

折板構造解析による閉リブ鋼床板の 弾性挙動の研究

STUDY ON THE ELASTIC BEHAVIOR OF STEEL BRIDGE
DECK REINFORCED BY CLOSED FORM RIBS
BY MEANS OF FOLDED PLATE ANALYSIS

大島 俊之*・能町 純雄**

By Toshiyuki OHSHIMA and Sumio NOMACHI

1. ま え が き

従来行われてきた補剛リブ付き鋼床板に関する研究は膨大なものであるが、これらはディスクリートな補剛部分を連続体モデルで置き換える直交異方性板理論による方法と、スキンプレーートの連続性を補剛リブにまとめてディスクリート化する格子桁理論とに大別することができよう。

前者に関しては Trenks¹⁾, Timoshenko²⁾, Cornelius³⁾, Huber⁴⁾, Geyon⁵⁾, Massonnet⁶⁾, Pelikanu. Esslinger⁷⁾, Gienke⁸⁾ などの研究があり、また、後者については Homberg⁹⁾, Leonhart¹⁰⁾ に代表される理論とそれらを拡張した数々の研究があげられる。

最近、これらと視点を変え、構造に、より忠実なモデル化に立脚した Finite Strip Method による研究が、Boukamp と Powell¹¹⁾ によって行われ、断面形状の変化を考慮した解析方法が示されている。

折板構造そのものについては、Goldberg ら¹²⁾の弾性厳密解を始めとして、板要素の変位を短軸方向に簡単な分布関数で近似した折板理論が Vlasov¹³⁾, Scodelis¹⁴⁾, Cheung¹⁵⁾, 奥村¹⁶⁾, 能町^{17), 18)}によって行われ、各種の薄肉構造物が解明されている。

一方、構造物のメンバーの組合せが同じパターンで繰り返される場合には、離散型の Fourier 変換 (有限 Fourier 定和分変換)¹⁹⁾ で処理できるが、この点に注目した構造解析が、能町²⁰⁾, Dean ら²¹⁾, GangaRao ら²²⁾, 大城²³⁾, Avent ら²⁴⁾によって行われ興味ある結果が示されている。

本論文では多くの閉リブで補剛されたデッキプレート構造を、折板の同じパターンの繰り返しと想定し、基本式を定和分変換理論によって解析する。

数値計算による検討においては、本論文の解式による結果を他の解法による結果と比較をしたのち、リブが接合線でヒンジ結合によりデッキプレートを補剛している構造との比較をしつつ、多数の閉リブを有する鋼床板の変形性状、応力分布を明らかにするとともに、模型による実験と対比して、その分布傾向を検討する。

また、同じ構造物について、鋼材の体積を一定にして、リブ間隔、リブの断面形状などを変えた場合の応力分布の変化、縦リブスパン長を変化させた場合の変形、応力の変動状況を求め、その構造特性を検討する。

2. 解析理論概要および準備公式

(1) 解析理論概要

対象として取扱う構造はデッキプレートとそれを下から補強する多数の逆台形閉リブから構成される一方向片面補剛の鋼床板である。

構造を数学的モデルに置き換えるために、ここで用いられる折板理論は最初、能町¹⁷⁾, 尾崎¹⁸⁾によって用いられた変位せん断公式を用いるもので、折板要素の長軸方向の面外曲げ剛性を無視した仮定に基づいたものである。

しかし、閉リブ鋼床板にこの折板理論を適用して、デッキプレートと同時に閉リブ断面のラーメン効果を、折板要素の短軸方向面外曲げ剛性として評価することができるので、床板各部について局所的応力をも含めて検討を行うことが可能となる。

節点の変位は閉リブの長軸方向に連続関数、閉リブの長軸に直角な水平軸方向 (以下短軸方向という) には離散関数として表現できる。すなわち、節点における力のつり合いから節点変位に関する微分差分方程式が与えられる。この場合、微分差分方程式を直接連立に解くことなく、長軸方向に有限 Fourier 変換 (Finite Fourier

* 正会員 工修 北見工業大学助教授 工学部開発工学科

** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

Transform)²⁵⁾, 短軸方向に有限 Fourier 定和分変換 (Finite Fourier Integration Transform)^{19), 20)} を適用して, 像関数を処理し, 逆変換によって, Field Solution^{21), 22)} とよばれる二重級数の形で解を求めることができる。

閉リブの個数がパラメーターとして解式に含まれるので, 閉リブの個数がどれほど多くても, 数値計算プログラムはリブの数の指定をするだけで計算できるという利点がある。

(2) 変位せん断公式^{17), 18)}

構造を数学的モデルに置きかえるためにまず1個の折板要素の境界に作用する力, 曲げモーメントと, 境界の変位との関係式が必要である。ここでは式の誘導の詳細は文献^{17), 18)} を参照していただくことにして結果のみを次に記すことにする。

$$\begin{Bmatrix} \dot{T}_{AB} \\ \dot{T}_{BA} \end{Bmatrix} = \frac{N}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_A \\ \dot{u}_B \end{Bmatrix} + \frac{\nu N}{2h} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_A \\ \dot{v}_B \end{Bmatrix} + \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{AB} \\ S_{BA} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

ただし,

$$N = \frac{Eth}{1-\nu^2}, \quad \dot{f} = \frac{df}{dx}, \quad \nu = \text{Poisson's ratio}$$

$$\begin{Bmatrix} S_{AB} \\ S_{BA} \end{Bmatrix} = \frac{N}{h^2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_A \\ v_B \end{Bmatrix} + \frac{Gt}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{u}_A \\ \dot{u}_B \end{Bmatrix} + \frac{\nu N}{2h} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_A \\ \dot{u}_B \end{Bmatrix} + \frac{Gth}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_A \\ \dot{v}_B \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{AB} \\ M_{BA} \end{Bmatrix} = 2K \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} - 6K \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} R + \begin{Bmatrix} C_{AB} \\ C_{BA} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(3)$$

ここで, $R = (w_B - w_A)/h$ とおくと,

$$\begin{Bmatrix} M_{AB} \\ M_{BA} \end{Bmatrix} = 2K \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} - \frac{6K}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_A \\ w_B \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} C_{AB} \\ C_{BA} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

$$\begin{Bmatrix} X_{AB} \\ X_{BA} \end{Bmatrix} = -\frac{1}{h} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{AB} \\ M_{BA} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X_{AB}^0 \\ X_{BA}^0 \end{Bmatrix},$$

$$K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)h} \dots\dots\dots(5)$$

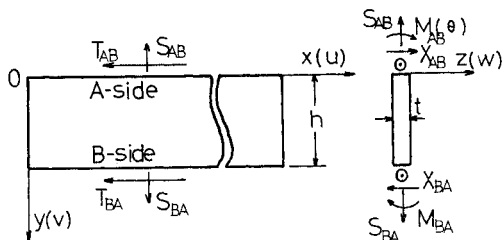


図-1 折板要素

ただし, C_{AB}, C_{BA} は荷重項, R は部材回転角, X_{AB}^0, X_{BA}^0 は荷重によるせん断力である。

(3) 有限 Fourier 変換²⁵⁾

関数 $f(x)$ が $0 < x < l$ で Diriclet の条件を満足するとき, 有限 Fourier 変換は,

$$S_m[f(x)] = \int_0^l f(x) \sin \frac{m\pi x}{l} dx \dots\dots\dots(6)$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

この逆変換は,

$$f(x) = \frac{2}{l} \sum_{m=1}^{\infty} S_m[f(x)] \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots\dots(7)$$

与えられる。

(4) 有限 Fourier 定和分変換^{19), 20)}

関数 $f(r)$ が等区間に分割された座標上の離散型関数とし, 次の表現を定義する。

$$S_i[f(r)] = \sum_{r=1}^{n-1} f(r) \sin \frac{i\pi r}{n} \dots\dots\dots(8)$$

$$C_i[f(r)] = \sum_{r=1}^{n-1} f(r) \cos \frac{i\pi r}{n} \dots\dots\dots(9)$$

この逆変換として,

$$f(r) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} S_i[f(r)] \sin \frac{i\pi r}{n} \dots\dots\dots(10)$$

$$f(r) = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^n R_i[f(r)] \cos \frac{i\pi r}{n} \dots\dots\dots(11)$$

ただし,

$$R_i[f(r)] = \omega_i \left\{ C_i[f(r)] + \frac{1}{2} (-1)^i f(n) + \frac{1}{2} f(0) \right\} \dots\dots\dots(12)$$

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{1}{2} & i=0, n \\ 1 & i=1, 2, \dots, n-1 \end{cases}$$

