

高圧下の砂の応力～ひずみ関係に関する一考察

A CONSIDERATION ON THE STRESS-STRAIN RELATION OF A SAND UNDER HIGH PRESSURES

三 浦 哲 彦*

By Norihiko MIURA

1. まえがき

土粒子が著しく破碎されるような応力条件の下では土は特異な応力～ひずみ挙動を示すことが知られている¹⁾。このような場合の土の応力～ひずみ関係を明らかにすることは、砂中の杭の挙動を解明したり、せい弱な土粒子からなる土の安定性や支持力を解析する上で重要である。

さて、土の応力～ひずみ関係に関する代表的な研究の一つとして、限界状態の概念に基づいた Roscoe らの研究^{2)～4)}がある。彼らがおもに研究しているのは等方硬化性を示す正規圧密粘土であり、Granta-gravel (剛塑性の理想材料に対する呼び名)、Cam-clay (弾塑性の理想材料に対する呼び名) などのモデルを考え、これらに対する応力～ひずみ式を導いている。しかし、Schofield らはその著書⁴⁾の中で、上記のモデルに対して導いた応力～ひずみ式は高圧下の砂に対しても適用できることを示唆している。

筆者はこれまでに、広範な圧力域での砂の力学的性質を調べてきたが、Schofield らが示唆したように、高圧下の砂の応力～ひずみ特性は低圧下の正規圧密粘土の応力～ひずみ特性によく類似していることが認められた^{5), 6)}。本文は、既発表の豊浦砂に対するせん断試験結果¹⁾に基づいて、Roscoe らが導いた式を適用すれば高圧下の砂の応力～ひずみ関係はおおよそ予測できることを示したものである。なお、土を対象に“高圧”という場合にはその具体的な圧力域を指定することは難しく、便宜的に 10 kg/cm^2 以上の圧力を指すこともあるが⁷⁾、ここでは実験試料が、せん断中に著しい粒子破碎を生じるような圧力という意味で高圧としては 100 kg/cm^2 程度以上の圧力を、また低圧としては 10 kg/cm^2 程度以下の圧力を念頭においている。

2. 限界状態と材料定数

土の限界状態は有効平均主応力 p , 軸差応力 q および間隙比 e の変化なしにせん断変形が進行する終局的状態であって、次の 2 式によって表わされる⁴⁾.

ここに、 λ は $e = \ln p$ 図上における正規圧密曲線または限界状態線の傾き、 Γ は限界状態線上の基準圧力に対応する間隙比、また M は限界状態における土の摩擦特性を表わす材料定数である。 p および q は有効主応力 σ'_1 、 σ'_2 、 σ'_3 を用いると三軸圧縮供試体 ($\sigma'_1 \geq \sigma'_2 = \sigma'_3$) の場合は $p = (\sigma'_1 + 2\sigma'_3)/3$ および $q = \sigma'_1 - \sigma'_3$ となる。

以下に高圧下の砂の $p \sim q \sim e$ 関係について述べる。

(1) $e \sim \ln p$ 関係

豊浦砂の飽和密詰め供試体(直径約50mm, 高さ約130mm, 初期間隙比 $e_0=0.60$)に対する繰返し等方圧縮試験の結果はFig.1に示すようであった。高圧下の砂の $e \sim \ln p$ 特性は時間依存性を示す⁸⁾が、本実験は各圧力下での体積変化の割合が0.1cm³/hr以下になるまで圧縮(または膨張)させるという方法で行った。なお、実験方法は文献5)に詳述している。

Fig. 1 には、 $e \sim \ln p$ 曲線の特徴を示すために、等方圧縮後の間隙比 e_c と等方圧力 p の関係¹⁾を理想化して描いた曲線（図中の破線）をあわせて示している。これより、密づめ試料の $e \sim \ln p$ 曲線は、理想化して考えると $p=280 \text{ kg/cm}^2$ あたりで折点を有する直線で表わされ、折点より高い圧力域では不可逆的な間隙比変化を示し、また、膨張曲線は可逆的間隙比変化を示すとみなすことができる。折点より高い圧力域の不可逆的変化は主として粒子破碎に起因するものである⁹⁾。

