

【ノート】

アーチの面内安定照査を行う場合の横方向線荷重
の取扱いについてA TREATMENT OF TRANSVERSE LINE LOAD FOR ESTIMATION OF
IN-PLANE LOAD CARRYING CAPACITY OF ARCHES新 家 徹*
By Tohru SHINKE

1. ま え が き

周知のようにアーチは幾何学的非線形性が大きく、しかも荷重と応力間の非線形性は強度上不利になる側にある。このような構造物の設計においては供用荷重による応力度をある限度内に規制するだけでなく、この許容荷重以後の崩壊荷重に対し一定以上の安全率を確保できるような照査が必要と考えられる。アーチの面内強度に関し、道路橋示方書（以下道示と略称する）において応力照査とあわせて規定されている座屈照査はこの一手法と考えられるが、この座屈照査の規定では主としてそれまでの弾性座屈に関する研究成果が基盤になっている。実際のアーチの挙動は、残留応力や初期たわみの存在を考えると、作用する荷重の増加とともに材料の非弾性域がアーチの軸方向および断面内に進展し、非弾性不安定現象として崩壊に至るので、この極限荷重に基づいて安定照査を行うのがより合理的である。しかし、一般に極限荷重の算定はきわめて複雑な計算を必要とするので、実用設計の立場からはより簡便な安定照査式を得る必要がある。

著者らは、この意図により先に極限荷重に基づいたアーチの面内安定照査式を提案した¹⁾。ところで道示に規定された活荷重として等分布荷重 p_1^{**} と横方向線荷重 P (5 t/m) があるが、道示においても文献 1) においても、安定照査は等分布荷重のみを対象としており、線荷重 P の取扱いについては必ずしも明確でない。

本文は、安定照査におけるこの横方向線荷重の取扱いに関し、文献 1) を補足するものであり、そこで取扱った範囲（放物線形状の 2 ヒンジおよび固定アーチ）で成

立するような実用的な安定照査式を得ようとするものである。もちろん線荷重と等分布荷重とでは、厳密には耐荷力に及ぼす影響が異なり、線荷重の場合はより局所的な議論を必要とするが、アーチの各部分は応力照査によって照査されているので、次のような点を考慮すると、全体の安定照査の観点からは近似的な取扱いが可能と考えられる。すなわち、(1) 線荷重と等分布荷重の割合は道示により定まっており、アーチのような長支間構造では等分布荷重が支配的であり線荷重の影響は比較的小さい。(2) すでに文献 1) で報告したように、一般のアーチ橋の耐荷力は、活荷重を満載した状態ではなく、座屈の 1 次モードを助成するように支間の片側半分に等分布荷重を載せた場合にもっとも小さい。したがって、線荷重もまた座屈モードにもっとも影響する位置（2 ヒンジアーチは支間 1/4 点付近、固定アーチは支間 1/3 点付近）に載荷するときもっとも耐荷力が小さいと考えてよい。安定照査はこの荷重状態が対象となる。(3) 実用的見地からできるだけ簡単な照査法が望ましい。

以上の点を考慮すると簡単な安定照査法としては、線荷重 P を支間の片側半分にらし $p_2 = \beta \cdot \frac{2P}{L}$ として取扱い、等分布荷重 p_1 に加算して先の実用安定照査式¹⁾を適用することが可能であると考えられる。ここに β は厳密には支間や細長比、ライズ比、死活荷重比等各種のパラメーターによって相違すべきものであるが、実用的には $\beta=1$ として十分である。本文は、このように P を置換して取扱った場合の極限荷重を置換しない P および p_1 を載荷した場合の厳密な極限荷重と比較して、この置換が実用的には十分許容できることを示し、安定照査を行う上で、線荷重の取扱いに関し、先の実用安定照査式を補足するものである。

* 正会員 工博 (株) 神戸製鋼所構造研究所主任研究員

** p_1 は道路橋示方書の ($L \leq 80 \cdots 350 \text{ kg/m}^2$, $L > 80 \cdots 430 \text{ kg/m}^2$) なる等分布活荷重である。

2. 数値計算の前提条件

(1) 計算のパラメーター

アーチ全体の面内耐荷力に関し、本文で提案する近似的な取扱法は、変形の大きい場合ほど誤差が大きくなるものと予想される。このためここでは、2ヒンジアーチを計算の対象とし、耐荷力への影響がもっとも大きくなるように横方向線荷重を支間の1/4点に作用させて、次のような実際的なパラメーターの範囲で数値計算を行う。

- 形式 : 2ヒンジ放物線アーチ
- 支間長 $L(m)$: 100, 150, 200, 250
- 細長比 $a=L/r$: 160, 250
- ライズ比 f/L : 0.15
- 鋼種 E/σ_y : 456 (SM 58)
- 荷重比 p_1/w : 0.2, 0.4

