

# 材料強度のばらつきを考慮した非定常不規則 振動体の初通過破壊確率\*

FIRST-PASSAGE FAILURE PROBABILITIES OF STRUCTURES  
WITH SCATTERED MATERIAL STRENGTH UNDER  
NONSTATIONARY RANDOM EXCITATION

小松定夫\*\*・中山隆弘\*\*\*

By Sadao KOMATSU and Takahiro NAKAYAMA

## 1. 緒 言

土木構造物の安全性については、これまでだれもが強い関心を示してきたにもかかわらず<sup>1)2)</sup>、依然として、その数理的評価体系は確立していない。また、この問題に関する従来の研究量も、構造解析法等の研究量に比して、はるかに少ないことも、たびたび指摘されているところである。この原因としてはいろいろ考えられるが<sup>3)</sup>、ここではそれについては言及しない。しかし、前論文<sup>4)</sup>(以下、本文中の「前論文」は、すべて文献4)をさす)でも強調したように、土木構造物の建設に際しては、その公共性のゆえに、何にもまして安全性が重要視されねばならず、したがって、その安全性を適確な指標によって、定量的に評価しておくのが望ましいことは、あえて論議するまでもないであろう。

ところで、安全性の評価指標としては安全率をもっとも一般的であるが、特に、人為的に制御することのできない、しかも決定論的な予測が不可能な外乱に対する構造物の安全性を論ずる場合には、これがもっとも適確な評価指標であるとはいいいにくい。これに対して、信頼性理論に基づく信頼度、もしくはこれと相補的な関係にある破壊確率によれば、安全率の論理的あいまいさを、ある程度払しょくすることができるものと思われる。

このような観点から、すでに筆者らは、定常不規則外力を受ける振動系の初通過破壊確率の近似計算式を、材料強度のばらつきをも考慮して誘導し、パラメトリック解析によって、強度のばらつきが、振動系の動的信頼性に与える影響等について検討した。本論文は、そこで展開した理論を、振動系が非定常不規則外力を受ける場合

の初通過破壊確率問題に拡張し、地震力などの確率統計的情報でしか与えられないような非定常外乱に対するその動的信頼性を考察したものである。

さて、非定常確率過程の初通過確率に関する研究は、定常過程のそれに比較して、それほど多くはない。小堀・南井<sup>5)</sup>、山田・竹宮<sup>6)</sup>は、定常正規確率過程におけるRice<sup>7)</sup>の式を拡張し、非定常正規確率過程のレベル超過率を解析的に表示している。いわゆるポアソン仮定に基づき、確率過程があるレベルを超過する現象の相互独立性\*を仮定すれば、レベル超過率は初通過確率と一意的に関連付けられるので、その表式のもつ意義は大きい。その仮定に限界があることは周知の通りである。この欠点を補うべくYang<sup>8)</sup>は、CramerとLeadbetter<sup>9)</sup>によって展開された定常確率過程の包絡線に関する理論を進展させ、非定常正規確率過程の包絡線に関する諸量の確率関数を導いて、初通過確率の近似計算式を定式化した。そして理論の妥当性を、地震力を受ける一自由度振動系に対するシミュレーション結果<sup>10)</sup>との比較によって検討している。包絡線過程を用いたものとしては、そのほかLennoxとFraser<sup>11)</sup>の研究も挙げられよう。また、Corotis, Vanmarcke, Cornell<sup>12)</sup>は、Riceの理論によって導かれる基本的なレベル超過率の表式を、確率過程のパワースペクトル密度関数の形状によって決まるある種のパラメーターを導入して改良し、良好な結果を得ている。これらはいずれも、確率過程論における初通過理論を、動的荷重を受ける構造物の安全性評価問題に応用しようとした貴重な研究である。しかし、材料強度を確定量と仮定して初通過確率を求めるだけでは、材料が本質的にもっている強度のばらつきを、安全性評価の中に反映させることはできない。もっとも応答の最大値分布を求めておき、それを静的信頼性理論に持ち込ん

\* 本論文では、非定常不規則外力の作用により振動する振動体を「非定常不規則振動体」と定義している。

\*\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工修 広島工業大学講師 工学部土木工学科

\* ある時刻に確率過程がレベルを越える現象と、その時刻以降に過程がレベルを超過する現象とが、互いに独立であることを、ここでは相互独立性とよんでいる。

で、間接的に動的信頼性を評価するという考え方はある。しかし、本研究においては、応答の強度超過率\*を計算する際に、直接材料強度のばらつきを考慮することにより、より簡潔な動的信頼性評価法を確立することを目的とするものである。

本研究の手順については、前論文の場合とまったく同様である。まずはじめに、材料強度を確率量として、白色雑音で与えられる非定常正規不規則外力を受ける構造物に生ずるある主要な点の応力の変動過程と、その包絡線過程の強度超過率の表式を誘導し、ポアソンの仮定を用いることによって、初通過破壊確率の近似式を定式化した。なお前論文と同様に本論文でも、応力の変動過程そのものの強度超過率に基づく近似解法をポアソン近似による方法、応力の包絡線の強度超過率による解法を包絡線過程による方法と称することにする。次に evolutionary power spectrum<sup>(3)</sup> によってその特性が与えられるショットノイズ型<sup>(4)</sup>の非定常外力に対する線形一自由度振動系の応力応答スペクトルを求め、上述の両近似解法によって、振動継続時間内における振動体の初通過破壊確率を計算した。そしてその結果に基づき、材料強度のばらつきが破壊確率に及ぼす影響、あるいは非定常外力の特性と破壊確率との関係などを詳細に検討した。また、構造部材の製品試験、あるいは構造物のしゅん工後の載荷試験は、構造物が予測どおり（計算どおり）の応答を示すかどうかの資料を供するとともに、構造部材の材料強度にある保証を与える。この強度保証によって構造物の信頼度は、強度が無条件確率分布するものとして予測した設計段階の信頼度よりも向上する。そこでこの製品・載荷試験による信頼性向上効果を定量的に把握するために、強度の条件付確率分布を考慮した計算結果にしたがって考察を進めた。

以上のように本論文では、確率量によって材料強度が与えられる非定常不規則振動体の初通過破壊確率の近似計算式を提示し、数値計算によって、材料強度のばらつき、あるいは非定常不規則外力の変動特性と振動体の破壊確率との関係、さらには製品・載荷試験による信頼性向上効果について論及している。なお構造物には、安全性に少なからぬ影響を及ぼす製作・施工誤差および弾性定数などの材料の力学的特性値のばらつきが内在するが<sup>(5)</sup>、本研究ではそれらについては、考慮の対象外としている。

## 2. 強度超過率および初通過破壊確率の算定式

\* 「レベル超過率」と同一の意味を表わすが、本研究の対象が構造物の動的信頼性問題であることから、ここでは「強度超過率」としている。

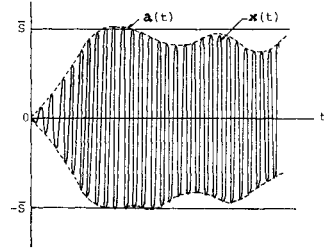


図-1 応答および包絡線が材料強度を超過する現象の概略図

確率過程で与えられる非定常正規不規則外力により振動系のある主要な点に生ずるある種の応力を  $x(t)$ 、その包絡線を  $a(t)$  とする（図-1）。ここに  $t$  は時間を表わす。このとき線形振動系を対象にする限り、それらがいずれも非定常正規確率過程であることは自明である。以後  $x(t)$ 、 $a(t)$  をそれぞれ（応力）応答過程および（応力）包絡線過程と称する。また、上述の応力に対応する材料強度を確率変数  $S$  で表わし、強度は振動継続時間内において劣化しないものと仮定しておく。なお文中の太字の変数は、それらが確率量であることを表わしている。

さて時刻  $t$  における応答過程および包絡線過程の集合的な意味での平均値を零とすれば、その時刻における両過程の、正包配での強度超過率  $\nu_{x,p^+}(S, t)$ 、 $\nu_{a,p^+}(S, t)$  は、それぞれ前論文の式 (5) および式 (31) によって以下のように与えられる。

$$\nu_{x,p^+}(S, t) = \int_{R_s} \left\{ \int_0^{\infty} \dot{x}(t) f_{x\dot{x}}(S, \dot{x}(t)) d\dot{x}(t) \right\} \cdot f_s(S) dS \dots \dots \dots (1)$$

$$\nu_{a,p^+}(S, t) = \int_{R_s} \left\{ \int_0^{\infty} \dot{a}(t) f_{a\dot{a}}(S, \dot{a}(t)) d\dot{a}(t) \right\} \cdot f_s(S) dS \dots \dots \dots (2)$$

式中  $\dot{x}(t)$ 、 $\dot{a}(t)$  はそれぞれ  $x(t)$ 、 $a(t)$  の標本関数  $x(t)$ 、 $a(t)$  の時間的導関数、 $f_{x\dot{x}}(x(t), \dot{x}(t))$ 、 $f_{a\dot{a}}(a(t), \dot{a}(t))$  はそれぞれ  $x(t)$  と  $\dot{x}(t)$ 、 $a(t)$  と  $\dot{a}(t)$  との結合確率密度関数であり、 $R_s$ 、 $f_s(S)$  はそれぞれ材料強度のボレル集合、確率密度関数である。また、左辺の添字  $p$  は材料強度の確率分布型を示す添字であり、以後、CN、N、CLN、LN に応じて、それぞれ条件付正規、無条件正規、条件付対数正規、無条件対数正規分布を表わす。

次に初通過破壊確率については、現状ではなんらかの近似解法によらなければならないが、緒言で述べたように、本研究ではポアソン近似による方法と、包絡線過程による方法によって近似式を導いている。前者は振動系の減衰定数が比較的大きく、材料強度と応答応力が十分離れている場合に、後者は減衰定数が小さく、強度と応力が接近している場合に、それぞれかなり高精度の近似値を与えることが、従来の研究結果より推察される。い

ま、材料の正と負の強度（たとえば引張強度と圧縮強度）が等しいものとし、さらに時刻  $t=0$  における振動系の破壊確率を零とすれば、いわゆる条件付確率として、初通過破壊確率の近似式が、次のように表わせる。

(a) ポアソン近似による方法

$$P_{f,x}(\tau) = 1 - \exp\left\{-2\int_0^\tau \nu_{x,p^+}(S, t) dt\right\} \dots (3)$$

(b) 包絡線過程による方法

$$P_{f,a}(\tau) = 1 - \exp\left\{-2\int_0^\tau \nu_{a,p^+}(S, t) dt\right\} \dots (4)$$

ここに、 $\tau$  は振動系の振動継続時間である。したがって、応答過程、包絡線過程の強度超過率の算定式をそれぞれ式 (1), (2) に基づいて表示し、それらを式 (3), (4) へ代入すれば、非定常正規不規則外力を受ける振動系の初通過破壊確率の近似計算式が得られる。以下、強度超過率の算定式を導く。

