井戸 3, 4 の水頭を上げねばならない。こうすれば井戸 3, 4 の取水量が下がる。しかし、この取水量が Q_m^* より下がらなければ、上記の 2 条件を満たす解として図の実線のような取水量 Q_m と井戸水頭 h_m' がえられる。そうして、㉑ この解のうちで総取水量最大の状態を求めれば、これがここで求める最適解となる。

なお、この場合表-2 で述べたように $|P_{m1}|_{m=1}$ は $|P_{m1}|_{m=1}$ よりかなり大きいため井戸 1, 2 を Q_m^* にもってくるためには井戸 3, 4 の水頭をかなり上げねばならず、そのための井戸 3, 4 の水量の減少は井戸 1, 2 の Q_m^* までの水量の増加に比べてかなり大きくなる。したがって、領域の総取水量は $\sum P_{0m}$ より減少する。すなわち、 P_{0m} に比べて Q_m^* が大きい井戸が存在すると、いわゆる無理をした取水となり、地域の総取水量は減少してゆくことがわかる。次に、㉒ 井戸 1, 2 の $(Q_m^* - P_{0m})$ がかなり大きいとき、または $(Q_m^* - P_{0m})$ が小さくとも井戸 3, 4 の余裕量 $(P_{0m} - Q_m^*)$ が小さいときには図-8 の井戸 3, 4 の水頭を上げ、井戸 3, 4 の取水量を Q_m^* まで下げても、井戸 1, 2 の取水量をその Q_m^* まで上げることができない場合、すなわち上記の 2 条件を満たす解が得られない場合も生ずる。この場合は線形計画法では解は求まらない。なお、すべての井戸が Q_m^* の取水をしたとき各水頭が低限界水頭以上となるかどうかの判定、すなわち各井戸が Q_m^* で取水可能かどうかの判定は、上述のように線形計画法での解が得られるかどうかでわかるが、式 (12) の初めの 2 式から $Q_w = Q_w^*$ を与えて h_w を求め、これが低限界水頭以上であるかどうかで判定することもできよう。

さて、表-4 は表-1 の水需要量 Q_m^* のもとに、低限界水頭 $-5m, -3m, -1m$ に対して地域の総取水量を最大にする各井戸の取水量の算定結果であり、また、低限界水頭 $-5m$ の場合を 図-9~13 に例示している。なお、図-12, 13 は 2 条件を満たす解 Q_m が得られなかったが、参考までに P_{0m}, Q_m^* を示しておく。これらの図について、上述の説明の ㉑~㉒ の場合と対比すると case 1 は ㉑ の場合、case 2, 3 は ㉒ の場合、case 4, 5 は ㉒ の場合に相当しよう。また、 $h_w^* = -5$

m, case 1 の場合の最適状態における算定水頭分布図を 図-14 に示している。次に表-4 の $h_w^* = -5m$ 欄の $\sum Q_m$ をみると、すべての井戸で Q_m^* が P_{0m} より小さい case 1 の場合はその地域の可能な最大総取水量を

