土木学会論文報告集
第 282 号・1979 年 2 月
【論　　文】

都市ごみ分析のためのサンプリング方法に関する一考察

SAMPLING METHODS FOR MUNICIPAL SOLID WASTE ANALYSIS

平 岡 正 勝*・武 田 信 生**・藤 田 勝 康***
By Masakatsu HIRAOKA, Nobuo TAKEDA and Katsuyasu FUJITA

1. はじめに

都市ごみをサンプリングし，これを分析して，ごみの実態や特性を把握することは，廃棄物処理計画上，あるいは，ごみ処理施設の運営上，非常に重要なものである．したがって，試料採取・分析を迅速，容易に，かつ高い信頼性をもって行えるようなサンプリング法を開発し，有効なごみサンプリング法を確立することは，昨今の多様化したごみ問題を解決するための１つの手段として，不可欠なものといえよう．

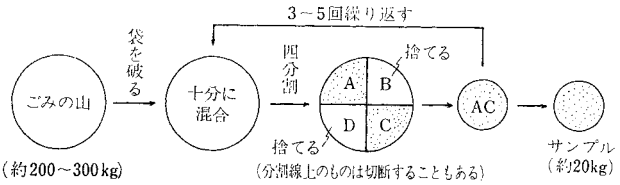
ところで，現在行われている都市ごみのサンプリング方法は，四分法のみであるが，この方法は，現在のように多くの都市で，ごみをポリ袋に入れて排出，収集される方式がとられているときには，時間や労力などを考えるとき，必ずしも最善の方法とはいえない面がある．固形物のサンプリング法には，これ以外にも，コンベアサンプリング，ハッチサンプリング，パイプサンプリングなど，各種のものが考えられるが，これらを比較できる明確な指標は，現在のところない．また，ある許容誤差のもとで母集団の特性を推定するには，どのくらいの量のごみをサンプルとして採取すべきかということもあまり明確にされていない．

ここでは，都市ごみサンプリング方法を確立するための第一歩として，まず，現行の四分法が適用される約 300 kg の都市ごみを抽出母集団と考え，四分法および筆者らが考えた「袋サンプリング」なるものを例にあげ，「袋破り」，「混合」，「切断」，「多段」といった行為について，種々の仮定を設けることによりサンプリング理論が適用できるようモデル化し，推定値の信頼性の定式化を行い，理論的にこれらのサンプリング方法間の比較が可能になるような指標の作成を試みた．そして，実験より求めたデータをこの指標に適用することにより，四分法と袋サンプリングを定量的に比較した．次に，そこで得られた結果をもとに，許容誤差と必要サンプル量の関係を求め，抽出母集団をトラック１台，ピット内ごみとした場合について，必要なサンプル量の概算を試みた．

* 正会員　工博　京都大学教授　工学部衛生工学教室
** 正会員　工博　京都大学助手　工学部衛生工学教室
*** 京都大学大学院工学研究科博士課程学生

2. 四分法と袋サンプリング

現在用いられている都市ごみのサンプリング方法は，四分法である．これは，図―1 に示すように，約 300 kg の１次サンプルを収集車あるいはピット内より採集し，収集袋を破って，袋内のものをばらばらにし，十分に混合したのち四分割し，対角状の２つ（図ではＡとＣ）を残してあとは捨て去る．このとき，分割線上のものは，どちらかのグループに無作為に入れるが，著しく大きいものや目立ったものは細分して両グループに入れるか，抜きとってあとでデータに重量的に加算する．このような操作を数回繰返して，ごみの量が適当な大きさ（約 20 kg）となると，これを試料として採取するような段階的な縮分，サンプリング方法である[1]．一方，筆者らが提案する袋サンプリングとは，200 kg～2 t のごみについて各ごみ袋に番地をつけ，乱数表やカード等により，この中のいくつかのごみ袋をサンプルとして採取するサンプリング方法である．両サンプリング方法の特徴を表―1 に示す．同表より，両サンプリング方法の基本的な相違点は，「袋破り」，「混合」，「切断」，「多段」の４点であり，ほかは，それに付随して起こる結果であると考え



図―1　四分法模式図

表—1 四分法および袋サンプリング法の特徴

	四　分　法	袋サンプリング法
a	段階的である．	1段階でサンプリングする．
b	袋破り，切断，混合といった操作を伴う．	袋破り，切断，混合は行わない．
c	aの結果，全体を見渡す機会が多くなり，偏りの入りやすいものについての補正がしやすい．	aの結果，偏りの入りやすいものの補正は行えない．このため，袋ごとの組成の違いが著しいときには多量のサンプルを必要とする．
d	対角状にサンプルをとるため偏在による偏りの可能性が小さくなる．	ランダムにサンプルをとるため，偏在による偏りの可能性が小さくなる．
e	a, bの結果，分析用サンプルを得るまでに多くの時間，労力を要する．このため，とくに水分に誤差がでやすい．	a, bの結果，分析用サンプルを得るまでの時間が短く，また，この間外気にさらされないので水分の誤差は少ない．
f	袋を破って混合しているので，ごみがばらばらになり，組成分析時にごみを一つ一つ分析しなければならず，このために分析に非常に多くの時間を要する．	袋を破っていないので，ごみ組成は比較的まとまっており，分析に要する時間が少なくてすむ．また，分析が比較的容易に行える．
g	分析用サンプルが少ないため，分析誤差による偏りの影響が大きい．	e, fの結果，サンプルが多くとれるので分析誤差の影響は少ない．
h	bの操作の結果，ごみのもつ特性が失われる可能性がある．	ごみをそのままの状態でサンプリングするので，ごみのもつ特性は失われない．
i	点推定である．	区間推定である．
j	混合を十分に行えば，全体に均一となり，サンプル量が少なくてすむ．	