ここで,

$$\Delta^2 f(r) = f(r+1) - 2f(r) + f(r-1) \dots\dots\dots(13)$$

$$\Delta f(r) = f(r+1) - f(r-1) \dots\dots\dots(14)$$

を定義すると, 次の sine 変換と cosine 変換に関する式が得られる。

$$S_i[\Delta^2 f(r)] = -\sin \frac{i\pi}{n} \{ (-1)^i f(n) - f(0) - D_i S_i[f(r)] \} \dots\dots\dots(15)$$

$$S_i[\Delta f(r)] = -2 \sin \frac{i\pi}{n} R_i[f(r)] \dots\dots\dots(16)$$

$$C_i[\Delta^2 f(r)] = (-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) - D_i R_i[f(r)] \dots\dots\dots(17)$$

$$C_i[\Delta f(r)] = -(-1)^i \Delta f(n-1) - \Delta f(0) + \left(1 + \cos \frac{i\pi}{n} \right) \{ (-1)^i f(n) + f(0) \}$$

$$+ 2 \sin \frac{i\pi}{n} S_i[f(r)] \dots\dots\dots (18)$$

ただし,

$$D_i = 2 \left(1 - \cos \frac{i\pi}{n} \right)$$

3. 閉リブ鋼床板の基礎方程式と周辺単純支持の場合の解

(1) 基礎微分方程式

図-2 および 図-3 を参照して節点における力と曲げモーメントのつりあい式が以下のように求められる。

2r' において:

$$M_{2r',2r} + M_{2r',2r'+1} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

$$\dot{T}_{2r',2r} + \dot{T}_{2r',2r'+1} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

$$S_{2r',2r'+1} - S_{2r',2r} \sin \alpha + X_{2r',2r} \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots (21)$$

$$X_{2r',2r'+1} - S_{2r',2r} \cos \alpha - X_{2r',2r} \sin \alpha = 0 \dots\dots\dots (22)$$

2r'+1' において:

$$M_{2r'+1',2r+1} + M_{2r'+1',2r'} = 0 \dots\dots\dots (23)$$

$$\dot{T}_{2r'+1',2r+1} + \dot{T}_{2r'+1',2r'} = 0 \dots\dots\dots (24)$$

$$S_{2r'+1',2r'} - S_{2r'+1',2r+1} \sin \alpha - X_{2r'+1',2r+1} \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots (25)$$

$$X_{2r'+1',2r'} + S_{2r'+1',2r+1} \cos \alpha - X_{2r'+1',2r+1} \sin \alpha = 0 \dots\dots\dots (26)$$

2r において:

$$M_{2r,2r+1} + M_{2r,2r-1} + M_{2r,2r'} = 0 \dots\dots\dots (27)$$

$$\dot{T}_{2r,2r+1} + \dot{T}_{2r,2r-1} + \dot{T}_{2r,2r'} = 0 \dots\dots\dots (28)$$

$$V_{2r} + X_{2r,2r'} \sin \alpha + S_{2r,2r'} \cos \alpha + p_{2r} = 0 \dots\dots\dots (29)$$

$$H_{2r} + S_{2r,2r'} \sin \alpha - X_{2r,2r'} \cos \alpha = 0 \dots\dots\dots (30)$$

2r+1 において:

$$M_{2r+1,2r} + M_{2r+1,2r+2} + M_{2r+1,2r'+1} = 0 \dots\dots\dots (31)$$

$$\dot{T}_{2r+1,2r} + \dot{T}_{2r+1,2r+2} + \dot{T}_{2r+1,2r'+1} = 0 \dots\dots\dots (32)$$

$$V_{2r+1} - X_{2r+1,2r'+1} \sin \alpha + S_{2r+1,2r'+1} \cos \alpha + p_{2r+1} = 0 \dots\dots\dots (33)$$

$$H_{2r+1} - X_{2r+1,2r'+1} \cos \alpha - S_{2r+1,2r'+1} \sin \alpha = 0 \dots\dots\dots (34)$$

ただし,

$$V_{2r} = X_{2r,2r+1} - X_{2r,2r-1}$$

$$V_{2r+1} = X_{2r+1,2r+2} - X_{2r+1,2r}$$

$$H_{2r} = S_{2r,2r+1} - S_{2r,2r-1}$$

$$H_{2r+1} = S_{2r+1,2r+2} - S_{2r+1,2r}$$

また、リブの斜辺に関する部材回転角 $R_{2r,2r'}$ と $R_{2r+1,2r'+1'}$ は近似的に等しいと仮定して1本のリブにつき角方程式を求めると,

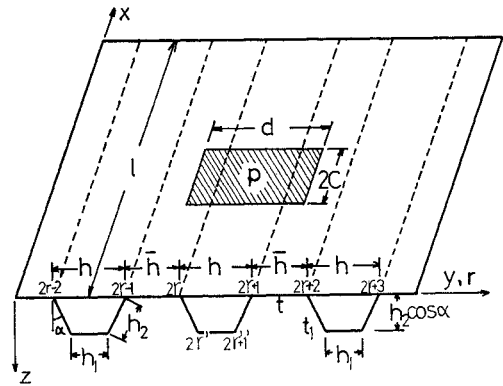


図-2 閉リブ鋼床板

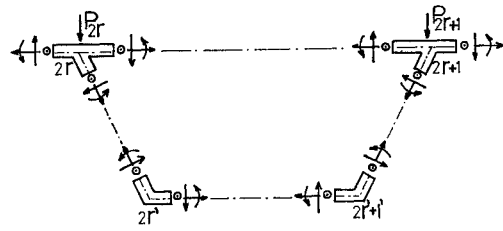


図-3 節点のつりあい

$$2 R_{2r,2r'} / h_2 \sin \alpha + R_{2r'+1',2r'+1} / h_1 = w_{2r+1} - w_{2r} \dots\dots\dots (35)$$

また、変数の $y(r)$ 方向の座標を次のように和と差の形に置きかえて,

$$\left. \begin{aligned} \nabla f_r &= f(2r+1) + f(2r) \\ \Delta f_r &= f(2r+1) - f(2r) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

したがって,

$$\left. \begin{aligned} f(2r+1) &= \frac{1}{2} (\nabla f_r + \Delta f_r) \\ f(2r) &= \frac{1}{2} (\nabla f_r - \Delta f_r) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

以下、本論文ではすべての変位、荷重はこの表現に従う。

基礎式の誘導にあたってまず式 (19)~(35) に予備公式の項で述べた関係式 (1)~(5) を代入する。次にこれらの式群の和と差を求め、 ∇f_r , Δf_r , $\nabla f_{r'}$, $\Delta f_{r'}$ に関する4群、16本の式のうち、各折板要素の短辺方向の変位の変化は要素内で一定、また、荷重は等分布部分分布荷重の条件を入れ、また、リブ下側の水平、垂直および回転変位は部材回転角とデッキプレート中央面上の変位で式 (35) を用いて表現して、結局 $\{ \nabla u_r, \Delta u_r, \nabla v_r, \nabla w_r, \Delta w_r, \nabla \theta_r, \Delta \theta_r, R_{2r,2r'} \}$ の8個の未知数に対応する8本の式を以下のように求めることができる。これが閉リブ鋼床板に対する連立微分差分基礎方程式である。

$$K \cdot U = P \dots\dots\dots (38)$$

ただし,

$$K = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} & a_{28} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} & a_{38} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & a_{55} & a_{56} & 0 & a_{58} \\ 0 & 0 & 0 & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} \\ 0 & 0 & 0 & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} & 0 \\ 0 & a_{82} & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & a_{87} & a_{88} \end{bmatrix}$$

$$U^T = \{ \nabla \dot{u}_r, \Delta \dot{u}_r, \nabla v_r, \nabla w_r, \Delta w_r, \nabla \theta_r, \Delta \theta_r, R_{2r,2r'} \}$$

$$P^T = \{ P_1, P_2, P_3, 0, 0, P_6, P_7, P_8 \}$$

$$a_{11} = \frac{h_2}{2} (N+N_2) D_x^2 + \frac{\bar{N} h_2}{12} (\Delta r^2 + 6) D_x^2$$

$$+ \frac{Gth_2}{2\bar{h}} \Delta r^2$$

$$a_{12} = -\frac{\bar{N} h_2}{12} \Delta r D_x^2 - \frac{Gth_2}{2\bar{h}} \Delta r$$

$$a_{13} = \frac{Gth_2}{4} \Delta r D_x^2$$

$$a_{14} = -\frac{N_2 h_2^2}{6} \cos \alpha D_x^4 - \frac{6\bar{K}}{h^2 \cos \alpha} \Delta r^2$$

$$a_{15} = \frac{6\bar{K}}{h^2 \cos \alpha} \Delta r, \quad a_{16} = \frac{3\bar{K}}{h \cos \alpha} \Delta r$$

$$a_{17} = -\frac{3\bar{K}}{h \cos \alpha} \Delta r^2, \quad P_1 = \sec \alpha (\nabla P_r + \nabla \bar{C}_r)$$

$$a_{21} = \frac{Gth_2}{2\bar{h}} \Delta r + \frac{\bar{N} h_2}{12} \Delta r D_x^2$$

$$a_{22} = \frac{\bar{N} h_2}{12} (2 - \Delta r^2) D_x^2 - 2 \frac{Gth_2}{h} \\ - \frac{Gth_2}{2\bar{h}} (4 + \Delta r^2) + h_2 \left(\frac{N}{6} + \frac{N_2}{2} \right) D_x^2$$

$$a_{23} = \frac{N_2 h_2^2}{6} \cos \alpha D_x^4 + \frac{Gth_2}{4} \Delta r^2 D_x^2$$

$$a_{24} = \frac{6\bar{K}}{h^2 \cos \alpha} \Delta r$$

$$a_{25} = -\frac{N_2 h_2^2}{6} \cos \alpha D_x^4 + \frac{6\bar{K}}{h^2 \cos \alpha} (4 + \Delta r^2)$$

