

## 劣化構造物の動的信頼性解析

DYNAMIC RELIABILITY ANALYSIS OF DETERIORATING  
STRUCTURES

小 池 武\*

By Takeshi KOIKE

## 1. 概 説

いかなる構造物も耐用期間中その安全性が保持されるように設計されねばならないが、時間経過とともにさまざまな原因によってその構造物の安全性が損われ、ついに破壊に至る。このように構造物の抵抗力が次第に悪化してゆく過程を劣化とよび、そのような挙動を示す構造物を劣化構造物とよぶことにする。

本研究はランダム荷重に対する劣化構造物の耐用期間中の安全性を論じたものであり、特に抵抗力が確率分布特性を示す場合の動的信頼性についてその定式化と解析例を与えたものである。

動的信頼性理論における荷重と抵抗力という概念は用いる破壊基準に応じてさまざまに定義しうが、一般的にその抵抗力は許容応力（ひずみ、変位）、破壊靱性、最大吸収エネルギー、疲労寿命など物理的特性値と関連づけられるものであり、外界からの作用によって腐食、疲労クラックの進展、塑性域の拡大などの結果を生じ、それが荷重、抵抗力の双方の特性値に影響を与えるという形で把握されるべきものである。

このような強度劣化効果を考慮した動的信頼性理論を展開するには、従来の初通過破壊確率に関する研究結果<sup>1),2)</sup>に加えて、それらの理論で論じられることのなかった抵抗力の時間領域における物理的、確率統計的両側面にわたる変化挙動を考慮した理論解析が必要になってくる。この分野における先駆的な研究として Shinozuka, Yao<sup>3)</sup>は抵抗力が時間の確定関数として単調に低下してゆく場合の初通過破壊問題を取扱っているが、そこでは抵抗力は不確定量ではなく確定量として取扱われていた。その後、亀田および著者<sup>4)</sup>は離散型荷重列に対する劣化構造物の信頼性を論じ、外荷重履歴によって抵抗力はその物理的変化を示すだけでなく確率統計的性質も変

化するものであることを指摘した。一方、閾値レベルを不確定量としてその確率分布特性を考慮した連続型荷重列に対する初通過破壊確率問題は Yang・Heer<sup>5)</sup>、小松・中山<sup>6)</sup>、高岡<sup>7)</sup>によって論じられている。前二者はいずれも任意時刻における抵抗力は荷重と独立であると仮定してその危険関数を誘導している。しかし、任意時刻における抵抗力は決して荷重と独立なものではない。荷重がまだかつて作用しない初期抵抗力に限って荷重と独立であるとみなしうが、構造物の完成後のある任意時刻における構造物の抵抗力は、その時刻までの荷重作用に生き残って現在存在しているという事実に条件付けられねばならない点を彼らは無視している。一方、高岡は強度劣化現象が本質的に抵抗力を非正常なものにするとの立場から抵抗力と荷重の差  $Z(t) = R(t) - S(t)$  を用いて信頼性関数を論じているが、抵抗力の確率過程を非正常にする原因が荷重作用そのものであるとの認識が不鮮明なため、抵抗力の確率分布をどのように改訂してゆかねばならないかという方法論が欠落しているといわざるを得ない。

すなわち、動的信頼性理論を取扱ううえでもっとも重要なことは、抵抗力が物理的にも確率統計的にも荷重履歴に依存しているということを確認することである。

以上の認識のもとに、本研究では劣化構造物の抵抗力が任意の確率分布特性に従う場合の動的信頼性理論の定式化について述べ、本論文で定義する残存抵抗力の概念が信頼性諸量（破壊確率、危険関数、信頼性関数、その他）の相互関係を規定する際に重要な働きを示すことを示す。

次に、劣化を伴う破壊現象の1つとして疲労クラック伝播領域での疲労破壊を取り上げ、この種の破壊に対する信頼性諸量が時間経過とともにどのように変化し、それが抵抗力の物理的、確率統計的な荷重履歴依存性とどのように関連しているかを数値的に検討する。数値計算に用いる具体的な構造物としては深海波を受ける海洋構造物を用い、この構造物中の部材に内在する疲労クラック

\* 正会員 工博 川崎製鉄(株) エンジニアリング事業部  
パイプライン・海洋技術部

クが波浪荷重に基づく応力履歴によってそのクラックを進展させる場合を取扱うことにする。

## 2. 動的信頼性理論の定式化

### (1) 基礎概念

#### a) 信頼性関数

構造物の安全性の確率すなわち信頼性関数  $L$  は荷重  $Q$  が抵抗力  $R$  を超過しない確率として次式で定義される<sup>8)</sup>。

$$L = P[Q < R] \dots\dots\dots (1)$$

いま、荷重が任意の確率過程に従うランダム変数  $X(t)$  として与えられ、抵抗力が載荷前の初期状態においてランダム変数  $R_0$  で表わされるとき、信頼性関数  $L(t)$  は式 (1) を用いて次式で定義することができる。

$$L(t) = P[\max_{0 < \tau < t} X(\tau) < R_0] \dots\dots\dots (2)$$

初期抵抗力は荷重と独立であるため、式 (2) は次のように展開できる。

$$L(t) = \bigcup_{x \in D_{R_0}} P[\max_{0 < \tau < t} X(\tau) < x] \cdot P[x < R_0 < x + dx] \\ = \int_0^\infty L(t|x) f_{R_0}(x) dx \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $f_{R_0}(x)$  は初期抵抗力の確率密度、 $D_{R_0}$  は初期抵抗力の定義域とする。ここで、

$$L(t|x) = P[\max_{0 < \tau < t} X(\tau) < x] \dots\dots\dots (4)$$

は閾値レベル  $x$  に対する片側非超過確率であり、ここでは確定閾値  $x$  に対する条件付信頼性関数とよぶことにする。

#### b) 残存抵抗力

荷重履歴を受けた後の抵抗力は生き残って存在している意味で残存抵抗力であり、もはや初期抵抗力の確率統計的性質とは異なる特性を示すことになる。すなわち、残存抵抗力は時刻  $t$  において生き残っているという条件付確率として次式で定義されることになる。

$$f_R(x|t) dx = P[x < R_0 < x + dx | \text{survival at } t] \dots\dots\dots (5)$$

したがって、式 (3) を用いると残存抵抗力の確率密度は次式となる。

$$f_R(x|t) dx = P[x < R_0 < x + dx | \max_{0 < \tau < t} X(\tau) < R_0] \\ = \frac{L(t|x) f_{R_0}(x) dx}{\int_0^\infty L(t|x) f_{R_0}(x) dx} \dots\dots\dots (6)$$

