

【ノ ー ト】

軽量骨材コンクリートの骨材周辺に生じる
応力に関する一考察

STRESSES AROUND AN AGGREGATE PARTICLE
IN THE LIGHT WEIGHT CONCRETE

浜 本 二 郎*
By Jiro HAMAMOTO

1. はしがき

近年、コンクリートの付着ひびわれ発生機構の解明や、用いる粗骨材の種類による強度差の説明の手段として、粗骨材を球体とみなしてその周辺の応力解析が行われているが^{1)~3)}、これらはいずれも1933年にGoodierによって発表された解析方法⁴⁾に基づいている。Goodierは無限マトリックス中に剛性率の異なる球形または円柱形のインクルージョンが1個存在するモデルについてその周辺の応力集中とインクルージョン中の応力を調べたものであるが、このような場合には一様な応力の場と球体が入ったために生じた応力集中の両方を加算して考慮する必要がある。しかし、最近国内で発表された論文では前者、すなわち初期条件としての応力が加算されていないのでいずれも誤った応力分布が提示されており、その結果適切でない結論が引き出されている。

本文は、人工軽量骨材コンクリートの圧縮強度に及ぼす骨材粒の表面性状の影響に関する研究の一環として、Goodierの解析方法を用いインクルージョンとマトリックスの界面に生じる応力分布を求めるとともに、インクルージョン周辺のマトリックスの応力分布についてもこれを調べ、この部分に引張応力が発生することを示して、コンクリートの単軸破壊機構解明に対する一資料としたものである。

2. 構造モデルと計算式

図-1のように一様な引張力が作用する応力場に、単一の球形弾性球体がある場合を考える。力の作用する方向をZ軸にとって球体の存在による球体外部に対する応力を極座標で解析すると

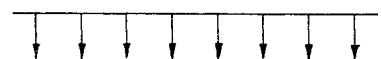
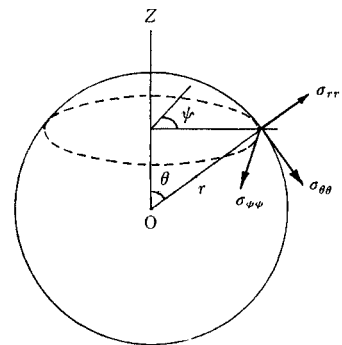
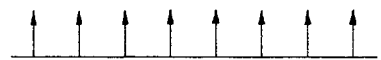


図-1 座標と応力成分

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2 G_1 \left\{ \frac{2A}{r^3} - \frac{2\mu_1}{1-2\mu_1} \frac{C}{r^3} + 12 \frac{B}{r^5} \right. \\ &\quad \left. + \left[-\frac{2(5-\mu_1)}{1-2\mu_1} \frac{C}{r^3} + 36 \frac{B}{r^5} \right] \cos 2\theta \right\} \\ \sigma_{\theta\theta} &= 2 G_1 \left\{ -\frac{A}{r^3} - \frac{2\mu_1}{1-2\mu_1} \frac{C}{r^3} - 3 \frac{B}{r^5} \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{C}{r^3} - 21 \frac{B}{r^5} \right] \cos 2\theta \right\} \\ \sigma_{\psi\psi} &= 2 G_1 \left\{ -\frac{A}{r^3} - \frac{2(1-\mu_1)}{1-2\mu_1} \frac{C}{r^3} - 9 \frac{B}{r^5} \right. \\ &\quad \left. + \left[3 \frac{C}{r^3} - 15 \frac{B}{r^5} \right] \cos 2\theta \right\} \\ \tau_{r\theta} &= 2 G_1 \left\{ -\frac{2(1+\mu_1)}{1-2\mu_1} \frac{C}{r^3} + 24 \frac{B}{r^5} \right\} \sin 2\theta \\ \frac{A}{r_0^3} &= -\frac{\sigma_0}{8 G_1} \frac{G_1 - G_2}{(7-5\mu_1)G_1 + (8-10\mu_1)G_2} \end{aligned}$$

