

## 長径間トラス橋の自由振動の立体的解析

### THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS OF FREE VIBRATION OF LONG SPAN TRUSS BRIDGES

村 上 正\*・會 田 忠 義\*\*

By Tadashi MURAKAMI and Tadayoshi AIDA

#### 1. ま え が き

天門橋（天草連絡道路 1 号橋）の完成以来、各地に長径間トラス橋が計画架設され、現在、世界第 3 位のトラス橋、港大橋（南港連絡橋）を見るに至っている。このような長径間トラス橋の建設に伴いトラス橋の耐震設計のために振動の立体解析がなされつつある。これらの長径間トラス橋の自由振動解析では、初期にはトラス橋を大ざっぱに 1 本のはりには置換して近似的に取り扱い、鉛直振動および水平振動に対する特性のみを明らかにしてきた。その結果、低次振動は実測値と比較的よく一致するが、それでも、横断面の変形あるいは回転は計算されず、実測値との完全な比較はなされなかった。最近では、笹戸ら<sup>1)</sup>は港大橋の耐震設計において、多自由度系として一部を立体的に振動解析しており、林ら<sup>2)</sup>はトラス橋を薄肉ばりに置換して自由度を減少させ、質量分布も実橋に近い分布質量を考え、振動特性の把握の容易な解析法を提示している。さらに、西村ら<sup>3)</sup>および小坪ら<sup>4)</sup>は一般的変形法に部分構造法を導入し、より実橋に即した解析法で振動解析を行っている。本論文の著者の一人は文献 5) において床版を含まないトラス桁について近似的な扱いとして横断面の運動方程式をせん断中心で表わしトラス桁の振動特性の大略を述べた。さらに、模型実験を行い<sup>6)</sup>振動性状を確かめてきた。しかし、一般に、道路橋では床版の曲げおよびねじり剛性が大きく振動に影響することが予想されることから、著者らは文献 7) および 8) において横断面の重心に注目して床版の剛性を考慮した解析法を示すとともに、その影響を調べてきた。また、これらの手法を応用拡張し、ランガートラス橋<sup>9)</sup> およびプレーストリプアーチ橋<sup>10)</sup>の解析法をも示してきた。本研究は類似の手法により 2 層式長径間トラス

橋の自由振動の立体的近似解析を示したものである。後の章で、本解析法を 3 径間連続トラス（天門橋）およびゲルバートラス橋（港大橋）に適用し、これらの立体的振動特性を示す。ここで、天門橋は 1 床版をもつトラス橋であるが、2 層橋の特殊ケースとして解析したもので、解析結果は文献 7) および 8) に部分的に示された結果をまとめたものである。また、港大橋は 1 横断面が 4 節点からなる部分と 6 節点からなる部分から構成された 2 層橋であり、本解析法をそのまま適用し解析したものである。解析に当たり橋台のロッキングの影響を無視した。

#### 2. 解析上のモデル化

振動解析に当ってトラス橋に次の仮定を設けた。

① 横断面を構成している部材を除いた他の部材はすべて節点でヒンジ結合されている。

② 横断面を構成している垂直材は軸力に対して剛体、水平材は軸力および曲げに対して剛体であるとする。

③ 横断面の形状変化を考慮するに当り、垂直材および対傾構は Fig. 1 (b-1), (b-2) および (b-3) のように変形するので、実際の横断面をせん断変形の等しい箱形ラーメン (Fig. 1 (c-1), (c-2) および (c-3)) にモデル化する。特に、Fig. 1 (c-3) の箱形ラーメンの垂直材の曲げ剛性は上部垂直材の部材角と下部垂直材の部材角が等しくなるように換算する。

④ 横断面の各節点は横断面に直角な荷重に対してヒンジの働きをする。

さらに、床版に対して次の仮定を設けた。

⑤ 床版の橋軸に直角な水平軸に関する曲げ剛性および橋軸方向の伸縮剛性を無視する。

⑥ 床版の橋軸に直角な鉛直軸に関する曲げ剛性および橋軸に関するねじり剛性を考慮する。

\* 正会員 工博 福岡大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 山口大学教授 工学部土木工学科

⑦ 床版は運動方程式をたてるべき注目の横断面の位置で弾性支持された連続ばりとする。ただし、床版の伸

縮装置がある箇所はヒンジとし、伸縮装置のある横断面を注目の横断面とする。

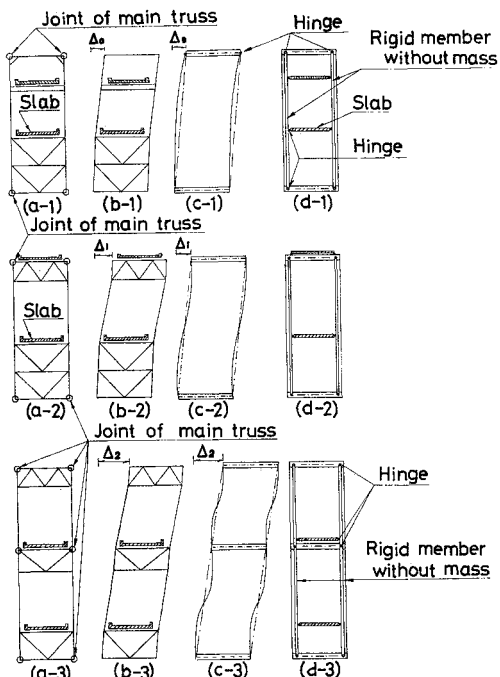


Fig. 1 Modelling of deformable transverse frame

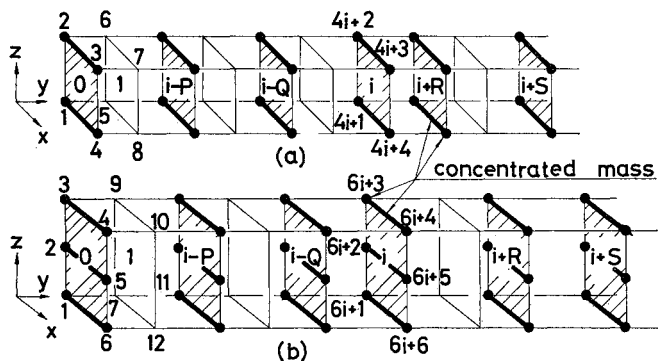


Fig. 2 Concentrated mass and transverse frames of trusses

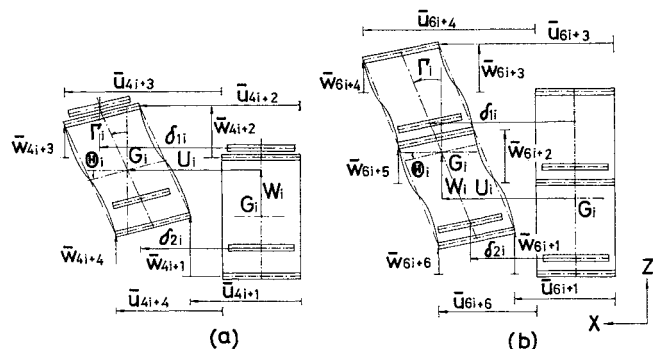


Fig. 3 Displacements of joints and gravity centers and deformation of  $i$ -th transverse frames

⑧ 床版は Fig. 1 (d-1), (d-2) および (d-3) に示すように、各水平材にヒンジ結合された質量のない補足的な垂直材にヒンジ結合されているものとする。

運動方程式をたてるに当って次の仮定を設けた。

⑨ トラス桁の質量は、主トラスを構成する部材の質量はその部材の両端の節点に、横構および対傾構はそれらが構成する構面の両端の水平材（支材あるいは横桁，Fig. 1 あるいは Fig. 2）に等分配し集中させる。また、床版についても、各パネルの床版の質量をパネルの両端の横断面の床版の重心に集中させる。近似解析に当り、これらの集中質量を、さらに、2あるいは3パネルごとの横断面のそれぞれの対応する節点、水平材および床版に質量を集中させる (Fig. 2 参照)。

⑩ 特に、橋軸方向の運動方程式をたてるに当って、仮定 ⑤ のように、床版の橋軸方向伸縮剛性を無視するので、床版の質量を横断面の節点に分配させるとともに、水平材の質量も同様に取り扱い、橋のすべての質量を節点に集中させ、これらの節点に注目する。

⑪ 振動は微小振動で減衰はないものとする。

以下、2層トラス橋を想定し、1横断面が4節点の場合 (Fig. 2 (a), プラットトラスなど) と6節点の場合 (Fig. 2 (b), K トラスなど) を含めて運動方程式を求める。ここで、解析を容易にするため Fig. 2 のように横断面番号と節点番号をつける。