#### c) 危険関数

危険関数は時刻  $t$  まで生き残っているという条件下での次の微小時間  $dt$  における破壊確率として定義され、それは信頼性関数を用いて次のように与えられる。

$$H(t) = - \frac{1}{L(t)} \frac{dL(t)}{dt} \dots\dots\dots (7)$$

式 (4) で定義される条件付信頼性関数  $L(t|x)$  が時間  $t$  に関して微分可能であれば、式 (7) に式 (3) を代入すると次の関係を得る。

$$H(t) = \frac{\int_0^\infty L(t|x) h(t|x) f_{R_0}(x) dx}{\int_0^\infty L(t|x) f_{R_0}(x) dx} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、式 (8) の被積分関数の1つである  $h(t|x)$  は確定閾値  $x$  に対する条件付危険関数として次式で与えられる。

$$h(t|x) = - \frac{1}{L(t|x)} \frac{dL(t|x)}{dt} \dots\dots\dots (9)$$

したがって、式 (6) を用いて式 (8) を整理すると危険関数  $H(t)$  は次の表現を得る。

$$H(t) = \int_0^\infty h(t|x) f_R(x|t) dx \dots\dots\dots (10)$$

すなわち、抵抗力が確率変数で与えられる場合の危険関数  $H(t)$  は確定閾値  $x$  に対する条件付危険関数  $h(t|x)$  の時刻  $t$  での残存抵抗力に関する期待値として与えられることになる。従来の研究において、荷重と抵抗力の独立性が任意の時刻において成立すると仮定のもとに残存抵抗力  $f_R(x|t)$  の代りに初期抵抗力  $f_{R_0}(x)$  を用いて危険関数を算定した例があるが、次の点で論理的矛盾を犯している。すなわち、 $f_R(x|t)$  と  $f_{R_0}(x)$  が一致するのは式 (6) より  $L(t|x) = 1$  がすべての時間領域で成立する場合に限られ、したがって、 $H(t)$  は常に零となる。言葉を換えると、残存抵抗力を常に初期抵抗力に一致させるということは、任意の時刻での構造物の存在を常に仮定することであり、したがって、いかなる微小時間内においても構造物が破壊しないことを前提として議論していることになり、その場合に危険関数を取扱うことは無意味となる。すなわち、動的信頼性理論の展開にあたっては残存抵抗力と初期抵抗力の区別を明確にしておく必要がある。

### (2) 荷 重

構造物はその耐用期間中に受ける外荷重作用の累積によって疲労クラックの進展、剛性の劣化、腐食などその物理的性質すなわち限界強度特性を変化させる。すなわち外荷重が構造物に作用した結果、構造物の抵抗力が次第に劣化してゆく場合がある。信頼性理論で取扱わねばならない荷重とはこのような外荷重による構造物内部の応答、たとえば応力であって抵抗力と同次元の量であり、荷重累積の結果が抵抗力に影響を与える性質のものである。逆にいうと、外荷重作用を受けた後の抵抗力の変化はすべて荷重作用に帰因するものであり、立場を変えて

みればこの変化を荷重環境の悪化という形で把握することができる。ここでは、このような観点から荷重は外荷重に対する応答値と抵抗力劣化関数の両者の関数として定義することにする。

a) 定義

荷重  $Q(t)$  は外荷重  $S(t)$ 、構造物応答特性値  $A$  および抵抗力劣化関数  $\phi\{S(\tau); 0 < \tau \leq t\}$  の関数として次式で定義する。

$$Q(t) = F[A, S(t), \phi\{S(\tau); 0 < \tau \leq t\}] \dots (11)$$

荷重  $Q(t)$  と外荷重  $S(t)$  とが比例関係にあるかどうか、抵抗力劣化関数  $\phi$  が時間だけに依存するのか、または外荷重履歴に依存するのかによって次の4つの場合に分類できる。

- (i) 線形非劣化荷重  $Q(t) = AS(t) \dots (12)$
- (ii) 線形劣化荷重  $Q(t) = AS(t)\phi(t) \dots (13)$
- (iii) 非線形劣化荷重

$$Q(t) = AS(t)\phi\{S(\tau); 0 < \tau \leq t\} \dots (14)$$

- (iv) 非線形劣化複合荷重

単一モード複数荷重到着の場合

$$Q(t) = A \left[ \sum_{k=1}^n S_k(t) \right] \phi \left[ \sum_{k=1}^n S_k(\tau); 0 < \tau \leq t \right] \dots (15)$$

多重モード複数荷重到着の場合

$$Q(t) = \sum_{k=1}^n A_k S_k(t) \phi_k[S_k(\tau); 0 < \tau \leq t] \dots (16)$$

すなわち、(i) はまったく劣化現象を発生しない場合の荷重モデルであり、(ii) は腐食作用などのおもに時間経過が劣化現象を支配する荷重モデルである。一方、(iii)、(iv) は疲労クラック伝播過程や地震時の非弾性応答の累積による剛性劣化などの現象<sup>13)</sup>のように荷重履歴に支配される荷重モデルである。

b) 荷重の確率分布

外荷重が連続型であるか離散型であるかによって荷重の確率分布はそれぞれ次のように表現される。

- (i) 連続型外荷重の場合

荷重  $Q(t)$  のランダム過程が  $X(t)$  で与えられるとき、確定閾値に対する条件付信頼性関数  $L(t|x)$  は次式で与えられる。

$$L(t|x) = P[\max_{0 < \tau \leq t} X(\tau) < x] \\ = L(o|x) \exp \left[ - \int_0^t h(\tau|x) d\tau \right] \dots (17)$$

そして、式(17)の一般解は S.O. Rice<sup>9)</sup> により次式で与えられている。

$$L(t|x) = \exp \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k!} \int_0^t \dots \right. \\ \left. \cdot \int_0^t g_k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_k \right] \dots (18)$$

ただし、

$$N(\tau) = \dot{X}(\tau) \delta[X(\tau) - x] H[\dot{X}(\tau)] \dots (19)$$

$$f_k(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) = E[N(\tau_1)N(\tau_2)\dots N(\tau_k)] \dots (20)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1(\tau) &= f_1(\tau) \\ g_2(\tau_1, \tau_2) &= f_2(\tau_1, \tau_2) - f_1(\tau_1)f_1(\tau_2) \\ g_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= f_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) - f_1(\tau_1)f_2(\tau_2, \tau_3) \\ &\quad - f_1(\tau_2)f_2(\tau_3, \tau_1) - f_1(\tau_3)f_2(\tau_1, \tau_2) \\ &\quad + 2f_1(\tau_1)f_1(\tau_2)f_1(\tau_3) \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

ここで、 $\delta(\cdot)$ 、 $H(\cdot)$  はそれぞれ単位衝撃関数および階段関数である。

- (ii) 離散型外荷重の場合

荷重  $Q$  のランダム過程が  $\{X_i\}$  で与えられるとき、確定閾値  $x$  に対する条件付信頼性関数は次のように表現される。

$$L(n|x) = L(X_1, X_2, \dots, X_n|x) \dots (22)$$

- ① 線形非劣化荷重の場合： $X_i = AS_i$

事象  $E_i[X_i < x]$  が互いに独立の場合、条件付信頼性関数は明らかに次式となる。

$$L(n|x) = P[(X_1 < x) \cap (X_2 < x) \cap \dots \cap (X_n < x)] \\ = \prod_{i=1}^n P[X_i < x] \\ = \prod_{i=1}^n P[S_i < x/A] = \prod_{i=1}^n F_{S_i}(x/A) \dots (23)$$

ただし、 $F_{S_i}(s)$  は  $S_i$  に関する確率分布を表わす。一方、事象  $E_i[X_i < x]$  と  $E_j[X_j < x]$  とが独立でない場合、条件付信頼性関数の一般解は次式となる。

$$L(n|x) = \sum_{i=1}^n P[X_i < x] P[X_1 > X_i] \\ + \sum_{i \neq 2} P[X_2 < x] P[X_2 > X_i] \\ + \sum_{i \neq j \neq 3} P[X_3 < x] P[X_3 > X_i > X_j] \\ + \sum_{i \neq j \neq k \neq 4} P[X_4 < x] P[X_4 > X_i > X_j > X_k] \\ + \dots \\ = \sum_{k=1}^{2n-1} \int_{A_{1,k}} dx_1 \int_{A_{2,k}} dx_2 \dots \\ \cdot \int_{A_{n,k}} f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_n \dots (24)$$