(1) 応答過程の強度超過率

本研究においては時刻  $t$  における応力応答過程  $x(t)$  と、その時間的導関数  $\dot{x}(t)$  との結合確率密度関数は、正規型としているので、いま、 $E[x(t)] = E[\dot{x}(t)] = 0$  とすれば、それぞれの分散  $\sigma_x^2(t)$ ,  $\sigma_{\dot{x}}^2(t)$  と、両者の相互相関係数  $\rho_{x\dot{x}}(t)$  によって次式のように与えられる。なお  $E[X]$  は、確率変数  $X$  の期待値を表わす。

$$f_{x\dot{x}}(x(t), \dot{x}(t)) = \frac{1}{2\pi\sigma_x(t)\sigma_{\dot{x}}(t)\sqrt{1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho_{x\dot{x}}^2(t))}\left\{\left(\frac{x(t)}{\sigma_x(t)}\right)^2 - \frac{2\rho_{x\dot{x}}(t)x(t)\dot{x}(t)}{\sigma_x(t)\sigma_{\dot{x}}(t)} + \left(\frac{\dot{x}(t)}{\sigma_{\dot{x}}(t)}\right)^2\right\}\right] \dots (5)$$

式 (5) を式 (1) へ代入し、さらに式 (1) の  $\dot{x}(t)$  に関する半無限区間の定積分を実行すると、

$$\nu_{x,p^+}(S, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}(t)}{\sigma_x(t)} \int_{R_s} f_s(S) \exp\left(-\frac{S^2}{2\sigma_x^2(t)}\right) \cdot \left[\sqrt{1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)} \exp\left\{-\frac{\rho_{x\dot{x}}^2(t)S^2}{2\sigma_x^2(t)(1-\rho_{x\dot{x}}^2(t))}\right\} + \frac{\sqrt{2}\rho_{x\dot{x}}(t)S}{\sigma_x(t)} \operatorname{Erf}\left(-\frac{\rho_{x\dot{x}}(t)S}{\sqrt{2}\sigma_x(t)\sqrt{1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)}}\right)\right] \cdot dS \dots (7)$$

が得られる。ここで、 $\operatorname{Erf}(z) = \int_z^\infty \exp(-t^2) dt$  である。

式 (7) が応答過程の強度超過率の基礎式であり、式中に材料強度の確率密度関数  $f_s(S)$  を含んでいる。以下、これが条件付正規、無条件正規、条件付対数正規および無条件対数正規確率密度関数で与えられる場合の表式を誘導する。条件付の密度関数については、前述のように、製品・載荷試験あるいは材料の金属学的性質によって、材料強度の上・下限に制約条件が与えられる場合の振動系の信頼性を論じることが念頭に置いている。

a) 材料強度が条件付正規分布する場合

この場合、

$$f_s(S) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_s} \{\operatorname{Erf}(-\kappa_l/\sqrt{2}) - \operatorname{Erf}(\kappa_u/\sqrt{2})\} \cdot \exp\left\{-\frac{(S-\bar{S})^2}{2\sigma_s^2}\right\} \dots (8)$$

である。式中の  $\bar{S}$ ,  $\sigma_s$  はそれぞれ材料強度の平均値および標準偏差である。さらに  $\kappa_l$ ,  $\kappa_u$  はそれぞれ強度の下限  $S_l$  と上限  $S_u$  を規定するパラメーターで次式で与えられる。

$$\kappa_l = \frac{\bar{S}-S_l}{\sigma_s}, \quad \kappa_u = \frac{S_u-\bar{S}}{\sigma_s} \dots (9)$$

式 (8) を式 (7) に代入し、積分区間  $R_s$  が  $[S_l, S_u]$  であることを考慮すれば、次式が得られる。

$$\nu_{x,cN^+}(S, t) = \frac{\sigma_{\dot{x}}(t)}{2\sqrt{2}\pi\sigma_s\sigma_x(t)} \{\operatorname{Erf}(-\kappa_l/\sqrt{2}) - \operatorname{Erf}(\kappa_u/\sqrt{2})\} \cdot \int_{S_l}^{S_u} \exp\left\{-\frac{(S-\bar{S})^2}{2\sigma_s^2}\right\} \exp\left(-\frac{S}{2\sigma_x^2(t)}\right) \cdot \left[\sqrt{1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)} \exp\left\{-\frac{\rho_{x\dot{x}}^2(t)S^2}{2\sigma_x^2(t)(1-\rho_{x\dot{x}}^2(t))}\right\} + \frac{\sqrt{2}\rho_{x\dot{x}}(t)S}{\sigma_x(t)} \operatorname{Erf}\left(-\frac{\rho_{x\dot{x}}(t)S}{\sqrt{2}\sigma_x(t)\sqrt{1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)}}\right)\right] \cdot dS \dots (10)$$

ここで以下の無次元パラメーターを導入する。これらはいずれも振動系の動的信頼性を決定する重要な因子である。

$$\delta_s = \frac{\sigma_s}{\bar{S}} \quad (\text{材料強度の変動係数}) \dots (11)$$

$$\bar{m}(t) = \frac{\bar{S}}{\sigma_x(t)} \quad (\text{材料強度の平均値と時刻 } t \text{ における応力応答の r.m.s. 値との比}) \dots (12)$$

式 (11), (12) を式 (10) へ代入し、定積分項の変数  $S$  に対し  $Z = S/\sigma_x(t)$  なる変数変換を行えば、結局次式が導かれる。

$$\nu_{x,cN^+}(\bar{m}(t), t) = \frac{\sigma_{\dot{x}}(t)}{2\pi\sigma_x(t)} \{\operatorname{Erf}(-\kappa_l/\sqrt{2}) - \operatorname{Erf}(\kappa_u/\sqrt{2})\} \cdot \left[\frac{1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)}{\mu(t)} \exp\left\{-\frac{\bar{m}^2(t)}{2\mu^2(t)}\right\} \left\{\operatorname{Erf}\left(\frac{\alpha_l(t)}{\sqrt{2}}\right) - \operatorname{Erf}\left(\frac{\alpha_u(t)}{\sqrt{2}}\right)\right\} + \frac{\rho_{x\dot{x}}(t)}{\bar{m}(t)\delta_s} \int_{(1-\delta_s\kappa_l)\bar{m}(t)}^{(1+\delta_s\kappa_u)\bar{m}(t)} Z \right. \\ \left. \cdot \exp\left\{-\frac{(1+\bar{m}^2(t)\delta_s^2)Z^2 - 2\bar{m}(t)Z + \bar{m}^2(t)}{2\bar{m}^2(t)\delta_s^2}\right\} \cdot \operatorname{Erf}\left(-\frac{\rho_{x\dot{x}}(t)}{\sqrt{2}(1-\rho_{x\dot{x}}^2(t))} Z\right) dZ\right] \dots (13)$$

式中、

$$\left. \begin{aligned} \mu(t) &= \sqrt{(1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)) + \bar{m}^2(t)\delta_s^2} \\ \alpha_l(t) &= (\bar{m}^2(t)\delta_s - \mu^2(t)\kappa_l) / (\sqrt{1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)} \cdot \mu(t)) \\ \alpha_u(t) &= (\bar{m}^2(t)\delta_s + \mu^2(t)\kappa_u) / (\sqrt{1-\rho_{x\dot{x}}^2(t)} \cdot \mu(t)) \end{aligned} \right\} \dots (14)$$

である。

b) 材料強度が正規分布する場合

この場合は材料強度に上・下限の制約がないので、 $\kappa_l \rightarrow \infty, \kappa_u \rightarrow \infty$  であり、さらに式(14)より  $\alpha_l(t) \rightarrow -\infty, \alpha_u(t) \rightarrow \infty$  となる。したがって、このとき、

$$\left. \begin{aligned} \text{Erf}(-\kappa_l/\sqrt{2}) &= \text{Erf}(\alpha_l/\sqrt{2}) = \sqrt{\pi} \\ \text{Erf}(\kappa_u/\sqrt{2}) &= \text{Erf}(\alpha_u/\sqrt{2}) = 0 \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

が成立するので、式(13)により、

$$\begin{aligned} \nu_{x, N^+}(\bar{m}(t), t) &= \frac{\sigma_{\dot{x}}(t)}{2\pi\sigma_x(t)} \left[ \frac{1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t)}{\mu(t)} \right. \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{\bar{m}^2(t)}{2\mu^2(t)}\right\} + \frac{\rho_{x\dot{x}}(t)}{\bar{m}(t)\delta_s\sqrt{\pi}} \\ &\cdot \int_{-\infty}^{\infty} Z \exp\left\{-\frac{(1 + \bar{m}^2(t)\delta_s^2)Z^2 - 2\bar{m}(t)Z + \bar{m}^2(t)}{2\bar{m}^2(t)\delta_s^2}\right\} \\ &\cdot \text{Erf}\left(-\frac{\rho_{x\dot{x}}(t)}{\sqrt{2(1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t))}}Z\right) dZ \Big] \dots (16) \end{aligned}$$

を得ることができる。

c) 材料強度が条件付対数正規分布する場合

材料強度の上・下限が  $\kappa_l, \kappa_u$  によって設定されるとすれば、この場合、

$$\begin{aligned} f_{\theta}(S) &= \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2\pi\sigma_s^*S}\{\text{Erf}(\beta_l/\sqrt{2}) - \text{Erf}(\beta_u/\sqrt{2})\}} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{(S^* - \bar{S}^*)^2}{2\sigma_s^{*2}}\right\} \dots (17) \end{aligned}$$

となる。式中、

$$\left. \begin{aligned} S^* &= \ln S \\ \sigma_s^* &= \sqrt{\ln(1 + \delta_s^2)} \\ \bar{S}^* &= \ln \bar{S} - 0.5\sigma_s^{*2} \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \beta_l &= \ln\{(1 - \kappa_l\delta_s)\sqrt{1 + \delta_s^2}/\sqrt{\ln(1 + \delta_s^2)}\} \\ \beta_u &= \ln\{(1 + \kappa_u\delta_s)\sqrt{1 + \delta_s^2}/\sqrt{\ln(1 + \delta_s^2)}\} \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

である。式(17)~(19)を式(7)に代入し、積分区間  $R_s$  が  $[S_l, S_u]$  であることから、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \nu_{x, CLN^+}(S, t) &= \frac{\sigma_{\dot{x}}(t)}{2\sqrt{2\pi\sigma_s^*\sigma_x(t)}\{\text{Erf}(\beta_l/\sqrt{2}) - \text{Erf}(\beta_u/\sqrt{2})\}} \\ &\cdot \left[ \int_{S_l}^{S_u} \frac{1}{S} \exp\left(-\frac{(S^* - \bar{S}^*)^2}{2\sigma_s^{*2}}\right) \exp\left(-\frac{S^2}{2\sigma_x^2(t)}\right) \right. \\ &\cdot \left[ \sqrt{1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t)} \exp\left\{-\frac{\rho_{x\dot{x}}^2(t)S^2}{2\sigma_x^2(t)(1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t))}\right\} \right. \\ &+ \left. \frac{\sqrt{2}\rho_{x\dot{x}}(t)S}{\sigma_x(t)} \text{Erf}\left(-\frac{\rho_{x\dot{x}}(t)S}{\sqrt{2}\sigma_x(t)\sqrt{1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t)}}\right) \right] \\ &\cdot dS \Big] \dots (20) \end{aligned}$$