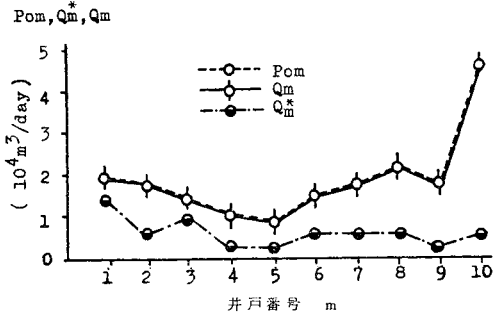


図-9 表-4 の $h_w^* = -5m$, case 1 の図

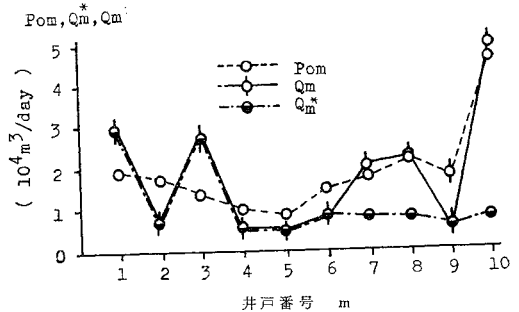


図-10 表-4 の $h_w^* = -5m$, case 2 の図

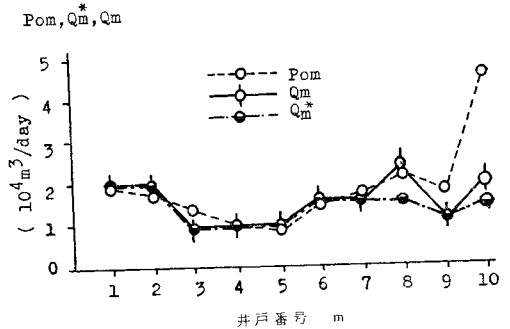


図-11 表-4 の $h_w^* = -5m$, case 3 の図

表-4 2 条件を満たし、総取水量最大の解の算定の Q_n (m は制御井戸の番号) (単位: $10^4 m^3/day$)

h_w^*	case	m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum Q_m$
-5m	1		1.94	1.74	1.37	1.03	0.92	1.38	1.78	2.16	1.76	4.61	18.69
	2		3.00	0.60	2.80	0.50	0.50	0.80	2.03	2.29	0.50	4.83	17.85
	3		2.00	2.00	1.00	1.00	1.00	1.50	1.50	2.38	1.00	2.00	15.38
-3m	1		1.92	1.73	1.31	1.01	0.91	1.37	1.72	2.01	1.67	4.00	17.65
	2		3.00	0.60	2.80	0.50	0.50	0.80	1.04	2.38	0.50	4.25	16.37
-1m	1		1.91	1.72	1.26	0.99	0.91	1.36	1.65	1.86	1.57	3.39	16.62
	2		3.00	0.60	2.80	0.50	0.50	0.80	0.80	2.26	0.50	2.67	14.43

(注) $h_w^* = -5m$ の case 4, 5, $h_w^* = -3m, -1m$ の case 3, 4, 5 は 2 条件を満たす解が求まらない。

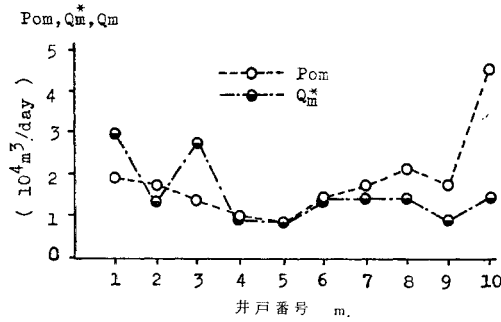


図-12 表-4 の $h_w^* = -5$ m, case 4 の図 (Q_m は求まらない)

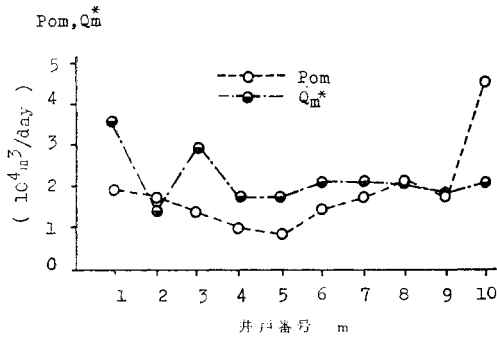


図-13 表-4 の $h_w^* = -5$ m, case 5 の図 (Q_m は求まらない)

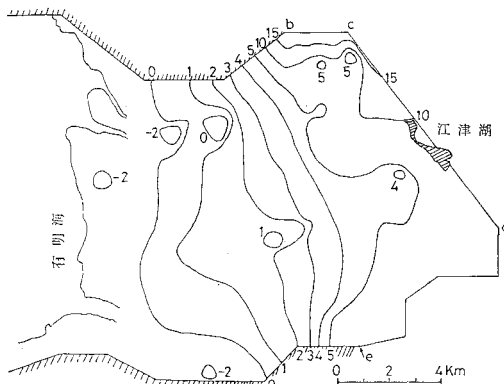


図-14 表-4 の $h_w^* = -5$ m, case 1 の水頭分布図 (図の数字は水頭 h (標高 m) b~eなどは図-6 に示すもの)

示し、 Q_m^* が P_{om} より大きい井戸が生じてくると、case 2, 3 のように総取水量は減少し、さらに Q_m^* に達しない井戸が生じてくるのがわかる。次に低限界水頭を変えた場合の総取水量をみると、同じ case については -5 m, -3 m, -1 m の順に総取水量は小さくなるが、低限界水頭が -5 m の Case 3, -3 m の Case 2 の総取水量は低限界水頭が -1 m の Case 1 の総取水量よりも小さくなっていて、前述のように Q_m^* が P_{om} より大きい井戸があると低限界水頭が低くても総取水量が