上述のような砂の $e \sim \ln p$ 特性は、標準的圧密試験に

* 正会員 工博 山口大学助教授 工学部土木工学科

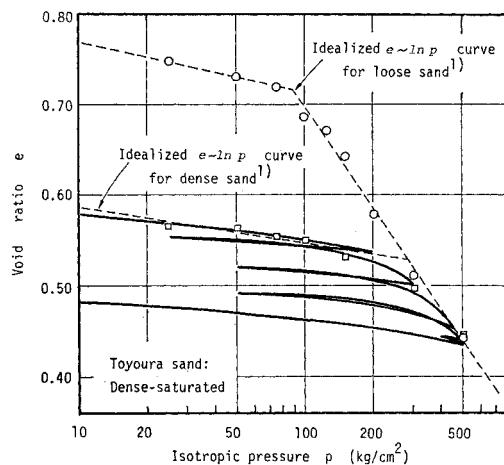


Fig. 1 Relation between void ratio \$e\$ and isotropic pressure \$p\$

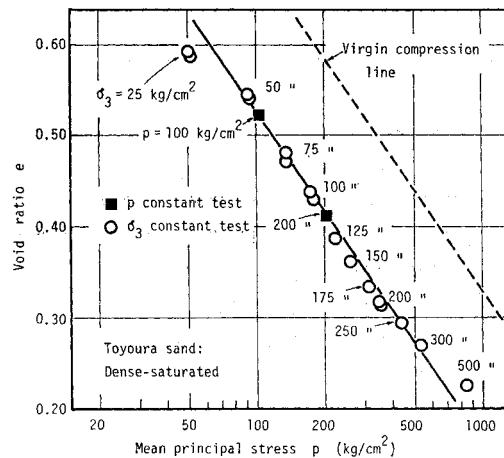


Fig. 2 Relation between void ratio \$e\$ and mean principal stress at failure \$p\$ in two kinds of drained triaxial compression tests

においてみられる飽和粘土の \$e-\ln p\$ 特性とよく類似している。すなわち、折点より高い圧力域の \$e-\ln p\$ 曲線は粘土の正規圧密曲線に対応していると考えることができる。その圧縮指数 \$C_c (= \Delta e / \log_{10}(p_2/p_1))\$ は 0.37 となる。

さて、式(1)の関係が満たされるかどうかを調べるために、豊浦砂の拘束圧一定せん断試験¹⁾および平均主応力一定試験において軸差応力が最大値に達したときを一応限界状態と考え、そのときの間隙比と平均主応力の関係をプロットしたのが Fig. 2 である。同図の破線は、Fig. 1 で理想化して描いた \$e-\ln p\$ 曲線の正規圧密領域の部分を再び載せたものであり、プロット近傍の実線は破線に平行に引かれている。近似的に限界状態と考え得る最大軸差応力時の \$e-\ln p\$ プロットが高压域では正

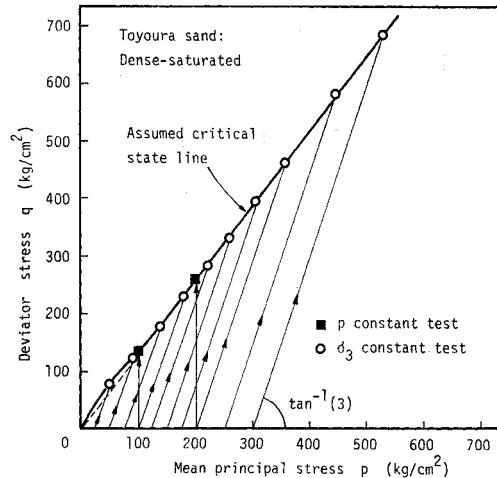


Fig. 3 Relation between deviator stress \$q\$ and mean principal stress \$p\$ at failure in two kinds of drained triaxial compression tests

規圧密線と平行であることから、式(1)の関係は満たされていると考えてよいであろう。

(2) \$p-q\$ 関係

拘束圧一定せん断試験および平均主応力一定試験の結果を \$p-q\$ 図上にプロットすると Fig. 3 のようになる。拘束圧一定試験の \$\sigma_3 \leq 50 \text{ kg/cm}^2\$ の場合を除けば、各せん断試験における最大軸差応力時の \$p-q\$ 関係は応力経路の違いによらず原点を通る直線上に載ることがわかる。これより高圧下における砂の \$p-q\$ 関係は式(2)の条件を満足すると考えられる。