られる．

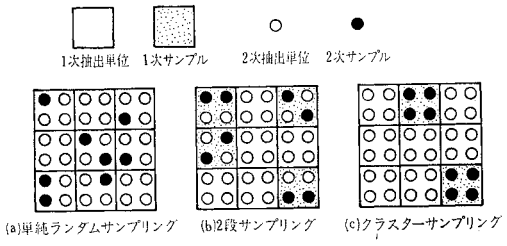
3. 各種サンプリング方法に関する信頼性の理論式

ここで，四分法および袋サンプリングに関連すると思われるいくつかのサンプリング方法について簡単に述べ，信頼性についての理論式を示す．

(1) (1段) 単純ランダムサンプリング

N 個の単位からなる母集団から n 個のサンプルを乱数表やカード等を用いて無作為に選ぶサンプリング方法である (図—2 (a) 参照)．推定値および推定値の分散は，それぞれ次のようになる．

$$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} y_i \quad \cdots\cdots(1)$$



図—2 各種サンプリング法

$$V(\bar{y})=\frac{1-f}{n}S^2 \quad \cdots\cdots(2)$$

$$S^2=\sum_{i=1}^{N}(y_i-\bar{Y})^2/(N-1) \quad \cdots\cdots(3)$$

ただし，y_i：母集団の i 番目の単位の特性値

$\bar{y}$：標本平均値

$\bar{Y}$：母平均値

$f=n/N$：抽出率

n：サンプル数

N：総単位数

S^2：母分散

V：推定値の分散

である．この場合，推定量は不偏となり，推定値の偏りはない．よって，信頼性の指標としては，式 (2) の推定値の分散の式を用いればよい．

(2) 2段サンプリング

母集団が N 個の1次抽出単位からなり，各1次抽出単位には，それぞれ M 個の2次抽出単位が含まれているとする．このとき N 個の1次抽出単位から n 個を選び，さらに，そのおのおのから，m_i 個の2次抽出単位をサンプルとして抽出するようなサンプリング方法を，2段サンプリングという (図—2(b) 参照)．この場合，$m_i \neq \mathrm{const}$ ならば，推定値は不偏にはならない．しかし，$m_i=m(\mathrm{const})$ の場合，推定値は不偏となり，推定値の偏りはなくなる．$m_i=\mathrm{const}$ の場合の推定値および推定値の分散は，それぞれ次のようになる．

$$\bar{y}=\frac{1}{nm}\sum_{i}^{n}\sum_{j}^{m} y_{ij} \quad \cdots\cdots(4)$$

$$V(\bar{y})=\frac{1-f_1}{n}S_1^2+\frac{1-f_2}{nm}S_2^2 \quad \cdots\cdots(5)$$

$$S_1^2=\sum_{i=1}^{N}(\bar{Y}_i-\bar{\bar{Y}})^2/(N-1) \quad \cdots\cdots(6)$$

$$S_2^2=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}(y_{ij}-\bar{Y}_i)^2/N(M-1) \quad \cdots\cdots(7)$$

ただし，

y_{ij}：i 番目の1次抽出単位の j 番目の2次抽出単位の特性値

$\bar{\bar{y}}$：標本平均値

$\bar{Y}_i$：1次抽出単位内母平均値

$\bar{\bar{Y}}$：母平均値

S_1^2：1次抽出単位間の母分散

S_2^2：1次抽出単位内2次抽出単位間の母分散の総和

$f_1=\dfrac{n}{N}$，$f_2=\dfrac{m}{M}$：抽出率

N：1次抽出単位数

M：1次抽出単位内2次抽出単位数

n：1次抽出単位サンプル数

m：(各1次抽出単位よりの) 2次抽出単位サンプル数

である．3段以上の多段サンプリングの場合についても，この式を拡張するだけでよい．そして，$m_i=m$ (const) の場合については，信頼性の指標として式 (5) の推定値の分散の式を用いればよい．

(3) (1段) クラスターサンプリング

(2) で$M=m$ の場合，すなわち，サンプルとして抽出された1次抽出単位に含まれる2次抽出単位をすべてサンプルとして用いるようなサンプリング方法を (1段) クラスターサンプリングという (図—2 (c) 参照)．この場合，$M_i \neq$ const なら推定量は偏る．しかし，$M_i=M$ (const) なら推定量は不偏となる．この場合の推定値および推定値の分散は，(2) で $M=m$ として次のようになる．

$$\bar{\bar{y}}=\frac{1}{nM}\sum_{i}^{n}\sum_{j}^{M} y_{ij} \quad \cdots\cdots(8)$$

$$V(\bar{\bar{y}})=\frac{1-f_1}{n}S_1^2 \quad \cdots\cdots(9)$$

この場合も，式 (9) の推定値の分散を信頼性の指標として用いればよい．

4. モデル化および定式化

(1) モデル化

前述したように四分法と袋サンプリングの基本的相違点は，「袋破り」，「混合」，「切断」，「多段」の4点である．そこで，これら4つの行為について次の3つの仮定を設けることにより，サンプリング理論が適用できるようモデル化する．