* 正会員 工博 山梨大学助教授 工学部土木工学科

$$\begin{aligned} & \times \frac{(1-2\mu_2)(6-5\mu_1)2G_1}{(1-2\mu_2)2G_1+(1+\mu_2)G_2} \\ & + \frac{\sigma_0}{4G_1} \frac{\left[(1-\mu_1) \frac{1+\mu_2}{1+\mu_1} - \mu_2 \right]}{(1-2\mu_2)2G_1+(1+\mu_2)G_2} \\ \frac{B}{r_0^5} &= \frac{\sigma_0}{8G_1} \frac{G_1-G_2}{(7-5\mu_1)G_1+(8-10\mu_1)G_2} \\ \frac{C}{r_0^3} &= \frac{\sigma_0}{8G_1} \frac{5(1-2\mu_1)(G_1-G_2)}{(7-5\mu_1)G_1+(8-10\mu_1)G_2} \end{aligned}$$

ここで、

- σ_0 : $\theta=0$ の方向の引張応力度
- σ_{rr} : 半径方向の直応力度
- $\sigma_{\theta\theta}$: 切線方向の直応力度
- $\sigma_{\psi\psi}$: Z に垂直な面内切線方向の直応力度
- $\tau_{r\theta}$: 球面に働くせん断応力度
- G_1 : マトリックスの剛性率
- G_2 : 球体の剛性率
- μ_1 : マトリックスのポアソン比
- μ_2 : 球体のポアソン比
- r_0 : 球体の半径

マトリックスにおける応力度は上式の応力度とこれに対応する σ_0 による応力度を加算すれば求められる。

3. 弾性定数と計算結果との関係

2. に従って計算をするためには弾性定数を決めなければならない。従来の研究による結果^{1-3), 5), 6)}を参考にして μ_1, μ_2 および $m=G_2/G_1$ を定めた。また、 μ_1, μ_2 および m の持つ特性を調べるための参考値を採用した。この研究ではこれらの値をパラメーターとしてマトリックスの応力を算定し、それらの値が応力度に及ぼす影響を調べた。計算結果は圧縮応力度を正(⊕)とし、応力度は σ_0 の比としてあらわしてある。マトリックスに生じる応力度を $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{\psi\psi}$ および $\tau_{r\theta}$ とした。

球体との境界面でのマトリックスに生じる応力を求めた。図-2 は、 $\mu_1=0.20, \mu_2=0.25$ および $m=G_2/G_1$ とし、 $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=0^\circ}, (\sigma_{\theta\theta})_{\theta=90^\circ}$ および $(\sigma_{\psi\psi})_{\theta=0^\circ}$ と m との関係で、図-3 は球体まわりに生じる諸応力度と $\mu_1=0.20$ として m と μ_2 との関係を示したものである。図-2 および 図-3 は、 $m \leq 1$ についてあらわしたもので傾向として単一球のポアソン比が大きくなるにしたがって単一球の両極点でマトリックスの層にひびわれが入りやすくなること、および両極点でマトリックスの層に圧縮応力の集中が起きること、また、ポアソン比が小さくなるほど赤道まわりのマトリックスの層に圧縮応力の集中がおこることをあらわしている。

σ_{rr} は 図-2 の範囲では 0 と 1 との間にあるので 図

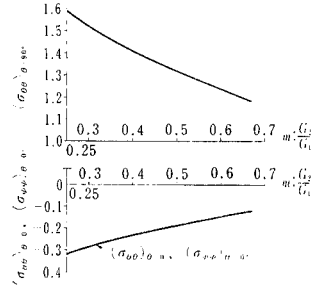


図-2 $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=0^\circ}, (\sigma_{\psi\psi})_{\theta=0^\circ}$ および $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=90^\circ}$ と $m\left(\frac{G_2}{G_1}\right)$ との関係