式(20)の右辺に含まれる定積分項において、 $Z = S/\sigma_x(t)$  なる変数変換を行い、式(11),(12)で与えたパラメーター  $\bar{m}(t)$  と  $\delta_s$  を用いて式(20)を書き改めれば、

$$\nu_{x, CLN^+}(\bar{m}(t), t) = \frac{\sigma_{\dot{x}}(t)}{2\sqrt{2\pi}\sqrt{\ln(1 + \delta_s^2)}\sigma_x(t)} \cdot$$

$$\begin{aligned} &\cdot \left\{ \text{Erf}(\beta_l/\sqrt{2}) - \text{Erf}(\beta_u/\sqrt{2}) \right\} \\ &\cdot \left[ \int_0^{\infty} \frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{(\ln\sqrt{1 + \delta_s^2}Z - \ln\bar{m}(t))^2}{2\ln(1 + \delta_s^2)}\right\} \right. \\ &\cdot \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right) \left[ \sqrt{1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t)} \right. \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{\rho_{x\dot{x}}^2(t)}{2(1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t))}Z^2\right\} + \sqrt{2}\rho_{x\dot{x}}(t)Z \\ &\cdot \left. \left. \text{Erf}\left(-\frac{\rho_{x\dot{x}}(t)}{\sqrt{2(1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t))}}Z\right) \right] dZ \right] \dots (21) \end{aligned}$$

となる。

d) 材料強度が対数正規分布する場合

この場合は材料強度の下限が零、上限が無限大であるから、 $\kappa_l = 1/\delta_s, \kappa_u \rightarrow \infty$  であり、さらに式(19)より  $\beta_l \rightarrow -\infty, \beta_u \rightarrow \infty$  となる。したがって、このとき、

$$\left. \begin{aligned} \text{Erf}(\beta_l/\sqrt{2}) &= \sqrt{\pi} \\ \text{Erf}(\beta_u/\sqrt{2}) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

が成立し、したがって、式(21)により、

$$\begin{aligned} \nu_{x, LN^+}(\bar{m}(t), t) &= \frac{\sigma_{\dot{x}}(t)}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{\ln(1 + \delta_s^2)}\sigma_x(t)} \\ &\cdot \left[ \int_0^{\infty} \frac{1}{Z} \exp\left\{-\frac{(\ln\sqrt{1 + \delta_s^2}Z - \ln\bar{m}(t))^2}{2\ln(1 + \delta_s^2)}\right\} \right. \\ &\cdot \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right) \left[ \sqrt{1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t)} \right. \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{\rho_{x\dot{x}}^2(t)}{2(1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t))}Z^2\right\} + \sqrt{2}\rho_{x\dot{x}}(t)Z \\ &\cdot \left. \left. \text{Erf}\left(-\frac{\rho_{x\dot{x}}(t)}{\sqrt{2(1 - \rho_{x\dot{x}}^2(t))}}Z\right) \right] dZ \right] \dots (23) \end{aligned}$$

が得られる。

以上いずれの場合も  $\sigma_x(t) = \sigma_x, \sigma_{\dot{x}}(t) = \sigma_{\dot{x}}, \rho_{x\dot{x}}(t) = 0, \bar{m}(t) = \bar{m}$  とすれば、前論文で提示した定常過程における強度超過率の式に一致することは明らかである。ただし、c), d)については、見掛け上、式の形が異なるようである。しかし、それは変数  $Z$  の内容に起因するものであり、実質的には同一の式になる。

## (2) 包絡線過程の強度超過率

前述のように、Yang は定常過程における Cramer と Leadbetter の理論を拡張して、非定常正規確率過程  $x(t)$  の包絡線  $a(t)$  と、その時間的導関数  $\dot{a}(t)$  との結合確率密度関数を次式のように誘導した<sup>9)</sup>。

$$\begin{aligned} f_{a\dot{a}}(a(t), \dot{a}(t)) &= \frac{a(t)}{\sqrt{2\pi}d(t)\sigma_x^2(t)} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{\sigma_x^2(t)\dot{a}^2(t) - C(t)a(t)\dot{a}(t)}{2\sigma_x^2(t)} \right. \\ &\cdot \left. \frac{+ a^2(t)(d(t) + C^2(t)/4\sigma_x^2(t))}{d(t)} \right\} \dots (24) \end{aligned}$$

式中、

$$d(t) = \bar{\lambda}_2(t) - \frac{\bar{\lambda}_1^2(t)}{\sigma_x^2(t)} - \frac{C^2(t)}{4\sigma_x^2(t)} - Q(t) \Big]$$

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_j(t) &= \int_0^\infty |A_{\mathbf{x}}(t, \omega)|^2 G_{\mathbf{x}}(\omega) (\omega + \varepsilon(t))^j d\omega \\ & \quad (j=1, 2) \\ |A_{\mathbf{x}}(t, \omega)|^2 G_{\mathbf{x}}(\omega) &: \mathbf{x}(t) \text{ の evolutionary} \\ & \text{power spectral density function} \\ \varepsilon(t) &= \frac{\partial}{\partial t} \left[ \arctan \left\{ \frac{I_m A_{\mathbf{x}}(t, \omega)}{R_e A_{\mathbf{x}}(t, \omega)} \right\} \right] \\ R_e A_{\mathbf{x}}(t, \omega), I_m A_{\mathbf{x}}(t, \omega) &: \text{それぞれ} \\ & A_{\mathbf{x}}(t, \omega) \text{ の実部と虚部} \\ \sigma_{\mathbf{x}^2}(t) &= \int_0^\infty |A_{\mathbf{x}}(t, \omega)|^2 G_{\mathbf{x}}(\omega) d\omega \\ C(t) &= 2 \int_0^\infty |A_{\mathbf{x}}(t, \omega)| \frac{\partial |A_{\mathbf{x}}(t, \omega)|}{\partial t} G_{\mathbf{x}}(\omega) d\omega \\ &= 2 E[\mathbf{x}(t) \dot{\mathbf{x}}(t)] \\ Q(t) &= \int_0^\infty \left[ \frac{\partial |A_{\mathbf{x}}(t, \omega)|}{\partial t} \right]^2 G_{\mathbf{x}}(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (25)$$

式 (24), (25) を式 (2) へ代入し, さらに式 (2) の  $\dot{a}(t)$  に関する半無限区間積分を実行すれば, 包絡線過程の強度超過率の基礎式が次式のように得られる.

$$\begin{aligned} \nu_{\mathbf{a}, \mathbf{p}^+}(\mathbf{S}, t) &= \frac{\sqrt{d(t)}}{\sqrt{2\pi\sigma_{\mathbf{x}^2}(t)}} \int_{R_{\mathbf{s}}} S f_{\mathbf{s}}(S) \\ & \cdot \exp \left\{ -\frac{S^2(d(t)+C(t)/4\sigma_{\mathbf{x}^2}(t))}{2\sigma_{\mathbf{x}^2}(t)d(t)} \right\} \\ & \cdot \left[ 1 + \frac{C(t)S}{\sqrt{2}d(t)\sigma_{\mathbf{x}^2}(t)} \exp \left\{ \frac{C^2(t)S^2}{8\sigma_{\mathbf{x}^4}(t)d(t)} \right\} \right. \\ & \cdot \left. \text{Erf} \left\{ -\frac{C(t)S}{2\sqrt{2}d(t)\sigma_{\mathbf{x}^2}(t)} \right\} \right] dS \dots (26) \end{aligned}$$

以下,  $f_{\mathbf{s}}(S)$  が各種の密度関数で与えられる場合の強度超過率の算定式を導く.

**a)** 材料強度が条件付正規分布する場合

式 (8) を式 (26) に代入し, 定積分項において (1) **a)** と同様の変数変換を行い, さらに前述のパラメーター  $\bar{m}(t), \delta_s$  を導入すれば,

$$\begin{aligned} \nu_{\mathbf{a}, \mathbf{CN}^+}(\bar{m}(t), t) &= \frac{\sqrt{d(t)}\bar{m}(t)\delta_s}{\sqrt{2\pi\sigma_{\mathbf{x}^2}(t)} \{ \text{Erf}(-\kappa_l/\sqrt{2}) - \text{Erf}(\kappa_u/\sqrt{2}) \}} \\ & \cdot \left[ \frac{1}{1+H(t)} \left\{ \exp(r_l(t)) - \exp(r_u(t)) \right\} \right. \\ & + \frac{1}{\delta_s\sqrt{1+H(t)}} \exp \left\{ -\frac{H(t)}{2\delta_s^2(1+H(t))} \right\} \\ & \cdot \left. \left\{ \text{Erf} \left( \frac{\eta_l(t)}{\sqrt{2}} \right) - \text{Erf} \left( \frac{\eta_u(t)}{\sqrt{2}} \right) \right\} \right] \\ & + \frac{D(t)}{\bar{m}^2(t)\delta_s^2} \int_{(1-\kappa_l\delta_s)\bar{m}(t)}^{(1+\kappa_u\delta_s)\bar{m}(t)} Z^2 \\ & \cdot \exp \left\{ -\frac{(1+\bar{m}^2(t)\delta_s^2)Z^2 - 2\bar{m}(t)Z + \bar{m}^2(t)}{2\bar{m}^2(t)\delta_s^2} \right\} \\ & \cdot \text{Erf} \left( -\frac{D(t)}{\sqrt{2}} Z \right) dZ \dots (27) \end{aligned}$$

が得られる. 式中,

$$\begin{aligned} H(t) &= (1+D^2(t))\bar{m}^2(t)\delta_s^2 \\ D(t) &= C(t)/(2\sqrt{d(t)}\sigma_{\mathbf{x}}(t)) \\ r_l(t) &= -\{(1-H(t))\kappa_l\delta_s^2 \\ & \quad - 2H(t)\kappa_l\delta_s + H(t)\}/2\delta_s^2 \\ r_u(t) &= -\{(1+H(t))\kappa_u\delta_s^2 \\ & \quad + 2H(t)\kappa_u\delta_s + H(t)\}/2\delta_s^2 \\ \eta_l(t) &= -\{(1+H(t))\kappa_l\delta_s - H(t)\}/(\delta_s\sqrt{1+H(t)}) \\ \eta_u(t) &= \{(1+H(t))\kappa_u\delta_s + H(t)\}/(\delta_s\sqrt{1+H(t)}) \end{aligned} \quad (28)$$