仮定 1．四分法において分割される一群 (図—1 のAやBなど) を一種のクラスター (群) と考えれば，実際には，各クラスターは目測で分割されているので，それぞれに含まれる要素数 (後述) は当然異なる．しかし，ここでは，どのクラスターの要素数もすべて等しいと考える．

仮定 2．われわれが推定したいのは，母集団の各組成の重量パーセントである．そして，各要素では，その総重量が変化するので，推定方式としては比推定 ($\hat{R}=\bar{y}/\bar{x}=\sum y_i/\sum x_i$) が考えられる．これは，分子，分母がともにサンプルの取り方によって変化するので，不偏推定量とはならない．しかし，ここでは，分母の $x_i=$const すなわち，各要素の総重量は一定とみなす．

仮定 3．四分法では，実際にはサンプルは1つしかとらない．しかし，ここでは，これは一種の要素集合体であり，いくつかのサンプルの集まったものと考える．

以上の仮定の中には，厳密に考えれば，不適当なものも含まれるかもしれないが，当面の目的である四分法と袋サンプリングの1次近似的な定量化には有効であろう．

以上の仮定のもとに，前述の各行為をモデル化する．

a) 袋破り

ごみ袋1つの大きさは，普通，スコップ 1〜2 杯分である．そして，混合を行っていくと，はじめ1つの袋に入っていたごみは，しだいに分割されていく．しかし，いくら混合を行っても，それ以上あまり分割されない大きさが存在する．四分法では，この量はスコップ 1/2〜1/4 杯の量である．この大きさの1塊を要素とよぶことにすれば，これは一種の最小挙動単位であると考えられる．サンプルを抽出するのは，通常スコップで行うから，最小抽出単位は，この要素がいくつか集まったものとなる．結局，袋を破ることによって，挙動単位は袋 (一種のクラスター) から要素に，抽出単位は袋からスコップ一杯の量 (これも一種のクラスター) へと変化したことになる．すなわち，袋破りとは，抽出単位や挙動単位の大きさを小さくする行為と考えることができる．

b) 混合

十分に混合した場合を完全混合，まったく混合しない場合を無混合とよぶことにする．混合の効果とは，明らかに局部的に集中したものを，全体に均等に配分することである．そして，混合という操作もそのような目的で行われている．しかし，実際に混合を行っているときには，ある要素をどこに移すべきかということなどは，考えずに行っている．すなわち，四分法における混合とは，ある配列をもってならんでいた要素をでたらめにならびかえるという操作にほかならない．そして，四分法では，サンプルをつねに一種のクラスターとして採取する．よって，無混合の場合は，一種のクラスターサンプリング，完全混合の場合は，要素を抽出単位とする単純ランダムサンプリングであると考えられる．そして，はじめに混合を十分行っておけば，要素配列のランダム性は確立されるので，それ以後の混合は無意味となる．実際の四分法における混合は，これらの中間的なものなので，「混合」という操作を段階的に繰返すことによって，混合はしだいに完全混合に近づいていくものと考えられる．

c) 切断

数要素間にまたがる物体を切断し，またがっていた要素にばらばらに加えるということは，ある特性値を考えたときに，それがある区間の要素のうちで，部分的に平均化されると考えればよい．

N を総要素数，n をサンプル数，f を抽出率 ($f=n/N$)，$u=1/f$，α を切断率 (全体のうちで切断の対象と

する割合)，y_i を切断前の要素特性値とすれば，この平均化された特性値 y_i' としては，u が整数のとき，

$$y_i'=\left\{\begin{array}{ll} y_i & \text{for } (1-\alpha)N \\ \frac{1}{u}\sum_{k=1}^{u} y_{i+k-1} & \text{for } \alpha N \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots(10)$$

また，u が分数のとき，[ ] をガウス記号とすると，

$$y_i'=\left\{\begin{array}{ll} y_i & \text{for } (1-\alpha)N \\ \frac{1}{u}\{(\sum_{k=1}^{[u]} y_{i+k-1}+(u-[u])y_{i+[u]}\} & \text{for } \alpha N \end{array}\right\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)'$$

が一般的に考えられる．そして，数式上，この平均化という行為は，母分散の減少となって表われる．

$$S'^2=\frac{1}{N-1}\sum_{i}^{N}(y_i'-\overline{Y})^2=\beta^* S^2 \quad (0\leq\beta^*\leq 1)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

ここで β^* は，切断すなわち部分的平均化により，母分散がどれだけ減少するかを示す係数である．切断する対象や割合および母集団の要素のならび方によって，部分的に平均化された値は異なるので，この β^* は変化する．そこで，これらについて平均化したものを β とすれば，切断後の平均的な母分散は，u が整数のときは，次のようになる．ただし，E は，S'^2 のとりうるすべての値についての平均を示す．

$$E[S'^2]=\beta S^2=\left(1-\frac{N}{N-1}\,\frac{u-1}{u}\,\alpha\right)$$
$$\sum_{i}^{N}(y_i-\overline{Y})^2/(N-1)\cdots\cdots\cdots(12)$$

u が分数のときは，上式はもっと複雑になると思われるが，ここでは，u が整数のときのみを考察の対象としているので，u が分数の場合の式は省略する．また，以下では，u は，すべて整数である．

