

車輪とレールの相互作用による振動と 騒音に関する実験的研究

AN EXPERIMENTAL STUDY ON VIBRATION AND NOISE GENERATED BY INTERACTION BETWEEN RAIL AND WHEEL

松浦 義満*・梶 容 郎**

By Yoshimitsu MATSUURA and Yoshio KAJI

1. 緒 言

列車の走行により発生する軌道の振動は軌道自体の破壊を促進させる大きな要因であるだけでなく、この振動は車両に生ずる振動とあいまって沿線住民に種々な不都合や災害を与えている場合も多い。軌道の振動に関しては古くからおびただしい数の実験および理論研究が行われ¹⁾、それらの成果は列車走行路としての軌道の機能の向上に活用されてきている。また、列車の走行が沿線住民に与える騒音ならびに振動についても多数の調査研究がなされ、いくつかの対策が提案され、かつ講じられている^{2)~8)}。

しかし、実際の軌道の振動系は複雑であり、車輪の転動あるいは車輪とレールの衝突により軌道に生ずる数十 Hz から数千 Hz にも及ぶ振動（波動も含む）のなかには発生機構が十分に明らかにされていない振動現象もいくつかある。在来線の軌道で観測される 300 Hz 周辺の振動はその一つである。この 300 Hz 周辺の振動は枕木の質量と枕木下の弾性がおもな因子となって発生しているという結論を導いた研究がある⁹⁾。その研究および他の研究者による軌道の振動に関する研究^{9)・9)~13)}においては、軌道の動的支持力はレールの曲げ剛性、道床および締結装置のばね定数、レール、枕木および道床の質量等の各要素の大きさにより決まるものとされ、これらの要素によって構成される振動系に車輪による種々の動的外力が作用したときの軌道各部の振動が検討されている。しかし、軌道の振動、とりわけ 100 Hz を越える中・高周波の振動を検討するときには従来の振動モデルにさらに付け加えなければならない重要な因子があると考えられる。それは枕木の曲げ剛性である。現在、主要な線路においては P C 枕木が多く使用されている。この

枕木は動的な列車荷重が作用したとき十分に大きな運動エネルギーをもつ曲げ振動をしており、その曲げ振動は軌道の振動に大きな影響を及ぼしていると予想される。

本研究においては車輪がレール面に衝突した際に軌道および車輪に発生する振動、および騒音を現場および実験室で測定し、その測定結果を分析してそれらの振動および騒音の発生機構を枕木の曲げ剛性を考慮して追求する。

2. 車輪とレールの相互作用による騒音の 周波数特性

北陸本線野々市駅南寄りの地点の上り線で車輪とレールの相互作用による騒音を測定することをねらいとして、特別急行列車を対象にして列車走行時の騒音を測定した。測定地点は 5 km にわたる直線区間のほぼ中央に設定した。その地点の軌道構造は粘土を含んだ砂質土路盤と砕石道床で構成される支持体の上に 50 kg N 型のロングレールが敷設されたものであり、枕木は P C 3 号、締結装置は標準 5 型が使用されている。また、枕木間隔は 66 cm である。レール継目は測定地点の前後 500 m 以遠にある。騒音測定は図-1 に示すごとく外側レールから 183 cm 離れた、レール面と同じ高さの位置にマイクロホン (Brüel & Kjær, 4145, ANSI-S 1.12-1967 の規格を満足している) を設置して実施した。マイクロホンが捕えた騒音は前置増幅器 (Brüel & Kjær, Type 2619) と計測用増幅器 (Brüel & Kjær, 2606 A) を通じてデータレコーダー (TEAC, R 410, FM 方式) に収録した。このとき、マイクロホンには前面を開いた防風

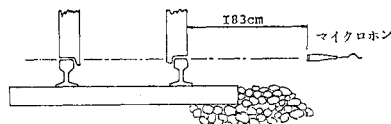


図-1 騒音の測定位置

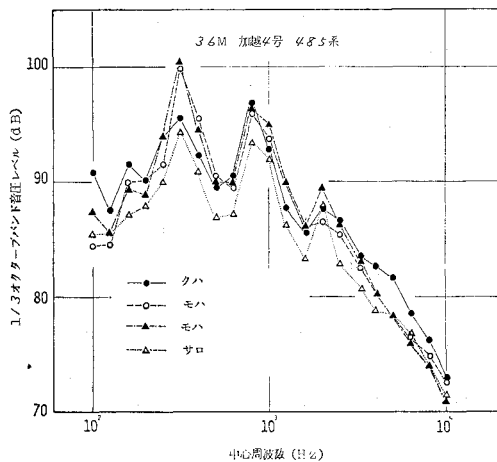
* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 金沢大学技官 工学部土木工学科