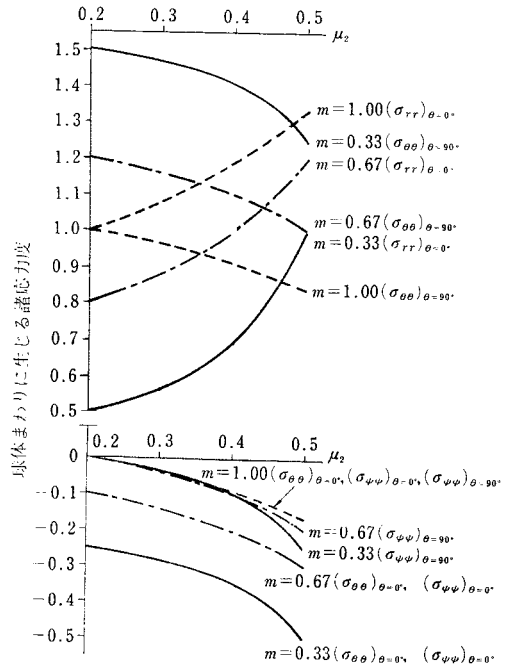


図-3 球体まわりに生じる諸応力度と $m\left(\frac{G_2}{G_1}\right)$ と μ_2 との関係

図-2 では σ_{rr} を省略した。 m が 1 に近づくにしたがって単一球とマトリックスの界面に働くせん断応力度が大きくなるが、このせん断応力度は、マトリックスのみ存在するときの $(\tau_{r\theta})_{\theta=45^\circ}=0.50$ より小さいので 図-2, 図-3 では省略した。特別の場合として $m=0$ の場合を計算すると $\mu_1=0.20, \mu_2=0 \sim 0.50$ の範囲で $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=0^\circ} \div -0.50, (\sigma_{\psi\psi})_{\theta=0^\circ} \div -0.50, (\sigma_{\theta\theta})_{\theta=90^\circ} \div 2.00$ および $(\tau_{r\theta})_{\theta=45^\circ} \div 0.00$ となる。一般の骨材を扱った研究²⁾では $\mu_1=0.5, \mu_2=0.2, m=1.76$ とし $(\sigma_{rr})_{\theta=0^\circ}=0.113, (\sigma_{rr})_{\theta=90^\circ}=-0.237$ であり σ_{rr} について球体とマトリックスとの間の付着強度の検討が行われた。著者の計算値は $(\sigma_{rr})_{\theta=0^\circ}=1.112, (\sigma_{rr})_{\theta=90^\circ}=-0.237$ となり、同様に付着強度の検討が必要となる。 $(\sigma_{rr})_{\theta=0^\circ}=1.112$ は

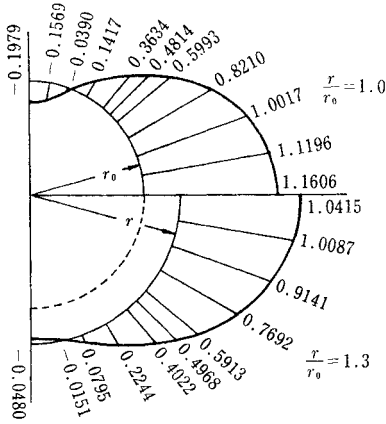


図-4 球体付近の $\sigma_{\theta\theta}$ 応力度の分布図

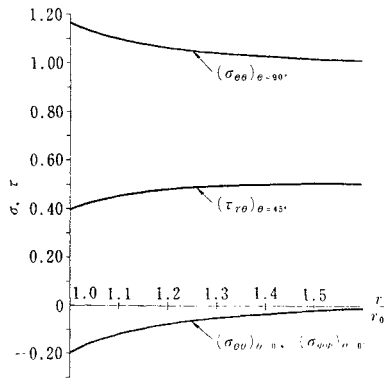


図-5 $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=0^\circ}$, $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=90^\circ}$, $(\sigma_{\psi\psi})_{\theta=0^\circ}$ および $(\tau_{r\theta})_{\theta=45^\circ}$ と r/r_0 との関係

よく知られているように骨材の極点のモルタルの層に圧縮応力の集中が生じていることの説明となる。参考のため m が1より大きい場合の例として $m \doteq 1000 \sim 9000$ で、 $\mu_1 = 0.30$, $\mu_2 = 0.30 \sim 0.50$ の範囲で $(\sigma_{rr})_{\theta=0^\circ} \doteq 1.94$, $(\sigma_{rr})_{\theta=90^\circ} \doteq -0.16$, $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=90^\circ} \doteq 0.07$, $(\sigma_{\psi\psi})_{\theta=90^\circ} \doteq 0.07$ および $(\tau_{r\theta})_{\theta=45^\circ} \doteq 1.05$ となる。

Goodier の解析法の要点は圧縮応力を受けている無限マトリックスが球体を含めばマトリックスには引張応力が発生し得ることを示しているのであるが、著者はこの点について検討した。軽量骨材としてのパラメーターの例として、 $m=0.67$, $\mu_1=0.30$, $\mu_2=0.40$ とし、(単一球の中心からの距離)/(単一球の半径)と球体付近の応力度の分布の関係を調べたのが 図-4, 5 である。図中の $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=0^\circ}$, $(\sigma_{\psi\psi})_{\theta=0^\circ}$ と r/r_0 との関係はマトリックスに生じる引張応力度の存在を示している。 $(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=90^\circ}$ と r/r_0 との関係は球体周辺のマトリックスは圧縮応力度の集中が生じていることを示している。 σ_{rr} は1より小さく、また圧縮応力となるので図では省略した。一般に川砂利のパラメーターとして $m=4$ および $\mu_1=\mu_2=0.20$ として³⁾, σ_{rr} の分布と r/r_0 との関係を求めたのが 図