Table 1 Intervals of Integration  $A_{m,k}$

	$n=1$	$n=2$	$n=3$
$-\infty \sim \infty$	--	$A_{12}$	$A_{12} \ A_{13} \ A_{14}$
$-\infty \sim x$	$A_{11}$	$A_{11}$	$A_{11}$
$-\infty \sim x_1$	--	$A_{21}$	$A_{21} \ A_{31} \ A_{22}$
$x_1 \sim \infty$	--	--	$A_{24}$
$x_1 \sim x$	--	$A_{22}$	$A_{32} \ A_{23}$
$-\infty \sim x_2$	--	--	$A_{33}$
$x_2 \sim \infty$	--	--	--
$x_2 \sim x$	--	--	$A_{34}$

ここで、 $f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  は  $X_1, X_2, \dots, X_n$  に関する同時確率密度を表わす。

② 線形劣化荷重の場合： $X_i = AS_i\phi(i-1)$ 、 $\phi(i) \neq 0$   
抵抗力劣化関数が載荷回数にのみ依存し、おのおのの事象  $E_i[X_i < x]$  が互いに独立の場合には条件付信頼関数は次式となる。

$$L(n|x) = \prod_{i=1}^n P[AS_i\phi(i-1) < x] \\ = \prod_{i=1}^n P\left[S_i < \frac{x}{A\phi(i-1)}\right] \\ = \prod_{i=1}^n F_{S_i}\left(\frac{x}{A\phi(i-1)}\right) \dots\dots\dots(25)$$

③ 非線形劣化荷重の場合：  
 $X_i = AS_i\phi(S_1, S_2, \dots, S_i)$ 、 $\phi(S_1, S_2, \dots, S_i) \neq 0$

抵抗力劣化関数が  $\phi(S_1, S_2, \dots, S_i) = \prod_{k=1}^i \varphi^{-1}(S_k)$  と表現され、したがって、おのおのの事象  $E_i[X_i < x]$  と  $E_j[X_j < x]$  とが互いに独立でない場合の条件付信頼関数は式 (24) の右辺の  $X_i$  を  $S_i$  に、 $x$  を  $x \prod_{k=1}^n \varphi(S_k)$  に置き換えたものとして得られる。このときの信頼性関数の一般解は亀田および著者<sup>4)</sup>によって次式のように得られている。

$$L(n) = \sum_{k=1}^{2n-1} \int_{D_{1,k}} dy_1 \int_{D_{2,k}} dy_2 \dots \\ \cdot \int_{D_{n,k}} \left\{ 1 - F_{R_0}\left(\frac{\sigma_{nk}}{\alpha_{n1}(y)}\right) \right\} \\ \cdot f_{S_1, S_2, \dots, S_n}(y_1, y_2, \dots, y_n) dy_n \dots\dots(26)$$

ここで、パラメーター  $\alpha_{ik}(y)$  は次式で与えられるものである。

$$\alpha_{ik}(y) = \prod_{j=k}^i \varphi(y_j) \dots\dots\dots(27)$$

**Table 2** Resistance Parameters  $\sigma_{nk}$

$n=1$	$y_1\alpha_{11}(y)$	$\sigma_{11}$
$n=2$	$y_1\alpha_{21}(y)$ $y_2\alpha_{22}(y)$	$\sigma_{21}$ $\sigma_{22}$
$n=3$	$y_3\alpha_{31}(y)$ $y_3\alpha_{33}(y)$ $y_2\alpha_{32}(y)$	$\sigma_{31}$ $\sigma_{33}$ $\sigma_{34}$ $\sigma_{32}$ $\sigma_{38}$

**Table 2, 3** は式 (26) の  $\sigma_{nk}$  の値および積分域  $D_{nk}$  についての一覧表である。

(3) 安全性指標  
初期抵抗力  $R_0$  および荷重  $Q(t)$  の確率統計量が得られたとき、2次モーメン

**Table 3** Intervals of Integration  $D_{mk}$

	$n=1$	$n=2$	$n=3$
0 ~ $\infty$	$D_{11}$	$D_{11}$ $D_{12}$	$D_{11}$ $D_{12}$ $D_{13}$ $D_{14}$
0 ~ $y_1\alpha_{11}(y)$	—	$D_{21}$	$D_{21}$ $D_{22}$
$y_1\alpha_{11}(y) \sim \infty$	~	$D_{22}$	$D_{23}$ $D_{24}$
0 ~ $y_1\alpha_{21}(y)$	—	—	$D_{31}$
$y_1\alpha_{21}(y) \sim \infty$	—	—	$D_{32}$
0 ~ $y_2\alpha_{22}(y)$	—	—	$D_{33}$
$y_2\alpha_{22}(y) \sim \infty$	—	—	$D_{34}$

ト法における安全性指標<sup>10)</sup>の時間領域での定義をすることができる。

正規分布形式の場合

$$\beta_N(t) = \frac{\mu_{R_0} - \mu_Q(t)}{\sqrt{\sigma_{R_0}^2 + \sigma_Q^2(t)}} \dots\dots\dots(28)$$

対数正規分布形式の場合

$$\beta_{LN}(t) = \frac{\ln \frac{\mu_{R_0}}{\mu_Q(t)}}{\sqrt{\delta_{R_0}^2 + \delta_Q^2(t)}} \dots\dots\dots(29)$$

ただし、 $\mu_X, \sigma_X, \delta_X$  はそれぞれランダム変数  $X$  の平均値、標準偏差、変動係数であり次式で与えられる。

$$\mu_Q(t) = \int_0^\infty x dL(t|x) \dots\dots\dots(30)$$

$$\sigma_Q^2(t) = \int_0^\infty [x - \mu_Q(t)]^2 dL(t|x) \dots\dots\dots(31)$$

**3. 劣化構造物の信頼性解析**

ここでは劣化構造物として疲労クラックを有する構造物を取りあげる。クラックは構造物内のある一つの部材に潜在しているものとし、以下のような荷重環境を想定する。すなわち、劣化は定常的ランダム荷重により構造物部材内部のクラックを進展させる形で進行してゆくものとし、さらに、このような破壊過程の途中の任意の時刻に地震や強風といった極端的大きさの外荷重が重畳して作用するものとする。すなわち、ここで取扱う荷重モデルは 2. (2), a) で定義した非線形劣化複合荷重 (単一モード複数到着) の場合に相当する。

(1) 疲労クラックの進展挙動

線形破壊力学<sup>11)</sup>に従って疲労クラックの進展挙動が Paris 則によって記述できるとすれば次の関係を得る。

$$\frac{da}{dn} = c(\Delta K)^m \dots\dots\dots(32)$$

$$\Delta K = F\left(\frac{a}{W}\right) \Delta S \sqrt{\pi a} \dots\dots\dots(33)$$

ここで、

- $a$  : クラック深さ
- $W$  : 板厚
- $\Delta S$  : 公称応力振幅
- $n$  : 載荷回数
- $m, c$  : 材料定数
- $F(a/W)$  : 形状係数
- $\Delta K$  : 応力拡大係数