### 3. 横断面の運動方程式

下路あるいは中路トラス橋のように横断面の形状変化が著しい場合はもちろん、上路トラス橋においても横断面の形状変化が大きく、これを考慮する場合、1横断面の変位および変形は仮定に従うと、横断面の重心の橋軸に直角な水平および鉛直変位、横断面のせん断変形ならびに横断面の各節点の橋軸方向変位に分けられる。ここで、せん断変形とは Fig. 3 に示すように、水平材の回転角  $\theta_i$  に起因する横断面の変形（ここでは鉛直せん断変形とよぶ）と水平材の水平変位の差異に起因する横断面の変形  $\Gamma_i$ （水平せん断変形とよぶ）の二つの変形である。本研究では、以上の変形様式に基づき、トラス橋の振動を横断面の橋軸直角な平面内での運動と横断面の節点の橋軸方向と運動の連成になるものと見なし、

横断面の運動を仮定 ⑨ により求められた集中質量をもつ水平材と床版の仮定 ③ と ⑧ に従う運動からなるものとした。したがって、1 横断面では次の運動方程式が成立する。

- ① 横断面の重心の橋軸に直角な水平方向の運動方程式
- ② 横断面の重心の橋軸に直角な鉛直方向の運動方程式
- ③ 横断面の鉛直せん断の運動方程式
- ④ 横断面の水平せん断の運動方程式
- ⑤ 横断面の節点の橋軸方向の運動方程式

(1) トラス部材および床版の応力

自由振動によって  $i$  番目の注目の横断面の重心  $G_i$  に橋軸に直角な水平変位…… $U_i$   
 橋軸に直角な鉛直変位…… $W_i$   
 が生じ、横断面の変形として  
 鉛直せん断変形…… $\theta_i$   
 水平せん断変形…… $\Gamma_i$   
 が生じ、さらに、横断面の節点  $k$  に橋軸方向変位  $V_k$  が生じた場合を想定する。これらの変位および変形による節点  $k$  の変位は Fig. 3 を参照すると、次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_k &= U_i + \Gamma_i \bar{e}_{vk}, & \bar{v}_k &= V_k \\ \bar{w}_k &= W_i - \theta_i \bar{e}_{hk} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

床版の重心とせん断中心は一致しているとし、 $i$  番目の横断面の上下両床版の重心の水平変位をそれぞれ  $\delta_{ii}$  および  $\delta_{2i}$ 、回転変位をそれぞれ  $\varphi_{ii}$  および  $\varphi_{2i}$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ii} &= U_i + \Gamma_i \bar{e}_{ii}, & \varphi_{ii} &= \theta_i \\ \delta_{2i} &= U_i + \Gamma_i \bar{e}_{2i}, & \varphi_{2i} &= \theta_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

で表わされる。  
 ここで、 $\bar{e}_{vk}$ 、 $\bar{e}_{hk}$ 、 $\bar{e}_i$  および  $\bar{e}_{2i}$  は節点  $k$  の座標を  $(x_k, y_k, z_k)$ 、横断面の重心  $G_i$  の座標を  $(x_{G_i}, y_{G_i}, z_{G_i})$ 、上床版の重心  $S_{i1}$  および下床版の重心  $S_{2i}$  の座標をそれぞれ  $(x_{S_{i1}}, y_{S_{i1}}, z_{S_{i1}})$  および  $(x_{S_{2i}}, y_{S_{2i}}, z_{S_{2i}})$  とするとき、次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{e}_{vk} &= z_k - z_{G_i}, & \bar{e}_{hk} &= x_k - x_{G_i} \\ \bar{e}_{i1} &= z_{S_{i1}} - z_{G_i}, & \bar{e}_{2i} &= z_{S_{2i}} - z_{G_i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

いま、 $i$  番目の横断面中の節点  $k$  とともに、 $i-1$  および  $i+1$  番目の横断面中の任意節点を、それぞれ  $j$  および  $l$  とする。ここで、1 横断面が 4 節点 (Fig. 2 (a)) の場合は、

$$\begin{aligned} j &= 4(i-1) + n, & k &= 4i + m, & l &= 4(i+1) + n \\ (m, n &= 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

1 横断面が 6 節点 (Fig. 2 (b)) の場合は

$$\begin{aligned} j &= 6(i-1) + n, & k &= 6i + m, & l &= 6(i+1) + n \\ (m, n &= 1, 2, 3, \dots, 6) \end{aligned}$$

である。これらの任意節点中、たとえば、節点  $k$  と  $j$  を結ぶ部材の節点  $k$  における部材応力を  $N_{kj}$  とすると、

$$\begin{aligned} N_{kj} &= K_{kj} \{ (U_{i-1} - U_i) \lambda_{kj} + (W_{i-1} - W_i) \nu_{kj} \\ &\quad + (\Gamma_{i-1} \bar{e}_{vj} - \Gamma_i \bar{e}_{vk}) \lambda_{kj} - (\theta_{i-1} \bar{e}_{hj} - \theta_i \bar{e}_{hk}) \nu_{kj} \\ &\quad - (V_j - V_k) \mu_{kj} \} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

で表わされる。式中、 $\lambda$ 、 $\mu$  および  $\nu$  は部材  $kj$  の方向余弦で、節点  $j$  の座標を  $(x_j, y_j, z_j)$  とするとき、

$$\begin{aligned} \lambda_{kj} &= (x_j - x_k) / L_{kj}, & \mu_{kj} &= (y_j - y_k) / L_{kj}, \\ \nu_{kj} &= (z_j - z_k) / L_{kj} \end{aligned}$$

であり、

$$K_{kj} = EA_{kj} / L_{kj}$$

$E$  はヤング係数、 $A_{kj}$  は部材断面積、 $L_{kj}$  は部材長である。

次に床版が、 $\dots i-P, i-Q, i, i+R, i+S, \dots$  番目の横断面で支持されているとし、それぞれの横断面での上床版の重心の水平変位および回転変位をそれぞれ、 $\delta_{i-P}, \delta_{i-Q}, \delta_{ii}, \delta_{i+R}, \delta_{i+S}, \dots$  および  $\dots \varphi_{i-P}, \varphi_{i-Q}, \varphi_{ii}, \varphi_{i+R}, \varphi_{i+S}, \dots$  さらに、下床版の重心の水平変位および回転変位をそれぞれ  $\dots \delta_{2i-P}, \delta_{2i-Q}, \delta_{2i}, \delta_{2i+R}, \delta_{2i+S}, \dots$  および  $\dots \varphi_{2i-P}, \varphi_{2i-Q}, \varphi_{2i}, \varphi_{2i+R}, \varphi_{2i+S}, \dots$  とするとき、 $i$  番目の横断面の上床版に生ずる水平面内の曲げモーメント  $M_{ii}$  は Fig. 4 より次式で表わされる。

$$\begin{aligned} M_{ii} &= -\frac{2EsI_s}{(\lambda_{i-Q} + \lambda_i)} \left\{ \frac{\delta_{i-Q}}{\lambda_{i-Q}} - \left( \frac{1}{\lambda_{i-Q}} + \frac{1}{\lambda_i} \right) \delta_{ii} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\delta_{i+R}}{\lambda_i} \right\} \dots\dots\dots (5a) \end{aligned}$$

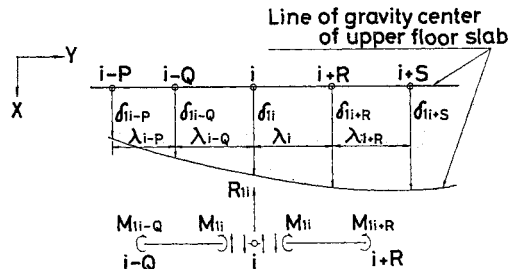


Fig. 4 Displacements of upper floor slab and its restoring force at  $i$ -th transverse frame

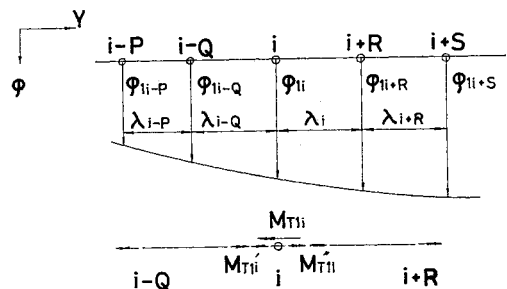


Fig. 5 Twisting angles of upper floor slab and its restoring moment at  $i$ -th transverse frame

同様に，下床版に生ずる曲げモーメント  $M_{2i}$  は

$$M_{2i} = -\frac{2E_S I_{2S}}{(\lambda_i - Q + \lambda_i)} \left\{ \frac{\delta_{2i} - Q}{\lambda_i - Q} - \left( \frac{1}{\lambda_i - Q} + \frac{1}{\lambda_i} \right) \delta_{2i} + \frac{\delta_{2i} + R}{\lambda_i} \right\} \dots \dots \dots (5b)$$

となる．一方，上床版に生ずるねじりモーメント  $M'_{Tii}$  および  $M''_{Tii}$  は **Fig. 5** より明らかなように次式となる．

$$\left. \begin{aligned} M'_{Tii} &= \frac{G_S J_{1S}}{\lambda_i - Q} (\varphi_{1i} - \varphi_{1i-Q}) \\ M''_{Tii} &= \frac{G_S J_{1S}}{\lambda_i} (\varphi_{1i+R} - \varphi_{1i}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6a)$$