(3) 材料定数

Roscoe らが正規圧密粘土に対して導いた応力～ひずみ式においては、3. で示すように 3 つの材料定数 \$\lambda\$, \$\kappa\$ および \$M\$ を用いている。\$\lambda\$ は先に述べたように \$e-\ln p\$ 曲線における正規圧密線の勾配によって、また、\$\kappa\$ は同じ \$e-\ln p\$ 曲線の膨張曲線の平均的勾配 (Fig. 1) によって与えられる。また、\$M\$ は、Fig. 3 の限界状態線の勾配から求めることができる。Table 1 は、前述のようにして求めた豊浦砂の 3 つの材料定数を数種類の粘土の材料定数⁴⁾と比較して示したものである。材料定数の値

Table 1 Soil constants of the Toyoura sand compared with those of others⁴⁾

Constants	Klein Belt Ton	Wiener Tegel V	London Clay	Weald Clay	Toyoura sand
\$\lambda\$	0.356	0.122	0.161	0.093	0.162
\$\kappa\$	0.184	0.026	0.062	0.035	0.018
\$\lambda/\kappa\$	1.93	4.69	2.60	2.66	9.00
\$M\$	0.845	1.01	0.888	0.95	1.30
\$G_s\$	2.77	2.76	2.75	2.75	2.65

からみて、豊浦砂は4種類の粘土の中ではWiener Tegel Vにやや近い性状を有するように思われるが、 λ/κ の値はWiener Tegel Vと比べてもかなり大きい。

3. 応力～ひずみ曲線

(1) 応力～ひずみ式

Table 1 に示したように、豊浦砂の κ の値は λ の10%程度の大きさであるので、ここでは $\kappa=0$ とするGranta-gravel式と実験結果との比較検討は省略し、Cam-clay式およびその修正式について実験結果との適合性を調べることにする。

Cam-clay式(脚符c)は次のように表わされている³⁾。

$$\delta\epsilon_c = \frac{\lambda-\kappa}{1+e} \left\{ \frac{p\delta\eta + M\delta p}{Mp(M-\eta)} \right\} \quad (3)$$

$$\delta v_c = \frac{1}{1+e} \left(\frac{\lambda-\kappa}{M} \delta\eta + \lambda \frac{\delta p}{p} \right) \quad (4)$$

また、Burlandによる仕事式

$$\delta W = p \sqrt{(\delta v)^2 + (M\delta\epsilon)^2}$$

を採用した修正式(脚符M)は次のようにある³⁾。

$$\delta\epsilon_M = \frac{\lambda-\kappa}{1+e} \left(\frac{2\eta}{M^2-\eta^2} \right) \left(\frac{2\eta\delta\eta}{M^2+\eta^2} + \frac{\delta p}{p} \right) \quad (5)$$

$$\delta v_M = \frac{1}{1+e} \left\{ (\lambda-\kappa) \frac{2\eta\delta\eta}{M^2+\eta^2} + \lambda \frac{\delta p}{p} \right\} \quad (6)$$

ここに、 ϵ はせん断ひずみであり軸ひずみ ϵ_1 と体積ひずみ v を用いて $\epsilon=\epsilon_1-(v/3)$ と表わされる。また、 η は応力比で $\eta=q/p$ である。

式(3)～(6)の応力～ひずみ増分式に基づく応力～ひずみ曲線と実験曲線とを比較検討するために、 $dq=3dp$ なる応力経路をとる排水せん断試験の場合を考える。このときは $\eta=q/p$ の微分式 $dq=\eta dp + pd\eta$ は $dp/p=d\eta/(3-\eta)$ となるのでこれを式(3)～(6)に代入して積分すると以下の各式を得る。

$$\epsilon_c = \left(\frac{\lambda-\kappa}{1+e} \right) \left\{ \frac{1}{3-M} \ln \left(\frac{3-\eta}{M-\eta} \right) - \frac{1}{M} \ln(M-\eta) + C_1 \right\} \quad (7)$$

$$v_c = \frac{1}{1+e} \left\{ \frac{\lambda-\kappa}{M} \eta - \lambda \ln(3-\eta) + C_2 \right\} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_M &= \frac{2(\lambda-\kappa)}{1+e} \left\{ \frac{3}{2M(3+M)} \ln(M+\eta) \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2M(3-M)} \ln(M-\eta) - \frac{1}{M} \arctan \left(\frac{\eta}{M} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{9-M^2} \ln(3-\eta) + C_3 \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

$$v_M = \frac{1}{1+e} \left\{ (\lambda-\kappa) \ln(M^2+\eta^2) - \lambda \ln(3-\eta) + C_4 \right\} \quad (10)$$