減少する場合があることがわかる。

(3) 低限界水頭以上で水需要量に達しない井戸があるとき井戸間の地上導水量を最小にする解

a) 基礎式

表-4 の欄外に示す case は前述の 3.(2) の計算では解が得られない。この場合は $Q_m < Q_m^*$ の井戸に対してその不足分 $Q_m^* - Q_m$ を水需要量より大きくとってよい余裕のある井戸から地上導水する必要がある。いま、地域全体での総需要量が、その地域の取水可能量 $G = \sum P_{om}$ より少ない場合需要は地下水取水のみで充足されるので、導水距離を一応考慮外にすれば導水費を安くするという経済的観点から考えた最適の取水としては、低限界水頭以上という条件のもとに各井戸の水需要量を丁度(過不足なく)達成するための井戸間の地上での導水量を最小にすることを考えられよう。すなわち、図-8 で低限界水頭以上という条件のもとでは井戸 1, 2 の取水量 Q_m をその水需要量 Q_m^* まで上げることができないとき、図-15 の実線のようにして井戸 1, 2 の不足量 $\sum_{m=1,2} (Q_m^* - Q_m)$ と井戸 3, 4 の余裕量 $\sum_{m=3,4} (Q_m - Q_m^*)$ とが等しくてしかもこの量が最小の状態を求める問題となる。この場合の各井戸の取水量は次のようにして決定される。

いま、図-15 のように制御井戸 m 、このうち $P_{om'} \geq Q_{m'}^*$ の井戸を m' 、 $P_{om'} < Q_{m'}^*$ の井戸を m'' とすれば、地上導水量 g_d を最小にすることから、

$$g_d = \sum_{m''} (Q_{m''}^* - Q_{m''})$$

$$= \sum_{m''} Q_{m''}^* - \sum_{m''} Q_{m''} \Rightarrow \min \quad \dots\dots\dots (26)$$

or

$$g' = \sum_{m'} Q_{m'} \Rightarrow \max$$

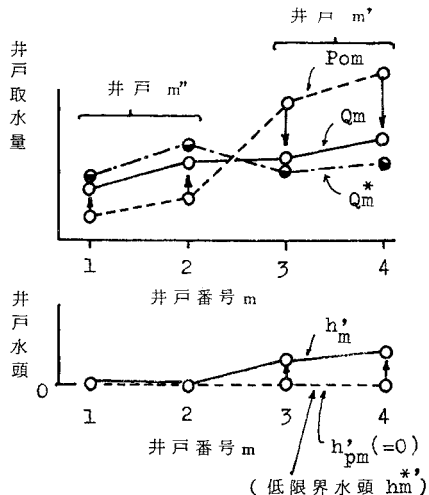


図-15 $h_w' \geq 0$ を満たし、地上導水量最小の解の説明図

表-5 $h_w' \geq 0$ を満たし、地上導水量最小の解の算定 Q_m ($h_w^* = -5$ m, case 4 の場合, m は制御井戸の番号)
(単位: $10^4 \text{m}^3/\text{day}$)

Q \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
Q_m	2.49	1.30	1.92	0.90	0.90	1.50	1.50	2.36	0.90	2.03	15.80
Q_m^*	3.00	1.30	2.80	0.90	0.90	1.50	1.50	1.50	0.90	1.50	15.80
$Q_m - Q_m^*$	-0.51	0	-0.88	0	0	0	0	+0.86	0	+0.53	0

$$[\sum_{m=1,2} (Q_m^* - Q_m) = \sum_{m=8,10} (Q_m - Q_m^*) = 1.39 \times 10^4 \text{m}^3/\text{day}]$$