同様に，下床版のねじりモーメント  $M'_{T2i}$  および  $M''_{T2i}$  は

$$\left. \begin{aligned} M'_{T2i} &= \frac{G_S J_{2S}}{\lambda_i - Q} (\varphi_{2i} - \varphi_{2i-Q}) \\ M''_{T2i} &= \frac{G_S J_{2S}}{\lambda_i} (\varphi_{2i+R} - \varphi_{2i}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6b)$$

となる．式中， $E_S I_{1S}$  および  $E_S I_{2S}$  は床版の橋軸に直角な鉛直軸に関する曲げ剛性， $G_S J_{1S}$  および  $G_S J_{2S}$  は床版のねじり剛性である．

(2) 運動方程式

自由振動により  $i$  番目の横断面に既述の変位および変形が生ずるとき，横断面の各節点および床版に **Fig. 6** に示された復元力および復元モーメントが生じる．図中， $K_{hm}$ ， $K_{vm}$  および  $K_{im}$  ( $m=1, 2, \dots, 6$ ) はそれぞれ節点  $k$  に作用する水平，鉛直および橋軸方向の復元力， $R_{1i}$  および  $R_{2i}$  は床版による水平方向の復元力， $M_{T1i}$  および  $M_{T2i}$  は床版による復元モーメントである．

**Fig. 6** を参照するとき， $i$  番目の横断面の自由振動の運動方程式は次式で表わされる．

注目の横断面の水平および鉛直方向の運動方程式は，

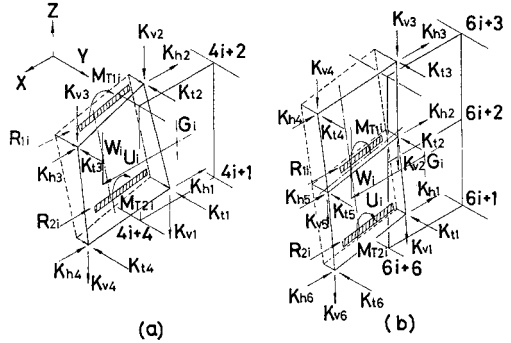
$$\mathfrak{M}_i \frac{d^2 U_i}{dt^2} = -\sum_m K_{hm} - \sum_p R_{pi} \dots \dots \dots (7)$$

$$\mathfrak{M}_i \frac{d^2 W_i}{dt^2} = -\sum_m K_{vm} \dots \dots \dots (8)$$

式中， $\mathfrak{M}_i$  は  $i$  番目の注目の横断面の全質量で，節点，水平材および床版の質量の和である．上式中，記号  $\sum_m$  は  $i$  番目の横断面に属するすべての節点についての和を表わし， $\sum_p$  は  $p=1, 2$  についての和を表わす．

横断面の重心を通る橋軸に関する鉛直せん断の運動方程式は **Fig. 7** を参照すると，

$$\mathcal{L}_i^v \frac{d^2 \theta_i}{dt^2} = -M_i^v + \sum \bar{M}$$



**Fig. 6** Restoring forces and moments in  $i$ -th transverse frame

$$-\sum_p M_{Tpi} \dots \dots \dots (9)$$

式中， $\mathcal{L}_i^v$  は横断面の重心を通る鉛直軸と床版との交点  $\textcircled{D}$  に関する床版の慣性モーメントと上記鉛直軸と各水平材との交点  $\textcircled{A}$ ， $\textcircled{B}$  および  $\textcircled{C}$  に関する各水平材（主トラス部材）からの集中質量を材の両端にもつ (**Fig. 2** 参照) の慣性モーメントの和である． $M_i^v$  は横断面の各節点に作用する鉛直方向の復元力  $K_{vm}$  の重心  $G_i$  に関する復元モーメントで次式で表わされる．

$$M_i^v = -\sum_m \bar{e}_{hk} K_{vm}$$

$\sum \bar{M}$  は垂直材の曲げ変形によって各水平材に加えられるモーメントの和で次のように表示される．

**Fig. 7 (a)** の場合

$$\sum \bar{M} = 2 \bar{M}_0 = 6 EI_{vi} (\Gamma_i - \theta_i) / h_{1i}$$

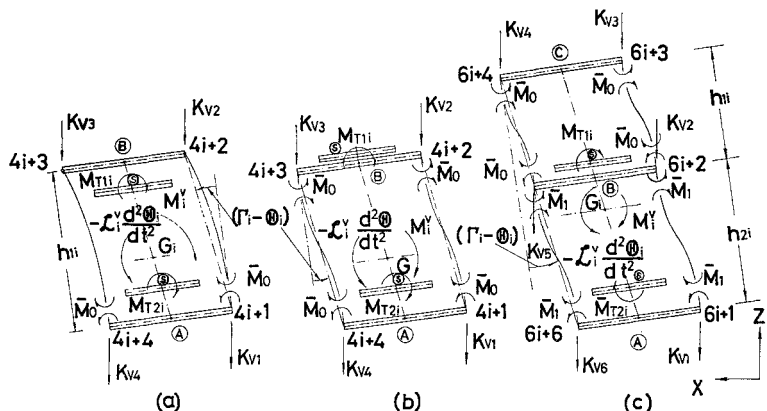
**Fig. 7 (b)** の場合

$$\sum \bar{M} = 4 \bar{M}_0 = 24 EI_{vi} (\Gamma_i - \theta_i) / h_{1i}$$

**Fig. 7 (c)** の場合

$$\begin{aligned} \sum \bar{M} &= 4(\bar{M}_0 + \bar{M}_1) \\ &= 24 E (\Gamma_i - \theta_i) (I_{v1i} / h_{1i} + I_{v2i} / h_{2i}) \end{aligned}$$

ここで， $EI_{vi}$ ， $EI_{v1i}$  および  $EI_{v2i}$  は  $i$  番目の横断面の垂直材の換算曲げ剛性である．



**Fig. 7** Inertia forces and restoring forces for vertical shearing motion of  $i$ -th transverse frame

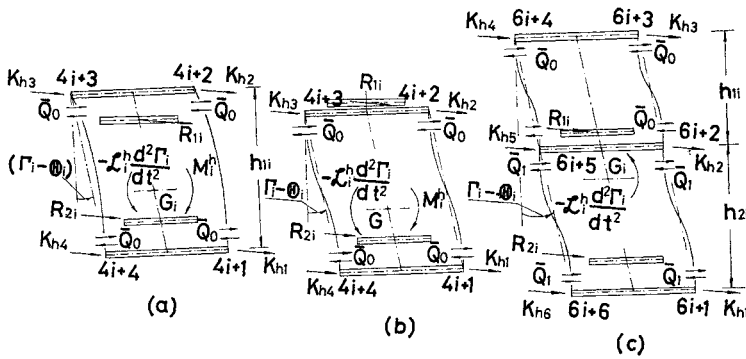


Fig. 8 Inertia forces and restoring forces for horizontal shearing motion of  $i$ -th transverse frame

横断面の重心を通る橋軸に関する水平せん断の運動方程式は Fig. 8 を参照すると、

$$\mathcal{L}_i^h \frac{d^2 \Gamma_i}{dt^2} = -M_i^h - \sum h \bar{Q} - \sum_p R_{pi} \bar{e}_{pi} \dots (10)$$

式中、 $\mathcal{L}_i^h$  は床版および各水平材（主トラス部材からの集中質量を材の両端にもつ (Fig. 2 参照) の横断面の重心に関する慣性モーメントであって、上記の床版および各水平材自身の重心に関する慣性モーメントは  $\mathcal{L}_i^v$  に含まれており、 $\mathcal{L}_i^h$  には含まれない。 $M_i^h$  は横断面の各節点に作用する水平方向の復元力  $K_{hm}$  の重心  $G_i$  に関する復元モーメントで表わされる。 $\sum h \bar{Q}$  は垂直材

$$M_i^h = \sum_m \bar{e}_{vm} K_{hm}$$

の曲げ変形によって水平材に加えられる復元力  $\bar{Q}$  の重心  $G_i$  に関するモーメントの和で、次式で表わされる。

Fig. 8 (a) の場合

$$\sum h \bar{Q} = 2 h_{1i} \bar{Q}_0 = 6 E I_{vi} (\Gamma_i - \theta_i) / h_{1i}$$

Fig. 8 (b) の場合

$$\sum h \bar{Q} = 4 h_{1i} \bar{Q}_0 = 24 E I_{vi} (\Gamma_i - \theta_i) / h_{1i}$$

Fig. 8 (c) の場合

$$\begin{aligned} \sum h \bar{Q} &= 4 (h_{1i} \bar{Q}_0 + h_{2i} \bar{Q}_1) \\ &= 24 E (\Gamma_i - \theta_i) (I_{v1i} / h_{1i} + I_{v2i} / h_{2i}) \end{aligned}$$