$$+ \frac{24K}{h^2 \cos \alpha} - \frac{12K_1}{h_1 \cos \alpha} (g_1 - 2e_1)$$

$$a_{26} = \frac{3\bar{K}}{h \cos \alpha} (\Delta r^2 + 4) - \frac{12K}{h \cos \alpha} - \frac{12K_1}{h_1 \cos \alpha} g_2$$

$$a_{27} = -\frac{3\bar{K}}{h \cos \alpha} \Delta r, \quad a_{28} = -\frac{12K_1}{h_1 \cos \alpha} (g_3 - 2e_2)$$

$$P_2 = \sec \alpha (\Delta p_r + \Delta \bar{C}_r), \quad a_{31} = \frac{Gt}{4} \Delta r + \frac{\nu \bar{N}}{4\bar{h}} \Delta r$$

$$a_{32} = -\frac{Gt}{4} \Delta r^2 - \frac{\nu \bar{N}}{4\bar{h}} \Delta r^2$$

$$a_{33} = \frac{\bar{N}}{2\bar{h}^2} \Delta r^2 + \frac{Gt\bar{h}}{12} D_x^2 (6 + \Delta r^2) + \frac{Gth}{2} D_x^2$$

$$a_{34} = -\frac{6\bar{K}}{h^2} \tan \alpha \Delta r$$

$$a_{35} = \frac{6K_2}{h_2} g_1 \sec \alpha - \frac{6\bar{K}}{h^2} \tan \alpha (4 + \Delta r^2)$$

$$- \frac{24K}{h^2} \tan \alpha$$

$$a_{36} = \frac{6K_2}{h_2} (1 + g_2) \sec \alpha - \frac{3\bar{K}}{\bar{h}} (4 + \Delta r^2) \tan \alpha$$

$$+ \frac{12K}{h} \tan \alpha$$

$$a_{37} = \frac{3\bar{K}}{h} \Delta r \tan \alpha, \quad a_{38} = \frac{6K_2}{h_2} \sec \alpha (g_3 - 4)$$

$$P_3 = -\tan \alpha (\Delta p_r + \Delta \bar{C}_r)$$

$$a_{41} = \frac{\bar{N}}{12} D_x^2 (6 + \Delta r^2) + \frac{1}{2} (N + N_1 + 2N_2) D_x^2$$

$$+ \frac{Gt}{2\bar{h}} \Delta r^2$$

$$a_{42} = -\frac{\bar{N}}{12} \Delta r D_x^2 - \frac{Gt}{2\bar{h}} \Delta r, \quad a_{43} = \frac{Gt}{4} \Delta r D_x^2$$

$$a_{44} = -\frac{h_2}{2} (N_1 + N_2) \cos \alpha D_x^4$$

$$a_{51} = \frac{\bar{N}}{12} \Delta r D_x^2 + \frac{Gt}{2\bar{h}} \Delta r$$

$$a_{52} = \frac{\bar{N}}{12} (2 - \Delta r^2) D_x^2 + \frac{1}{6} (N + N_1 + 6N_2)$$

$$- 2 \frac{Gt}{h} - \frac{Gt}{2\bar{h}} (4 + \Delta r^2)$$

$$a_{53} = \frac{Gt}{4} \Delta r^2 D_x^2 + h_2 \sin \alpha \left(\frac{N_2}{2} + \frac{N_1}{6} \right) D_x^4$$

$$a_{55} = -h_2 \left(\frac{N_2}{2} + \frac{N_1}{6} \right) \cos \alpha D_x^4 + \frac{24K_1}{h_1^2}$$

$$\cdot \tan \alpha (g_1 - 2e_1) - \frac{12K_2}{h_1 h_2} \sec \alpha g_1$$

$$a_{56} = \frac{24K_1}{h_1^2} \tan \alpha g_2 - \frac{12K_2}{h_1 h_2} \sec \alpha (1 + g_2)$$

$$a_{58} = \frac{24K_1}{h_1^2} \tan \alpha (g_3 - 2e_2) - \frac{12K_2}{h_1 h_2} \sec \alpha (g_3 - 4)$$

$$a_{64} = -\frac{3\bar{K}}{h} \Delta r$$

$$a_{65} = -\frac{12K}{h} + \frac{3\bar{K}}{h} (4 + \Delta r^2) + 2K_2 g_1$$

$$a_{66} = 6K + \bar{K} (\Delta r^2 + 6) + 4K_2 + 2K_2 g_2$$

$$a_{67} = -\bar{K} \Delta r, \quad a_{68} = 2K_2 g_3 - 12K_2, \quad P_6 = \nabla C_r$$

$$a_{74} = -\frac{3\bar{K}}{h} \Delta r^2, \quad a_{75} = \frac{3\bar{K}}{h} \Delta r$$

$$a_{76} = \bar{K} \Delta r, \quad a_{77} = 2K + 4K_2 + \bar{K} (2 + \Delta r^2) + 2K_2 \delta_1$$

$$P_7 = \Delta C_r$$

$$a_{82} = Gt_1, \quad a_{83} = Gt_1 \left(h_2 \sin \alpha + \frac{h_1}{2} \right) D_x^2$$

$$a_{84} = -\frac{6\bar{K}}{h^2} \sec \alpha \Delta r$$

$$a_{85} = -Gt_1 h_2 \cos \alpha D_x^2 + \frac{12K_1}{h_1} (\tan \alpha - \sec \alpha)$$

$$\cdot (g_1 - 2e_1) - \frac{6K_2}{h_2} \sec \alpha g_1 + \frac{6\bar{K}}{h_2}$$

$$\cdot \sec \alpha (4 + \Delta r^2) + \frac{24K}{h^2} \sec \alpha$$

$$a_{86} = \frac{12 K_1}{h_1} (\tan \alpha - \sec \alpha) g_2 - \frac{6 K_2}{h_2} \sec \alpha (1 + g_2) + \frac{3 \bar{K}}{h} \sec \alpha (4 + \Delta_r^2) - \frac{12 K}{h} \sec \alpha$$

$$a_{87} = -\frac{3 \bar{K}}{h} \sec \alpha \Delta_r$$

$$a_{88} = \frac{12 K_1}{h_1} (\tan \alpha - \sec \alpha) (g_3 - 2 e_2) - \frac{6 K_2}{h_2} \cdot \sec \alpha (g_3 - 4) - G t_1 h_1 h_2 \sec \alpha D_x^2$$

$$P_8 = \sec \alpha (\Delta p_r + \Delta \bar{C}_r)$$

$$\nabla \ddot{u}_{r'} = \nabla \ddot{u}_r - h_2 \cos \alpha \nabla \ddot{w}_r$$

$$\Delta \ddot{u}_{r'} = \Delta \ddot{u}_r - h_2 \cos \alpha \Delta \ddot{w}_r + h_2 \sin \alpha \nabla \ddot{v}_{r'}$$

$$\nabla \bar{C}_r = -(C_{2r+1,2r+2} - C_{2r+2,2r+1} - C_{2r,2r-1} - C_{2r-1,2r}) / \bar{h}$$

$$\Delta \bar{C}_r = -(C_{2r+1,2r+2} + C_{2r+2,2r+1} + C_{2r,2r-1} + C_{2r-1,2r}) / \bar{h} + 2(C_{2r,2r+1} + C_{2r+1,2r}) / h$$

$$\Delta C_r = -(C_{2r,2r+1} + C_{2r+1,2r} + C_{2r,2r-1} + C_{2r-1,2r+2})$$

$$\Delta C_r = -(C_{2r+1,2r} - C_{2r,2r+1} + C_{2r+1,2r+2} - C_{2r,2r-1})$$

$$e_1 = 1/h_1, e_2 = -2 h_2 \sin \alpha / h_1$$

$$g_1 = 6 K_1 e_1 / (3 K_1 + 2 K_2)$$

$$g_2 = -K_2 / (3 K_1 + 2 K_2)$$

$$g_3 = 6(K_1 e_2 + K_2) / (3 K_1 + 2 K_2)$$

$$\delta_1 = -K_2 / (K_1 + 2 K_2), D_x = d/dx,$$

$$R_{2r',2r'+1} = e_1 \Delta w_r + e_2 R_{2r,2r'},$$

$$\nabla v_{r'} = \nabla v_r - 2 h_2 \sec \alpha R_{2r,2r'},$$

$$\nabla \theta_{r'} = g_1 \Delta w_r + g_2 \nabla \theta_r + g_3 R_{2r,2r'}, \Delta \theta_{r'} = \delta_1 \Delta \theta_r$$

$N, \bar{N}, N_1, N_2, K, \bar{K}, K_1, K_2$ はそれぞれ式 (1) ~ (5) で用いた N, K の (t, h) にそれぞれ $(t, h), (t, \bar{h}), (t_1, h_1), (t_1, h_2)$ を代入したものである。

(2) 有限 Fourier 変換と有限 Fourier 定和分変換による基礎方程式の解

a) 境界条件

従来鋼床板の設計計算は、① 主桁断面の一部としての協同作用による応力 (第 I 系)、② 主桁上で単に支持されたデッキプレートと縦横リブからなる板-格子構造 (Plattenkreuzwerke) としての応力 (第 II 系)、③ 直接輪荷重を受け、リブに伝達する連続板としてのデッキプレートの応力 (第 III 系) に分けて行われている。