いま、議論を簡単にするために、遠方で一様な応力を受ける半無限板の外側クラックを取扱うことにする。このとき、形状係数  $F(a/W)$  は一定値  $\xi=1.1215$  をとることから応力拡大係数は次式となる。

$$\Delta K = \xi \Delta S \sqrt{\pi a} \dots\dots\dots(34)$$

作用応力が狭帯域ランダム過程で応力振幅の不規則性が疲労クラックの進展特性に影響を与えないものとするれば、式 (32) より任意時刻におけるクラック深さ  $a(t)$  は次式で求められる。

$$a(t) = \frac{a_0}{\left[ 1 - \frac{m-2}{2} \frac{c_0^{m-2}}{a_0} \int_0^t c_0^m \nu_{\Delta S}^+ (\Delta S \sqrt{\pi})^m dt \right]^{\frac{1}{m-2}}} \dots \dots \dots (35)$$

ここで、

- $a_0$ : 初期クラック深さ
- $\nu_{\Delta S}^+$ : 単位時間内に応力振幅レベル  $\Delta S$  を正勾配で交差する回数

(2) 抵抗力と荷重

構造物材料の抵抗力として破壊靱性  $K_c$  を用いるならば、初期抵抗力  $R_0$  は次式となる。

$$R_0 = R_c \dots \dots \dots (36)$$

構造物が設置されて以来、定常的に作用する応力振幅  $\Delta S_1$  と耐用期間中の任意の時間間隔  $[t, t+d)$  において極值的に作用する応力振幅  $\Delta S_2$  とが重畳した場合の荷重  $Q(t)$  は次式となる。

$$Q(t) = \xi (\Delta S_1 + \Delta S_2) \sqrt{\pi a(t)} \dots \dots \dots (37)$$

いま、 $\Delta S_1$  が零平均値定常狭帯域ランダム過程  $Y_1(t)$  の peak 値の 2 倍であり、 $\Delta S_2$  がそれとは独立な零平均値定常狭帯域ランダム過程  $Y_2(t)$  の peak 値の 2 倍であるとし、特に  $Y_1(t)$  の振動数が  $Y_2(t)$  のそれに比べて大きく、安全側評価として両者が同時刻に重畳すると仮定すればそれらによって実現されるランダム過程  $X(t)$  の peak 値として  $Q(t)$  が定義されるから、式 (37) は次のように書き改められる。

$$X(t) = 2\xi \{Y_1(t) + Y_2(t)\} \sqrt{\pi a(t)} \dots \dots \dots (38)$$

ここで、定常狭帯域ランダム過程  $Y_1(t)$  によって時刻  $t$  までに進展したクラック深さ  $a(t)$  が次式で与えられる平均クラック深さ  $\bar{a}(t)$  を用いて等価的に評価できるものとする、

$$\bar{a}(t) = \frac{a_0}{\left[ 1 - \frac{m-2}{2} \frac{c_0^{m-2}}{a_0} \nu_{\Delta S} \int_0^t (s \sqrt{\pi a_0})^m f_{\Delta S_1}(s) ds \right]^{\frac{1}{m-2}}} = \frac{a_0}{\left[ 1 - \frac{\nu_{\Delta S} t}{N_f} \right]^{\frac{1}{m-2}}} \dots \dots \dots (39)$$

ただし、

- $\nu_{\Delta S}$ : 応力振幅  $Y_1(t)$  の単位時間当りの正勾配零交差回数
  - $N_f$ : 疲労寿命、式 (40) で与えられる。
  - $f_{\Delta S_1}$ : 応力振幅  $Y_1(t)$  の peak 値の確率密度
- $$N_f = \frac{\frac{m-2}{2} \frac{a_0}{c_0^{m-2}}}{\int_0^\infty (s \sqrt{\pi a_0})^m f_{\Delta S_1}(s) ds} \dots \dots \dots (40)$$

このとき、式 (39) を式 (38) に代入することにより、時間  $[t, t+d)$  におけるランダム変数  $X(t)$  は次式となる。

$$X(t) = 2\xi \{Y_1(t) + Y_2(t)\} \sqrt{\pi \bar{a}(t)} \dots \dots \dots (41)$$

また、 $X(t)$  の導関数は式 (32) を利用すれば、

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= \frac{\partial}{\partial t} [2\xi \{Y_1(t) + Y_2(t)\} \sqrt{\pi \bar{a}(t)}] \\ &= 2\xi \{\dot{Y}_1(t) + \dot{Y}_2(t)\} \sqrt{\pi \bar{a}(t)} \\ &\quad + 2\xi \{Y_1(t) + Y_2(t)\} \frac{\partial}{\partial t} \{\sqrt{\pi \bar{a}(t)}\} \\ &= 2\xi \{\dot{Y}_1(t) + \dot{Y}_2(t)\} \sqrt{\pi \bar{a}(t)} \\ &\quad + \frac{\pi c \nu_1 (2\xi)^{m+1}}{2} \{Y_1(t) + Y_2(t)\}^{m+1} \\ &\quad \cdot \{\sqrt{\pi \bar{a}(t)}\}^{m-1} \dots \dots \dots (42) \end{aligned}$$

ランダム過程  $Y_1(t)$  と  $Y_2(t)$  が零平均値定常正規過程であり、互いに独立であるとする、それぞれのモーメント関数は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} E[Y_1(t)] &= 0, & E[Y_2(t)] &= 0 \\ E[\dot{Y}_1(t)] &= 0, & E[\dot{Y}_2(t)] &= 0 \\ E[Y_1^2(t)] &= \sigma_{Y_1}^2, & E[Y_2^2(t)] &= \sigma_{Y_2}^2 \\ E[\dot{Y}_1^2(t)] &= \sigma_{\dot{Y}_1}^2, & E[\dot{Y}_2^2(t)] &= \sigma_{\dot{Y}_2}^2 \\ E[Y_1(t)Y_2(t)] &= 0, & E[\dot{Y}_1(t)\dot{Y}_2(t)] &= 0 \\ E[Y_1(t)\dot{Y}_2(t)] &= 0, & E[\dot{Y}_1(t)Y_2(t)] &= 0 \\ E[Y_1(t)\dot{Y}_1(t)] &= 0, & E[Y_2(t)\dot{Y}_2(t)] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (43)$$

このとき、応力振幅  $\Delta S_1$  は Rayleigh 分布に従うことになり次式で表わされる。

$$f_{\Delta S_1}(s) = \frac{s}{\sigma_{Y_1}^2} \exp\left[-\frac{s^2}{2\sigma_{Y_1}^2}\right] \dots \dots \dots (44)$$

また、式 (41) で表わされるランダム変数  $X(t)$  のモーメント関数はそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} E[X(t)] &= 0 \\ E[X^2(t)] &= (2\xi)^2 (\sigma_{Y_1}^2 + \sigma_{Y_2}^2) \pi \bar{a}(t) \\ E[\dot{X}(t)] &= \frac{\pi c \nu_1 (2\xi)^{m+1}}{2} \{\sqrt{\pi \bar{a}(t)}\}^{m-1} \\ &\quad \cdot E[\{Y_1(t) + Y_2(t)\}^{m+1}] \\ E[\dot{X}^2(t)] &= (2\xi)^2 (\sigma_{\dot{Y}_1}^2 + \sigma_{\dot{Y}_2}^2) \pi \bar{a}(t) \\ &\quad + \left[ \frac{\pi c \nu_1 (2\xi)^{m+1}}{2} \{\sqrt{\pi \bar{a}(t)}\}^{m-1} \right]^2 \\ &\quad \cdot E[\{Y_1(t) + Y_2(t)\}^{2m+2}] \\ E[X(t)\dot{X}(t)] &= \frac{\pi c \nu_1 (2\xi)^{m+2}}{2} \{\sqrt{\pi \bar{a}(t)}\}^m \\ &\quad \cdot E[\{Y_1(t) + Y_2(t)\}^{m+2}] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (45)$$