節点  $k$  の橋軸方向の運動方程式は次式で表わされる。

$$m_k \frac{d^2 V_k}{dt^2} = -K_{tm} \dots (11)$$

ここで、 $m_k$  は仮定 ⑩ で既述のとおり床版の質量を含めた節点の集中質量である。

以上の運動方程式における復元力および復元モーメントは次のように求められる。

節点  $k$  と  $j$  を結ぶ部材の節点  $k$  における部材応力を  $N_{kj}$ 、節点  $k$  と  $l$  を結ぶ部材の節点  $k$  における部材応力を  $N_{kl}$  とすると、復元力  $K_{hm}$ 、 $K_{vm}$  および  $K_{tm}$  は次式で表わされる。ただし、 $\sum_n$  は  $i-1$  あるいは  $i+1$  番目の横断面に属する節点についての総和を表わす。

$$K_{hm} = - \sum_n (N_{kj} \lambda_{kj} + N_{kl} \lambda_{kl}) \}$$

$$\left. \begin{aligned} K_{vm} &= - \sum_n (N_{kj} \nu_{kj} + N_{kl} \nu_{kl}) \\ K_{tm} &= - \sum_n (N_{kj} \mu_{kj} + N_{kl} \mu_{kl}) \\ &\dots \dots \dots (12) \end{aligned} \right\}$$

上床版による水平方向の復元力  $R_{1i}$  は Fig. 4 を参照し、式 (5 a) および (2) より次式となる。

$$\begin{aligned} R_{1i} &= E S I_{1S} (k_1 U_{i-P} + k_2 U_{i-Q} \\ &\quad + k_3 U_i + k_4 U_{i+R} + k_5 U_{i+S} \\ &\quad + k_1 \bar{e}_{1i-P} \Gamma_{i-P} \\ &\quad + k_2 \bar{e}_{1i-Q} \Gamma_{i-Q} \\ &\quad + k_3 \bar{e}_{1i} \Gamma_i + k_4 \bar{e}_{1i+R} \Gamma_{i+R} \\ &\quad + k_5 \bar{e}_{1i+S} \Gamma_{i+S}) \dots (13 a) \end{aligned}$$

同様にして、 $R_{2i}$  は次式となる。

$$\begin{aligned} R_{2i} &= E I_{2S} (k_1 U_{i-P} + k_2 U_{i-Q} + k_3 U_i + k_4 U_{i+R} \\ &\quad + k_5 U_{i+S} + k_1 \bar{e}_{2i-P} \Gamma_{i-P} + k_2 \bar{e}_{2i-Q} \Gamma_{i-Q} \\ &\quad + k_3 \bar{e}_{2i} \Gamma_i + k_4 \bar{e}_{2i+R} \Gamma_{i+R} + k_5 \bar{e}_{2i+S} \Gamma_{i+S}) \dots (13 b) \end{aligned}$$

上式中、 $k_1, k_2, k_3, k_4$  および  $k_5$  は下記の値をとる。

- ① 注目の  $i$  番目およびこれに隣接する  $i-Q$  ならびに  $i+R$  番目の横断面に床版の伸縮装置がない場合、  
 $k_1 = \kappa_{QA}, k_2 = \kappa_{QB} + \kappa_{OA}, k_3 = \kappa_{QC} + \kappa_{OB} + \kappa_{RA}$   
 $k_4 = \kappa_{OC} + \kappa_{RB}, k_5 = \kappa_{RC}$
- ②  $i$  番目の横断面に伸縮装置がある場合  
 $k_1 = \kappa_{QA}, k_2 = \kappa_{QB}, k_3 = \kappa_{QC} + \kappa_{RA},$   
 $k_4 = \kappa_{RB}, k_5 = \kappa_{RC}$
- ③ 隣接する  $i-Q$  番目の横断面に伸縮装置がある場合、  
 $k_1 = 0, k_2 = \kappa_{OA}, k_3 = \kappa_{OB} + \kappa_{RA},$   
 $k_4 = \kappa_{OC} + \kappa_{RB}, k_5 = \kappa_{RC}$
- ④ 隣接する  $i+R$  番目の横断面に伸縮装置がある場合、  
 $k_1 = \kappa_{QA}, k_2 = \kappa_{QB} + \kappa_{OA}, k_3 = \kappa_{QC} + \kappa_{OB},$   
 $k_4 = \kappa_{OC}, k_5 = 0$
- ⑤ 隣接する  $i-Q$  および  $i+R$  番目の横断面に伸縮装置がある場合、  
 $k_1 = k_5 = 0, k_2 = \kappa_{OA}, k_3 = \kappa_{OB}, k_4 = \kappa_{OC}$
- ⑥ 隣接する  $i-Q$  番目および  $i$  番目の横断面に伸縮装置がある場合、  
 $k_1 = k_2 = 0, k_3 = \kappa_{RA}, k_4 = \kappa_{RB}, k_5 = \kappa_{RC}$
- ⑦ 注目の  $i$  番目および  $i+R$  番目の横断面に伸縮装置がある場合、  
 $k_1 = \kappa_{QA}, k_2 = \kappa_{QB}, k_3 = \kappa_{QC}, k_4 = k_5 = 0$

ただし、上記の  $\kappa$  値は次の値を取る。

$$\begin{aligned} \kappa_{QA} &= \frac{1}{\lambda_{i-P} \cdot \lambda_{i-Q} \cdot \lambda_{i-Q}}, & \kappa_{QB} &= - \frac{2}{\lambda_{i-P} \cdot \lambda_{i-Q}^2}, \\ \kappa_{QC} &= \frac{1}{\lambda_{i-Q}^2 \cdot \lambda_{i-Q}} \end{aligned}$$

$$\kappa_{OA} = -\frac{2}{\lambda_i^2 \cdot \bar{\lambda}_i \cdot \lambda_i}, \quad \kappa_{OB} = \frac{4\bar{\lambda}_i}{\lambda_i^2 \cdot \bar{\lambda}_i \cdot \lambda_i^2},$$

$$\kappa_{OC} = -\frac{2}{\lambda_i \cdot \bar{\lambda}_i \cdot \lambda_i^2},$$

$$\kappa_{RA} = \frac{1}{\lambda_i^2 \cdot \bar{\lambda}_i \cdot \lambda_i}, \quad \kappa_{RB} = -\frac{2}{\lambda_i \cdot \bar{\lambda}_i \cdot \lambda_i^2},$$

$$\kappa_{RC} = \frac{1}{\lambda_i \cdot \bar{\lambda}_i \cdot \lambda_i^2}$$

$$\bar{\lambda}_{i-Q} = (\lambda_{i-P} + \lambda_{i-Q})/2, \quad \bar{\lambda}_i = (\lambda_{i-Q} + \lambda_i)/2$$

$$\bar{\lambda}_{i+R} = (\lambda_i + \lambda_{i+R})/2$$

上床版による復元モーメント  $M_{Tii}$  は Fig. 5 より明らかなように、次式で表わされる。

$$M_{Tii} = -G_S J_{1S} (j_1 \theta_{i-Q} + j_2 \theta_i + j_3 \theta_{i+R}) \dots \dots \dots (14 a)$$

同様に、 $M_{Tzi}$  は次式で表わされる。

$$M_{Tzi} = -G_S J_{2S} (j_1 \theta_{i-Q} + j_2 \theta_i + j_3 \theta_{i+R}) \dots \dots \dots (14 b)$$

ここに、

$$j_1 = 1/\lambda_{i-Q}, \quad j_2 = -(1/\lambda_{i-Q} + 1/\lambda_i), \quad j_3 = 1/\lambda_i$$

上記の復元力および復元モーメントを運動方程式に代入整理し、横断面の変位および変形を周期関数式 (15) で表わすと、

$$\left. \begin{aligned} U_i &= u_i e^{i\omega t}, & W_i &= w_i e^{i\omega t}, & \theta_i &= \theta_i e^{i\omega t} \\ \Gamma_i &= \gamma_i e^{i\omega t}, & V_k &= v_k e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

指数中、 $i = \sqrt{-1}$ 、 $\omega$  は円振動数である。

1 横断面の 8 個あるいは 10 個の運動方程式は式 (16) のように行列表示される。

$${}_1 D_i X_{i-P} + {}_2 D_i X_{i-Q} + A_i X_{i-1} + (B_i + {}_3 D_i - \omega^2 W_i) X_i + C_i X_{i+1} + {}_4 D_i X_{i+R} + {}_5 D_i X_{i+S} = 0 \dots \dots \dots (16)$$

ここで、 $X_i$  は  $i$  番目の横断面の変位ベクトルである。

$$\left. \begin{aligned} X_i &= \{u_i, w_i, \theta_i, \gamma_i, v_{4i+1}, \dots, v_{4i+4}\}^T \\ \text{あるいは} \\ X_i &= \{u_i, w_i, \theta_i, \gamma_i, v_{6i+1}, \dots, v_{6i+6}\}^T \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