ところで，実際の四分法では，ある要素に含まれる紙なら紙を，すべて切断するのではなく，ある大きさ以上のもののみを切断する．つまり，各要素についてみれば，特性値は，すべて平均化されるのではなく，部分的に平均化されるのである．そして上述の β は，この切断される部分にのみ適用すべきである．そこで，

$$y_i=x_i+z_i\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

とし，N, α, u 等の記号を前述と同様に定義し，さらに，x_i と z_i を独立とすれば，切断後の母分散の平均は，次のようになる．

$$E[S'^2]=\left\{\sum_{i}^{N}(x_i-\overline{X})^2+\left(1-\frac{N}{N-1}\cdot\frac{u-1}{u}\,\alpha\right)\right.$$
$$\left.\sum_{i}^{N}(z_i-\overline{Z})^2\right\}\Big/(N-1)\equiv\beta S^2\cdots\cdots(14)$$

ただし，

x_i : i 番目の要素の平均化されない部分，

$$\overline{X}=\frac{1}{N}\sum_{i}^{N}x_i$$

z_i : i 番目の要素の平均化される部分，

$$\overline{Z}=\frac{1}{N}\sum_{i}^{N}Z_i$$

である．そして，式 (14) によって定義しなおした β を用いる方が，より現実的であると考えられる．

結局，切断した場合は，母集団がはじめから式 (10) で示されるような特性値をもっており，母分散が式(12) あるいは式 (14) で示される βS^2 であったと考えればよい．定式化においては，このような β を導入して，平均的な切断の効果として表した．

d) 多　段

混合に関する多段の効果は，前述したことから，無混合の場合は，多段クラスターサンプリング，完全混合の場合は，何段で行っても，一段の単純ランダムサンプリングであると考えればよい．切断に関する多段の効果については，各段で前述の β なるものを用いて定式化した．

(2) 定 式 化

約 300 kg の都市ごみから約 20 kg のサンプルを採取するには，四分法の操作は，3～4 回行う必要がある．そこで，ここでは，以上に述べた仮定，モデルを用いて4つの典型的な場合の四分法を4段階で行う場合，および袋サンプリングで行う場合についての，より一般的な推定値の信頼性，精度の定式化を行う．仮定 1，2 があるので，精度としては，推定値の分散を用いることができる．

［四分法 1］ 無混合，無切断，4段階でサンプリングする方法

これは，特性値が平均化されない4段クラスターサンプリングと考えればよいので，推定値の分散の式は，次のようになる．

$$V_1=\frac{1-f_1}{l}S_1^2+\frac{1-f_2}{lm}S_2^2+\frac{1-f_3}{lmn}S_3^2$$
$$+\frac{1-f_4}{lmnp}S_4^2\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

［四分法 2］ 無混合，切断，4段階でサンプリングする方法

これは，特性値が平均化される場合の4段クラスターサンプリングであると考えればよい．各段での平均的な切断の効果を示す係数を β_1～β_4 とすれば，推定値の分散の式は，次のようになる．

$$V_2=\frac{1-f_1}{l}\beta_1 S_1^2+\frac{1-f_2}{lm}\beta_2 S_2^2+\frac{1-f_3}{lmn}\beta_3 S_3^2$$
$$+\frac{1-f_4}{lmnp}\beta_4 S_4^2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

［四分法 3］ 完全混合，無切断，4段階でサンプリングする方法

これは，特性値が平均化されない，要素を抽出単位とするような1段の単純ランダムサンプリングであると考えればよい．推定値の分散の式は，次のようになる．

表—2 記 号 一 覧 表

	添字	単位数	サンプル数	抽出率	平均値	単位間分散・母分散
1 次抽出単位	a	L	l	$f_1=l/L$	$Y^{(6)}=\sum_a^L Y_a^{(5)}/L$	$S_1^2=\sum_a^L(Y_a^{(5)}-Y^{(6)})^2/(L-1)$
1 次抽出単位内 2 次抽出単位	b	M	m	$f_2=m/M$	$Y_a^{(5)}=\sum_b^M Y_{ab}^{(4)}/M$	$S_2^2=\sum_a^L\sum_b^M(Y_{ab}^{(4)}-Y_a^{(5)})^2/L(M-1)$
2 次抽出単位内 3 次抽出単位	c	N	n	$f_3=n/N$	$Y_{ab}^{(4)}=\sum_c^N Y_{abc}^{(3)}/N$	$S_3^2=\sum_a^L\sum_b^M\sum_c^N(Y_{abc}^{(3)}-Y_{ab}^{(4)})^2/LM(N-1)$
3 次抽出単位内 4 次抽出単位	d	P	p	$f_4=p/P$	$Y_{abc}^{(3)}=\sum_d^P Y_{abcd}^{(2)}/P$	$S_4^2=\sum_a^L\sum_b^M\sum_c^N\sum_d^P(Y_{abcd}^{(2)}-Y_{abc}^{(3)})^2/LMN(P-1)$
4 次抽出単位内袋数	e	Q	Q	$f_5=1$	$Y_{abcd}^{(2)}=\sum_e^Q Y_{abcde}^{(1)}/Q$	$S_5^2=\sum_a^L\sum_b^M\sum_c^N\sum_d^P\sum_e^Q(Y_{abcde}^{(1)}-Y^{(6)})^2/(LMNPQ-1)$
袋内要素数	f	R	R	$f_6=1$	$Y_{abcde}^{(1)}=\sum_f^R y_{abcdef}/R$	$S^2=\sum_a^L\sum_b^M\sum_c^N\sum_d^P\sum_e^Q\sum_f^R(y_{abcdef}-Y^{(6)})^2/(LMNPQ-1)$