**b)** 材料強度が正規分布する場合

この場合は, 式 (27) において陽に, あるいは陰に含まれる  $\kappa_l, \kappa_u$  について,  $\kappa_l \rightarrow \infty, \kappa_u \rightarrow \infty$  とすればよい. 式 (28) の第 1 式より  $H(t) \geq 0$  であり, したがって, この条件のもとでは  $r_l(t) \rightarrow -\infty, r_u(t) \rightarrow -\infty, \eta_l(t) \rightarrow -\infty, \eta_u(t) \rightarrow \infty$  となる. したがって, このとき  $\exp(r_l(t)), \exp(r_u(t))$  はともに零になり, さらに,

$$\begin{aligned} \text{Erf}(-\kappa_l/\sqrt{2}) &= \text{Erf}(\eta_l(t)/\sqrt{2}) = \sqrt{\pi} \\ \text{Erf}(\kappa_u/\sqrt{2}) &= \text{Erf}(\eta_u(t)/\sqrt{2}) = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

であるから, 所要の式が次のように導かれる.

$$\begin{aligned} \nu_{\mathbf{a}, \mathbf{N}^+}(\bar{m}(t), t) &= \frac{\sqrt{d(t)}\bar{m}(t)\delta_s}{\sqrt{2\pi\sigma_{\mathbf{x}^2}(t)}} \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{\delta_s(1+H(t))^{3/2}} \right. \\ & \cdot \exp \left\{ -\frac{H(t)}{2\delta_s^2(1+H(t))} \right\} + \frac{D(t)}{\bar{m}^2(t)\delta_s^2} \int_{-\infty}^{\infty} Z^2 \\ & \cdot \exp \left\{ -\frac{(1+\bar{m}^2(t)\delta_s^2)Z^2 - 2\bar{m}(t)Z + \bar{m}^2(t)}{2\bar{m}^2(t)\delta_s^2} \right\} \\ & \cdot \left. \text{Erf} \left( -\frac{D(t)}{\sqrt{2}} Z \right) dZ \right] \dots (30) \end{aligned}$$

**c)** 材料強度が条件付対数正規分布する場合

式 (17) を式 (26) に代入し, 以後は (1) **c)** と同様の変形操作によって次式を得ることができる.

$$\begin{aligned} \nu_{\mathbf{a}, \mathbf{CLN}^+}(\bar{m}(t), t) &= \frac{\sqrt{d(t)}}{2\sqrt{\pi}\sqrt{\ln(1+\delta_s^2)}\sigma_{\mathbf{x}}(t)} \\ & \cdot \frac{\{ \text{Erf}(\beta_l/\sqrt{2}) - \text{Erf}(\beta_u/\sqrt{2}) \}}{\left[ \int_{(1-\kappa_l\delta_s)\bar{m}(t)}^{(1+\kappa_u\delta_s)\bar{m}(t)} \exp \left\{ -\frac{(\ln\sqrt{1+\delta_s^2}Z - \ln\bar{m}(t))^2}{2\ln(1+\delta_s^2)} \right\} \right.} \\ & \cdot \exp \left\{ -\frac{(1+D^2(t))Z^2}{2} \right\} \left\{ 1 + \sqrt{2}D(t)Z \right. \\ & \cdot \left. \exp \left( \frac{D^2(t)Z^2}{2} \right) \text{Erf} \left( -\frac{D(t)Z}{\sqrt{2}} \right) \right\} dZ \dots (31) \end{aligned}$$

**d)** 材料強度が対数正規分布する場合

(1) **d)** と同様, 式 (31) に含まれる  $\kappa_l, \kappa_u$  をそれぞれ  $1/\delta_s$ , 無限大にすれば, 次式のようになる.

$$\begin{aligned} \nu_{\mathbf{a}, \mathbf{LN}^+}(\bar{m}(t), t) &= \frac{\sqrt{d(t)}}{2\pi\sqrt{\ln(1+\delta_s^2)}\sigma_{\mathbf{x}}(t)} \\ & \cdot \left[ \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{(\ln\sqrt{1+\delta_s^2}Z - \ln\bar{m}(t))^2}{2\ln(1+\delta_s^2)} \right\} \right. \\ & \cdot \left. \exp \left\{ -\frac{(1+D^2(t))Z^2}{2} \right\} \left\{ 1 + \sqrt{2}D(t)Z \right. \right. \end{aligned}$$

$$\cdot \exp\left(\frac{D^2(t)Z^2}{2}\right) \operatorname{Erf}\left(-\frac{D(t)Z}{\sqrt{2}}\right) \Big] dZ \Big] \dots (32)$$

ところで、定常過程の包絡線と、その時間的導関数の結合確率密度関数は、非定常過程に対する式 (24), (25) において、 $|A_x(t, \omega)|=1$ ,  $\varepsilon(t)=0$ ,  $C(t)=0$ ,  $Q(t)=0$  として得られる。したがって、ここで求めた各強度超過率の表式に、これらの値を代入すれば、**c**), **d**) については見掛け上の形は異なるが、実質上はすべて前論文の表式に一致する。

### 3. 非定常不規則外力を受ける線形一自由度振動系の初通過破壊確率

前章で述べたように、非定常不規則外力を受ける振動系の初通過破壊確率は、系に生ずるある種の変動応力の evolutionary power spectrum と、その応力に対応する材料強度の平均値と変動係数によって、近似的に推定できる。

いま、線形一自由度振動系に作用する単位質量あたりの外力を  $f(t)$  とすれば、運動方程式は、

$$\ddot{y}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = f(t) \dots (33)$$

で与えられる。ここに  $y(t)$ ,  $\dot{y}(t)$ ,  $\ddot{y}(t)$  は、それぞれ振動変位、速度、加速度を、 $\zeta$ ,  $\omega_0$  はそれぞれ系の減衰定数および固有円振動数を表わす。外力  $f(t)$  としては、周波数特性が時間的に変化しないような地震モデルとしてよく使用される次式を用いた<sup>17)</sup>。

$$f(t) = g(t)n(t) = U(t)C_1(e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t})n(t) \dots (34)$$

ここに  $U(t)$  は単位階段関数、 $C_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  は形状関数  $g(t)$  を決定する適当なパラメーターで、 $\beta_2 > \beta_1 > 0$  なる条件が満たされているものとする。また、 $n(t)$  は片側パワースペクトル密度  $G_0$  を有するホワイトノイズである。

この場合、応答  $y(t)$  は、系の単位衝撃応答関数  $h(t)$  と、 $f(t)$  の一般化フーリエ変換  $\overline{F}(\omega)$  を用いて、次式のように表わせる。

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} M_y(t, \omega) e^{i\omega t} d\overline{F}(\omega) \dots (35)$$

ここに、

$$M_y(t, \omega) = \int_0^t h(t-\tau) B(t-\tau, \omega) e^{-i\omega\tau} d\tau \dots (36)$$

$$h(t) = e^{-\zeta\omega_0 t} \sin \bar{\omega}_0 t / \bar{\omega}_0 \dots (37)$$

$$\bar{\omega}_0 = \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} \dots (38)$$

であり、式 (36) の  $B(t, \omega)$  は、 $t$  に関してなだらかに変化する関数で、ここでは式 (34) の  $g(t)$  で与えられる。このとき Priestley<sup>13)</sup> の定義によれば、応答  $y(t)$  の one-sided evolutionary power spectral density function  $G_y(t, \omega)$  は、

$$G_y(t, \omega) = 2|M_y(t, \omega)|^2 \overline{d\overline{F}(\omega)}^2 \dots (39)$$

となる。式中の  $\overline{d\overline{F}(\omega)}^2$  は  $|d\overline{F}(\omega)|^2$  の集合平均であり、設定条件より、次式が成立する。

$$\overline{d\overline{F}(\omega)}^2 = \frac{G_0}{2} \dots (40)$$

したがって、式 (39) と式 (40) より、

$$G_y(t, \omega) = |M_y(t, \omega)|^2 G_0 \dots (41)$$

が得られる。

ここで前論文と同様、変位  $y(t)$  とある種の応力  $x(t)$  とに線形関係が存在するものとし、その比例定数を  $c$  とすれば、

$$x(t) = cy(t) \dots (42)$$

となり、よって  $x(t)$  の one-sided evolutionary power spectral density function  $G_x(t, \omega)$  は、

$$G_x(t, \omega) = c^2 G_y(t, \omega) = |M_x(t, \omega)|^2 G_0 \dots (43)$$

と表わせる。ここに、

$$M_x(t, \omega) = cM_y(t, \omega) \dots (44)$$

である。式 (36) により  $M_y(t, \omega)$  を計算し、式 (44) の関係によれば、 $M_x(t, \omega)$  の実部  $R_e M_x(t, \omega)$  および虚部  $I_m M_x(t, \omega)$  がそれぞれ以下のように求められる。

$$R_e M_x(t, \omega) = \frac{cC_1}{2\bar{\omega}_0} \left[ \sum_{k=1}^2 (-1)^{k+1} \cdot \left[ \frac{1}{(\beta_k - \zeta\omega_0)^2 + (\bar{\omega}_0 + \omega)^2} [(\beta_k - \zeta\omega_0) \cdot \sin(\bar{\omega}_0 + \omega)t - (\bar{\omega}_0 + \omega)\cos(\bar{\omega}_0 + \omega)t] e^{-\zeta\omega_0 t} + (\bar{\omega}_0 + \omega)e^{-\beta_k t} + \frac{1}{(\beta_k - \zeta\omega_0)^2 + (\bar{\omega}_0 - \omega)^2} \cdot [(\beta_k - \zeta\omega_0)\sin(\bar{\omega}_0 - \omega)t - (\bar{\omega}_0 - \omega)\cos(\bar{\omega}_0 - \omega)t] \cdot e^{-\zeta\omega_0 t} + (\bar{\omega}_0 - \omega)e^{-\beta_k t} \right] \right] \dots (45)$$

$$I_m M_x(t, \omega) = \frac{cC_1}{2\bar{\omega}_0} \left[ \sum_{k=1}^2 (-1)^{k+1} \cdot \left[ \frac{1}{(\beta_k - \zeta\omega_0)^2 + (\bar{\omega}_0 + \omega)^2} [(\beta_k - \zeta\omega_0) \cdot \cos(\bar{\omega}_0 + \omega)t + (\bar{\omega}_0 + \omega)\sin(\bar{\omega}_0 + \omega)t] e^{-\zeta\omega_0 t} - (\beta_k - \zeta\omega_0)e^{-\beta_k t} - \frac{1}{(\beta_k - \zeta\omega_0)^2 + (\bar{\omega}_0 - \omega)^2} \cdot [(\beta_k - \zeta\omega_0)\cos(\bar{\omega}_0 - \omega)t + (\bar{\omega}_0 - \omega)\sin(\bar{\omega}_0 - \omega)t] \cdot e^{-\zeta\omega_0 t} - (\beta_k - \zeta\omega_0)e^{-\beta_k t} \right] \right] \dots (46)$$