さらに、 $A_i$ 、 $B_i$  および  $C_i$  はトラス部材の剛性に関する行列、 $W_i$  は注目の横断面の質量分布を表わす対角行列、 ${}_1 D_i$ 、 ${}_2 D_i$ 、 ${}_3 D_i$ 、 ${}_4 D_i$  および  ${}_5 D_i$  は床版の剛性に関する行列で、いずれも  $8 \times 8$  あるいは  $10 \times 10$  の正方行列である。

以上の結果より明らかなように、注目の横断面の静的つりあい式は運動方程式 (16) の慣性項を削除することにより得られる。

$${}_1 D_i X_{i-P} + {}_2 D_i X_{i-Q} + A_i X_{i-1} + (B_i + {}_3 D_i) X_i + C_i X_{i+1} + {}_4 D_i X_{i+R} + {}_5 D_i X_{i+S} = 0 \dots \dots (18)$$

質量の集中していない  $i-1$  および  $i+1$  番目の横断面の静的つりあい式は仮定 ⑦ より床版の影響は含まれないので次式で表示される。

$$A_{i-1} X_{i-2} + B_{i-1} X_{i-1} + C_{i-1} X_i = 0 \dots \dots \dots (19)$$

$$A_{i+1} X_i + B_{i+1} X_{i+1} + C_{i+1} X_{i+2} = 0 \dots \dots \dots (20)$$

いま、これらの関係を用いて質量の集中した横断面の変位ベクトルで運動方程式を表わすと下記の結果が得られる。

① 質量集中横断面が、 $\dots i-2, i, i+2 \dots$  番目にある場合 ( $Q=R=2$ ) の  $i$  番目の横断面の運動方程式

$$\begin{aligned} &{}_1 D_i X_{i-P} + (-A_i B_{i-1}^{-1} A_{i-1} + {}_2 D_i) X_{i-2} \\ &+ (B_i - A_i B_{i-1}^{-1} C_{i-1} - C_i B_{i+1}^{-1} A_{i+1} + {}_3 D_i \\ &- \omega^2 W_i) X_i - (C_i B_{i+1}^{-1} C_{i+1} - {}_4 D_i) X_{i+2} + {}_5 D_i X_{i+S} \\ &= 0 \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

② 質量集中横断面が、 $\dots i-2, i, i+3 \dots$  番目にある場合 ( $Q=2, R=3$ ) の  $i$  番目の横断面の運動方程式

$$\begin{aligned} &{}_1 D_i X_{i-P} + (-A_i B_{i-1}^{-1} A_{i-1} + {}_2 D_i) X_{i-2} \\ &+ \{B_i - A_i B_{i-1}^{-1} C_{i-1} \\ &- C_i (B_{i+1} - C_{i+1} B_{i+2}^{-1} A_{i+2})^{-1} A_{i+1} \\ &+ {}_3 D_i - \omega^2 W_i\} X_i + \{C_i (B_{i+1} \\ &- C_{i+1} B_{i+2}^{-1} A_{i+2})^{-1} C_{i+1} B_{i+2}^{-1} C_{i+2} + {}_4 D_i\} X_{i+3} \\ &+ {}_5 D_i X_{i+S} = 0 \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

③ 質量集中横断面が、 $\dots i-3, i, i+2 \dots$  番目にある場合 ( $Q=3, R=2$ ) の  $i$  番目の横断面の運動方程式

$$\begin{aligned} &{}_1 D_i X_{i-P} + \{A_i (B_{i-1} - A_{i-1} B_{i-2}^{-1} C_{i-2})^{-1} A_{i-1} B_{i-2}^{-1} A_{i-2} \\ &+ {}_2 D_i\} X_{i-3} + \{B_i - A_i (B_{i-1} \\ &- A_{i-1} B_{i-2}^{-1} C_{i-2})^{-1} C_{i-1} - C_i B_{i+1}^{-1} A_{i+1} + {}_3 D_i \\ &- \omega^2 W_i\} X_i + (-C_i B_{i+1}^{-1} C_{i+1} + {}_4 D_i) X_{i+2} \\ &+ {}_5 D_i X_{i+S} = 0 \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

④ 質量集中横断面が、 $\dots i-3, i, i+3, \dots$  番目にある場合 ( $Q=R=3$ ) の  $i$  番目の横断面の運動方程式

$$\begin{aligned} &{}_1 D_i X_{i-P} + \{A_i (B_{i-1} - A_{i-1} B_{i-2}^{-1} C_{i-2})^{-1} A_{i-1} B_{i-2}^{-1} A_{i-2} \\ &+ {}_2 D_i\} X_{i-3} + \{B_i - A_i (B_{i-1} \\ &- A_{i-1} B_{i-2}^{-1} C_{i-2})^{-1} C_{i-1} - C_i (B_{i+1} \\ &- C_{i+1} B_{i+2}^{-1} A_{i+2})^{-1} A_{i+1} + {}_3 D_i - \omega^2 W_i\} X_i \\ &+ \{C_i (B_{i+1} - C_{i+1} B_{i+2}^{-1} A_{i+2})^{-1} C_{i+1} B_{i+2}^{-1} C_{i+2} \\ &+ {}_4 D_i\} X_{i+3} + {}_5 D_i X_{i+S} = 0 \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

以上の式 (21), (22), (23) および (24) が  $i$  番目の質量集中横断面の運動方程式である。

### 4. 3 径間連続トラス橋 (天門橋) の解析例

天門橋 (熊本県) を次の 3 ケースについて解析を行い実測値との比較検討を行った結果を示す。本橋は 2 層橋でないが、上床版が存在しないものとして解析した。

⑧ 床版の剛性を無視し、橋脚の変形を無視した場合

⑨ 床版の剛性を考慮し、橋脚の変形を無視した場合

⑩ 床版の剛性を考慮し、橋脚の変形を考慮した場合

本橋の構造詳細は文献 (11) を参照することとし、ここには解析上必要とされる数値とその概略を示す。Fig. 9 に支承条件、横断面番号および節点番号ならびに骨組、床版の位置および床版の伸縮装置の位置を示す。骨組

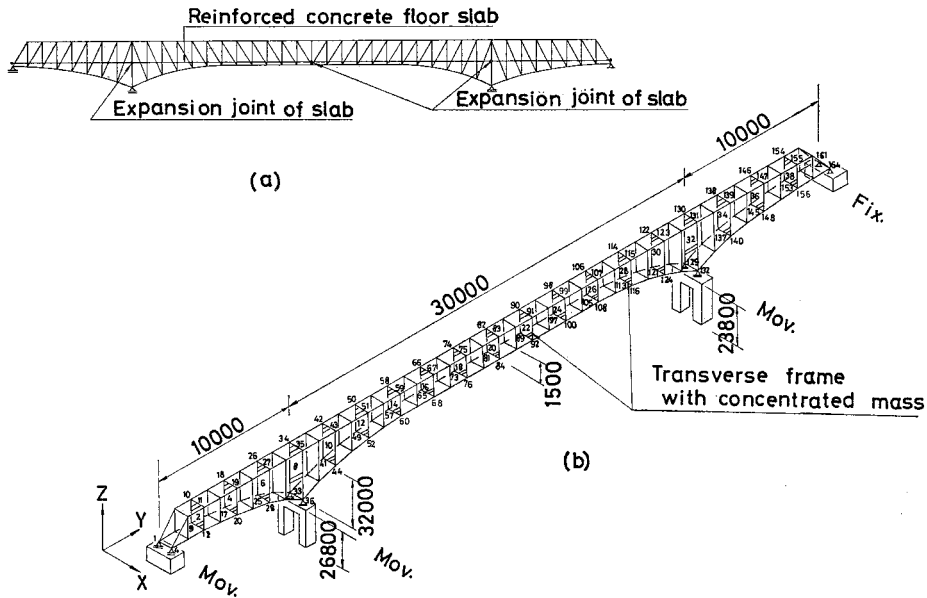


Fig. 9 The schematic illustration of structure of Tenmon Bridge

中、上下の横構は実橋では菱形トラスであるが、解析では、せん断変形の等しいダブルワーレンに置換した。

床版の橋軸に直角な鉛直軸まわりの曲げ剛性  $E_S I_S$  およびねじり剛性  $G_S J_S$  は

$$E_S I_S = 3.2707 \times 10^{14} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$G_S J_S = 2.8792 \times 10^{14} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

これらの値には縦桁の剛性も含まれている。計算に当り鋼とコンクリートのヤング係数比  $n$  を7とした。橋脚については、三角側は高さ 26.8 m、大矢野側は 23.8 m の門形ラーメンであることから、次の仮定を設けた。