$$V_3=\frac{1-f_1f_2f_3f_4}{lmnpQR}S^2 \cdots\cdots(17)$$

［四分法 4］ 完全混合，切断，4段階でサンプリングする方法

これは，［四分法 3］で特性値が平均化される場合と考えればよい．この場合の平均的な切断の効果を示す係数を β_5 とすれば，推定値の分散の式は，次のようになる．

$$V_4=\frac{1-f_1f_2f_3f_4}{lmnpQR}\beta_5S^2 \cdots\cdots(18)$$

実際の四分法は，V_1～V_4 の中間的な値となる．

［袋サンプリング］

これは袋を1つのクラスターとして考えれば，特性値の平均化されない一種のクラスターサンプリングであると考えられる．推定値の分散の式は，次のようになる．

$$V_5=\frac{1-f_1f_2f_3f_4}{lmnpQ}S_5^2 \cdots\cdots(19)$$

ただし，記号については，表—2 に示すものである．また，y_{abcdef} は，a 番目の1次抽出単位のb番目の2次抽出単位のc番目の3次抽出単位のd番目の4次抽出単位のe番目の袋のf番目の要素の特性値である．以上の式に，S_i^2, β_i 等の実測値を代入すれば，各種サンプリング方法の定量的な比較は，可能となる．

5. 実　　験

式 (15)～(19) を用いて，上述の各種サンプリング法を比較するため，抽出母集団である約 300 kg のごみの分析実験を次のような手順で行った．まず，京都市内の住宅地域より収集されてきた収集車輌1台分のごみをプラットホームに落とし，袋収集の袋が，おおむね 1～4 段程度積まれる高さにまで拡げた．この拡げ方は，もとの配列をできるだけ変えないように行った．次に，拡げられたごみ層に，縦方向に A～K，横方向に 1～14 の記号を使って番地を付した．このうち，A～F，1～14 の各番地にあたっているごみ袋の最上段のものに番地名を記入し，この段階のごみを分析用試料とした．試料ごみは，まず，大きさ（縦，横，高さ），重量を測定した．次に，ごみ袋の中のごみについて粗大なもの（ごみを入れたポリ袋および粒径 50 cm（目測）以上のもの）を別にし，ごみをおおむね4等分し，別の新しい4個の袋に入れかえた．すなわち，収集されたごみの1袋から4袋（粗大なものがある場合は5袋）の試料ごみを作った．この新しい1袋のごみをここでは要素と考えた．ごみの組成分析は，この要素ごとに，ごみ組成一片一片を組成別に分類し，組成ごとに重量（湿）を測定して行った．

6. 結果ならびに考察

得られたデータをもとにごみ中の数組成について，前述の各サンプリング法について，推定値の平均値 $E(\bar{y})$，分散 V，標準偏差 σ，変動係数 CV を求めると，表—3 のようになる．同表を用いることにより，袋破り，混合，切断，多段等の効果が定量的に明らかにされるとともに，袋サンプリングの有効性について考えることができる．

まず，袋破りの効果について考える．［四分法 3］は，前述した要素を抽出単位とする単純ランダムサンプリング，［袋サンプリング］は，袋を抽出単位とする単純ランダムサンプリングであるので，表—3 の σ_3 と σ_5 を比較することによって，袋破りの効果を定量的に把握することができる．同表より，鉄を除くすべての組成について，$\sigma_3<\sigma_5$ となっていることがわかる．そして，表—4 の σ_3/σ_5 の値をみると，0.36～0.88（鉄のみ 1.17）となっていることから，推定値の精度は，1.2～3 倍上がることになる．これより，一般に，袋は破った方が誤差が少なくなり，精度の高いサンプリングが行えるものと思われる．しかし，後述するように，分析に要する労力や時間，およびその間に生じる誤差を考えたとき，軟質プラスチックやボール紙，紙，ちゅう芥など，ごみ中の主要組成については，その差はあまりないので，実際

表—3 各種サンプリング法の比較（推定値の平均値，分散，標準偏差，変動係数）

組成	真の平均値 $\bar{Y}$	推定値の平均値 $E(\bar{y})$	四分法 1			四分法 2			四分法 3			四分法 4			袋サンプリング法		
			V_1	σ_1	$CV(\%)$	V_2	σ_2	$CV(\%)$	V_3	σ_3	$CV(\%)$	V_4	σ_4	$CV(\%)$	V_5	σ_5	$CV(\%)$
軟質プラスチック	8.71	8.71	3.62	1.90	21.8	0.07	0.26	3.0	0.26	0.51	5.9	0.02	0.14	1.6	0.34	0.58	6.7
硬質プラスチック	4.06	4.06	31.33	5.60	137.9	21.07	4.59	113.05	0.25	0.50	12.3	0.15	0.39	9.6	1.87	1.37	33.7
スチロール系プラスチック	2.53	2.53	5.49	2.34	92.5	3.99	2.00	79.1	0.07	0.26	10.3	0.07	0.26	10.3	0.27	0.52	20.6
ボール紙	8.02	8.02	13.15	3.63	45.3	1.44	1.20	15.0	0.49	0.70	8.7	0.37	0.61	7.6	0.92	0.96	12.0
紙	15.66	15.66	37.38	6.11	40.6	23.36	7.83	32.1	0.75	0.87	5.8	0.68	0.82	5.4	1.35	1.16	7.7
ちゅう芥	32.07	32.07	96.26	9.81	30.6	86.79	9.32	29.1	1.85	1.36	4.2	1.73	1.32	4.1	4.81	2.19	6.8
鉄	3.49	3.49	8.31	2.88	82.5	7.80	2.79	79.9	0.31	0.56	16.1	0.31	0.56	16.1	0.23	0.48	13.8