次に地域全体の総需要量が地下水のみでまかなわれる条件として、

$$\sum_{m=1}^M Q_m \geq \sum_{m=1}^M Q_m^* \dots \dots \dots (27)$$

井戸 m' については、

$$Q_{m'} \geq Q_{m'}^* \dots \dots \dots (28)$$

また、井戸 m'' については $Q_{m''}$ が $Q_{m''}^*$ より大きくなると式 (26) の min の意味がなくなるので、

$$Q_{m''} \leq Q_{m''}^* \dots \dots \dots (29)$$

したがって、この場合の各井戸の取水量の算定は $h_w' \geq 0$ および式 (27)~(29) を制約条件として式 (26) を目的関数とする線形計画問題として解を求めることができる。

b) 計算結果

表-4 の解が得られない欄外の case を考えると case 3, 4 は $\sum Q_m^* < \sum P_{om}$ であるから、ここで考えている場合に該当する。いま、case 4 の低限界水頭 $h_w^* = -5$ m の場合に適用すると表-5、図-16 となる。この場合、井戸 1, 3 が水需要量に達しないが他の余裕のある井戸 8, 10 から地上導水により補給して地域の全制御井戸は需要量を丁度満足するようになっていて、しかも導水量最小の結果が得られている。その導水量は 1.39 万 m^3/day である。

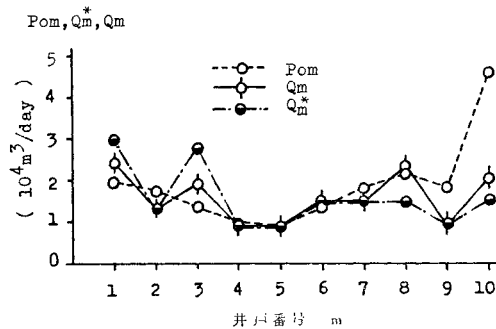


図-16 $h_w' \geq 0$ を満たし、地上導水量最小の解 (表-5 の図)

4. 最適取水についての考察

前述のように各制御井戸はほぼ P_{om} の比率で取水するのがその地域の地質および地下水の状態からいって無

理のない理想的な取水であり、したがって、たとえば人口、工場の分散などによって各井戸の水需要量をこの比率に近づけることは最適取水状態をうる一つの方法と考えられる。しかし、ここでは、この水需要量は定まっているものとして低限界水頭以上であることを各井戸の水需要量を満たすことの条件のもとに種々の場合の最適取水について総合的に検討してみよう。

(I) $\sum Q_m^* \leq \sum P_{om}$ の場合：このときは地域内の井戸取水のみで地域内の総需要量をまかなうことができる。

① すべての制御井戸で、 $Q_m^* \leq P_{om}$ の場合

この場合は各井戸とも Q_m^* で取水してよく、井戸水位は低限界水頭以上となり十分安全な取水となる。次に、この地域外にできるだけ多く送水する必要があるときなどのように、前述の2条件をみたしたうえでこの地域からできるだけ多く取水したいときは、各井戸は P_{om} で取水すればよい。この場合の井戸水位はすべて低限界水頭に一致し、送水などに使われる余裕量は $\sum (P_{om} - Q_m^*)$ である。

② $Q_{m''}^* > P_{om''}$ の井戸 m'' が存在する場合 (図-8, 15 参照)

(a) $h_w' \geq 0$ の条件下で、すべての井戸が Q_m^* で取水可能な場合

この判定は式 (12) において、 $Q_w = Q_w^*$ (成分値 Q_m^*) として井戸水位 h_w を算定し、これが井戸の低限界水頭を下がらなければ、 Q_m^* で取水可能となる。なお、前述 3.(2) の計算プログラムがあるなど、すでにその計算準備が整っている場合は、3.(2) によって解が得られるかどうかで判定してもよい。次に上述の2条件を満たしたうえで、その地域からできるだけ多く取水したいときは前述 3.(2) の方法により、各井戸の取水量 Q_m を求めればよい。この場合の余裕量は $\sum (Q_m - Q_m^*)$ となる。

また、上述の2条件を満たしたうえで、ある特定の制御井戸 (複数でもよい) の取水量をできるだけ大きくしたいときも同様の計算で求められる。

(b) $h_w' \geq 0$ の条件下で Q_m^* の取水不可能な井戸が生じる場合

この判定は前項の (a) に準じて行える。この場合は前述 3.(3) の場合となり、経済的面から地上導水量最小

の条件で各井戸の取水量を求める。なお、この場合は地上導水も含めて各井戸の Q_m^* は確保される。次に領域からできるだけ多く取水したい場合は、 P_{0m} で取水し域内導水して各井戸の Q_m^* を確保すれば、その残量(余裕量)は $\sum (P_{0m} - Q_m^*)$ となる。