- ① 橋脚は基礎地盤に固定されている。
- ② 橋脚上でトラス橋の支承が橋軸方向に可動であるので橋脚ラーメンの面外曲げ変形は振動に関係しない。しかし、ラーメンの面内変形は振動に影響する。
- ③ 橋脚ラーメンはせん断変形のみ起すものとし、橋脚の質量はその頂部に集中させる。

本橋の解析に当り、運動方程式をたてるべき質量集中横断面を Fig. 9 (b) に示すように2パネルごとに配置した。以下に解析結果を示す。

### (1) 解析結果

直線トラス橋の水平振動時の横断面の重心の鉛直変位は水平変位に比べてごく小さい点を考慮して、横断面の重心の鉛直変位を無視して水平振動、回転振動および橋軸方向の縦振動の解析を行った。

解析に当って横断面の形状変化を次のように想定し横断面のモデル化を行った。本橋の質量集中横断面(第2, 4, ..., 38番目)では上下の対傾構が相当の深さに組まれているので、横断面を構成している垂直材は上下の

水平材に剛結合されているものとみなし、Fig. 1 (c-2)の変形を起こすと想定した。上記以外の横断面では上部の対傾構はごく小さいので、横断面を構成している垂直材は上部の水平材にはヒンジ結合されているものと見なし Fig. 1 (c-1)の変形を起こすと想定した。ただし、対傾構は剛体であるとし、対傾構の変形による横断面の形状変化はないものとみなし垂直材の換算曲げ剛性を算出した。特に、橋脚上の横断面については対傾構の変形による横断面の形状変化も考慮してモデル化した。

解析における境界条件は次のとおりである。橋台上、すなわち、第0および40番目横断面では横断面の水平変位、鉛直せん断変形および水平せん断変形が生じない。橋脚上、すなわち、第8および32番目横断面では橋脚ラーメンの変形を無視する場合およびこれを考慮する場合、いずれも、鉛直せん断変形は生じない。特に、橋脚ラーメンの変形を考慮する場合、橋軸直角水平方向にラーメンにより弾性支持されていると考え、横断面の水平および水平せん断の運動方程式に橋脚の質量とラーメンからの復元力を付加する。節点の橋軸方向の変位は第40番目横断面の下節点のみが固定である。

上記の境界条件を考慮すると、運動方程式は橋脚の変形を無視した場合は131個、橋脚の変形を考慮した場合は133個になった。固有値解析はJacobi法およびPower法の両法を用いた。

固有値解析結果の中で床版の剛性および橋脚ラーメンの変形を考慮した場合の6次までの立体的自由振動モードを Fig. 10 に示す。注目の各断面の上下の節点および床版の重心の水平変位を取り出し3次を除く9次までの振動モードを描くと Fig. 11 のとおりである。同図

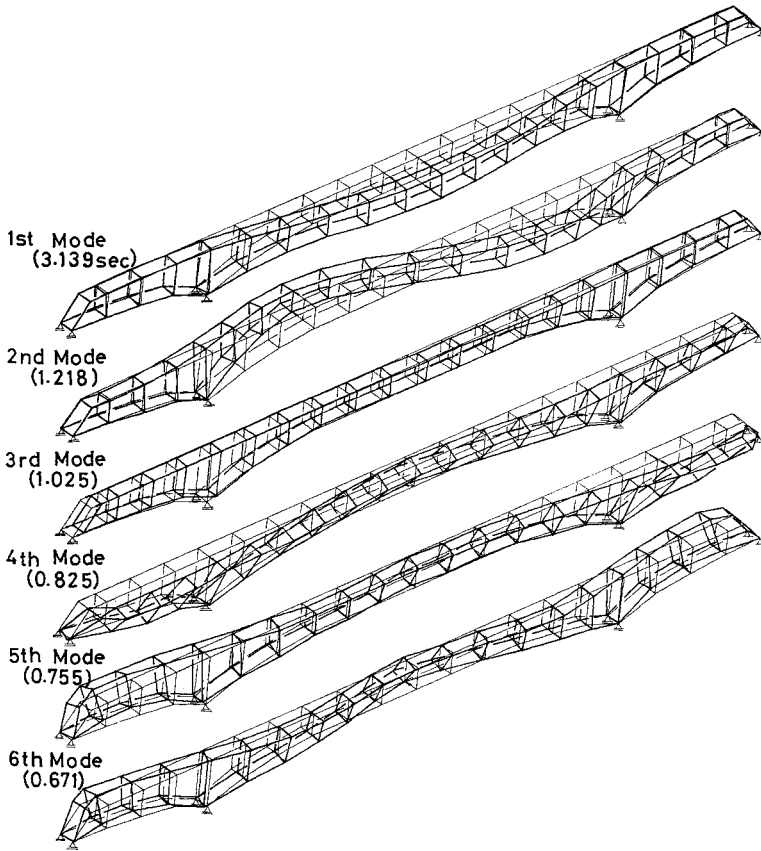


Fig. 10 Three-dimensional free vibration modes for case of considering the stiffness of floor slab and pier

中、(a) はケース ㊸ の、(b) はケース ㊹ のモードと固有周期を示す。ケース ㊺ のモードはケース ㊹ と類似であったので図示していない。また、固有周期は図中の括弧内の数値である。

(2) 実測結果との比較検討

天門橋の振動試験では起振機による鉛直加振および水平加振時の固有周期、モードおよび対数減衰率が測定されている。以下に示す固有周期およびモードの実測値は文献 11) より引用したものである。

水平振動の測定結果は Fig. 12 のとおりである。解析結果の Fig. 11 と比較すると、床版の剛性を考慮した場合の結果(ケース ㊺ と ㊹) が比較的良好に一致することがわかる。しかし、Fig. 11 (b) 中の 1, 5 および 7 次に対応する振動が実測されていないので、比較できなかった。1 次振動については実測に使用した起振機の力不足のため測定できなかった

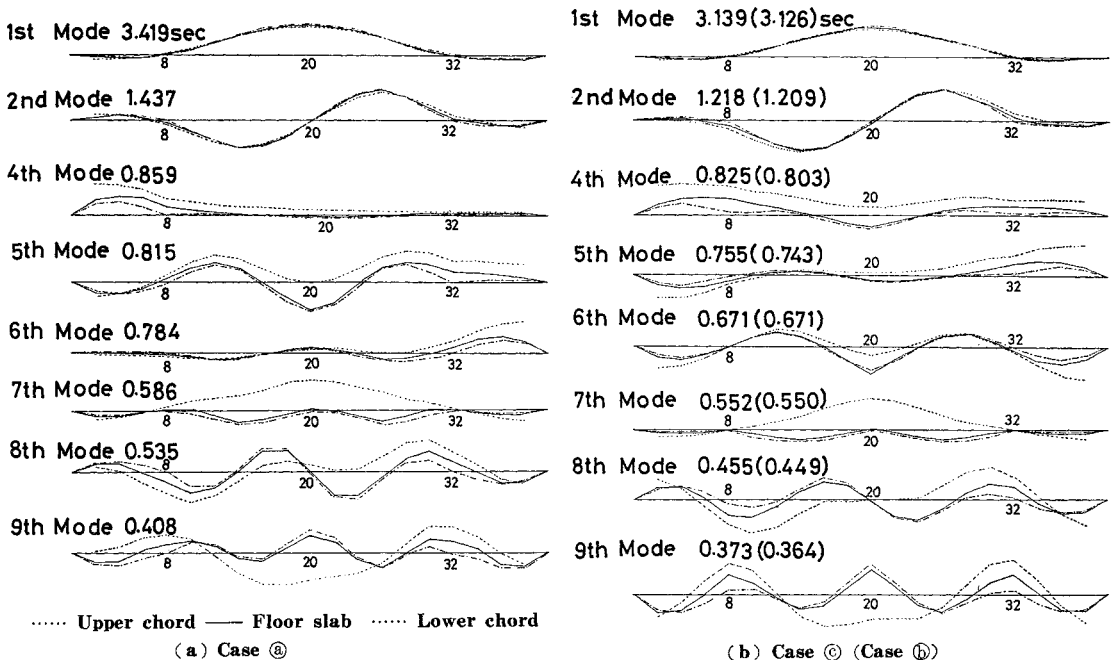


Fig. 11 Horizontal free vibration modes and periods of Tenmon Bridge



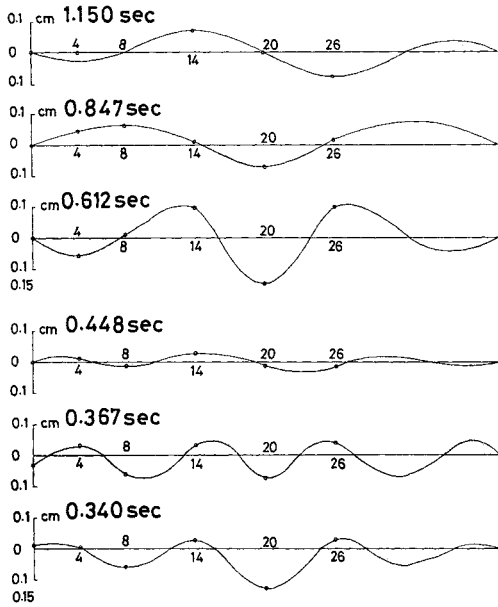


Fig. 12 Horizontal free vibration modes and periods obtained by the site observation for Tenmon Bridge