式 (45), (46) を式 (43) に代入し、 $G_x(t, \omega)$  を決定すれば、2. (2) で示した包絡線過程による方法を用いて、系の初通過破壊確率が計算される。また、

$$\sigma_{x^2}(t) = \int_0^{\infty} G_x(t, \omega) d\omega = G_0 \int_0^{\infty} |M_x(t, \omega)|^2 d\omega \dots (47)$$

$$\sigma_{\dot{x}^2}(t) = \int_0^{\infty} \omega^2 G_x(t, \omega) d\omega = G_0 \int_0^{\infty} \omega^2 |M_x(t, \omega)|^2 d\omega \dots (48)$$

$$\begin{aligned} \rho_{x\dot{x}}(t) &= \frac{E[\mathbf{x}(t)\dot{\mathbf{x}}(t)]}{\sigma_x(t)\sigma_{\dot{x}}(t)} \\ &= \int_0^\infty \frac{\partial |M_x(t, \omega)|}{\partial t} |M_x(t, \omega)| d\omega / \\ &\quad \cdot \sqrt{\int_0^\infty |M_x(t, \omega)|^2 d\omega \cdot \int_0^\infty \omega^2 |M_x(t, \omega)|^2 d\omega} \end{aligned} \quad (49)$$

の各式によって  $\sigma_x(t)$ ,  $\sigma_{\dot{x}}(t)$ ,  $\rho_{x\dot{x}}(t)$  が計算できるので, 2. (1) の各式にしたがって, ポアソン近似による方法に基づき, 初通過破壊確率を求めることができる。

以上のように, 式 (34) によってモデル化される非定常不規則外力を受ける線形一自由度振動系の初通過破壊確率は, 外力に関するパラメーター  $C_1, \beta_1, \beta_2, G_0$ , 振動系に関するパラメーター  $\omega_0, \zeta$  および振動系の材料強度に関するパラメーター  $\bar{S}, \delta_s$  によって決定される。本研究では, 表-1 に示す条件を設定し, 数値計算を実施した。表における  $\bar{m}^*$  は, 図-2 に示すように  $\bar{m}(t)$  の最小値, すなわち材料強度の平均値と振動継続時間中における  $\sigma_x(t)$  の最大値  $\sigma_{x,max}$  との比である。この  $\bar{m}^*$  を最小中央安全率と名付けることにする。これは後述するように, 振動系の破壊確率にもっとも大きな影響を与える重要な無次元パラメーターである。また, TYPE A と TYPE B の外力に対応する  $\beta_1, \beta_2$  の値については, 特別な根拠はないが, 図-3 に示すように, それらの形状

表-1 数値計算で使用した各パラメーターの値

外 力		TYPE A ( $\beta_1=0.347, \beta_2=0.694$ ) TYPE B ( $\beta_1=0.173, \beta_2=0.346$ )
振 動 系	固有円振動数 $\omega_0$	$2\pi$ (rad/sec)
	減 衰 定 数 $\zeta$	0.01, 0.05, 0.08
材 料 強 度	分 布 型	条件付正規, 正規, 条件付対数正規, 対数正規分布
	変 動 係 数 $\delta_s$	0, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20
$\bar{m}^*$		3, 4, 5, 6, 8, 10

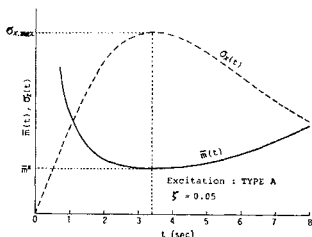


図-2  $\bar{m}(t)$  の時間的変化

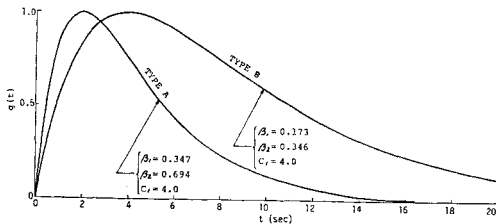


図-3 形状関数

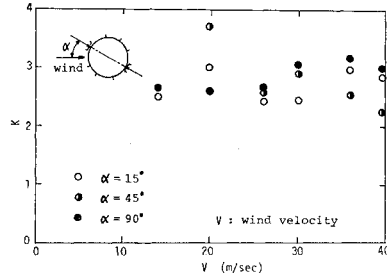


図-4 不規則振動体の最大変位と r.m.s. 値との比

関数  $g(t)$  が, それぞれ 2 秒 (TYPE A) と 4 秒 (TYPE B) で最大になり, かつ同一の  $C_1$  について, 両ピーク値が一致するような値を選定した。さらに  $C_1, G_0, c, \bar{S}$  については, 最小中央安全率  $\bar{m}^*$  が 3~10 の領域に納まるよう適当に定めた。最小中央安全率としてこの範囲の値を設定した理由について, 若干の補足説明を加えておく。図-4 は以前著者らが実施した円形断面を有する鋼製タワーの定常風に対する風洞実験結果であり<sup>18)</sup>, 縦軸  $k$  は, 約 8 秒の測定記録中における風向直角方向の頂部変位の最大値  $y_{max}$  と, その r.m.s. 値  $\sqrt{\bar{y}^2}$  との比である。基部の曲げ応力に関しても, その最大値と r.m.s. 値との比は, ほぼ同様の値を示すものと思われる。図より  $k$  の値は 2 から 4 の間に散らばっていることが認められ, この限られた実験結果の範囲で推量すれば不規則振動体の変動応力の最大値は, r.m.s. 値の 2~4 倍になる確率が非常に高いといえるであろう。もちろん最大値分布の理論<sup>19)</sup>を引用するまでもなく, 可能性としては, r.m.s. 値の 5 倍, 6 倍の最大値が生起することもあり得るのであって, ここでも安全率に基づく許容応力度設計法の問題点が浮き彫りにされる。ともかく許容応力度設計法に基づいて設計された構造物が設計不規則荷重を受ける場合, 構造部材に生ずる応力の r.m.s. 値は, 一般に許容応力度  $S_a$  の 1/2~1/4 程度になる確率が高いように思われる。さらに許容応力度が公称降伏点  $S_{nom}$  の 1/1.7 であれば, 結局, 降伏点の平均値と, 上述した応力の r.m.s. 値との比は, 3~10 程度の範囲にあると推定できる\*。

さて, 図-5(a), (b) は, 振動系に TYPE A と TYPE B の外力が作用する場合の変動応力の r.m.s. 値  $\sigma_x(t)$  を, 式 (47) によって計算した結果である。当然ではあるが,

\* (理由)  $S_{nom}$  を超過確率 95% として決めたとすると,

$$S_{nom} = \bar{S} - 1.645 \sigma_s$$

いま強度の変動係数を  $0 \sim 0.16^{21)}$  とすると, 上式より,

$$\frac{\bar{S}}{S_{nom}} = 1 \sim 1.357$$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{m}^* &= \frac{\bar{S}}{\sigma_{x,max}} = \frac{S_a}{\sigma_{x,max}} \cdot \frac{S_{nom}}{S_a} \cdot \frac{\bar{S}}{S_{nom}} \\ &= (2 \sim 4) \cdot 1.7 \cdot (1 \sim 1.357) \\ &= 3.4 \sim 9.23 \end{aligned}$$

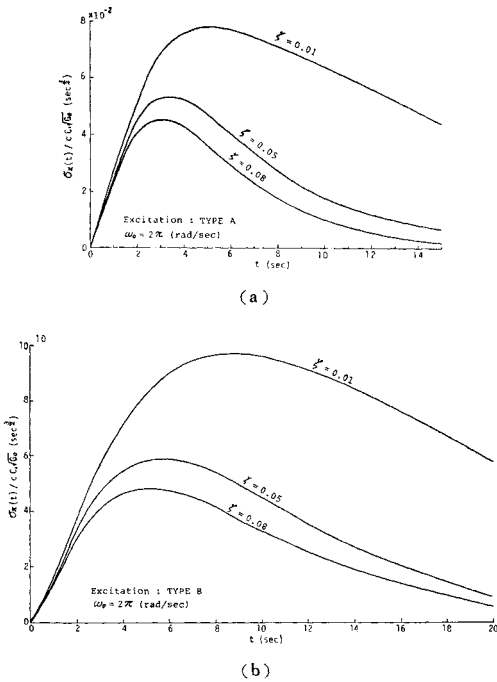


図-5 非定常応力応答の r.m.s. 値

形状関数のピーク値が等しくとも、形状関数、減衰定数によって応答値に明確な差異が生じている。この応答値の差異と振動系の信頼性との関係は、次章で論ずるように、初通過破壊確率によって定量的に明示される。

#### 4. 数値計算結果および考察

前論文で述べたように、定常不規則振動体の初通過破壊確率については材料強度の平均値と応力応答の r.m.s. 値との比  $\bar{m}$ 、材料強度の変動係数  $\delta_s$ 、振動系の固有円振動数  $\omega_0$ 、減衰定数  $\zeta$  という 4 つのパラメーターのみによって一般的な議論を展開することができる。ところが非定常振動体の場合、変動応力応答およびその速度応答の分散が時間的に変化し、さらに両者の間に相関が存在することと、これらの応答諸量の時間的変動特性も個々の外力によって異なるので、パラメーター解析による議論はなかなか難しい。すなわち、上述のパラメーター  $\bar{m}$ 、あるいは応力応答とその速度応答との相関係数  $\rho_{x\dot{x}}$  の時間的変動特性までが、初通過破壊確率を決定する因子であるとすれば、問題があまりにも複雑になる。したがって、本研究では、破壊確率が応答のピーク値が生ずる時刻の  $\bar{m}(t)$  すなわち最小中央安全率  $\bar{m}^*$  によってほぼ決定され、かつその時刻の前後における  $\rho_{x\dot{x}}(t)$  の値が非常に小さいという理由により、 $\bar{m}^*$ 、 $\delta_s$ 、 $\omega_0$ 、 $\zeta$  の 4 つのパラメーターが初通過破壊確率の決定因子であるとして、個々の外力（今回は TYPE A, TYPE B の

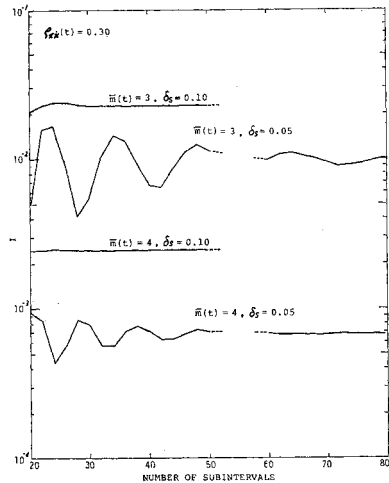


図-6 Gauss の求積法による数値積分の収束性

2 種類) に対する破壊確率と、これらの因子との関係について考察を進めている。なお図-6 は Gauss の求積法による式 (16) の定積分の収束性を示したものであるが、 $\bar{m}(t)$  と  $\delta_s$  が大きくなるにしたがって収束性が向上することがわかる。