以上より、 $X(t)$  と  $\dot{X}(t)$  の同時確率密度関数を  $f_{X\dot{X}}(x, \dot{x}, t)$  とすれば、ランダム過程  $X(t)$  が閾値  $x$  を正勾配で単位時間当りに交差する回数  $\nu_Q^+(x|t)$  は次式で与えられる<sup>13)</sup>。

$$\nu_Q^+(x|t) = \int_0^\infty \dot{x} f_{X\dot{X}}(x, \dot{x}, t) d\dot{x} \dots\dots\dots(46)$$

ここで、式(45)の  $E[X(t)\dot{X}(t)]$  が必ずしも零でないため、ランダム過程  $X(t)$  は定常過程でなくしたがって同時確率密度関数  $f_{X\dot{X}}(x, \dot{x}, t)$  は  $E[X(t)\dot{X}(t)]$  が無視しうる程度の大きさである場合を除いて厳密に多重正規分布を示すことはない。ところが係数  $c$  は後の数値計算例で用いるように  $10^{-10}$  のオーダーの値のため、相関係数  $f_{X\dot{X}}$  が疲労寿命のほとんどの領域で  $10^{-2}$  以下となるためここでも近似的に次の多重正規分布が成立つものとする。

$$f_{X\dot{X}}(x, \dot{x}, t) = \frac{1}{2\pi\sigma_X\sigma_{\dot{X}}\sqrt{1-\rho_{X\dot{X}}^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho_{X\dot{X}}^2)} \left\{ \frac{(x-\mu_X)^2}{\sigma_X^2} - 2\rho_{X\dot{X}} \frac{(x-\mu_X)(\dot{x}-\mu_{\dot{X}})}{\sigma_X\sigma_{\dot{X}}} + \frac{(\dot{x}-\mu_{\dot{X}})^2}{\sigma_{\dot{X}}^2} \right\}\right] \dots\dots\dots(47)$$

ただし、 $\mu_X$ ,  $\mu_{\dot{X}}$ ,  $\sigma_X$ ,  $\sigma_{\dot{X}}$ ,  $\rho_{X\dot{X}}$  はそれぞれ  $X$ ,  $\dot{X}$  の平均値、標準偏差、相関係数を表わす。

### (3) 条件付信頼性関数

荷重  $Q(t)$  に関する条件付信頼性関数を求めるには、次式で示す条件付危険関数  $h(t|x)$  を決定する必要がある。ただし、時刻  $t$  までは地震動が作用しないと仮定し  $Y_2(t)=0$  の場合の  $X(t)$  を取扱ひ、時間  $[t, t+d)$  においては  $Y_1(t)$  と  $Y_2(t)$  から得られる  $X(t)$  を取扱ひることになる。

$$h(t|x) dt = P\left[\max_{t < \tau < t+dt} X(\tau) > x \mid \max_{0 < \tau < t} X(\tau) < x\right] \dots\dots\dots(48)$$

式(48)の厳密解を求めることが一般に困難であることからその近似解を求めるにあたり、同式右辺の条件項を時刻  $t$  での  $X(t)$  が閾値  $x$  を越えないという条件で置換えられると仮定すると、条件付危険関数は次のように展開できる<sup>8)</sup>。

$$h(t|x) dt = P[X(t+d) > x \mid X(t) < x] = \frac{\nu_Q^+(x|t) dt}{F_X(x, t)} \dots\dots\dots(49)$$

ただし、 $F_X(x, t)$  は時刻  $t$  における  $X(t)$  の確率分布とする。したがって、確定閾値  $x$  に対する条件付信頼性関数は継続時間  $d$  を用いて次式で求められる。

$$L(t+d|x) = L(t|x) \exp\left[-\int_t^{t+d} \frac{\nu_Q^+(x|\tau)}{F_X(x, \tau)} d\tau\right] \dots\dots\dots(50)$$

ただし、

$$L(t|x) = L(0|x) \exp\left[-\int_0^t \frac{\nu_Q^+(x|\tau)}{F_X(x, \tau)} d\tau\right] \dots\dots\dots(51)$$

ここで、 $L(t+d|x)$  は時刻  $t$  から  $t+d$  において波

浪荷重と地震荷重が重畳して作用した後の条件付信頼性関数であり、 $L(t|x)$  は時刻  $t$  までの波浪荷重のみが作用した場合の条件付信頼性関数である。

## 4. 数値計算例

### (1) 構造物モデル

定常不規則波浪荷重を受ける海洋構造物がそれを構成する一部材内に潜在する疲労クラックを進展させている過程で地震荷重が重畳した場合の構造物の破壊に対する安全性について検討する。ここで破壊とは対象とする一部材内の疲労クラックと作用応力から構成される応力集中係数範囲が破壊靱性値を超過した時に発生するものとする。ただし、部材の肉厚はクラック長に比べて十分厚く、3. の半無限板の表面クラックの場合の解析結果がここでも適用できるものとする。

海洋構造物の応答解析を簡易化するため、Harleman, Nolan, Honsinger<sup>14)</sup> が取扱った1自由度振動系モデルを想定しよう。すなわち、

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{z} + P(t) \dots\dots\dots(52)$$

ただし、

$M$ : 系の有効質量

$C$ : 構造物の減衰係数

$K$ : 構造物のばね定数,  $\omega_n = \sqrt{K/M}$

$P(t)$ : 波力

$u$ : 相対変位

$\ddot{z}$ : 地震動加速度

深海波を受ける海洋構造物では抗力項に比較して慣性項が卓越することから、以下ではモデルを単純化して抗力項を無視した取扱ひをする。

海面変動スペクトル  $S_{\eta\eta}(\omega)$  および波浪の慣性力に対する系の伝達関数  $T_X(\omega)$  を用いて構造物の応答変位のパワースペクトルを求めれば、

$$S_{u,u}(\omega) = |T_X(\omega)|^2 S_{\eta\eta}(\omega) \dots\dots\dots(53)$$

ここで、

$$T_X(\omega) = B\omega^2 H(\omega) \dots\dots\dots(54)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + 2h_i\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)} \dots\dots\dots(55)$$

ただし、 $B$  は伝達特性パラメーター、 $h$  は系の減衰定数である。

一方、地震時の構造物の応答変位のパワースペクトルは地震動加速度入力スペクトル  $S_{gg}(\omega)$  を用いると、

$$S_{u,u}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{gg}(\omega) \dots\dots\dots(56)$$

で与えられる。ただし、地震動はその強震部分のみを対象とし、その間での定常正規性を仮定する。

式 (52), (55) で用いる入力スペクトルとして海面変動スペクトル  $S_{\eta\eta}(\omega)$  については Pierson Moskowitz Spectrum<sup>15)</sup> を使用し, 地震動加速度スペクトル  $S_{gg}(\omega)$  については金井<sup>16)</sup>・田治見の地震動スペクトルを利用することにす。したがって,

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp\left[-\beta\left(\frac{g}{U\omega}\right)^4\right] \dots\dots\dots(57)$$

$$S_{gg}(\omega) = \frac{1 + 4\beta g^2\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right]^2 + 4\beta g^2\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} \dots\dots\dots(58)$$