ここで積分定数は $\eta=0$ で $\epsilon=v=0$ の条件より、 $C_1=-$

0.290, $C_2=0.178$, $C_3=-0.343$, $C_4=0.103$ となる。

(2) 実測値と予測値の比較

豊浦砂のひずみ制御排水せん断試験で得た応力～ひずみ曲線^{1), 9)}に基づいて $\eta \sim \epsilon$ および $\eta \sim v$ 関係を求め、式(7)～(10)で与えられる予測値と比較したのが**Fig. 4**および**Fig. 5**である。式(7)～(10)で関係曲線を求める場合に間隙比として圧密後の間隙比 e_c を計算に用いるが、ここでは $e_c=0.50$ および $e_c=0.55$ の2つのケースについて実線および破線で示している。

まず、**Fig. 4**の $\eta \sim \epsilon$ 関係については、実測値に対

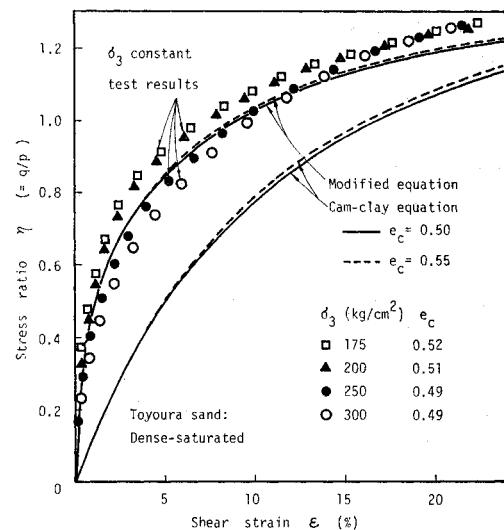


Fig. 4 Relation between stress ratio η and shear strain ϵ in σ_3 constant shear tests

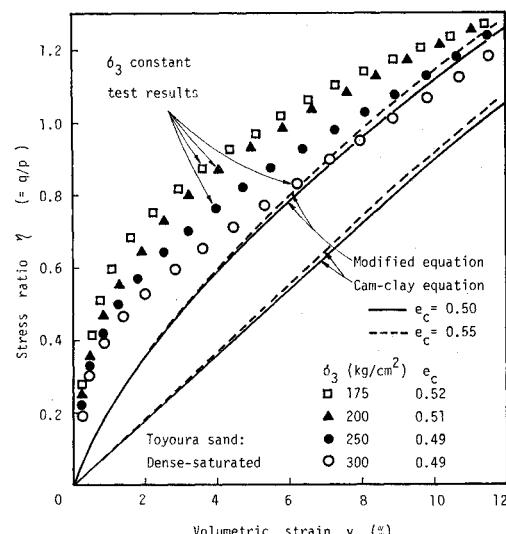


Fig. 5 Relation between stress ratio η and volumetric strain v in σ_3 constant shear tests

して Cam-clay 式はせん断ひずみ ϵ を過大に評価することになるが、修正式は $\epsilon \leq 20\%$ の範囲では実測値に比較的近い結果を与えていた。また、 $\eta \sim v$ 関係については、体積ひずみが 10% より小さい範囲では Cam-clay 式、修正式のいずれも過大な v の値を与えるが、相対的には修正式の方が実測値に近い結果となっている。

Fig. 4 および **5** に示した実測値において、拘束圧が低くなると予測値から次第に離れていく傾向が認められる。これは、 $\sigma_3 = 175 \text{ kg/cm}^2$ などではその等方圧密段階における圧力レベルが低くて正規圧密線 (**Fig. 1** の理想化 $e \sim \ln p$ 曲線では 280 kg/cm^2 以上) に達していないことと関係があると思われる。このように正規圧密線まで到達しない拘束圧条件の試料については、それを過圧密試料と考えて過圧密状態に対する応力～ひずみ関係⁶⁾を適用すれば実測値と予測値は近づくものと考えられる。