#### (1) 両近似解法と初通過破壊確率との関係

前述の両近似解法に基づき、表-1 に示した種々の条件下での振動体の初通過破壊確率を計算した。図-7(a)~(c) は、外力を TYPE A, 材料強度の確率分布を正規分布とした場合の破壊確率  $P_f$  と最小中央安全率  $\bar{m}^*$  との関係、強度の変動係数  $\delta_s$  をパラメーターとして示したものである。これらの図より、定常問題の場合に比べて、両近似解法による破壊確率の推定値に顕著な差異が認められないこと、さらに振動系の減衰定数が 0.05, 0.08 になると、両推定値の差が、 $\bar{m}^*$  や  $\delta_s$  の値にほとんど無関係であるといえる。また、その場合、Yang<sup>8)</sup> によっても指摘されたように、包絡線過程による方法に基づく破壊確率の方が大きい値を示し、この解法の精度が悪化していることがわかる。これは Lyon<sup>20)</sup> によって定義された clump size の期待値が 1 を下回ったためであるが、詳細な検討は、シミュレーションによって応答過程と包絡線過程を発生させ、求めた clump の統計量に頼らねばならない。また、そうすることによって、両解法の精度についても検討を加えることができる。なお本論文における以後の考察は、一応包絡線過程による計算結果に基づいて展開されている。以下、(2)~(4) で初通過破壊確率と、それに影響を及ぼす諸因子との関係を検討してゆく。

#### (2) 材料強度のばらつきとその確率分布型の影響

材料強度のばらつきが振動体の破壊確率へ及ぼす影響



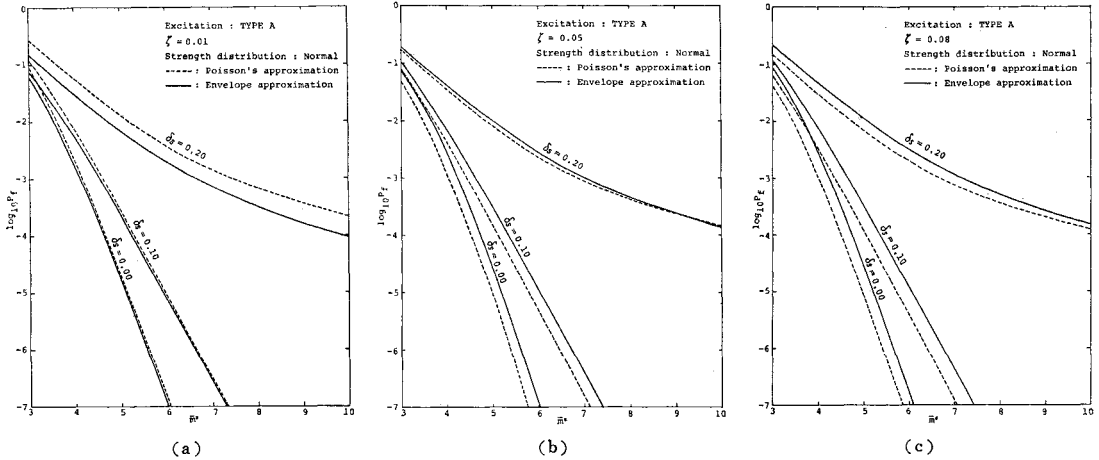


図-7 両近似解法による初通過破壊確率の比較

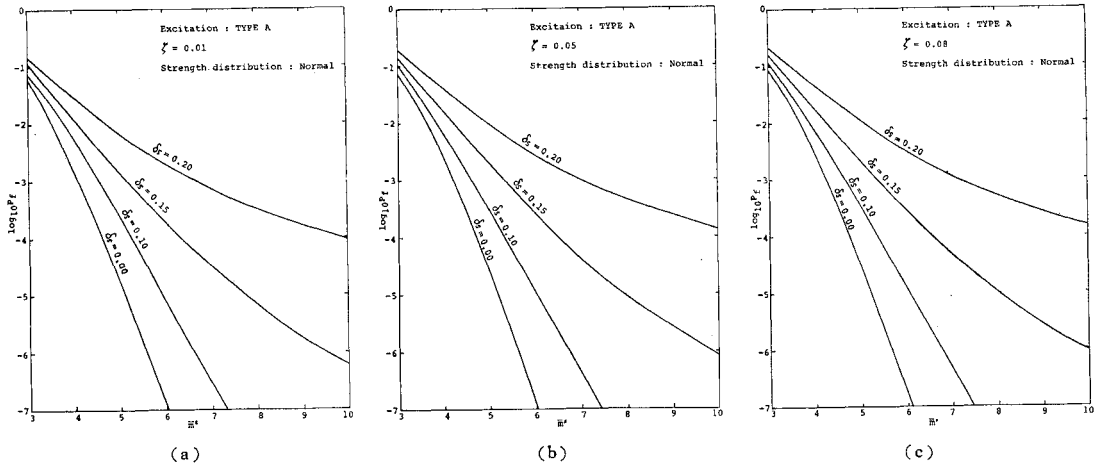


図-8 最小中央安全率と初通過破壊確率との関係

については、変動係数  $\delta_s$  をパラメーターとし、破壊確率と最小中央安全率  $m^*$  との関係を示す 図-8 (a)~(c) によって考察することができる。これらの図は、外力を TYPE A、材料強度の確率分布を正規分布としたときの結果であるが、TYPE B の外力に対してもほぼ同様の図となる。これらの図から、強度のばらつきの影響が、最小中央安全率  $m^*$  の値の大きいときほど著しいことは明瞭であるが、これを定量的に把握するため、3~6 の  $m^*$  に対する破壊確率を表-2 のように表わした。これにより、たとえば  $m^*=3$  の場合には、 $\delta_s$  を 0.0 としても、0.10 としても破壊確率にそれほど著しい差異は認められないが、 $m^*=5$  とすると、両者の差異は顕著になり、約1桁もの差が生じることが、容易に理解できる。さらにもし前論文の計算例で使用した構造用鋼材 SS 41<sup>2)</sup> の降伏点のように、その変動係数が 16.2% にも達する場合には、この差が約2桁にもなる。したがって、特にそのような場合には、振動体の安全性評価に際

表-2 最小中央安全率と初通過破壊確率との関係

$m^*$	$\delta_s$ 0	0.05	0.10	0.15	0.20
3	$5.6 \times 10^{-2}$	$6.1 \times 10^{-2}$	$7.6 \times 10^{-2}$	$1.0 \times 10^{-1}$	$1.4 \times 10^{-1}$
4	$1.7 \times 10^{-3}$	$2.3 \times 10^{-3}$	$5.0 \times 10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-2}$	$2.9 \times 10^{-2}$
5	$2.0 \times 10^{-5}$	$4.0 \times 10^{-5}$	$2.1 \times 10^{-4}$	$1.4 \times 10^{-3}$	$6.8 \times 10^{-3}$
6	$1.2 \times 10^{-7}$	$3.6 \times 10^{-7}$	$8.3 \times 10^{-6}$	$1.9 \times 10^{-4}$	$2.0 \times 10^{-3}$

して、材料強度のばらつきの影響を無視し得ないことが明白となった。

次に 図-9 (a)~(c) は、材料強度の確率分布型と破壊確率との関係を示すものである。最小中央安全率  $m^*$  と変動係数  $\delta_s$  がともに大きくなれば、強度の分布型を正規分布とみなすか、対数正規分布とするかによって、破壊確率の推定値にかなり大きな差異が認められるが、 $m^*$ 、 $\delta_s$  がそれぞれ 5、0.10 以下であるような場合には、分布型の選択にあまりしゅん巡することはなく、対数正規分布とする統計学的根拠に乏しい場合は、若干簡明であるという理由によって、正規分布するものとして破壊

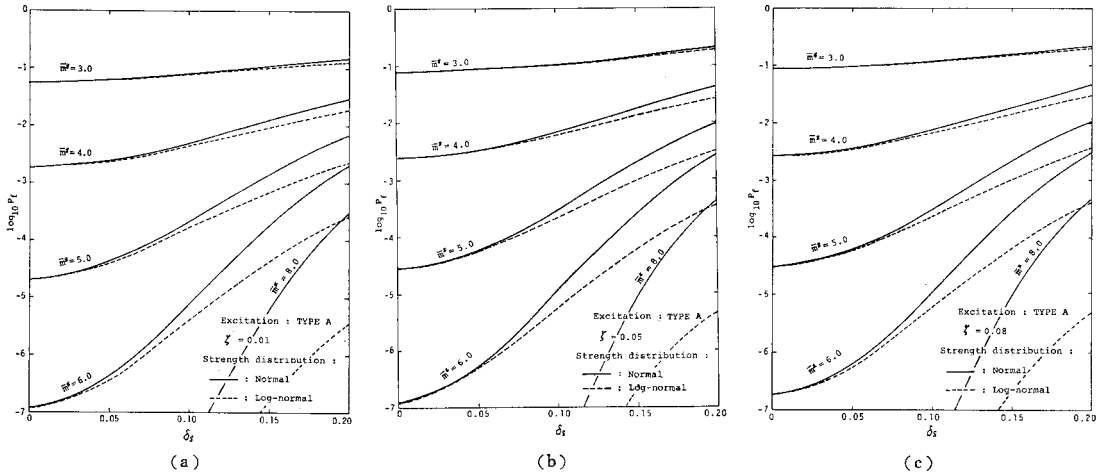


図-9 材料強度の確率分布型による初通過破壊確率の差異

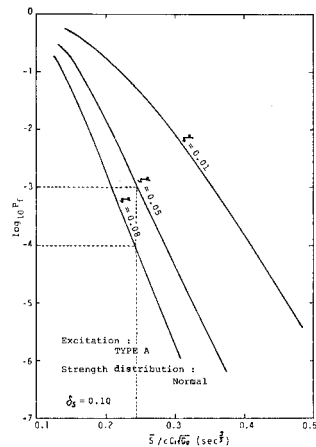
確率を評価するのが良策と考える。いずれにしても以下では強度が正規分布するものとして考察を進めてゆくが、もちろん、その結果は対数正規分布とした場合にも成立する。