アーチの断面形状は、文献1)で用いたのと同じ代表的な箱型断面で、断面の残留応力および初期たわみも同様に考慮する。

横方向線荷重の値は、道示に規定する P と p_1 の比より、次式の値とする。

$$P/p_1 L = 5/0.3 \times L = 16.667/L \dots\dots\dots (1)$$

(道示によると正確には、支間 130 m 以上の場合に成立つ関係式であるが、簡単化のためすべて式(1)を用いる)

なお、解析方法は、文献1)のとおりであり、断面の残留応力やアーチ軸線の初期たわみを考慮し、アーチの有限変形、非弾性域のひろがりも考慮して極限荷重を求めている。また、特記なき記号は文献1)のとおりである。

(2) 計算方法

Case I : 横方向線荷重としての計算

Case I では横方向線荷重の作用した場合の厳密な耐荷力を算定するものとし、図-1に示すように、満載等分布荷重 w 、支間の片側半分に等分布荷重 p_1 および支間 1/4 点に線荷重 P を載荷した場合の極限荷重を求め、次式により w に関する無次元量 λ で表示する。

$$\lambda_{cr} = \frac{w_{cr} L^3}{EI} \dots\dots\dots (2)$$

Case II : 横方向線荷重を支間の片側半分

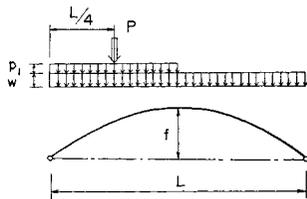


図-1 計算対象 (Case I)

にならした等分布荷重 p_2 として載荷した場合の極限荷重

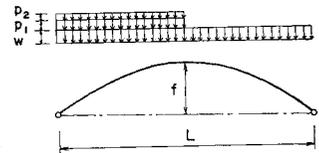


図-2 計算対象 (Case II)

図-2のように横方向線荷重を支間片側半分にならずと、

$$p_2 = 2P/L \dots\dots\dots (3)$$

式(1)より、

$$p_2 = 33.333 \cdot p_1 / L \dots\dots\dots (3)'$$

半載荷重 p は $p = p_1 + p_2$ だから、半載荷重比は、

$$p/w = \left(1 + \frac{33.333}{L}\right) \cdot \frac{p_1}{w} \dots\dots\dots (4)$$

である。このように載荷した場合の極限荷重を求め、次式で表示する。

$$\tilde{\lambda}_{cr} = \frac{w_{cr} L^3}{EI} \dots\dots\dots (5)$$

すでに先の論文¹⁾では、このような場合の極限荷重の実用算定式を示した。実用算定式では、極限荷重を直接 w_{cr} で表示せず、アーチ軸線の伸縮を無視した弾性微小変形理論によって、支間 1/4 点の軸方向力 N_{cr} に変換して表示しているのを、これを式(2)および式(5)の形に変換して、 $\tilde{\lambda}_{cr}'$ で表示する。

$$\tilde{\lambda}_{cr}' = \frac{8 a^2 \frac{f}{L}}{r \left(1 + 0.5 \frac{p}{w}\right)} \times \frac{1}{(E/\sigma_y)} \times \phi \times \left(\frac{\sigma_{cr,0}}{\sigma_y}\right) \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 ϕ 、 $\left(\frac{\sigma_{cr,0}}{\sigma_y}\right)$ 、等は、文献1)の手法により簡単に求められる。

(3) 計算結果とその考察

前述のように線荷重をそのまま取扱った場合と等分布荷重に置換した場合の極限荷重を表-1に示す。表-1において、①~④項は計算条件を示す。本計算では p_1/w が 0.2 および 0.4 の場合について計算を行っているが、横方向線荷重を支間片側半分にならずと③項に示すように p/w の値は支間によって異なる。⑤項は Case I の場合の極限荷重、⑥および⑦項は Case II の場合である。Case II すなわち横方向線荷重を支間半分にならした場合に実用算定式による値(⑦項)の理論値(⑥項)に対する精度は、すでに文献1)で検証しており表中にも示すように十分な精度を有する。⑧、⑨項は Case II のように取扱った極限荷重の近似値が、横方向線荷重を用いて厳密に算定した極限荷重にどの程度近似するかを示している。表より明らかなように、両者の差は 1~2% にすぎず、Case II の手法のようにならして取扱う方法が極限荷重の良好な近似値を与えることを示している。