一方、Boukamp と Powell¹¹⁾ は実際の鋼床板橋梁において鋼床板全体の曲げ効果を評価する方法として、長軸方向のたわみ分布を等しくするような、横桁間隔の 8 割程度の等価支間長で単純支持されている鋼床板の曲げ応力に全体を桁と考えた場合のその部分の挙動を第 I 系として、両者の応力を重ね合わせる方法を提唱している。

この考え方によれば、第 II 系に関する設計計算のため

には、主桁上で単純支持され、横桁間隔の 8 割程度の支間長で他の 2 辺が単純支持されている補剛鋼床板の応力解析が必要となる。これに対して本方法を用いれば、デッキプレートならびに縦リブのラーメン変形、デッキプレートの膜作用を同時に考慮した応力分布と変形を、比較的簡略に求めることができる。周辺単純支持の境界条件は次のようにかける (図-2 参照)。

$x=0, l$ において:

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_{2r} &= \dot{u}_{2r+1} = \dot{u}_{2r'} = \dot{u}_{2r'+1} = 0 \\ w_{2r} &= w_{2r+1} = 0 \\ v_{2r} &= v_{2r+1} = v_{2r'} = v_{2r'+1} = 0 \\ \theta_{2r} &= \theta_{2r+1} = \theta_{2r'} = \theta_{2r'+1} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

$(r, r' = 1, 2, \dots, n-1)$

ただし、 $n-1$ は両サイドを除いたリブ本数に相当する。

支点においてリブの断面変形、回転は隔壁によって拘束され、長軸方向の曲げモーメント、そりモーメントは生じないものと仮定する。

$y = (0, 1), (2n, 2n+1)$ の両サイドのリブにおいて:

$$\left. \begin{aligned} M_{1,2} &= M_{2n,2n+1} = 0 \\ S_{1,2} &= S_{2n,2n+1} = 0 \\ w_0 &= w_1 = w_{2n} = w_{2n+1} = 0 \\ \dot{T}_{1,2} &= \dot{T}_{2n,2n+1} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

以下の図表では両サイドの閉縦リブは省略して示している。

b) 基礎方程式の解

基礎微分差分方程式 (38) は閉リブの長軸方向に連続関数、短軸方向に離散関数の変位で表わされた連立方程式であるので、長軸方向に有限 Fourier 変換、短軸方向に有限 Fourier 定和分変換を 2. の公式を用いて行うことができる。

また、その変換によって生ずる各境界でのひずみ、変位の項は、上述のような境界条件に対して、すべて消去することができる。

また、基礎方程式は変位およびひずみの像関数についての連立方程式となるので、これを代数的に解き、二方向に有限 Fourier 逆変換することによって、その解を得ることができる。

$$U = \frac{4}{ln} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=0}^n U_{mi} [I] \{Q_{ir}\} \sin \frac{m\pi x}{l} \dots\dots (41)$$

ただし、 $U_{mi} = U$ の Euler 係数、

$$\{Q_{ir}\}^T = \{s_{ir}, c_{ir}, c_{ir}, s_{ir}, c_{ir}, c_{ir}, s_{ir}, c_{ir}\}$$

$$s_{ir} = \sin \frac{i\pi r}{n}, c_{ir} = \cos \frac{i\pi r}{n}$$

$$[I] = \text{unit matrix}$$

(3) デッキプレートとリブがヒンジ結合と考えた場合の基礎方程式

一般にデッキプレートとリブは短軸方向の曲げモーメ

ントの伝達に関して剛結と考えられるが、溶接部の母材の溶け込みが十分でない場合には、完全に剛結とは考えにくく、極端な場合のモデルとして、短軸方向にデッキプレートとリブがヒンジ結合され、長軸方向には一体として作用する構造が考えられる。

この場合の計算式は式 (27), (31) において、

$$M_{2r,2r'} = M_{2r+1,2r'+1} = 0 \dots\dots\dots (42)$$

とおき、式 (19), (23) にそれぞれ

$$M_{2r',2r} = 3 K_2 (\theta_{2r'} - R_{2r,2r'}) \dots\dots\dots (43)$$

$$M_{2r'+1,2r+1} = 3 K_2 (\theta_{2r'+1} - R_{2r+1,2r'+1}) \dots\dots\dots (44)$$

を代入することにより求めることができる。

したがって、式 (38) を以下のように修正することによってこの場合の基礎方程式は表わされる。

$$a_{35} = \frac{3 K_2}{h_2} g_1 \sec \alpha - \frac{6 \bar{K}}{h^2} \tan \alpha (4 + d_r^2) - \frac{24 K}{h^2} \tan \alpha$$

$$a_{36} = -\frac{3 \bar{K}}{h} (4 + d_r^2) \tan \alpha + \frac{12 K}{h} \tan \alpha$$

$$a_{38} = \frac{3 K_2}{h_2} (g_3 - 2) \sec \alpha$$

$$a_{55} = -h_2 \left(\frac{N_2}{2} + \frac{N_1}{6} \right) \cos \alpha D_x^4 + \frac{24 K_1}{h_1^2}$$

$$\cdot \tan \alpha (g_1 - 2 e_1) - \frac{6 K_2}{h_1 h_2} \sec \alpha g_1$$

$$a_{56} = 0$$

$$a_{58} = \frac{24 K_1}{h_1^2} \tan \alpha (g_3 - 2 e_1) - \frac{6 K_2}{h_1 h_2} \sec \alpha (g_3 - 2)$$

$$a_{65} = -\frac{12 K}{h} + \frac{3 \bar{K}}{h} (4 + d_r^2)$$

$$a_{66} = 6 K + \bar{K} (d_r^2 + 6), a_{68} = 0$$

$$a_{77} = 2 K + \bar{K} (2 - d_r^2)$$

$$a_{85} = -G t_1 h_2 \cos \alpha D_x^2 + \frac{12 K_1}{h_1} (\tan \alpha - \sec \alpha)$$

$$\cdot (g_1 - 2 e_1) - \frac{3 \bar{K}_2}{h_2} \sec \alpha g_1 + \frac{6 \bar{K}}{h^2} \sec \alpha$$

$$\cdot (4 + d_r^2) + \frac{24 K}{h^2} \sec \alpha$$

$$a_{86} = -\frac{3 \bar{K}}{h} \sec \alpha (4 + d_r^2) - \frac{12 K}{h} \sec \alpha$$

$$a_{88} = \frac{12 K_1}{h_1} (\tan \alpha - \sec \alpha) (g_3 - 2 e_2) - \frac{3 K_2}{h_2}$$

$$\cdot \sec \alpha (g_2 - 2) - G t_1 h_1 h_2 \sec \alpha D_x^2$$

$$g_1 = 4 K_1 e_1 / (2 K_1 + K_2), g_2 = 0,$$

$$g_3 = (4 K_1 e_2 + 2 K_2) / (2 K_1 + K_2), \delta_1 = 0$$

(4) 一本の台形リブについての Finite Strip Method との比較

一般にリブ全体の曲げ剛性に比較して、折板要素の長軸方向面外曲げ剛性が非常に小さいので、無視できると

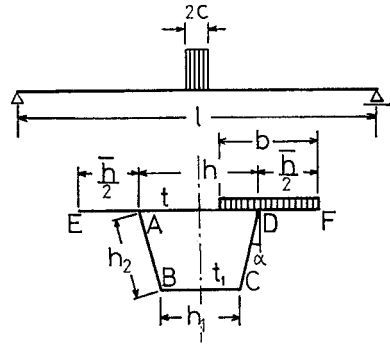


図-4 一本のリブ

表-1 Finite Strip Method との比較

	Finite Strip Method	This Theory
σ_A (kg/cm ²)	-156.3	-135.1
σ_B (kg/cm ²)	344.8	301.4
σ_C (kg/cm ²)	651.8	689.8
σ_D (kg/cm ²)	-248.8	-241.1
w_A (cm)	0.0911	0.0951
w_D (cm)	0.1354	0.1308
M_{AD} (kg·cm/cm)	-36.5	-14.9
M_{DA} (kg·cm/cm)	-367.3	-589.8

仮定しているが、この影響の程度を確かめるため、一本の張出しを有する台形リブに図-4のように偏心部分分布荷重が作用する場合の曲げねじり解析について、Finite Strip Method による厳密解と比較したものが、表-1 である。

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, G = 8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\nu = 0.3, t = 12 \text{ mm}, t_1 = 8 \text{ mm}, h = 32 \text{ cm},$$

$$\bar{h} = 28 \text{ cm}, h_1 = 20 \text{ cm}, h_2 = 22.8 \text{ cm},$$

$$p = 8 \text{ kg/cm}^2, 2c = 20 \text{ cm}, b = 25 \text{ cm}, l = 287.5 \text{ cm}$$

長軸方向の面外曲げ剛性の無視による影響は長軸方向の応力やたわみにはそれほどないが、予想されるように短軸方向曲げモーメントには大きくでている。

4. 数値計算による弾性挙動の検討

(1) 他の数値計算例との比較

Boukamp と Powell¹¹⁾ は実際の橋梁構造を対象に、鋼床板の理論的、実験的検討において、折板理論と格子理論との比較を行っている。短軸方向曲げモーメントに起因する曲げ応力の結果と本理論値を比較したものが図-7 と 図-8 であり、二種類の荷重状態について示している。この場合の断面諸元等は 図-5, 6 のとおりである。