(3) 減衰定数の影響

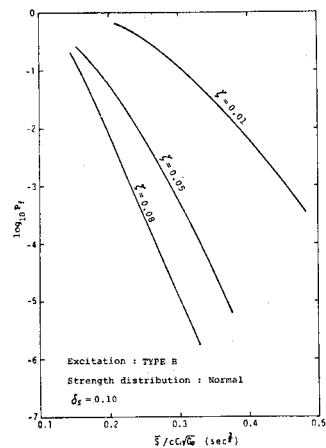
振動系の減衰特性は応答値に強い影響を与えるが、われわれにとって興味深いのは、それがどのように系の信頼度に関与するののかという問題である。図-10 (a), (b) はそれに対する解答を与えてくれる。図-10 (a) は系が TYPE A の外力を受ける場合の破壊確率  $P_f$  と  $\bar{S}/cC_1\sqrt{G_0}$  との関係を示したものであり、図-10 (b) は TYPE B の外力に対する結果である。図より、同一のばね定数および材料強度特性（平均値と変動係数および確率分布型）を有する振動系に同一の非定常不規則外力が作用するときの、破壊確率と系の減衰定数との関係をくみとることができる。たとえば図-10 (a) は、 $\bar{S}/cC_1\sqrt{G_0}$  が 0.25 程度の場合、 $\zeta=0.08$  の振動系の破壊確率と、 $\zeta=0.05$  のそれとに約1桁の差異があることを示している。さらに材料の疲労・腐食、継手部分のゆるみなどによって、建設時よりも振動系の減衰性能が劣化する場合の信頼度の低下率<sup>22)</sup>もこれらの図によって定量的に評価できるものとする。

(4) 外力の形状関数の影響

振動系の応答値は、たとえ外力のピーク時の振幅（たとえば地震力の場合には、最大地盤加速度など）が同一であっても、その振幅特性を与える形状関数によって大きく異なることは、図-5 (a), (b) に示したとおりである。その影響が破壊確率にも及んでゆくことは、直感的にも容易に想像できるが、破壊確率  $P_f$  と  $\bar{S}/cC_1\sqrt{G_0}$  との関係を、形状関数をパラメーターにして示した図-



(a)



(b)

図-10 振動系の減衰性と初通過破壊確率との関係

11 (a)~(c) は、それを定量的に示している。たとえば  $\zeta=0.01$  の場合、TYPE A の外力に対しては  $P_f=$

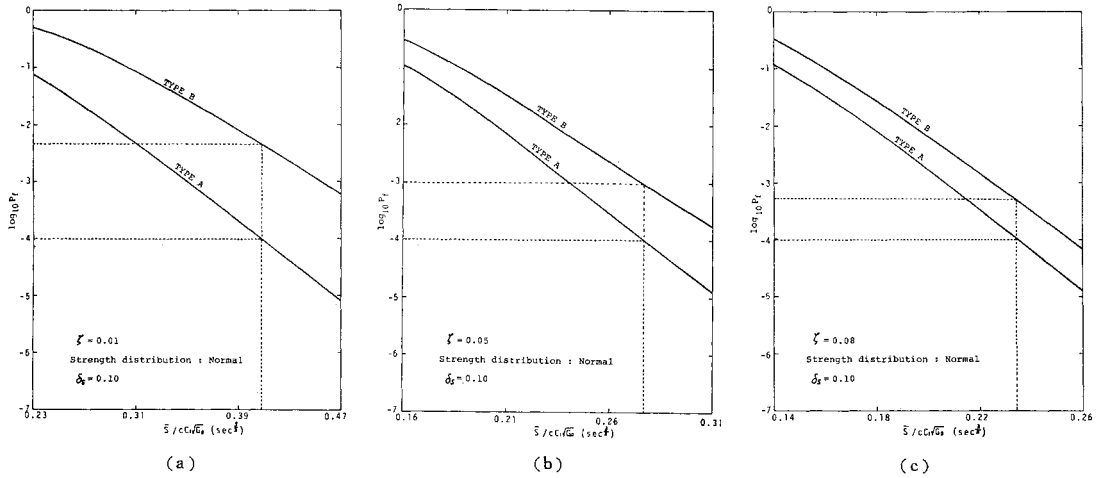


図-11 非定常外力の形状関数と初通過破壊確率との関係

$10^{-4}$  である振動系も、ピーク値が等しく、振幅の時間的変化特性の異なる TYPE B の外力に対しては、それが約  $4 \times 10^{-3}$  と大幅に増大することがわかる。さらに (a)~(c) の図を比較すれば、減衰性の小さい振動系ほど、外力の時間的な変動特性によって、その信頼度が大きく変動することが容易に理解できる。

(5) 信頼性設計と材料強度のばらつきについて

前述のように、非定常不規則外力を受ける構造物の信頼度は、厳密には  $\bar{m}^*$ ,  $\delta_s$ ,  $\omega_0$ ,  $\zeta$  という4つの因子のみによって決定されるのではない。しかし、力学特性があらかじめ与えられ、その信頼度を単に評価するだけが目的であればともかく、許容破壊確率  $P_{f,a}$  (栗林・田崎<sup>22)</sup> によれば、“社会的に受忍され得る危険率”) を設定し、それを満たすような構造物を設計する場合、すなわち信頼性設計を行う場合には、たとえば  $\bar{m}$ ,  $\rho_{x\dot{x}}$  の時間的変化までも考慮することは、良策とはいえないであろう。その場合、破壊確率の評価の精度を多少犠牲にして

も、許容破壊確率  $P_{f,a}$  に対応する最小中央安全率  $\bar{m}^*$  (以下  $\bar{m}_a^*$  とする) を基準とする設計法が一つ考えられる。

図-12 は、減衰定数が 0.01、固有円振動数が  $2\pi$  rad/sec の振動系に、TYPE A の非定常外力が作用する場合の  $\bar{m}_a^*$  と  $\delta_s$  との関係を、 $P_{f,a}$  をパラメータとして描いたものである。この図より、ある適当な  $P_{f,a}$  を設定すれば、材料強度の変動係数に応じた  $\bar{m}_a^*$  が決定される。定義により  $\bar{m}^* = \bar{S}/\sigma_{x,\max}$  であるから、 $\sigma_{x,\max}$  が  $\bar{S}/\bar{m}_a^*$  を超過しないよう部材断面を設計すれば、振動体は、あらかじめ設定された信頼度を有することになる<sup>23)</sup>。

さて、ここで材料強度のばらつきと  $\bar{m}_a^*$  との関係に

表-3 許容破壊確率と所要最小中央安全率  $\bar{m}_a^*$  との関係 (a)  $\zeta=0.01$

$P_{f,a} \backslash \delta_s$	0	0.05	0.10	0.15
$10^{-2}$	3.58	3.62	3.78	4.11
$10^{-3}$	4.16	4.23	4.51	5.20
$10^{-4}$	4.67	4.80	5.22	6.38
$10^{-5}$	5.13	5.31	5.93	7.76

(b)  $\zeta=0.05$

$P_{f,a} \backslash \delta_s$	0	0.05	0.10	0.15
$10^{-2}$	3.67	3.72	3.88	4.27
$10^{-3}$	4.23	4.31	4.63	5.33
$10^{-4}$	4.73	4.87	5.33	6.51
$10^{-5}$	5.20	5.38	6.07	8.03

(c)  $\zeta=0.08$

$P_{f,a} \backslash \delta_s$	0	0.05	0.10	0.15
$10^{-2}$	3.69	3.73	3.93	4.31
$10^{-3}$	4.24	4.32	4.65	5.38
$10^{-4}$	4.74	4.88	5.36	6.60
$10^{-5}$	5.21	5.39	6.09	8.04

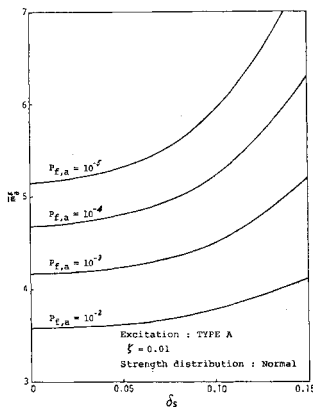


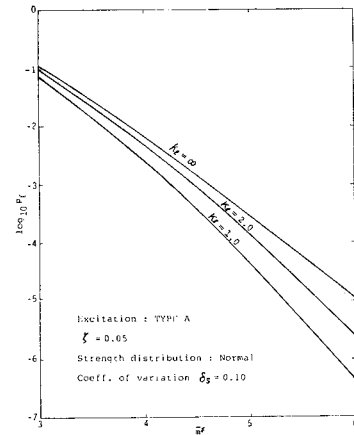
図-12 許容破壊確率と所要最小中央安全率との関係

ついて考察する。表—3 (a)~(c) は、いずれも TYPE A の外力に対する  $P_{f,a}$  と  $\delta_s$  および  $\bar{m}_a^*$  との関係を示したものである。いま  $\zeta=0.01$  とし、 $P_{f,a}$  が  $10^{-2}$  に設定されたとする。もし材料強度にばらつきがないものとすれば、 $\delta_s=0.0$  であるから、このとき表より  $\bar{m}_a^*=3.58$  となる。一方、強度にかなり大きなばらつきがあって、その変動係数  $\delta_s$  が 0.10 であるとしても、 $\bar{m}_a^*=3.78$  である。よって両者にあまり大きな相違はない。これに対して、 $P_{f,a}$  を  $10^{-4}$  に設定すると、その差がかなり大きくなることは、表より明瞭である。さらにこの場合、前述の SS 41 のように変動係数が 16.2% にも達すれば、両者の比は約 0.6 程度になり、ばらつきのもつ弊害が大きくクローズアップされる。したがって、許容破壊確率が  $10^{-4} \sim 10^{-6}$ <sup>24)</sup> 程度の高信頼度が要求される構造設計においては、信頼度の推定に際して、材料強度のばらつきを忠実に考慮しなければならないと同時に、ばらつきをできるだけ小さくするような対策が、経済上の見地から特に要求される。

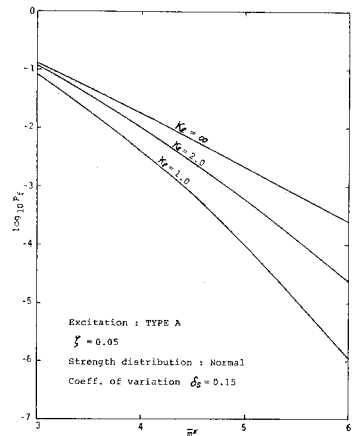
#### (6) 製品・載荷試験による信頼性向上効果

前論文でも述べたように、あらかじめ製品試験によって材料強度をチェックするなり、あるいはしゅん工後の構造物に対して載荷試験を行えば、材料強度にある保証値が与えられる。したがって、設計段階で推定した信頼度よりもその時点における構造物の信頼度は向上する。すなわち、通常の載荷試験は、理論および計算の妥当性を判断するうえでの貴重な資料を提供すると同時に、構造部材の強度に保証を与え、信頼度を設計時よりも向上させるという2つの目的を有していると考えられる。この信頼性向上効果は、図—13 (a), (b) によって定量的に把握することができる。いずれも減衰定数が 0.05 の振動系に TYPE A の外力が作用する場合を想定したもので、図—13 (a) は材料強度の変動係数  $\delta_s$  が 0.10、図—13 (b) は  $\delta_s$  が 0.15 の場合の結果である。図中の  $\kappa_l$  は材料強度の下限を示すパラメータで、式 (9) で表わされる。設計時には、材料強度の下限に制約条件を与えることができないので、 $\kappa_l = \infty$  に対する曲線によって、あるパワーを有する不規則外力を受ける振動系の破壊確率が推定できる。これに対して、 $\kappa_l = 1.0$  および  $\kappa_l = 2.0$  に対する曲線が、製品・載荷試験後の破壊確率を与える。これらの曲線を比較し、信頼性向上効果を知ることができる。図より、最小中央安全率  $\bar{m}^*$  の値が大きいほど、すなわち設計時に高信頼度が要求される場合ほど、向上効果が大きいことがわかる。また、両図を比較すれば、材料強度のばらつきが大きいときほど、その効果が著しいことは明らかである。