ことが報告されている<sup>11)</sup>。5次振動は水平加振が中央スパンのみで行われ、側スパンで行われなかったため測定されなかったものと推測される。また、7次振動は水平振動よりむしろ、ねじり振動に相当し、床版の位置では

ほとんど変位しなかったため実測されなかったものと推論される。さらに、本解析では Fig. 10 の3次振動に見られるように橋軸方向の振動（縦振動）が生じているが、実測では測定されておらず、比較検討ができなかった。解析に当って、床版の橋軸方向の伸縮剛性を無視しているため、周期が大きくなっているが、実際は計算値より小さくなるものと考えられる。橋軸方向の振動の解析には節点の橋軸方向変位と横断面の重心の鉛直変位のみを考慮して鉛直振動とともに行うべきである。

水平振動の固有周期に対する床版の影響は Fig. 11 より明らかなように、約 10% になり比較的大きくなった。しかし、橋脚の影響はごくわずかであった。

### 5. 長径間ゲルバートラス橋（港大橋）の解析例

2層橋である港大橋（大阪市）を立体的に解析することによりその振動特性の一部を明らかにした。

本橋は Fig. 13 (a) に示すように鋼床版からなる2層橋である。橋の構造詳細は文献 12) を参照することとし、ここには解析上必要とされる数値と概略のみを示す。Fig. 13 に骨組、床版の位置および床版の伸縮装置の位置ならびに支承条件、横断面番号および節点番号を示す。骨組中、実橋の上下の横構はKトラスであるが、解析ではせん断変形の等しいダブルワーレントラスに置

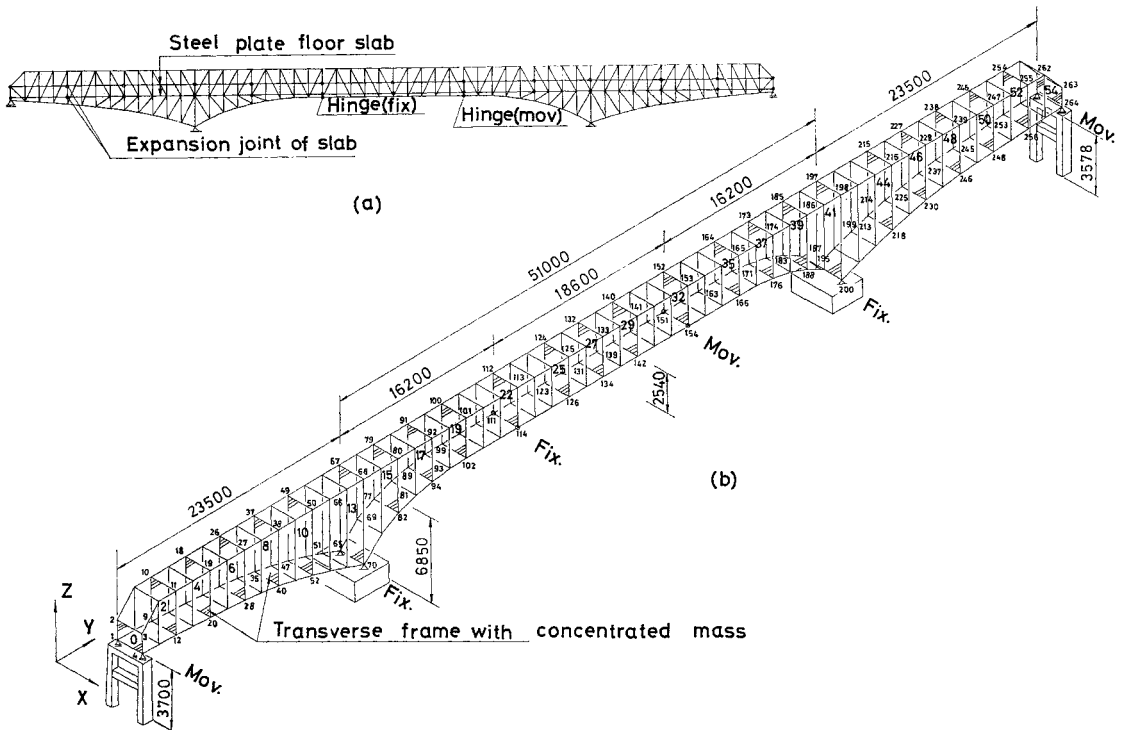


Fig. 13 The schematic illustration of structure of Osaka Harbor Bridge

換した。

床版の橋軸に直角な鉛直軸に関する曲げ剛性  $E_S I_{1S}$  および  $E_S I_{2S}$  ならびにねじり剛性  $G_S J_{1S}$  および  $G_S J_{2S}$  は次のとおりである。

$$E_S I_{1S} = E_S I_{2S} = 3.3054 \times 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$G_S J_{1S} = G_S J_{2S} = 1.5348 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

これらの数値には縦桁の剛性も含まれている。本橋の橋脚は両端にあり、高さ 35.78 m と 37.0 m の鋼製橋脚である。解析に当って天門橋の橋脚に関する仮定 ①～③をそのまま適用し橋脚 ラーメンの変形の影響を考慮した。ただし、中間支承はロッキングのない剛なコンクリートブロック上にあると想定し完全固定とした。

解析では、水平振動に注目し、横断面の重心の鉛直変位を無視して横断面の水平変位、せん断変形および節点の橋軸方向変位を考慮した。運動方程式をたてるべき質量集中横断面を Fig. 13 (b) に示すように 2 あるいは 3 パネルごとに配置した。

横断面の形状変化については、両端の横断面を除いて

すべての横断面には上部の対傾構が、また、7 番目から 17 番目および 37 番目から 47 番目の横断面には下部の対傾構がかなりの深さまで組み込まれているので、これらの対傾構の変形も考慮し、Fig. 1 (c-2) あるいは Fig. 1 (c-3) のようにモデル化した。特に、K トラス部分の横断面では Fig. 1 (c-3) のように 1 横断面 6 節

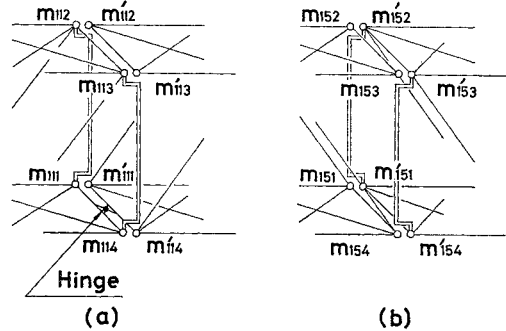


Fig. 14 The schematic illustration of 22 and 32th transverse frames of Osaka Harbor Bridge