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, G = 8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\nu = 0.3, t = 9.5 \text{ mm}, t_1 = 6.4 \text{ mm},$$

$$h = \bar{h} = 30.48 \text{ cm}, h_1 = 15.24 \text{ cm}, h_2 = 22.9 \text{ cm},$$

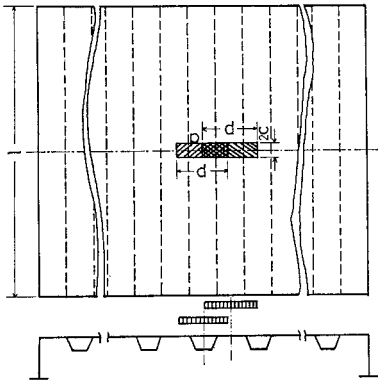


図-5 文献¹¹⁾との比較

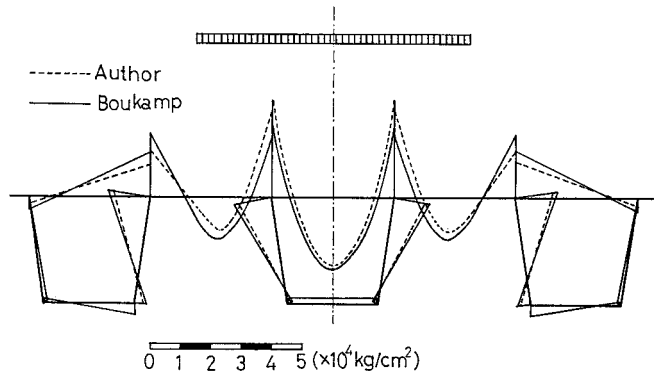


図-7 文献¹¹⁾との比較

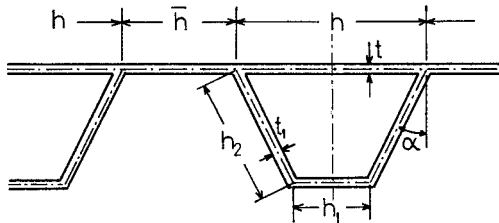


図-6 リブの断面諸元

$$p=6.766 \text{ kg/cm}^2, 2c=20 \text{ cm}, d=48.26 \text{ cm},$$

$$l=366 \text{ cm}$$

これによると、荷重点近傍で本理論値が大きめの値を示し、むしろ文献の格子理論に近いものとなっているが、これには長軸方向面外曲げ剛性を無視していることに原因があると思われる。一方、文献では実験値が理論より少し小さくでっており、構造要素の大変形の影響などが検討されているが、本論文の実験では、おおむね理論値に一致する結果となっている。

また、他の変位、ひずみについてはほとんど一致するが、このことは 3. (4) における結果からも推測されるものである。級数は本理論値は 100 項まで集めている。

(2) リブ中心線に関して対称に輪荷重が載荷する場合 (Case A)

図-6, 9 のような断面諸元をもつ鋼床板の中央に部分分布荷重が載荷される場合のたわみ (w)、デッキプレートの上側長軸方向応力 (σ_x^u)、リブ下側の長軸方向応力 (σ_x^l)、短軸方向曲げモーメント (M_y) を図-10~13 に示した。

$$E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, G=8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\nu=0.3, t=12 \text{ mm}, t_1=8 \text{ mm}, h=\bar{h}=30 \text{ cm},$$

$$h_1=h_2=20 \text{ cm}, p=8 \text{ kg/cm}^2, 2c=20 \text{ cm},$$

$$d=50 \text{ cm}, l=300 \text{ cm}$$

級数は 100 項まで集めたが誤差は数%以内に収束している。リブの本数についてはその数を増加させた場合について計算した結果、載荷したリブと、そのリブに隣接するリブの合計 3 本~4 本でほとんどの荷重を負担する傾向にあることがわかった。本数値解析では、Case A, C の場合は 7 本、Case B の場合は 8 本とした。

図では単純支持のため両端のリブは省略し、結果は実線で示している。

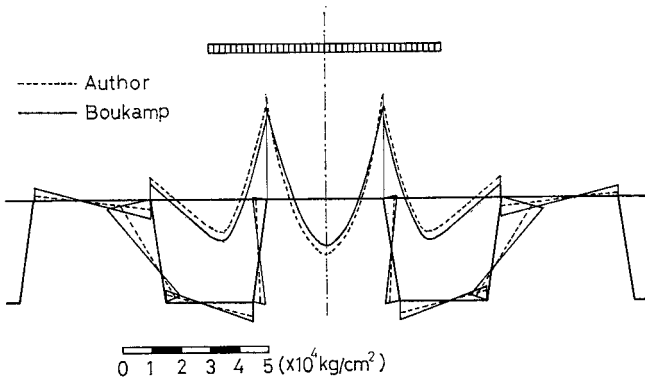


図-8 文献¹¹⁾との比較

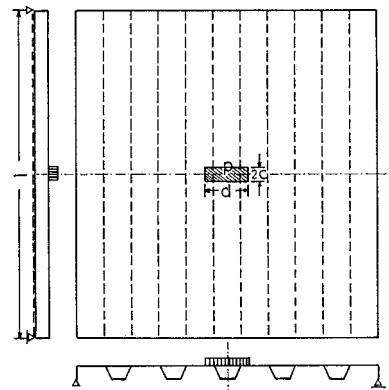


図-9 載荷状態 (Case A)

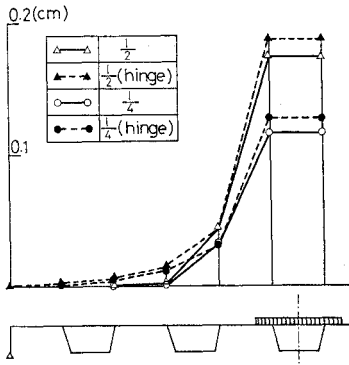


図-10 w の分布 (Case A)

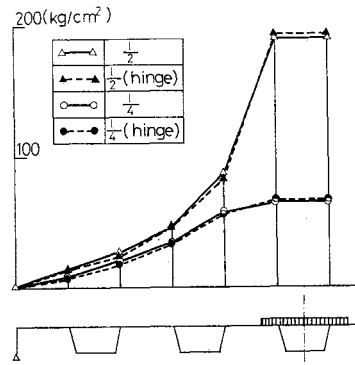


図-11 σ_x^u の分布 (Case A)

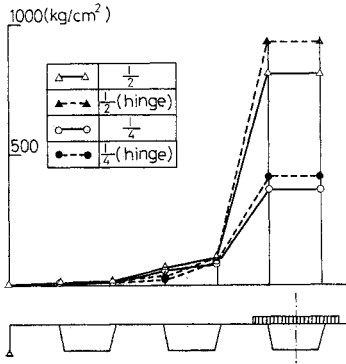


図-12 σ_x^l の分布 (Case A)

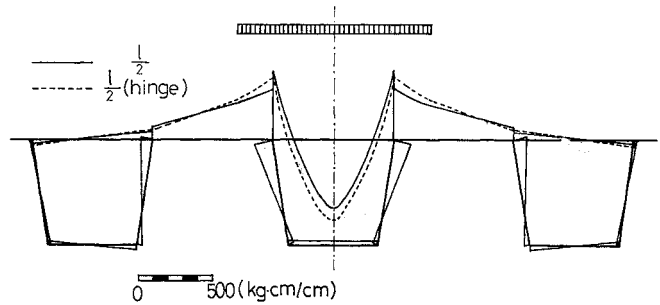


図-13 M_r の分布 (Case A)

(3) リブとリブの中間線に対称に輪荷重が載荷する場合 (Case B)

図-14 のように 図-6 の Case A と同じ断面の鋼床板の中央にリブとリブの中間線に関して対称になるように載荷された場合の $w, \sigma_x^u, \sigma_x^l, M_r$ の分布を 図-15 ~ 18 に示した。この場合も上記の負担傾向が十分にみられる。

(4) リブとデッキプレートの接合線に対称に輪荷重が載荷する場合 (Case C)

図-19 のように 図-6 の Case A と同じ断面の鋼床板中央に題名のように載荷された場合は $w, \sigma_x^u, \sigma_x^l, M_r$ は Case A と Case B を重ね合わせたような分布状態となり、この場合の結果の最大値を比較したものが表-2 である。

(5) 直交異方性板理論との比較

一般に横桁で支持された閉リブ鋼床板を直交異方性板理論で計算する場合、微分方程式の係数となる。閉縦リブの有効曲げ剛性、有効ねじり剛性の評価が重要な問題となる^{26), 27)}。

次に長軸方向の全体曲げに関しては、2枚のリブ壁の

表-2 Case C の結果の比較

	$t_1=8 \text{ mm}, l=400 \text{ cm}$			$t_1=6 \text{ mm}, l=300 \text{ cm}$		
	Case A	Case B	Case C	Case A	Case B	Case C
w_{\max} (cm)	0.2990	0.1934	0.3062	0.2209	0.1863	0.2336
$\sigma_{x, \max}^u$ (kg/cm ²)	202	257	276	196	245	268
$\sigma_{x, \max}^l$ (kg/cm ²)	846	903	1075	1063	1141	1382
$M_{r, \min}$ (kg-cm/cm)	-415	-485	-592	-422	-481	-624