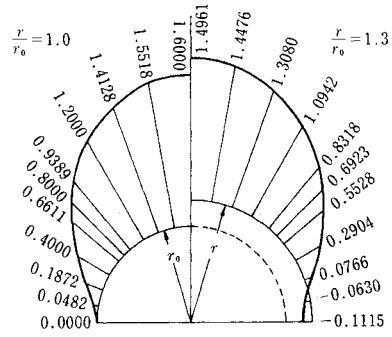


図-6 球体付近の σ_{rr} 応力度の分布図

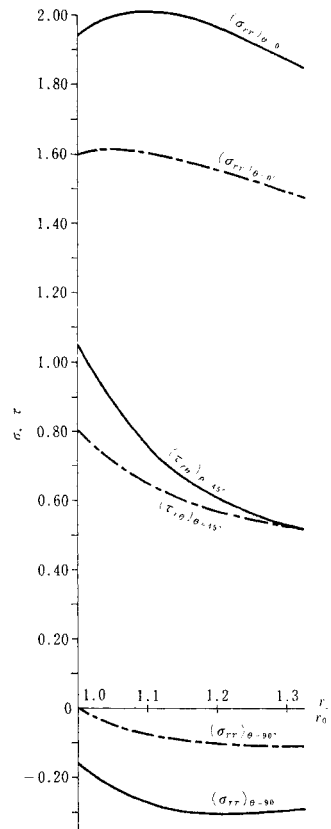


図-7 $(\sigma_{rr})_{\theta=0^\circ}$, $(\sigma_{rr})_{\theta=90^\circ}$ および $(\tau_{r\theta})_{\theta=45^\circ}$ と r/r_0 との関係

—6の実線および 図-7中の一点鎖線である。この場合、 $(\sigma_{rr})_{\theta=90^\circ}$ はマトリックスと球体との界面では0であるが球体付近のマトリックスでは引張応力となっているのは注目に値する。図-5によれば軽量骨材の場合は界面の層で最大引張応力となっている。図-7中の実線は $m=9000$ および $\mu_1=\mu_2=0.3$ の場合、諸応力と r/r_0 との関係を示してある。図-7によれば一般川砂利の場合、川砂利の直上付近のモルタルに圧縮応力の集中が起きている。このことは前述した骨材とモルタルとの界面の層に圧縮応力の集中が生じていることとあわせる

と、骨材直上のモルタルに圧縮応力の集中が起きていることがいっそう明瞭となる。

4. あとがき

本文で述べたことは、圧縮応力を受けている弾性無限マトリックスが弾性球体を含んだ場合にマトリックスに生じる応力を軽量骨材と川砂利を示すパラメーターを使って実際に示したことである。まず球体とマトリックスの界面について計算し、次に球体周辺のマトリックスの応力分布について計算した。

軽量骨材コンクリートは、川砂利コンクリートに比べると一般に骨材とモルタルとの付着がよいこと、形状が卵型およびほぼ球型であることなどが、本文で述べた計算式の成立条件に近づく。しかし、ペースト・モルタルおよび骨材は完全弾性体ではないこと、および実際のコンクリートでは多数の骨材が相互に影響を及ぼし合うこ

となどについて今後検討されなければならないと考える

参 考 文 献

- 1) Hansen, T.C. : Cracking and fracture of concrete and cement paste, ACI SP-20, pp. 43~66, 1968.
- 2) 加藤清志：プレーンコンクリートの付着ひびわれ発生機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，No. 235，pp. 99~109，1975年3月。
- 3) 山本泰彦：コンクリートのワーカビリティおよび強度におよぼす粗骨材粒の特質，コンクリートジャーナル Vol. 7, No. 11, pp. 11~21, 1969年11月。
- 4) Goodier, J.N. : Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws, APM-55-7, pp. 39~44, 1933.
- 5) 村田二郎・神山行男：軽量骨材粒の強度および耐久性，コンクリートライブラリー第24号，pp. 18~23，1969年10月，土木学会。
- 6) 西沢紀昭：人工軽量骨材を用いたコンクリートの力学的性質に関する実験結果，コンクリートライブラリー第10号，pp. 29~33，1964年5月，土木学会。

(1977. 3. 28・受付)