構造物内部に発生する応力と応答変位の間に次のような比例関係があるとすると,

$$Y(t) = Du(t) \dots\dots\dots(59)$$

外荷重により構造物に発生する応力の分散  $\sigma_{Y_1}^2, \sigma_{Y_2}^2$  は次のように求めることができる。

$$\sigma_{Y_1}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} D^2 S_{u_1 u_1}(\omega) d\omega \dots\dots\dots(60)$$

$$\sigma_{Y_2}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} D^2 S_{u_2 u_2}(\omega) d\omega \dots\dots\dots(61)$$

(2) 数値計算結果と考察

a) 使用した数値

対象とする海洋構造物が高張力鋼による厚肉鋼管を用いて製作されており, 波浪によって発生する疲労クラック近傍の公称応力は, その平均値が零, 標準偏差が  $\sigma_{Y_1} = 5 \sim 15 \text{ kgf/mm}^2$  の値の範囲内にあり, したがって疲労クラックの進展挙動は線形破壊力学によって十分正確に記述できるものとして数値計算を実施した。使用した数値を以下に列挙する。

- 降伏応力  $\sigma_Y = 50 \text{ kgf/mm}^2$
- 初期抵抗力 (破壊靱性) の
  - 平均値  $\mu_{R_0} = 200 \text{ kgf/mm}^{3/2}$
  - 変動係数  $\delta_{R_0} = 0.1$
- 線形破壊力学の Paris 則の係数
  - $m = 4.0$
  - $C = 10^{-10}$
- 初期クラック長  $a_0 = 0.1 \text{ mm}$
- 波浪スペクトル特性値
  - $\alpha = 8.10 \times 10^{-3}, \beta = 0.74, U_{10.5} = 15.3 \text{ m/sec}$
- 地震動スペクトル特性値
  - $S_0 = 4.8 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec}^3, \beta_g = 0.642,$
  - $\omega_g = 0.642, \omega_g = 15.5 \text{ rad/sec}$
- 構造物の固有振動数  $\omega_n = 2\pi \text{ rad/sec}$
- 減衰定数  $h = 5\%$
- 強震地震動継続時間  $d = 5 \text{ sec}$

Fig. 1 は式 (40) に基づく SN 曲線である。

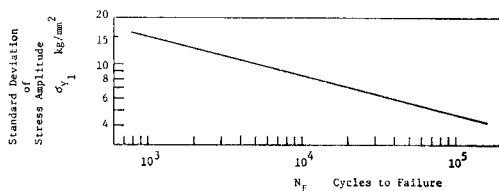


Fig. 1 S-N curve

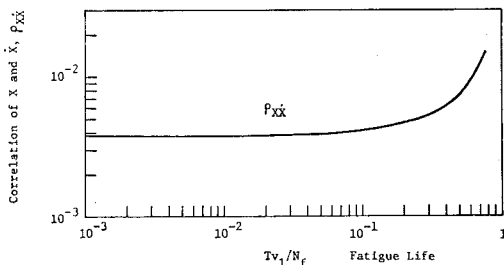


Fig. 2 Correlation of random stress intensity range X and its derivative X under wave and earthquake loads

以下の数値計算例では波浪荷重による発生応力の標準偏差が  $\sigma_{Y_1} = 15 \text{ kgf/mm}^2$ , 地震荷重による発生応力の標準偏差が  $\sigma_{Y_2} = 25 \text{ kgf/mm}^2$  となる組合せについて検討する。そして  $\sigma_{Y_1} = 15 \text{ kgf/mm}^2$  に対応する疲労寿命に至るまでの期間を耐用期間とよぶことにす。

b) 荷重の確率分布特性

Fig. 2 は  $X(t)$  と  $\dot{X}(t)$  の相関係数の時間的变化を示したものである。相関係数は耐用期間の 75.5% の時点でもたかだか 0.015 程度であることから両者の相関は小さく耐用期間中の大部分で互いに独立の確率分布特性を示すことになる。したがって, ランダム過程  $X(t)$  は近似的に定常正規性が成立つものと推測される。

Fig. 3 は荷重  $Q(t)$  の期待値と標準偏差, Fig. 4 はその変動係数を示す。荷重  $Q$  の期待値は時間経過とともに増加するが標準偏差は疲労寿命の 10% 付近で前後の値より若干小さな最小値を示した後増加する。これは, 式 (50) の  $L(t|x)$  が時間経過とともにその分散を小さくしてゆく傾向とクラック進展による変動域の増加

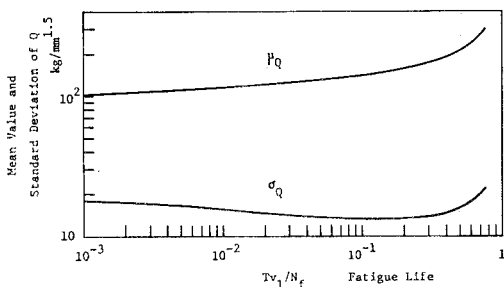


Fig. 3 Mean value and standard deviation of load

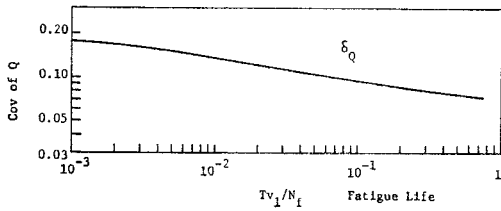


Fig. 4 Coefficient of variation of load

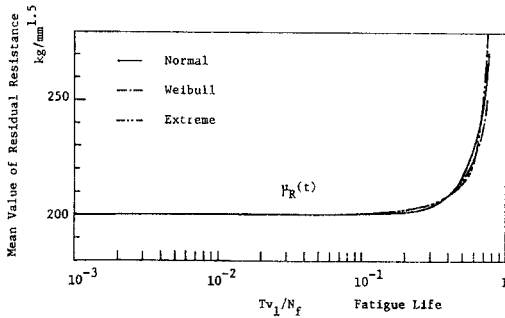


Fig. 5 Mean value of residual resistance

によりその分散を大きくさせてゆく傾向とが平衡した時点で発生したとみることができる。そして期待値の増加率が標準偏差の増加率よりも大きいことから変動係数は時間経過とともに単調減少傾向を示す。

#### c) 抵抗力の確率分布特性

Fig. 5 は残存抵抗力の期待値の耐用期間中の特性を示したものである。残存抵抗力の期待値は耐用期間の40%以降加速度的な増加傾向を示す。

分布関数型の差の影響をみるために正規分布、Weibull 分布、最小値に関する極値分布について比較検討したが、三者ともほぼ同様の傾向を示した。残存抵抗力の期待値がこのような増加するのは疲労クラックの増大にもかかわらず構造物が生き残るという事実を評価した結果である。

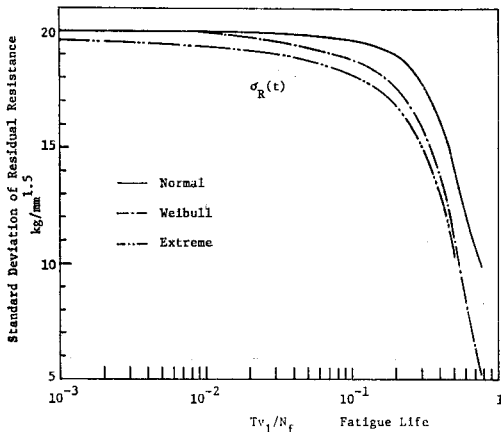


Fig. 6 Standard deviation of residual resistance

Fig. 6 は残存抵抗力の標準偏差の耐用期間中の特性を示したものである。標準偏差は全般的に初期値に比較して次第に小さくなる傾向すなわち抵抗力のばらつきの減少傾向を示しているが、これもまた構造物の生き残りの事実を評価したことによる結果である。同図には正規分布、Weibull 分布、最小値に関する極値分布の三つの異なる分布関数型の影響をみている。三者の中で正規分布は他の二者に比較して相対的に大きく、ばらつきの影響を大きく評価しており、Weibull 分布は耐用期間の初期部分では正規分布に近く、後半部分では極値分布特性に等しい特性を示す。