拘束圧 300 kg/cm^2 の場合の $q \sim \epsilon_1 \sim v$ 関係を示したのが **Fig. 6** である。この図で $q \sim \epsilon_1$ 関係に注目すると実測値への適合性は Cam-clay 式よりは修正式の方がよいようである。一方、 $v \sim \epsilon_1$ 関係については実測値はほぼ Cam-clay 式の曲線に沿って変化している。しかしこれは、Cam-clay 式では v と $\epsilon_1 (= \epsilon + (v/3))$ がともに過大評価されたために生じた偶然の結果であると考えるのが妥当であろう。上述のように、本実験試料に対する Cam-clay 式と修正式の適合性を比較する限りでは後者

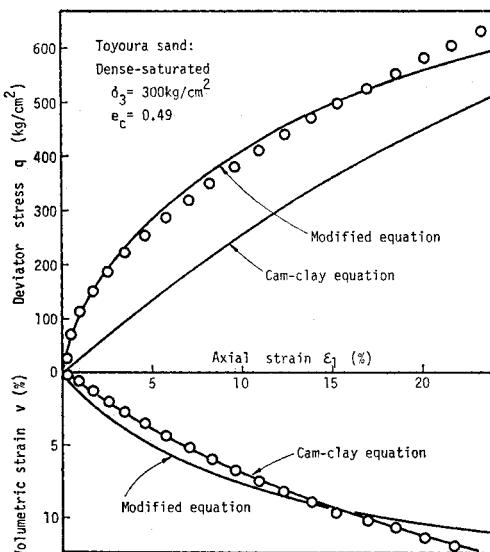


Fig. 6 Stress-strain relation of the Toyoura sand in a σ_3 constant shear test

の方がよい結果を与えるようである。しかしながら、本文の検討結果からただちに両式の高圧下の砂の応力～ひずみ挙動に対する適合性の優劣を結論するのは性急に過ぎよう。数種類の粒子破碎特性を異にする試料についてさらに実験を行い、また、4. で述べる Cam-clay 式および修正式に含まれる種々の仮定について吟味した上で両式の適合性を議論することが必要であり、その結果いっそう合理的な応力～ひずみ式が得られるものと考える。

4. まとめ

限界状態の概念に基づく Roscoe らの応力～ひずみ式は高圧下の砂の応力～ひずみ関係を予測するのにも適用できるとの前提に立って若干の検討を行い、この考えは大筋において肯定できることを示し得たと考える。

今後の問題として、 $e \sim \ln p$ 曲線の理想化による誤差の評価、材料の等方性を仮定することの妥当性、降伏曲面の形状と垂直条件の成否の確認などについて検討していきたい。

終りに、日頃からご指導賜っている九州大学 山内豊聰教授、本研究の端緒となる示唆を与えていただいた九州大学 橋口公一博士に感謝の意を表します。また、本研究は文部省科学研究費（一般（C））の補助を受けた。

参考文献

- 1) 三浦哲彦・山内豊聰：高拘束圧下における標準砂の排水せん断特性について、土木学会論文報告集、No. 193, p. 69, 1971.
- 2) K.H. Roscoe, A.N. Schofield and A. Thurairajah : Yielding of Clays in States Wetter than Critical, Geotechnique, Vol. 13, No. 3, p. 211, 1963.
- 3) K.H. Roscoe and J.B. Burland : On the Generalized Stress-strain Behavior of "Wet" Clay, Engineering Plasticity, Cambridge Univ. Press, p. 535, 1968.
- 4) A.N. Schofield and C.P. Wroth : Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill Book Company, 1968.
- 5) 三浦哲彦・岡田 進：砂の応力～ひずみ挙動について、山口大学工学部研究報告、Vol. 26, No. 1, p. 35, 1975.
- 6) 三浦哲彦・乗安直人・綾木和弘：高圧下におけるゆるい砂の応力・ひずみ特性、山口大学工学部研究報告、Vol. 27, No. 2, p. 61, 1977.
- 7) 三浦哲彦：高圧下における粒状土の挙動、土と基礎、Vol. 25, No. 6, p. 67, 1977.
- 8) 三浦哲彦・山内豊聰：高い等方圧力を受ける砂の圧縮特性について、土木学会論文報告集、No. 203, p. 45, 1972.
- 9) N. Miura and T. Yamanouchi : Effect of Water on the Behavior of a Quartz-Rich Sand under High Stresses, Soils and Foundations, Vol. 15, No. 4, p. 23, 1975.

(1978.3.30・受付)