表-3 直交異方性板理論との比較 (Case A)

	折板理論	直交異方性板理論	
		$l/2$	$l/4$
w_{\max} (cm)	$l/2$	0.1739	0.1769
	$l/4$	0.1178	0.1148
$\sigma_{x, \max}^u$ (kg/cm ²)	$l/2$	190	215
	$l/4$	65	65
$\sigma_{x, \max}^l$ (kg/cm ²)	$l/2$	806	761
	$l/4$	367	312

垂直成分とリブの下フランジを有する有効断面、ねじりについては閉リブの台形の面積に関するねじり剛性を有するはりに換算し、はり間隔を $(h+\bar{h})$ とし、短軸方向

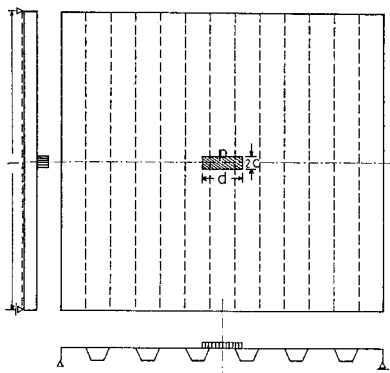


図-14 載荷状態 (Case B)

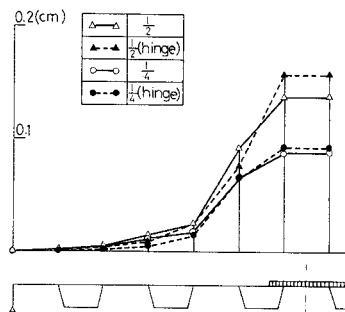


図-15 w の分布 (Case B)

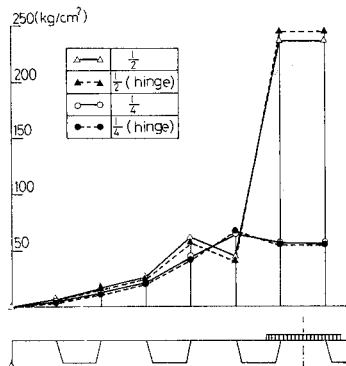


図-16 σ_x^u の分布 (Case B)

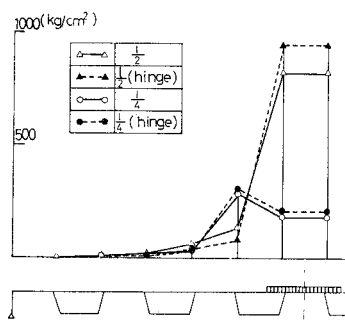


図-17 σ_x^l の分布 (Case B)

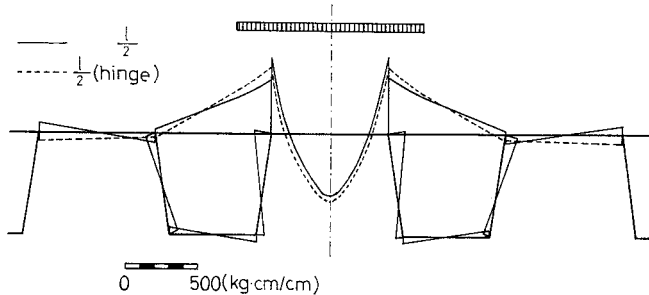


図-18 M_r の分布 (Case B)

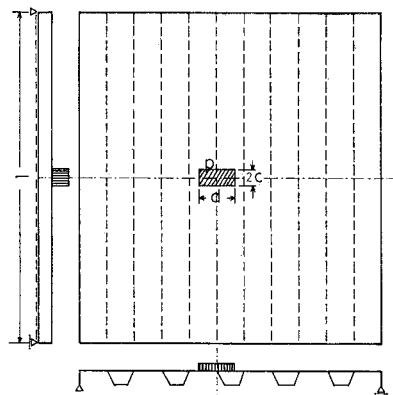


図-19 載荷状態 (Case C)

にはデッキプレートの曲げ剛性のみで伝達する直交異方性構造を対象に比較を行った。その結果を表-3にCase Aの場合について載荷されたリブの $\frac{l}{2}$ と $\frac{l}{4}$ 点における値について比較している。これによれば上述のような通常の直交異方性板構造のとりあつかいが、鋼床板の断面設計上はほぼ妥当なものであることがわかる。

(6) デッキプレートとリブがヒンジ結合と考えられる場合との比較

図-6 の Case A と同じ断面の鋼床板に 3. (3) に

いて求めた基礎方程式による計算結果を 図-10~13 (Case A), 図-15~18 (Case B) において破線で示している。これによると w , σ_x^u , σ_x^l への影響も多少みられるが、 M_r によるデッキプレートの負担が大きくなっていることがわかる。

5. 模型実験による検討

(1) 実験概要

実験に用いた模型は 図-20 のようなものであり、以

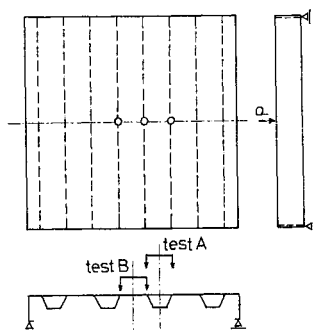


図-20 実験模型, 荷重位置, 載荷状態

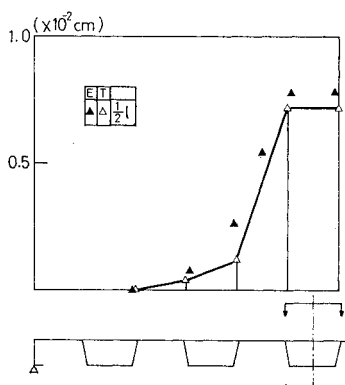


図-21 w の分布 (test A)

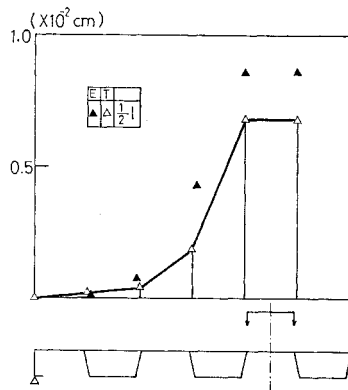


図-22 w の分布 (test B)

下のような断面諸元をもっている。

$$E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, G=8.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\nu=0.3, t=9 \text{ mm}, t_1=6 \text{ mm}, h=\bar{h}=20 \text{ cm},$$

$$h_1=15 \text{ cm}, h_2=18.17 \text{ cm}, l=150 \text{ cm}$$

供試体の溶接部はサイズ 6 mm で十分に母材が溶け込んでおり, デッキプレートの平坦性も保たれている。

支持状態は周辺を大きな I 桁で支えており, 支点のたわみによる影響はまったくないと思われる。

荷重は 図-20 のように 2 点集中荷重方式で最大 50 t の油圧ジャッキにより 2 種類載荷し, ひずみの測定は切換速度 0.5 秒の 200 点まで測定可能な多点自動切換デジタルひずみ測定器により計測した。

荷重については分布荷重載荷も考えられたが, 荷重点近傍の値を測定するため, 応力集中を起こさないよう注意しながら, 集中荷重方式を採用した。

また, デッキプレートの短軸方向曲げひずみは, デッキプレート表裏のひずみゲージ, および曲げひずみゲージにより計測した。

測定結果は 1 t に換算して, 対称性, ばらつきの平均化を考慮してプロットした。

(2) たわみの測定結果

たわみの測定結果を test A と test B に対してそれぞれ 図-21 と 図-22 に示している。図中記号 E は実験値, T は理論値をあらわしている。これによると実験結果は test A ではおおむね理論値に一致し, test B では多少大きめの値を示しているが, ほほ理論値の傾向を裏づける結果を示しており, 荷重近くのリブで全荷重を負担する傾向にある。また, 理論と実験の相違の原因としては理論の境界条件と実際の境界条件との不一致の影響, デッキプレートとリブの接合部の不完全剛結の影響などが原因として推測される。

(3) 長軸方向応力の測定結果

デッキプレートとリブ下底のひずみから求めた応力の測定結果を 図-23, 24 (test A), 図-25, 26 (test B) に示した。

これによるとデッキプレートについては test B の荷重点で大きくでているほかはおおむね, 理論値の傾向を示している。また, リブ下底の応力はだいたい理論値に

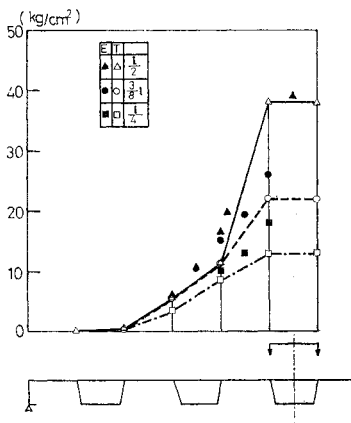


図-23 σ_x^u の分布 (test A)