Fig. 7 は残存抵抗力の変動係数の耐用期間中の特徴をみたものであるが、これは標準偏差の場合とほぼ同様の傾向を示す。この結果、残存抵抗力の変動係数の耐用期間の50%時点の値は初期値 ( $\delta_R=0.1$ ) に比較して正規分布の場合65%、Weibull 分布で53%、極値分布の場合50%の値となる。

#### d) 信頼性関数と危険関数

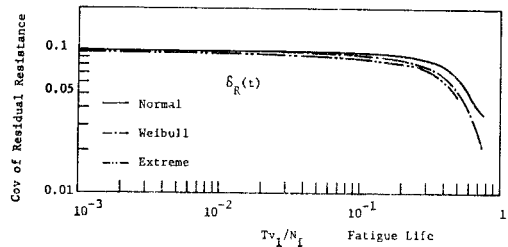


Fig. 7 Coefficient of variation of residual resistance

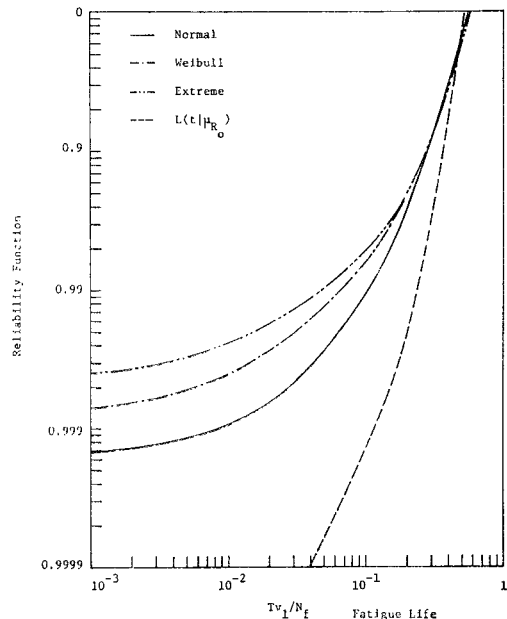


Fig. 8 Reliability function



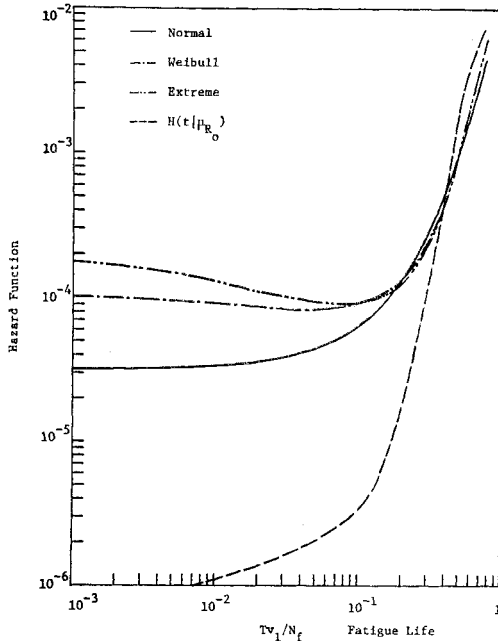


Fig. 9 Hazard function

耐用期間中の信頼性関数および危険関数の挙動をみたのが Fig. 8 および Fig. 9 である。両図には、初期抵抗力の期待値を確定閾値とする条件付信頼性関数および条件付危険関数を比較のためにせている。この図より、初期抵抗力の確率分布特性を考慮した信頼性評価 ( $L(t)$  による評価) に比較して、従来用いられてきた初期抵抗力の期待値を確定閾値とする条件付信頼性関数は危険側の評価を与えているのがわかる。この議論は危険関数についても同様に成立するのが Fig. 9 よりわかる。

初期抵抗力の確率分布として仮定した正規分布, Weibull 分布, 最小値に関する極値分布の間の差異が信頼性関数に及ぼす影響は、耐用期間の初期段階では比較的大きいが、信頼性関数が 0.99 以下となる後半においては相対的な差異は小さくなり耐用期間の 20% 以降ではほとんどその差は認められなくなる。

Fig. 9 の危険関数は時間経過とともに最初減少し疲労寿命の 1%~10% 付近で最小値をとり、その後増大する特性を示し、最小値の位置は分布関数値によって異なり Weibull 分布では 4% 付近、極値分布では 10% 付近となる。これは載荷初期において強度劣化効果がみられないところから、非劣化構造物に対する危険関数の単調減少性が原因となって危険関数の減少性が現われ、載荷後期には疲労クラック進展による強度劣化効果が卓越することによって危険関数の増大を招いたものと推察される。

Fig. 10 は信頼性関数  $L(t)$  に対応する条件付信頼性

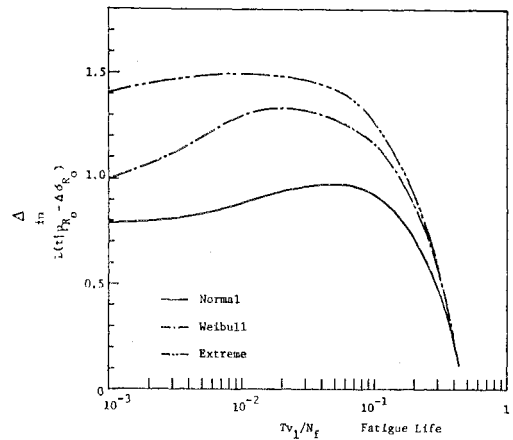


Fig. 10 The distance from the mean value of the initial resistance which gives the same reliability

関数  $L(t|\mu_{R_0} - d\sigma_{R_0})$  を得るにはどのような確定閾値  $\mu_{R_0} - d\sigma_{R_0}$  をとればよいかをみたものである。同図では縦軸として確定閾値を指定する無次元パラメーター  $d$  を用いている。パラメーター  $d$  の値は耐用期間の前半 0~20% では、1.0 以上に増加する傾向を示し、後半 20% 以降急減少する傾向を示している。このことは、時間的に不変な確定閾値は存在しないことを意味している。あえて一定の確定閾値を設定しようとする場合には  $d$  の最大値以上の値を用いねばならず、その場合には耐用期間 20% 以前においてはその信頼性をやや安全側に評価することができるが、20% 以降の信頼性評価はあまりにも安全側に偏ったものとなる。

e) 安全性指標

安全性指標の時間的変化を追ったのが Fig. 11 である。同図には式 (28), (29) によって定義される 2 つの安全性指標が示されている。両者の値はほぼ等しくその傾向も近似している。

安全性指標は両者とも時間経過とともに単調減少性を示し耐用期間の初期段階では一定値に近く、その 20% 以降、急激に減少してゆくパターンは Fig. 8 の信頼性関数と相似な挙動特性を示す。この意味で時間領域に関する安全性指標もまた動的信頼性設計の実際設計への適