表-1 極 限 荷 重

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
span L(m)	p_1/w	$\frac{p/w}{=(p_1+p_2)/w}$	$a=L\cdot\sqrt{A/I}$	case I	case II	$\tilde{\lambda}_{cr}/\tilde{\lambda}_{cr}$	$\tilde{\lambda}_{cr}'/\tilde{\lambda}_{cr}$	
				Theory $\tilde{\lambda}_{cr}$	Proposed F. $\tilde{\lambda}_{cr}'$			
100	0.2	0.2667	160 250	16.76 22.02	17.17 22.20	16.97 21.66	1.024 1.008	1.013 0.984
	0.4	0.5333	160 250	12.67 17.10	12.92	12.87 16.85	1.020	1.016 0.985
150	0.2	0.2444	160 250	17.40 22.62		17.41 22.17		1.001 0.980
	0.4	0.4889	160 250	13.21 17.76		13.45 17.52		1.018 0.987
200	0.2	0.2333	160 250	17.65 22.80	22.98	17.64 22.44	1.008	0.999 0.984
	0.4	0.4667	160 250	13.56 18.12		13.74 17.88		1.014 0.986
250	0.2	0.2267	160 250	17.87 22.98	18.09 23.22	17.77 22.60	1.012 1.010	0.995 0.983
	0.4	0.4533	160 250	13.76 18.30		13.93 18.09		1.012 0.989

集中荷重が作用すると換算等分布荷重載荷の場合に比べ、明らかに荷重の小さい段階から局所的により大きな曲げモーメントを生ずる。それにもかかわらずアーチ全体の耐荷力が両者の間でわずかの差しか生じない理由は、次のように考えられる。すなわち、断面の一部の応力が大きくなり、局所的に塑性域が生ずる上で曲げモーメントは大きな影響を及ぼすが、塑性域がアーチの軸線方向に拡がることによるアーチ全体の不安定性に対しては、軸方向力の影響が支配的である。軸方向力に関しては、全荷重が同じであれば Case I, II の間でほとんど相違がなく、したがって、両者はほぼあい等しい極限荷重で崩壊に至るものと推定される。

したがって、アーチ全体の面内耐荷力に関しては、横方向線荷重を支間片側半分にならして取扱う方法が、実用上十分許容できるものと考えられる。なお以上の検討は、幾何学的非線形性の大きいと考えられる 2 ヒンジアーチで鋼種が SM 58 の場合について行ったが、固定アーチや SM 58 より強度の低い鋼種の場合については、さらに近似度がよくなることは明らかであり十分な妥当性を有することを確認している。

一方、設計に際しては、アーチ全体の安定照査の他に

部材としての応力照査が別途に必要である。当然のことながら各断面の応力照査に関しては、Case II のような置換を行うべきでない。このような置換は、応力照査の際には危険側の評価を与えるからである。ちなみに、表-2 には、通常的设计計算で行われているように断面の残留応力や初期たわみを考慮せずに、変形理論によって断面の縁応力度が許容応力度 ($\sigma_a=2600 \text{ kg/cm}^2$) に達するときの無次元作用荷重 $\frac{w_a L^3}{EI}$ を λ_a (Case I) および $\tilde{\lambda}_a$ (Case II) として示した。当然横方向線荷重をそのまま計算した Case I の方が小さい作用荷重で許容応力度に達する。表-2 の ⑦ 項は $\tilde{\lambda}_a/\lambda_a$ を示しているが、その値は支間長が短かく荷重比 p/w が大きいほど、また細長比 a が小さいほど大きくなっている。また、表中⑧項に示した $\nu=\lambda_{cr}/\lambda_a$ は、部材の応力問題として決定された断面のアーチ全体の安定性に対する安全率の意味をもつ。応力問題として断面を定める場合の許容応力度は、通常吊材あるいは支材の取付位置間の格間長を有効座屈長として定められるが、ここでは簡単に $\sigma_a=2600 \text{ kg/cm}^2$ として計算を行った。このようにして決定した断面は、応力問題としては計算上、降伏点に対しても十分余裕があるが、アーチ全体の耐荷力に対しては、⑧項からわかるように、それほど大きな安全率をもっていない。これは主として次の理由によるものと考えられる。第1の理由は、アーチという構造形式の特性としての荷重と応力度の強い不安定型非線形性に帰せられるものであり、第2の理由は、初期たわみや残留応力などの初期不整がアーチの極限荷重をかなり低下させることによるものである。アーチの設計において、変形理論により許容応力度を基準にして設計するだけでは不十分であって、部材としての応力照査のほかに著者が主張するように全体の安定照査を必要とすることが上述の計算例でも明白である。