従来の構造物の信頼性に関する研究は、一部の研



(a)



(b)

図—13 製品・載荷試験による信頼性向上効果

究<sup>25), 26)</sup>を除けば、そのほとんどが、材料強度が無条件に確率分布とした、設計の時点における信頼度を論じたものである。しかし、社会あるいは個人にとって問題になるのは、構造物が完成し、人々の要求に応じようとしてからの構造信頼性であることも忘れてはならないであろう。したがって、上述の信頼性向上効果、あるいは構造物の耐用期間中における材料の劣化等に伴う信頼性の低下<sup>27)</sup>に関する問題を究明する意義は大きいものと思われる。なお設計時にあらかじめ、金属・冶金学的な根拠によって、材料強度の上・下限を設定できれば、その時点においても、現状より、より精度の高い信頼度を推定することができる。

## 5. 結 言

非常定不規則振動体の初通過破壊確率に関して特記すべき研究成果は次のとおりである。

(1) 両近似解法—ポアソン近似による方法と包絡

線過程による方法一による初通過破壊確率の計算値の差異は、定常問題の場合に比してかなり小さい。また、本研究の範囲内で判断する限り、振動系の減衰定数が 0.01 のように小さい場合、最小中央安全率  $m^*$  の値にかかわらず、包絡線過程による方法が望ましく、 $\zeta$  が 0.05 を越えるような場合には、計算の簡便性からいっても、ポアソン近似による方法が有効である。

(2) 非定常外力のピーク値が同一であっても、その振幅特性の時間的な変動性状が異なる場合には、振動系の初通過破壊確率にかなり大きな差異が生じる。この傾向は系の減衰定数が小さいほど著しく、したがって、減衰定数の小さい構造物の安全性を議論する場合には、非定常外力のモデル化について、特に慎重な検討が必要であると考えられる。

さらに非定常不規則振動体に関しても、新たに最小中央安全率  $m^*$  を定義することによって、前回の定常不規則振動体の初通過破壊確率に関する研究によって得られた結論と、定性的にはほぼ同様の特性が得られた。すなわち、

(3) 材料強度の平均値と、非定常応力応答の最大 r.m.s. 値との比である最小中央安全率  $m^*$ 、および強度の変動係数が大きい場合には、強度のばらつきが振動系の破壊確率に非常に強い影響を及ぼす。したがって、高信頼度が要求される構造設計においては、強度のばらつきに対する配慮を欠かせない。

(4) 材料強度の確率分布については、対数正規分布とする統計的根拠に乏しい場合は、正規分布として破壊確率を評価するのが望ましい。

(5) 構造物の動的設計において、強度のばらつきの大い材料を使用する場合には、断面性能を高める割には信頼度が向上しないので、非常に不経済である。

(6) 製品・載荷試験による構造物の信頼性向上効果は、設計時の設定信頼度が高く、材料強度のばらつきが大きいときほど著しい。

(7) 金属・冶金学的論拠により材料強度の上・下限を設定することは、的確な信頼性の評価値を算定するために重要な問題である。

(8) 最小中央安全率  $m^*$  を用いて、信頼性理論に基づく部材断面の動的設計への 1 種のアプローチが提示された。

現在、安全性評価への確率論的アプローチは、理論的研究から、実用化への研究へと、その視点が移行しつつある<sup>24)</sup>。しかし、静的な荷重、もしくは静的な荷重とみなしても支障のない荷重に対してはともかく、動的な外力、特に非定常外力に対する構造物の安全性と信頼性については、解決すべき問題がまだまだ多いと思われる。たとえば非定常スペクトルの定義<sup>25)</sup>、あるいは地震

動の継続時間<sup>26)</sup>などについても、統一的な見解は得られていないようである。構造物の動的信頼性設計の体系化は、これらの諸問題を克服し、静的信頼性理論で行われているキャリブレーション手法<sup>30)</sup>などの実用化へ向けての研究の蓄積に待たねばならないが、本研究はその一部をなす基礎的研究である。

終りに臨み、本研究の遂行に際し多大の便宜を与えられた広島大学 嶋津孝之助教授、広島工業大学 藤原真一助手に心からの謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 高岡宣善：構造物の設計・安全性・信頼性，土木学会誌，Vol. 61, No. 3, pp. 33~41, 1976年3月。
- 2) 松尾 稔：土構造物の安全性評価における土質力学の役割，土木学会誌，Vol. 58, No. 2, pp. 18~24, 1973年2月。
- 3) 高岡宣善・星谷 勝：信頼性理論と確率論の土木工学への応用，土木学会誌，Vol. 60, No. 9, pp. 61~69, 1975年8月。
- 4) 小松定夫・中山隆弘：材料強度のばらつきを考慮した定常不規則振動体の初通過破壊確率の研究，土木学会論文報告集，No. 250, pp. 25~36, 1976年6月。
- 5) 小堀鐸二・南井良一郎：非定常ランダム応答の等価線型化解法，京大防災研究所年報，No. 10-A, pp. 235~260, 1967年3月。
- 6) Yamada, Y. and H. Takemiya: Studies on the statistical aseismic safety of relatively long period structures, Proc. of JSCE, No. 172, pp. 63~78, Dec., 1969.
- 7) Rice, S.O.: Mathematical analysis of random noise, Selected papers on noise and stochastic processes, ed. by Wax, N., Dover, New York, pp. 136~246, 1955.
- 8) Yang, J.N.: Nonstationary envelope process and first excursion probability, Jour. of Struct. Mech., Vol. 1, No. 2, pp. 231~248, 1972.
- 9) Cramer, H. and Leadbetter, M.R.: Stationary and Related Stochastic Processes, John Wiley & Sons, Inc., New York, pp. 248~252, 1967.
- 10) Shinozuka, M. and Y. Sato: Simulation of random processes, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. EM 1, pp. 11~40, 1967.
- 11) Lennox, W.C. and D.A. Fraser: On the first-passage distribution for the envelope of a nonstationary narrowband stochastic process, Jour. of Applied Mech., Vol. 41, No. 3, pp. 793~797, Sept., 1974.
- 12) Corotis, R.B., Vanmarcke, E.H. and C.A. Cornell: First passage of nonstationary random processes, Proc. of ASCE, Vol. 98, No. EM 2, pp. 401~414, April, 1972.
- 13) Priestley, M.B.: Power spectral analysis of nonstationary random process, Jour. of Sound and Vib., Vol. 6, pp. 86~97, 1967.
- 14) Lin, Y.K.: Nonstationary shot noise, Jour. of Acoust. Soc. of Amer., Vol. 36, No. 1, pp. 82~84, Jan., 1964.
- 15) 千葉利晃：構造物の不確定要因を考慮した地震応答解析，土木学会第 32 回年次学術講演会講演概要集第 I 部，pp. 500~501, 1977年10月。
- 16) 白木 渡・高岡宣善：確率過程論による 静定構造物の信頼性解析，土木学会論文報告集，No. 258, pp. 23~33, 1977年2月。
- 17) 伯野元彦・四俣正俊・大河原重昭・橋爪 隆：不規則外力による梁の動的破壊に関する基礎研究，土木学会第 23

- 回年次学術講演会 講演概要集 第 I 部門, pp. 353~356, 1968 年 10 月.
- 18) Komatsu, S., Kobayashi, H. and T. Nakayama : Safety and reliability of steel tower against wind, Tech. Reports of the Osaka Univ., Vol. 20, No. 972, pp. 823~845, 1970.
- 19) 亀田弘行：不規則地震動に対する 構造物の最大応答の推定法について, 土木学会論文報告集, No. 201, pp. 1~12, 1972 年 5 月.
- 20) Lyon, R.H. : On the vibration statistics of a randomly excited hard-spring oscillator II, Jour. of Acoust. Soc. of Amer., Vol. 33, No. 10, pp. 1395~1403, 1961.
- 21) 西村 昭：鋼材の機械的性質のばらつきについて, JSSC, Vol. 5, No. 48, pp. 68~74, 1969.
- 22) 栗林栄一・田崎忠行：サイズミックリスクを考慮した経年変化をとまなう 構造物の設計手法の適用例, 土木学会第 31 回年次学術講演会講演概要集第 I 部, pp. 386~387, 1976 年 10 月.
- 23) 小松定夫・中山隆弘：文献 4) への討議に対する回答, 土木学会論文報告集, No. 262, pp. 155~158, 1977 年 6 月.
- 24) 伊藤 学：構造設計における安全性の規範, 土木学会誌, Vol. 60, No. 9, pp. 35~43, 1975 年 9 月.
- 25) Konishi, I., Kitagawa, T. and M. Katsuragi : Structural reliability analysis considering strength assurance level, Papers presented at the Japan-U.S. Joint Seminar on Reliability Approach in Structural Engineering, ed. by Freudenthal, A.M., Shinozuka, M., Konishi, I. and T. Kanazawa, Maruzen Co., LTD., Tokyo, pp. 91~110, 1975.
- 26) Fuzino, Y. and N.C. Lind : Proof-load factors and reliability, Proc. of ASCE, Vol. 103, No. ST 4, pp. 853~870, Apr., 1977.
- 27) Kameda, H. and T. Koike : Reliability analysis of deteriorating structures, Papers presented at the Japan-U.S. Joint Seminar on Reliability Approach in Structural Engineering, ed. by Freudenthal, A.M., Shinozuka, M., Konishi, I. and T. Kanazawa, Maruzen Co., LTD., Tokyo, pp. 91~110, 1975.
- 28) 星谷 勝：非定常確率過程のスペクトル解析, 土木学会誌, Vol. 60, No. 3, pp. 41~46, 1975 年 3 月.
- 29) 亀田弘行：構造物の非弾性応答からみた地震動の等価継続時間の表現法, 土木学会第 31 回年次学術講演会講演概要集第 I 部, pp. 407~408, 1976 年 10 月.
- 30) Cornell, C.A. : A probability-based structural code, ACI Jour., Vol. 66, pp. 974~983, Dec., 1969.

(1977.11.15・受付)