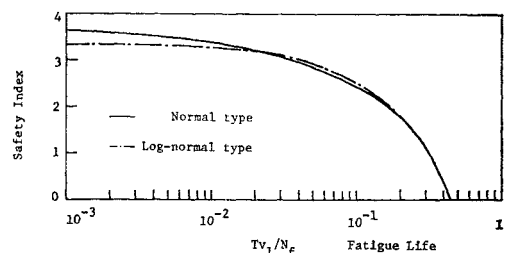


Fig. 11 Safety index in the time domain

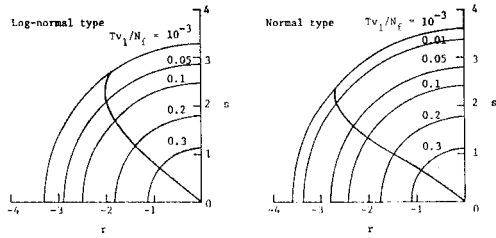


Fig. 12 Contour of safety index in the time domain

用における設計パラメータとしての有用性が期待される。

一方、安全性指標の時間的挙動を次式で定義する無次元荷重、無次元抵抗力を直交軸として両平均値を原点とする2次元平面上的の contour として表わしたのが Fig. 12 である。

$$\left. \begin{array}{l} \text{正規型} \quad s = \{\mu_{R_0} - \mu_Q(t)\} / \sigma_Q(t), \\ \quad \quad \quad r = \{\mu_{R_0} - \mu_Q(t)\} / \sigma_{R_0}, \\ \text{対数正規型} \quad s = \{\ln \mu_{R_0} / \mu_Q(t)\} / \delta_Q(t), \\ \quad \quad \quad r = \{\ln \mu_{R_0} / \mu_Q(t)\} / \delta_{R_0}. \end{array} \right\} \dots (62)$$

同図には正規型・対数正規型の両者の定義に基づく安全性指標がそれぞれ示されているが、互いの特性は必ずしも等しくない。

対数正規型では、抵抗力項を背に弓なりになって零へ近づく軌跡を示し、正規型では途中に変曲点をもちながら零へ近づく。この相違は正規型が荷重の標準偏差の変動傾向を反映しているのに対し、対数正規型では荷重の変動係数の減少傾向を反映しているためと思われる。

## 5. 結 論

本研究はランダム荷重に対する劣化構造物の耐用期間中の安全性を論じ、特に抵抗力が確率分布特性を示す場合の動的信頼性についてその定式化と解析例を与えた。その結果、本論文で定義する残存抵抗力の概念が信頼性諸量（破壊確率、危険関数、信頼性関数その他）の相互関係を規定する際に重要な働きをすることがわかった。

次に、劣化を伴う破壊現象の一つである疲労クラック伝播領域のランダム疲労破壊を対象としてその信頼性諸量が時間経過とともにどのように変化し、それらの挙動が抵抗力の物理的、確率統計的な荷重履歴依存性とどのように関連しているかを数値的に検討した。

具体的な構造物として深海波を受ける海洋構造物を用い、それが疲労クラックを内在させている劣化構造物であるとして本論の解析手法を適用した。

得られた成果を以下に列挙する。

(1) 動的荷重下での劣化構造物の信頼性解析が本手

法により劣化挙動の物理的側面だけでなく荷重履歴依存性に基づく抵抗力の確率統計的变化も忠実に評価できることがわかった。

(2) 疲労クラック伝播領域におけるランダム疲労破壊に関しては危険関数が特徴的な挙動を示した。すなわち、危険関数は時間経過とともに最初減少し、疲労寿命の前期に最小値をとってその後増大する特性を示し、その最小値をとる位置は抵抗力の分布関数形によって異なった。これは載荷初期において非劣化構造物の場合の危険関数の単調減少性の影響が卓越し、載荷後半では疲労クラック進展による強度劣化効果が卓越することを示唆している。

危険関数の変化パターンに関する上記の情報は疲労クラック伝播領域での構造物の疲労破壊に対する非破壊検査による定期点検の間隔設定などに際し有用な情報を与えるであろう。

(3) 信頼性関数、危険関数に与える抵抗力の分布関数形の相異の影響は、疲労寿命の前期段階で認められるが、寿命の中・後期では互いに近接してしまう。一方、残存抵抗力に与えるその影響は逆に疲労寿命の中・後期で大きくなる。

(4) 劣化構造物の耐用期間中の安全性指標は単調減少性を示し、疲労寿命の前期では一定値に近く、中・後期で急激に減少してゆくパターンは信頼性関数と相似な挙動を示す。この意味で時間領域に関する安全性指標もまた動的信頼性設計の実際設計への適用における設計パラメータとしての有用性が期待される。

最後に、本研究について有益なる批評を加えていただいた京都大学工学部・亀田弘行助教授、ならびに本研究の実施に多くの便宜を与えていただいた川崎製鉄株式会社エンジニアリング事業部、同システム部の関係の方々に深く感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) Lin, Y.K.: First-exursion failure of randomly excited structures, AIAA, Vol. 8, No. 4, pp. 720~725, April, 1970.
- 2) Yang, J.-N. and M. Shinozuka: On the first-exursion probability in stationary narrow-band random vibration II, ASME, Vol. 39, No. 3, pp. 733~738, 1972.
- 3) Shinozuka, M. and J.T.P. Yao: On the two-sided time-dependent barrier problem, Journal of Sound and Vibration, Vol. 6, No. 1, pp. 98~104, 1967.
- 4) Kameda, H. and T. Koike: Reliability analysis of deteriorating structures, U.S.-Japan Joint Seminar, 1974, and Reliability Approach in Structural Engineering, Maruzen Co. LTD., Tokyo, pp. 61~76, 1975.
- 5) Yang, J.-N. and E. Heer: Reliability of random excited structures, AIAA, Vol. 9, No. 7, pp. 1262~1268, 1970.
- 6) 小松定夫・中山隆弘: 材料強度のばらつきを考慮した定常不規則振動体の初通過破壊確率の研究, 土木学会論文

- 報告集, 第 250 号, pp. 25~36, 1976 年 6 月.
- 7) 高岡宜善: 構造物の設計・安全性・信頼性, 土木学会誌, 第 61 卷, 第 3 号, pp. 33~40, 1976 年 3 月.
  - 8) 土木学会: 構造物の安全性・信頼性. 土木学会編, pp. 27~41, 1976 年 10 月.
  - 9) Rice, S.O.: Mathematical analysis of random noise, Selected Paper on Noise and Stochastic Process, edited by N. Wax, Dover, N.Y., 1955.
  - 10) Ang, A.H.-S. and C.A. Cornell: Reliability bases of structural safety and design, ASCE, Vol. 100, No. ST 9, pp. 1755~1769, 1974.
  - 11) 岡村弘之: 線形破壊力学入門, 培風館, 1976 年 5 月.
  - 12) Crandall, S.H. and W.D. Mark: Random vibration in mechanical systems, Academic Press, N.Y., 1963.
  - 13) Iemura, H.: Earthquake response of stationary and deteriorating hysteretic structures, 京都大学学位請求論文, pp. 114~116, 1977 年 5 月.
  - 14) Harleman, D.R.F., W.C. Nolan and V.C. Honsinger: Dynamic analysis of offshore structures, Proceeding of the 8th Conference on Coastal Engineering, November 1962.
  - 15) Pierson, W.J.Jr. and L. Moskowitz: A proposed spectral form for fully developed wind seas on based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii, Journal of Geophysical Research, Vol. 69, No. 24, pp. 5181~5190, 1964.
  - 16) Kanai, K.: Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground, Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo, 35, pp. 309~325, 1957.

(1978.1.21・受付)

---