表—4 各種行為の効果の比較

組成	σ_3/σ_1	σ_4/σ_2	σ_2/σ_1	σ_4/σ_3	σ_3/σ_5	σ_4/σ_5	$\sigma_1 \sim \sigma_5$ の大小
軟質プラスチック	0.27	0.54	0.14	0.27	0.88	0.24	$\sigma_4<\sigma_2<\sigma_3<\sigma_5<\sigma_1$
硬質プラスチック	0.09	0.08	0.82	0.78	0.36	0.28	$\sigma_4<\sigma_3<\sigma_5<\sigma_2<\sigma_1$
スチロール系プラスチック	0.11	0.13	0.85	1.00	0.50	0.50	$\sigma_3=\sigma_4<\sigma_5<\sigma_2<\sigma_1$
ボール紙	0.19	0.51	0.33	0.87	0.73	0.64	$\sigma_4<\sigma_3<\sigma_5<\sigma_2<\sigma_1$
紙	0.14	0.17	0.79	0.94	0.75	0.71	$\sigma_4<\sigma_3<\sigma_5<\sigma_2<\sigma_1$
ちゅう芥	0.14	0.14	0.95	0.97	0.62	0.60	$\sigma_4<\sigma_3<\sigma_5<\sigma_2<\sigma_1$
鉄	0.19	0.20	0.97	1.00	1.17	1.17	$\sigma_5<\sigma_4=\sigma_3<\sigma_2<\sigma_1$

の分析，サンプリングを考えるときには，その値の大小だけで袋を破るべきかどうかということを決定すべきではない．

次に，混合の効果について考える．これは，**表—3** の σ_1 と σ_3 あるいは σ_2 と σ_4 を比較すればよい．**表—4** に σ_3/σ_1 および σ_4/σ_2 の値を，それぞれの組成について示してあるが，この **表—4** より，ごみの中のいずれの組成についても $0.09 \leqq \sigma_3/\sigma_1 \leqq 0.27 < 1$, $0.08 \leqq \sigma_4/\sigma_2 \leqq 0.54 < 1$ となっており，推定値の信頼性は前者で 4～11 倍，後者で 2～12 倍に上がっている．このことより，混合の効果は，かなり大きなものであることがわかる．これは，ごみの各成分が約 300 kg 程度のごみの集団では，場所的にかなり偏ったものとなっており，たとえば，ちゅう芥なら，ちゅう芥の入ったごみ袋はある場所にかたまって存在するためである．また，同表の σ_3/σ_1 あるいは σ_4/σ_2 の値をみると，軟質プラスチックに対する混合の効果は，硬質プラスチックほど高くないことがわかる．これは，軟質プラスチックは，ごみ袋などにも使用されており，どのごみ袋にも，比較的均等に含まれているのに比べて，硬質プラスチックは，あるごみ袋にのみかたまって含まれている，つまり，硬質プラスチックの方が前述の偏在性が強いためである．そしてこのようなことから，混合の効果は，ごみ組成の場所的分布，およびごみの廃棄方式によって決定されるといえよう．

次に，切断の効果について考える．これは，**表—3** の σ_1 と σ_2 あるいは，σ_3 と σ_4 を比較すればよい．同じく **表—4** に σ_2/σ_1, σ_4/σ_3 の値を示すが，これより，前者で 1～5 倍，後者で 1～3 倍程度，推定値の精度が上昇していることから，切断もある程度効果があるといえる．そして，当然予測されたことではあるが，その効果は，軟質プラスチックやボール紙など大きなものが多量に存在する組成ほど高いことがわかる．ところで，σ_3/σ_1 と σ_2/σ_1 を比較すると，軟質プラスチックを除いて，いずれの組成についても $\sigma_3/\sigma_1 < \sigma_2/\sigma_1$ となっていることがわかる．これより，一般に切断の効果は混合の効果ほど高くないといえよう．これは，軟質プラスチックは前述の偏在性が低く，そのため混合の効果は受けにくいが，大きな粒径のものが多量にあるので，切断の効果は受けやすいのに比べて，他の組成は偏在性が高く，混合の効果は受けやすいが，大粒径のものは少なく，このため切断の効果はあまり受けないためである．

多段の効果については，これを確かめる実験を行っていないので，ここでは考察を行えないが，一般に，実際の四分法における袋破り，混合，切断等の行為は，いずれも不完全なものであり，段階が増すにつれて，より完全なものに近づいていくものと思われる．