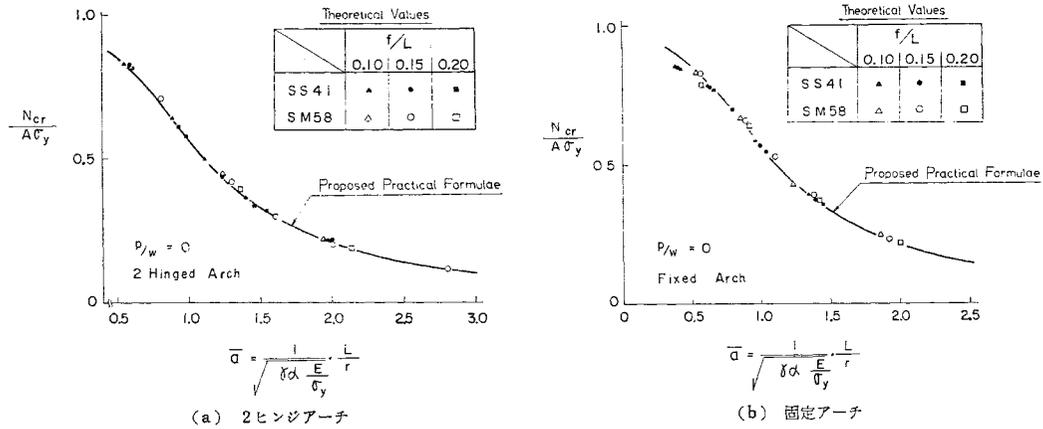
表-2 設 計 荷 重 時

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
span L(m)	p_1/w	$\frac{p/w}{=(p_1+p_2)/w}$	$a=L\cdot\sqrt{A/I}$	case I	case II	$\lambda_a/\tilde{\lambda}_a$	$\nu=\lambda_{cr}/\lambda_a$
				λ_a	$\tilde{\lambda}_a$		
100	0.2	0.2667	160 250	11.98 18.26	13.26 19.78	1.11 1.08	1.40 1.21
	0.4	0.5333	160 250	7.92 12.29	9.05 13.76	1.14 1.12	1.60 1.39
250	0.2	0.2667	160 250	13.67 20.52	14.30 21.22	1.05 1.03	1.31 1.12
	0.4	0.4533	160 250	9.39 14.39	9.98 15.13	1.06 1.05	1.46 1.27

4. 結 論

以上の検討の結果を次に要約して述べる。

- (1) アーチ全体の面内安定照査を耐荷力に基づき文献 1) の実用計算法によって行うに際し、道路橋示方書に規定する横方向線荷重 (5 t/m) は支間の片側半分にならした等分布荷重として取扱っても、実用上十分な精度を与える。



図—13R 理論値と実用算定式の比較

(2) したがって、文献 1) の実用安定照査式において「荷重比 p/w の p は、等分布荷重 p_1 および横方向線荷重 P を支間片側半分にならした等分布荷重 $p_2 = 2P/L$ との和とし、かつ衝撃を含むものとする」と定義することにより道路橋示方書に規定された横方向線荷重を考慮することができる。

(3) なお、アーチの設計においては、全体の安定照査のほか、当然部材としての応力照査が必要であるが、この場合には、横方向線荷重を上述のように等分布荷重に置換してはならない。

一般に、アーチの支間が大になるほど、そして荷重比 p/w が小さく、細長比 a が大きくなるほど全体の安定照査によってアーチリブ断面が決定されるようになり、逆の場合には、部材としての応力照査によってアーチリブ断面が決定されるものと考えられる。

5. 文献 1) の補足

文献 1) における 図—13 は、等分布満載荷重状態におけるアーチの耐荷力を式 (9)~(11) で表わせることを示したものであるが、図の表現は式の表現を若干変換して示しているので、より直接的な表現としてここに

図—13R を示し、より理解しやすいようにしておきたい。

$$\frac{N_{cr,0}}{A\sigma_y} = 1 - 0.136\bar{a} - 0.3\bar{a}^2 \quad \bar{a} \leq 1.0 \dots (9)$$

$$\frac{N_{cr,0}}{A\sigma_y} = \frac{1}{0.773 + \bar{a}^2} \quad \bar{a} > 1.0 \dots (10)$$

$$\text{ただし、} \bar{a} = a/a_y = \frac{1}{\sqrt{r\alpha}} \frac{E}{\sigma_y} \frac{L}{r} \dots (11)$$

(式の番号は文献 1) のとおり)

図—13R より 2 ヒンジアーチ、固定アーチの両者のいずれの場合についても、ライズ比 f/L 、鋼種、細長比 a の異なる場合に対し、すべて一種類の式 (9)~(11) によって耐荷力を表示し得ることが明らかである。

本研究を行うにあたり、終始懇切なるご指導をいただいた大阪大学小松定夫教授に謹んで感謝の意を表します。また、本数値計算に際し、(株)神戸製鋼所 頭井洋氏のご協力を得たことを記し厚く御礼申し上げます。

参考文献

- 1) 小松定夫・新家 徹：アーチの面内耐荷力の実用算定式について、土木学会論文報告集，No. 267，1977.11.

(1978.1.23・受付)