(II) $\sum_m Q_m^* > \sum_m P_{0m}$ の場合: このときは域内の井戸取水のみで域内の総需要量をまかなうことができない。この場合は P_{0m} で取水して $P_{0m} > Q_m^*$ の井戸の余水 $P_{0m} - Q_m^*$ を域内の Q_m^* に達しない井戸に導水補給し、さらに Q_m^* に対し不足の井戸には他地域または域内の他水源から導水することになる。

5. む す び

本報は対象とする広域の地下水領域内に分散配置された取水制御の対象井戸の最適定常取水について検討したものである。取水の最適性については、種々の考え方があると考えられるが、ここでは各制御井戸の水位が地盤沈下および地下水の塩水化の防止面から設定された井戸水位低下の限界値(低限界水頭)以上の水頭をもつことと、各制御井戸に課せられた水需要量を満たすことの2条件のもとに種々の場合についての最適取水を検討した。特に上述の2条件を満たす範囲で領域の総取水量または特定の制御井戸の取水量を最大にする解および低限界水頭以上の条件下では水需要量に達しない制御井戸がある場合その不足分を他の制御井戸からの地上導水による導水量最小の解については線形計画法によって求められ、これらの解について実際の地域として選んだ熊本平野西部の地下水領域に適用して算定を行ってみた。この地域については資料がまだ不備で、また、低限界水頭の値については不明確であるので、本計算結果がそのまま実際に利用できるものではないにしても、一応種々の観点からみた最適取水計画を求めうることがわかったものと考えている。

次に、本報では有限要素法を用いて各制御井戸の水頭から取水量を求める式形[式(14)または式(19)]を示したが、この式によって取水計画にあたっての基礎的資

料と考えられる P, P_0 を取り出すことができたと考ええる。ここに、 P と P_0 は式中の係数行列と列ベクトルであり、式(15)、(16)および式(20)で算定されるもので、地下水領域の境界条件、地盤地質の状況、井戸の大きさと配置などの関数であって、その領域の地下水揚水に関する特性量を示すものである。なお地盤沈下や地下水の塩水化の防止面から設定される低限界水頭は今後検討を要する重要な値と考えられる。

謝 辞: 本研究を行うにあたり、熊本市水道局の方々および九州農政局の榎倉克幹地質官より多くの御助言をいただきました。また、本学卒業生 緒方博史君(現在(株)日本道路勤務)および内田 寿君(現在大分市役所勤務)には資料整理に御協力を得ました。ここに感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Eduardo Aguado and Irwin Remson : Ground-Water Hydraulics In Aquifer Management, ASCE, Vol. 100, HY-1, pp. 103-118, Jan., 1974.
- 2) Eduardo Aguado, Irwin Remson, Mary F. Pikul, and Will A. Thomas : Optimal Pumping For Aquifer Dewatering, ASCE, Vol. 100, HY 7, pp. 869-877, July, 1974.
- 3) Eduardo Aguado, Nicholas S, and Irwin Remson : Sensitivity Analysis in Aquifer Studies, Jour. of Geophysical Research, Vol. 13, No. 4, pp. 733-737, Aug., 1977.
- 4) 佐藤邦明・渡辺邦夫 : 地下水の適正揚水システム化に関する研究, 水資源に関するシンポジウム前刷集, pp. 429-434, 1977.
- 5) 佐藤邦明 : 地下ダムの貯留機能と制御・管理システムの研究, 文部省特定研究報告書(昭和51年度).
- 6) 佐藤邦明 : 地下ダムの貯留機能と制御・管理システムの研究, 文部省特定研究報告書(昭和52年度).
- 7) O.C. ツィエンキーヴィッツ : マトリックス有限要素法, 培風館, 1971.
- 8) 寺沢寛一 : 数学概論応用編, 岩波書店, p. 66, 1970.
- 9) 水道施設設計指針・解説, 日本水道協会, p. 95, 1977.
- 10) 水収支研究グループ, 柴崎達雄編 : 地下水盆の管理, 東海大学出版会, pp. 47~75, 1976.
- 11) 例えば石井吾郎 : 数値計画法入門, サイエンス社, 1976.
- 12) 熊本平野低地帯の地下水事情, 熊本市水道局, 1975.
- 13) 土木工学ハンドブック, p. 1690, 1964.

(1978.4.24・受付)