最後に，組成の違いによる精度の変化について考える．**表—4** より，サンプリング方法にもよるが，軟質プラスチック，紙，ちゅう芥は変動係数が小さく，硬質プラスチック，スチロール系プラスチック，鉄は変動係数が大きいことがわかる．これについては，以下のように考えられる．すなわち，前者の組成が一般に，ごみ全体に比較的均等に，しかも多量に存在する性格を有しており，このため，平均値は大きく，分散は小さくなり，その結果，変動係数は小さくなるのに比べて，後者の組成がごみ集団のある部分にのみ集中して，しかも少量しか存在しない性格なので，平均値が小さく，分散が大きくなり，その結果，変動係数が大きくなる．また，このことより，サンプル量が同一の場合，後者のような性格をもつ組成，つまり，量的に少なく，しかも 1 つの袋にまとめて廃棄されるごみほど，その推定値の信頼性は低くなり，与えられた精度でその特性を推定しようとする場

合，多量のサンプルを必要とするということがわかる．

以上，各行為の効果，および組成の違いによる精度の変化について述べたが，これらを総合すると，ごみの廃棄方式にもよるが，「袋を破って，十分に混合，切断を行ったサンプリング方法」ほど，すぐれたサンプリング方法であると考えられる．そして，実際，**表—4** より，ほとんどの組成について，σ_4 の値が最小となっており，この方法，つまり［四分法 4］が，この中ではもっともすぐれたサンプリング方法となっている．しかし，この方法は，これらのサンプリング方法の中ではもっとも時間を要するサンプリング法であり，試料を採取するまでに，含水率などはかなり変化するものと思われる．また，袋破りや混合を行えば，ちゅう芥の水分が紙に移行したり，紙やプラスチックの表面に土砂やちゅう芥が付着したりするし，切断を行えば，そのものの粒径はしだいに小さくなっていくので，これらの行為を行えば行うほど，試料採取時のごみ性状は初期のごみ性状とは，かなり異なったものとなっていると思われる．さらに，袋破りや混合を行えば，ある程度まとまっていた各種ごみ組成は，ばらばらになってしまい，また，付着等の現象も伴うので，分析に要する時間も非常に長くなる．そしてこの間に生じる誤差も相当大きなものと思われる．

また，前述の各式および数値は，いずれのサンプリング法においてもサンプル量を同一としているが，［四分法 1］や［袋サンプリング］は，［四分法 4］よりも，サンプリング・分析に要する時間が少ないので，サンプリング・分析に用いる労働量を一定とすれば多量のサンプルをとることができる．（実験によれば，袋サンプリング法は，四分法の 10 倍以上のサンプルがとれる）ところが，上述の式や数値には，このようなことはまったく考慮されていない．

さらに，実際の四分法では，前述の各行為が，いずれも不完全にしか行えないので，推定値の分散は $V_1 \sim V_4$ の中間的な値しかとり得ない．このようなことをあわせて考えると，われわれの提案する方法，つまり，袋サンプリング法は，ごみの実態を示すという意味からすれば，現在の四分法にとってかわる有望なサンプリング法の1つではないかと考えられる．

現在，各種の仮定ならびにパラメーターの計算法の妥当性について検討を行うとともに，サンプリング・分析に要する労働量を含めて上述の誤差について厳密な解析を試みている．

7. ごみサンプル量と誤差の関係

ごみのサンプリング方法を確立するには，① 適切なサンプリング方法の決定，② サンプル量と誤差の関係の明確化という2つの問題を解決しなければならない．

①については，前節までに述べた考え方をもとにして，ごみのサンプリング方法として考えられる各種のサンプリング方法について推定値の偏りや分散あるいはその他のなんらかの指標を作成すれば，これらのサンプリング方法の比較，および適切なサンプリング方法の選定が理論的に可能となると思われる．ここでは，②について，単純ランダムサンプリングを例にあげ，許容誤差と必要サンプル量の関係を明確にするとともに，この関係を用いて前節においてその有効性が確かめられた袋サンプリングを，トラック1台およびピット内ごみに適用する場合について，必要なサンプル量の概算を試みた結果を示す．

（1） ごみサンプル量と誤差の関係

いま，サンプル数を n，推定値を $\bar{y}$，真値を $\bar{Y}$，推定値の分散を V とすると，$n \geqq 30$ ならば，$\bar{y}$ は近似的に $N(\bar{Y}, V)$ なる正規分布をすると考えてよい．そこで，d を誤差，a を許容誤差率，t, μ を定数とすると，式 (20)～(22) が成立する．

$$Pr(|\bar{y}-\bar{Y}| \geqq d)=\mu \quad \cdots\cdots (20)$$

$$d=t\sigma \quad \cdots\cdots (21)$$

$$d=a\bar{Y} \quad \cdots\cdots (22)$$

一方，サンプリング理論より，

$$\sigma^2=V=\frac{1-f}{n}S^2 \quad \cdots\cdots (23)$$

であるから，式 (21)～(23) より，

$$d=a\bar{Y}=t\sigma=t\sqrt{\frac{N-n}{N}\cdot\frac{1}{n}S^2} \quad \cdots\cdots (24)$$

これを n について解くと，

$$n=\frac{(tS/\bar{Y})^2}{a^2+\frac{1}{N}(tS/\bar{Y})^2} \quad \cdots\cdots (25)$$

上式が，許容誤差と必要なサンプル量の関係を示す一般的な式である．しかし，通常，S^2 や $\bar{Y}$ は未知であるから上式によって，必要なサンプル数 n を求めることはできない．そこで，予備実験を行い，S^2 の推定値として標本分散 s^2，$\bar{Y}$ の推定値として標本平均 $\bar{y}$ を求め，次式によって近似的に必要なサンプル数 n' を求める．

$$n'=\frac{(ts/\bar{y})^2}{a^2+\frac{1}{N}(ts/\bar{y})^2} \quad \cdots\cdots (26)$$