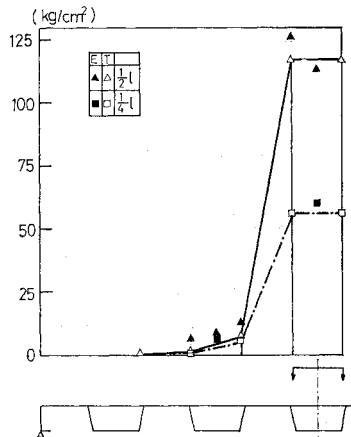


図-24 σ_x^l の分布 (test A)

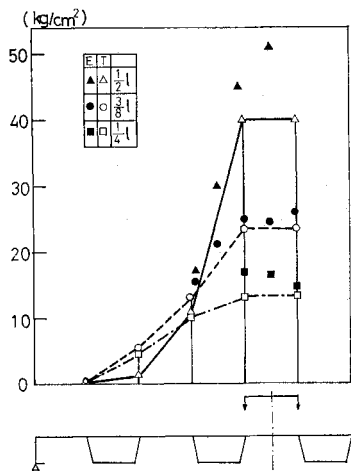


図-25 σ_x^u の分布 (test B)

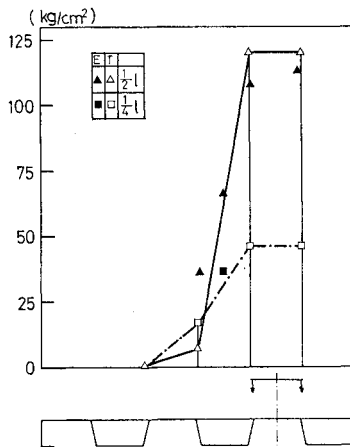


図-26 σ_x^l の分布 (test B)

近い値を示していると思われる。

(4) デッキプレートの短軸方向曲げモーメントの測定結果

デッキプレートの表裏の曲げひずみゲージ, およびひずみゲージにより求めた M_r を 図-27 (test A), 図-28 (test B) に示した. 図中 WD は曲げひずみゲージによる結果, DuL はデッキプレートの表裏のひずみゲージの差から求めた結果を示している. これによると test B ではだいたいの理論値の傾向を示しており, また, test A でもおおむね理論の傾向を示しているが, 荷重点で大きめの値も得られている.

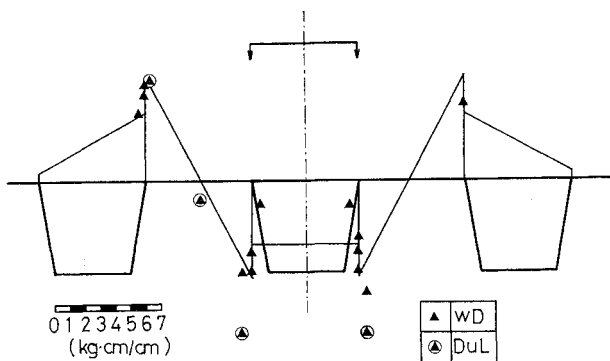


図-27 $M_x)_{x=l/2}$ の分布 (test A)

この原因としては, 荷重点の応力集中, デッキプレートとリブの接合部の非線形的変形挙動, 短軸方向のたわみ角の急激な変化などが原因と考えられる.

以上の結果より, おおむね理論値は妥当に思われるが, 変形性状を示す w , M_r に対しては理論値は小さめの値を示す傾向にある.

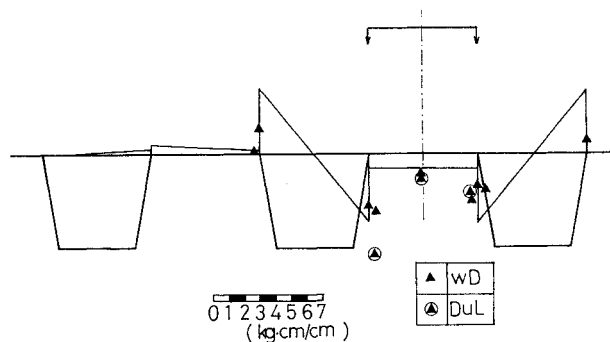


図-28 $M_r)_{x=l/2}$ の分布 (test B)

6. 各種断面数値による構造特性の検討

以上において w , σ_x^u , σ_x^l , M_r の分布傾向を確かめることができたので, リブの各種断面諸元による構造特性を以下に比較してみた.

以下の計算では級数はすべて 100 項まで集めたが, もっとも収束の悪い短軸方向曲げモーメントでも数%の誤差内に収まっている.

(1) リブ板厚の変化の影響

表-4 (Case A), 表-5 (Case B) にはリブの板厚を

8 mm から 6 mm にした場合, 鋼材の体積を一定にして, 各種のリブ形状について比較したものである.

これによると, 表-4 では (1) と (2) の比較よりリブの上幅とリブ間隔を変えた場合, かえって最小曲げモーメント $M_{r,min}$ の絶対値が大きくなっている. (1) と (3) を比較するとリブ厚を 6 mm にしてリブ形状を大きくしたため, w , σ_x^u , σ_x^l は小さくなっている. (1) と (6), (7), (8) を比較するとリブ上幅を変えて, リブ厚

表-4 リブ形状の比較 (Case A)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
h_1 (cm)	20	24	25	20	15	30	20	10
h_2 (cm)	20	18	27.5	30	32.5	25	30	35
h (cm)	30	36	30	30	30	36	36	36
\bar{h} (cm)	30	24	30	30	30	24	24	24
t_1 (mm)	8	8	6	6	6	6	6	6
w_{max}	0.1739	0.1931	0.1046	0.0970	0.0922	0.1193	0.1029	0.0970
σ_x^u, max	190	206	143	136	131	154	138	132
σ_x^l, max	806	800	676	684	702	707	702	782
$M_{r, min}$	-459	-659	-459	-460	-460	-643	-644	-643

表-5 リブ形状の比較 (Case B)

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
h_1 (cm)	20	24	25	20	15	30	20	10
h_2 (cm)	20	18	27.5	30	32.5	25	30	35
h (cm)	30	36	30	30	30	36	36	36
\bar{h} (cm)	30	24	30	30	30	24	24	24
t_1 (mm)	8	8	6	6	6	6	6	6
w_{max}	0.1391	0.1622	0.0993	0.0852	0.0735	0.1139	0.0850	0.0672
σ_x^u, max	238	238	153	141	132	162	139	127
σ_x^l, max	824	755	691	639	584	693	600	534
$M_{r, min}$	-511	-400	-475	-483	-490	-385	-400	-410

表-6 縦リブスパン長の影響

l (cm)		250		300		350		400	
		Case A	Case B	Case A	Case B	Case A	Case B	Case A	Case B
8	w_{max}	0.1161	0.0935	0.1739	0.1391	0.2356	0.1934	0.2985	0.2544
	σ_x^u, max	180	222	190	238	197	250	202	257
	σ_x^l, max	744	762	806	824	835	872	846	903
	$M_{r, min}$	-433	-469	-459	-511	-458	-522	-415	-485
6	w_{max}	0.1473	0.1274	0.2209	0.1863	0.2993	0.2565	0.3797	0.3352
	σ_x^u, max	186	229	196	245	203	256	208	265
	σ_x^l, max	982	1062	1063	1141	1102	1204	1117	1248
	$M_{r, min}$	-403	-440	-422	-481	-417	-492	-372	-456

を 6 mm にした場合、リブ形状を変えても $M_{r, min}$ が大きな値となることを示している。

また、表-5 では (1) と (2) の比較より、リブ上幅を大きくし、リブ間隔をせまくすると、たわみが大きくなっている。(1) と (3) の比較では、リブ板厚を 6 mm にすると、 w , σ_x^u , σ_x^l , $M_{r, min}$ とともに小さくなっている。(3)~(5) よりこの範囲でリブ形状を変化させると、 w , σ_x^u , σ_x^l , $M_{r, min}$ は 1 割程度変化する。 h_2 を増加させると、 w , σ_x^u , σ_x^l は減少するが、 $M_{r, min}$ は増加する。(1) と (6)~(8) を比較すると、 w , σ_x^u , σ_x^l , M_r とともに全体に 2 割以上小さくなり、この範囲でリブ形状を変化させると、(3)~(5) のときと同じ傾向となる。

$t=12$ mm, $l=300$ cm, $\bar{h}=24$ cm の場合、

$$M_{r, max} = 596 + M_{r, min}$$

(2) 縦リブスパン長の変化の影響

縦リブスパン長の大小が応力、変形に与える影響を調べるため、4 種類のスパン長についてリブの板厚を 8 mm と 6 mm の場合について、図-6 の Case A の断面諸元について諸数値の最大値を比較したものが表-6 である。

これによりたわみは縦リブスパンが 1.2 倍、1.4 倍、1.6 倍になるにつれて、Case A, Case B の 8 mm, 6 mm の場合について、おおむねそれぞれ 1.5 倍、2.0 倍、2.6 倍と増加する。また、長軸方向応力 σ_x^u , σ_x^l と同じ倍数でスパンを変化させると、その増加は 2 割程度となる。