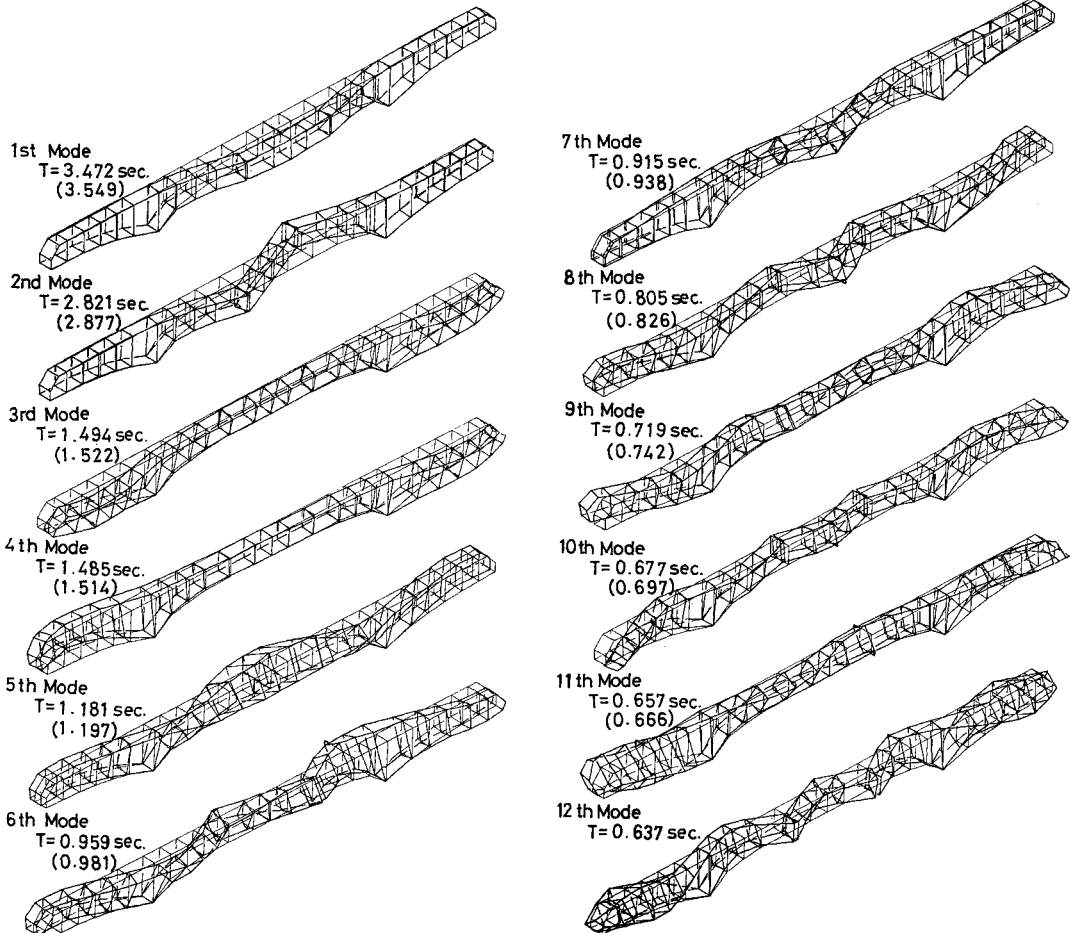


Fig. 15 Three dimensional free vibration modes and periods of Osaka Harbor Bridge

点からなる横断面にモデル化した。

境界条件は次のとおりである。両端の横断面では橋脚ラーメンのせん断変形を考慮するため、鉛直せん断変形のみが零である。橋脚上の横断面の運動方程式には橋脚の質量と橋脚のせん断変形による復元力を付加した。中間の橋台は既述のように剛なブロック構造であるとしたため、橋台上的横断面では鉛直せん断変形が零である。また、この横断面の下節点は橋軸方向にも変位拘束されている。定着桁と吊桁との連結部の第 22 および 32 番目の横断面はそれぞれ Fig. 14 の構造とした。これらの横断面の節点  $i$  における質量  $m_i$  と  $m'_i$  は橋軸方向には独立の運動をする。ただし、 $m_{113}$ ,  $m'_{113}$ ,  $m_{114}$  および  $m'_{114}$  は  $(V_{113} + V_{114})/2 = (V'_{113} + V'_{114})/2$  の連続条件のもとで連動する。橋軸直角方向には  $m_i$  と  $m'_i$  は同一の運動をするとした。

以上の境界条件を考慮すると、運動方程式は 192 個に

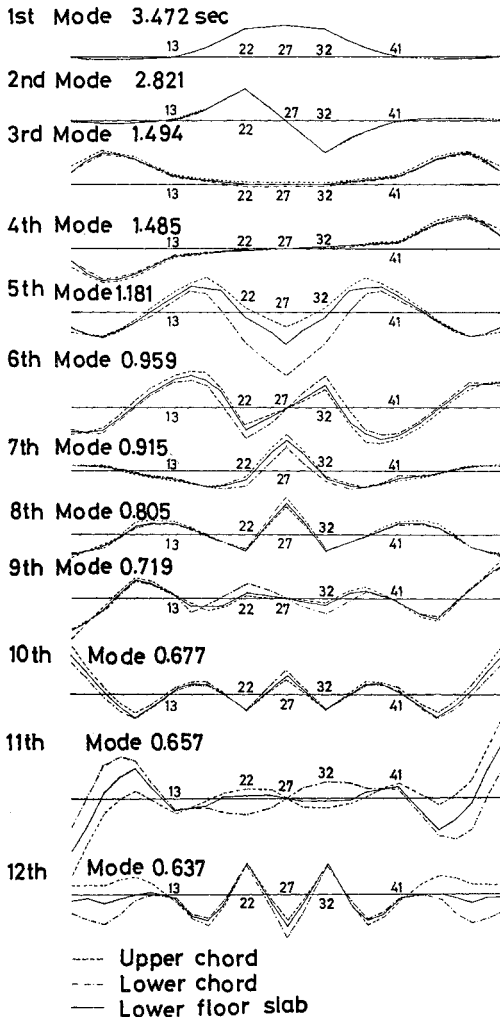


Fig. 16 Horizontal free vibration modes and periods of Osaka Harbor Bridge

なった。固有値解析には Power 法を適用した。

計算結果中、12 次までの立体的自由振動モードと固有周期を Fig. 15 に示す。図中の数値は固有周期で括弧内の数値は床版の剛性を無視した場合の周期である。注目の横断面の上下の節点および下床版の重心の水平変位を取り出しモードを描くと Fig. 16 のとおりである。本橋は実測されていないのでこれらの結果を確かめることはできないが、低次振動については本橋を 1 本の連続した棒にモデル化した文献 1) の解析結果に比較的近い結果になっている。本橋では床版の伸縮装置が多く設けられているためか、固有周期に及ぼす床版の影響は 2~3% にとどまり天門橋に比べて小さい。

## 6. 結 び

トラス橋の節点および横断面の水平材（支材あるいは横桁）に質量を集中させる方法を用い 2 層橋を含めた長径間トラス橋の自由振動の立体的近似解析法を示した。さらに、本解法により天門橋を解析し、実測結果と比較検討するとともに振動性状を明らかにした。港大橋をも解析し、ゲルバートラス橋の振動性状を示した。

本解析法において、床版の剛性の導入法あるいはトラス橋の質量の集中化など、まだ、改良の余地があるが、天門橋の適用例から明らかなように、解析結果と実測結果との完全な一致は見られなかったものの、本解析法が長径間トラス橋の立体的振動特性を把握するのに、実用上十分であるといえる。適用例から、短径間トラス橋の水平振動に対する床版の影響は大きい<sup>8)</sup>ので、もちろんであるが、長径間トラス橋に対しても比較的大きく影響する場合があるので、これを考慮する方が望ましい。また天門橋の例では橋脚の変形の影響は小さかったが、高橋脚をもつ長径間トラス橋ではこれも考慮すべきことはもちろんである<sup>9)</sup>。

長径間トラス橋の耐震設計に対して立体的振動性状の把握が必要不可欠であることから、文献 1)~4) においてその努力がなされているが、今後も、その要求を満すべく努力は続けられるものと思われる。本報文がこれらに対して少しでも役立つところがあれば幸いである。

本研究の数値計算は山口大学電子計算機室の FACOM 230-28、九州大学大型計算機センターの FACOM 230-60 および 75 を用いて行った。

謝 辞：本研究中、天門橋の解析に当って貴重な助言と援助を賜った九州大学工学部 吉村虎蔵教授に感謝します。

### 参 考 文 献

- 1) 笹戸松二・松本忠夫・江見 晋・古池正宏：長大カンチレバートラス橋の地震応答と耐震設計法について，土木学会論文報告集，No. 212，pp. 1~10，1973-10.

- 2) 林 有一郎・田中美宇・樋口康三：断面変形を考慮した薄肉弾性ばり理論によるトラス橋の立体振動解析，土木学会論文報告集，No. 261，pp. 7～19，1977-5.
- 3) 西村宣男・小松定夫・大前明末：トラス橋の立体振動特性について，第31回土木学会年次学術講演会講演概要集，pp. 489～490，1976-10.
- 4) 小坪清真・高西照彦・鳥野 清・松下 淳：高橋脚3スパン連続トラス橋の地震応答特性，土木学会論文報告集，No. 266，pp. 1～12，1977-10.
- 5) 會田忠義：トラスげたの自由振動の立体的解析，土木学会論文報告集，No. 163，pp. 1～15，1969-3.
- 6) 村上 正・會田忠義：トラスげたの立体的自由振動の模型実験について，昭和44年度土木学会中国四国支部学術講演会概要集，pp. 15～18，1969-7.
- 7) 村上 正・會田忠義：横断面の変形を無視したトラス橋の自由振動の立体的解析，九州大学工学集報，Vol. 44，No. 3，pp. 311～319，1971-6.
- 村上 正・會田忠義：横断面の変形を考慮したトラス橋の自由振動の立体的解析，九州大学工学集報，Vol. 44，No. 4，pp. 486～492，1971-8.
- 8) 會田忠義・佐伯博三：トラス橋の自由振動に及ぼす床版の影響について，山口大学工学部研究報告，Vol. 24，No. 1，pp. 87～92，1973-7.
- 9) 村上 正・會田忠義：ランガートラス橋の自由振動の立体的解析，土木学会論文報告集，No. 218，pp. 9～18，1973-10.
- 10) 會田忠義・藤井俊行：長径間ブレーストリブアーチ橋の立体的自由振動と地震応答について，山口大学工学部研究報告，Vol. 25，No. 2，pp. 43～51，1975-3.
- 11) 日本道路公団：工事報告天草五橋，昭和42年5月.
- 12) 阪神高速道路公団：港大橋工事誌，土木学会，昭和50年3月.

(1977.7.26・受付)