ピット内ごみを対象とするときは，母集団が非常に多くの要素からなると考えて $N \to \infty$ とし，次式によって求める．

$$n'=\frac{\left(t\frac{s}{\bar{y}}\right)^2}{a^2} \quad \cdots\cdots (27)$$

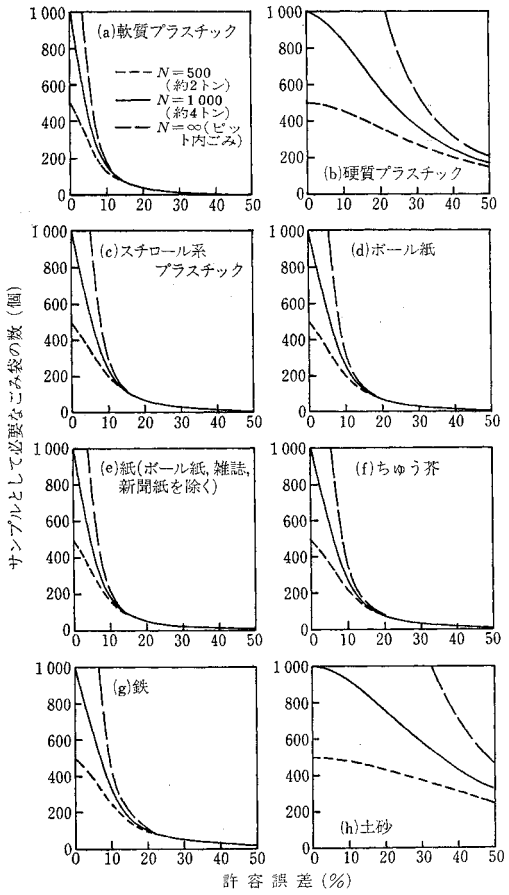
このようにして求めた n' は n の不偏推定量とはならな

いが，実用上もっとも適切な推定量であろうと思われる．そしてサンプリングののち再び信頼区間を計算しなおせば希望した誤差に近いものが得られるはずである．

ごみ中のいくつかの代表組成について，前節の実験で用いたごみのサンプルを2tトラック1台（N=500），4tトラック1台（N=1000）およびごみピット内（N=∞）より単純ランダムサンプリング法により採取したものと考えて，その許容誤差と必要サンプル量の関係を求めたものを，図—3(a)～(h)に示す．同図より，軟質プラスチックやちゅう芥のようにサンプル量が少なくてすむものもあれば，硬質プラスチックや土砂のように多量のサンプルを必要とするものもあることがわかる．これは，前述したように，ごみの廃棄方式と場所的な偏り具合およびその絶対量の大小によるものである．

（2） サンプルとして必要なごみ量

式(26)あるいは式(27)に示した関係をもとに，許容誤差50%に対する必要サンプル数をごみ中の代表12組成について求め，それぞれの組成の重量割合を加重とした加重平均を用いて，ごみとしての性格をもつサンプル量を算出した．この結果，抽出母集団をトラック1台とした場合には約29袋，ピット内ごみとした場合には約34袋必要であることがわかった．ごみ袋1袋の重さは約4kgであるので，これより，抽出母集団のごみとしての性格をつかまえるのに必要なサンプル量は，前者で約116kg，後者で136kgとなる．よって，約100～150kgのごみ（家庭用ポリ容器約10杯分）があれば，ごみの性格はとらえることができる．逆にこの程度がごみのサンプルとして有効な量の最小値ではないかと思われる．ちなみに，この程度の量のごみの分析は，袋サンプリング法によれば，3人で行えば1日で終了する．



図—3 許容誤差とサンプルの量（袋数）

8. おわりに

以上，四分法と袋サンプリング法の比較，および必要なサンプル量の算出方法について述べてきた．しかし，これらは，すべて対象が300kg，トラック1台あるいはピット内のごみ（抽出母集団）と限られた場合に成立することである．しかし，実際にわれわれが推定したいのは，もっと多くの，たとえば，ある地域の1年間のごみ（目標母集団）である．目標母集団の特性を高い精度で推定するには，抽出母集団の特性をできるだけ高い精度で推定するとともに，その推定誤差を明確にしておく必要がある．本研究は，抽出母集団として，ある大きさをもったごみの集まりを考え，そのごみの特性を把握するには，どのようなサンプリング方法がよいのか，また，その推定誤差はどの程度か，必要なサンプル量はどのくらいか，などということが決定できるような指標の作成の試みを，四分法あるいは，袋サンプリング法を例にあげて示したものである．そしてその結果，袋サンプリングの有効性がある程度確かめられ，また，100～150kgのごみを採取すれば推定誤差50%で，母集団特性が把握できることがわかった．

今後，都市ごみのサンプリング方法として考えられるあらゆるサンプリング法について，ここに示した考え方をもとにして，これらのサンプリング方法を統一的に比較できるような指標の作成を行い，さらに抽出母集団と目標母集団の関係についても，具体的，明確なものとして，都市ごみサンプリング方法確立の一助としたい．

参考文献

1) 日本環境衛生センター：廃棄物処理施設技術管理者資格認定講習テキスト，p. 269.

（1978.1.20・受付）