さらに短軸方向曲げモーメント M_r は同じ倍数の変化の場合、1 割程度の増加となる。また、荷重の載荷状態によっては、 M_r が小さくなる場合もある。

7. 結 論

鋼床板の第 II 系の設計計算として、鋼床板の相対する長軸方向の 2 辺が主桁上で単純支持されており、また、それに直角な短軸方向には横桁間隔の 8 割程度の等価支間長で縦リブが単純支持されていると仮定した構造を考え、これに横桁の弾性変形による影響、さらに主桁作用としての第 I 系の応力を重ね合わせることで、鋼床板の応力を計算することができるとするならば、本論文で用いた方法は、デッキプレートや縦リブの断面変形や、デッキプレートの膜作用を考慮して、複雑な理論式を用いることなく、簡略に応力および変形を求めることができるので有効と思われる。

本研究において明らかにされた事項を要約すればおおよそ次のとおりである。

(1) 閉リブ鋼床板に折板理論を適用して断面変形を考慮した基礎微分方程式を導き、その解を求める際、閉リブの短軸方向に離散型 Fourier 変換である有限 Fourier 定積分変換を用いて Field Solution を求めた。この方法を用いることにより、多数のリブがある場合でもリブの本数の入力だけで数値計算することができる。

(2) 横桁と主桁に囲まれた鋼床板の中央に輪荷重が作用する場合、力は短軸方向にデッキプレートの曲げを

通じて伝達されるとの観点から、多数のリブがある場合、荷重の影響範囲がどの程度の広がりを持っているのか調べた結果、Case A では載荷リブを含めた3本のリブ、Case B では載荷位置を中心に合計4本のリブでほとんどの力を負担する傾向が明らかとなった。

また、デッキプレートとリブがヒンジ結合と考えた場合、たわみ、応力の分布にいくらか影響するが、デッキプレート要素で短軸方向曲げモーメントは1割程度大きくなる。

(3) 二種類の荷重状態に対する模型実験の結果から、たわみ、長軸方向応力、短軸方向曲げモーメントはおおむね理論値の示す傾向と一致する。

(4) 鋼材の体積を一定にして、リブ形状を変化させた場合、構造特性がどのように変化するか調べた結果、リブ間隔 \bar{h} とリブ上幅 h を等しい値から、 h が \bar{h} より大きな値に変化させた場合、荷重の載荷位置によっては $M_{r,\min}$ やたわみが大きくなる結果となった。

また、リブ厚を 8mm から 6mm に変化させて、リブ形状を大きくした場合、部分的に大きな応力となるものもあるが、全体としては応力、変形とも減少する結果となる。

(5) 縦リブのスパン長を変化させた場合、構造特性がどのように変化するかを調べるため、スパンを 1.2 倍、1.4 倍、1.6 倍に変化させた結果、たわみの最大値は 1.5 倍、2.0 倍、2.6 倍と増加したのに対して、長軸方向応力 σ_x^u 、 σ_x^l は 2 割、短軸方向曲げモーメントは 1 割程度の増加となった。

本研究がこの種の構造の挙動解明の一助になれば幸いです。本論文をまとめるにあたって岡田包儀氏の援助を受けましたのでここに感謝いたします。

本研究における数値計算は北大大型計算機センターの FACOM 230-75 および 東大大型計算機センターの HI TAC 8800/8700 を用いて行った。

参 考 文 献

- 1) Trenks, K. : Beitrag zur Berechnung orthogonal anisotroper Rechteckplatten, Bauingenieur, Bd. 29, Heft 10, 1954.
- 2) Timoshenko, S. and S. Woinowsky-Krieger : Theory of Plates and Shells, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1959.
- 3) Cornelius, W. : Die Berechnung der ebenen Flächen tragwerke mit Hilfe der Theorie der orthogonal-anisotropen Platte. Der Stahlbau 21, 21, 43, 60, 1952.
- 4) Huber, M.T. : Die Theorie der Kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatte nebst Anwendungen auf mehrer bautechnisch wichtige Aufgaben über rechteckige Platten, Bauingenieur, Bd. 4, 1923.
- 5) Guyon, Y. : Calcul des pouts larques à poutres multiples solidarisées par des entretroises, Annales des Pouts et Chaussées de France, Sept.~Oct., 1946.
- 6) Massonnet, C. : Méthode de calcul des pouts à poutres multiples tenant compte de leur résistance à torsion, Abh. Int. Ver. f. Brückenbau u. Hochbau 10, 1950.
- 7) Pelikan, W. u. M. Esslinger : Die Stahlfahrbahn, Berechnung und Konstruktion, M.A.N., Forschungsheft, Nr. 7, 1957.
- 8) Gienke, E. : Die Grundgleichungen für die orthotrope Platte mit exzentrischen Steifen. Der Stahlbau 24, Heft 6, 1955.
- 9) Homborg, H. : Kreuzwerke, Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues, Heft 8, Berlin, Göttingen, Heiderberg, Springer, 1951.
- 10) Leonhardt, F. u. W. Andrä : Die vereinfachte Trägerrostberechnung, Stuttgart, Julius Hoffmann, 1950.
- 11) Boukamp, J.G. and G.H. Powell : Structural Behavior of an Orthotropic Steel Deck Bridge, Structural Engineering Laboratory, Univ. of California, Berkeley, Calif., Report No. 67-27 (2 Volumes), Nov., 1967.
- 12) Goldberg, J.E., W.D. Glauz and A.V. Setlur : Computer Analysis of Folded Plate Structures, Preliminary Publication, I.A.B.S.E., 7th, 1964.
- 13) Vlasov, V.Z., 奥村敏恵ほか訳 : 薄肉弾性ばりの理論, 技報堂, 1967.
- 14) DeFries-Skene A. and A.C. Scordelis : Direct Stiffness Solution for Folded Plates, ASCE, ST 9, Aug., 1964.
- 15) Cheung, Y.K. : Finite Strip Method Analysis of Elastic Slabs, ASCE, EM 6, Dec., 1968.
- 16) Cheung, Y.K. : Folded Plate Structures by Finite Strip Method, ASCE, ST 12, Dec., 1969.
- 17) 奥村敏恵・鈴木康弘 : 剛結合折板構造理論と台形桁への応用, 土木学会論文報告集, 第 154 号, 1968.
- 18) 奥村敏恵・坂井藤一 : 薄肉平板より成る立体的構造物の静力学的解析に関する一方法とその応用, 土木学会論文報告集, 第 176 号, 1970.
- 19) 能町純雄 : 剛なダイヤフラムで等区画に分けられる薄肉長方形箱げたの曲げねじりについて, 土木学会論文報告集, 第 146 号, 1967.
- 20) 尾崎 詔 : 折板構造解析による単一箱桁の曲げねじりについて, 土木学会論文報告集, 第 179 号, 1970.
- 21) Nomachi, S.G. : On the Finite Sine Series with Respect to Finite Differences, the Memoirs of the Muroran Institute of Technology, 5, No. 1, 1965.
- 22) Nomachi, S.G. : A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration, the Memoirs of the Muroran Institute of Technology, 5, No. 2, 1966.
- 23) Nomachi, S.G. and K.G. Matsuoka : Applications of Finite Fourier Integration Transform for Structural Mechanics, Proc. of the 20th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1970.
- 24) Nomachi, S.G. and T. Ohshima : On the Stress Analysis of the Beams with Rectangular Cross Section by Means of Finite Prism Method, Proc. of the 24th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1974.
- 25) Dean, D.L. and C. Omid'varan : Analysis of Ribbed Plates, ASCE, ST 3, March, 1969.
- 26) Dean, D.L. and H.V.S. GangaRao : Macro Approach to Discrete Field Analysis, ASCE, EM 4, Aug., 1970.

- 22) GangaRao, H.V.S. and J.C. Smith : Dynamic Field Analysis of Torsionless Grids, ASCE, EM 3, June, 1972.
- 23) 大城 武 : Application of Discrete Variational Techniques to the Analysis of Latticed Shells, 琉球大学理工学部紀要工学編第 8 号, March, 1975.
- 24) Avent, R.R. and J.H. Robinson, Jr. : Elastic Stability of Polygon Folded Plate Columns, ASCE, ST 5, May, 1976.
Avent, R.R. and D. Bounin : Discrete Field Stability Analysis of Ribbed Plates, ASCE, ST 9, Sep., 1976.
- 25) Sneddon, I.N. : The Use of Integral Transforms, McGraw-Hill, 1972.
- 26) 国広哲男・藤原 稔 : 直交異方性板理論による鋼床板実用設計法, 建設省土木研究所報告, 第 137 号, 1969.
- 27) 小西一郎編 : 鋼橋設計編 I, 丸善, 1976.
- 28) 能町純雄・大島俊之 : 閉リブ鋼床板の弾性挙動について, 土木学会年次学術講演会, I-22, 1975.
- 29) 能町純雄・大島俊之 : 閉リブ鋼床板の構造特性, 土木学会北海道支部研究発表会論文集, p. 107, 1976.
- 30) 能町純雄・大島俊之 : 閉リブで補剛された平板の曲げについて, 土木学会年次学術講演会, I-107, 1976.
- 31) 荻沢憲吉・芳村 仁 : 舗装体を考慮した鋼床板の局所応力について, 土木学会北海道支部研究発表会論文集, p. 21, 1977.

(1977.2.25・受付)