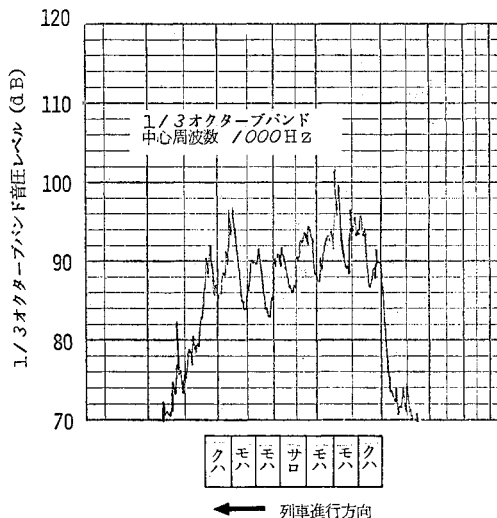
箱を被せて列車風のマイクロホンへの直接的作用を避けた。この研究は騒音と振動の2つを分析することを目的としているため、騒音の測定においては聴感度補正を行わず、filterの周波数特性をlinearに設定した。また、時定数はfastにした。データレコーダーに収録した騒音をオシログラフに再生するに際しては、磁気テープの送り速度を騒音測定時の速度の1/10に落して電磁オシログラフに記録した。この騒音測定に使用した各測定器の測定周波数範囲を表一に掲げる。

表一 騒音測定計器の測定周波数範囲

測定用計器	測定周波数範囲
マイクロホン	3 Hz~ 18 kHz
前置増幅器	2 Hz~200 kHz
計測用増幅器	2 Hz~200 kHz
データレコーダー	0 Hz~ 20 kHz
電磁オシログラフ	0 Hz~700 Hz



図一 列車通過時の騒音の周波数特性 (加越4号)

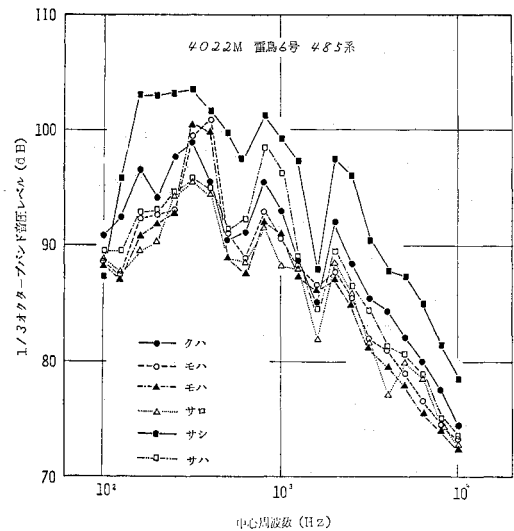


図三 列車通過時の車両別音圧レベル (加越4号)

特急列車加越4号が123.8 km/hrの走行速度で通過したときの騒音を1/3オクターブ・バンドで車両形式別に周波数分析したところ図一のごとき結果を得た。車両形式別に分析した理由は電動装置の有無により騒音の周波数特性が異なるのではないかと予測したところにある。図一の車両形式別周波数特性は次の手順を経て描いた。まず、周波数分析器 (Brüel & Kjær, 2120) のfilterを1/3オクターブに設定し、かつ1つの帯域幅を指定し、その帯域幅の中心周波数を設定する。その分析器にデータレコーダーに収録した騒音を入力して入れて分析し、高速度レベルレコーダー (Brüel & Kjær, 2307) に描かせると図三のごとく指定した帯域幅における各車両の騒音の音圧レベルを求めることができる。図三は中心周波数1 kHzの場合の音圧レベルである。このようにして100 Hzから10 kHzまでの各帯域幅における車両ごとの音圧レベルを求め、車両形式別にまとめたものが図一のグラフである*。騒音測定の対象にした加越4号は7両編成であり、組み込まれている車両は大別して制御車(クハ)、電動車(モハ)、附随車(サロ)の3形式である。

同様な方法で分析した雷鳥6号の騒音の車両形式別周波数特性を求めると図四のごとくなる。雷鳥6号は12両編成であり、組み込まれている車両は制御車、電動車、附随車(サロ)、附随車(サシ)、附随車(サハ)の5形式である。

図一をみるといずれの形式の車両においても騒音の周波数特性はほぼ同一の傾向を示し、300 Hz周辺、900 Hz周辺および2 kHz周辺の音圧レベルが卓越している。この加越4号の騒音ではグリーン車(サロ)の音圧



図四 列車通過時の騒音の周波数特性 (雷鳥6号)

* 車両形式別の音圧レベルを読みとることは注意深く作業を行うならば可能である。

レベルが全周波数にわたって低く現われている。これはその車両の重量が他の車両の重量に比べ小さかったか、あるいはその車両の車輪踏面の損傷が小さかったかのいずれかによると考えられる。図-4 に示す雷鳥 6 号の騒音も 図-2 と同じ傾向を示し、300~400 Hz, 900 Hz 周辺, 2 kHz 周辺の音圧レベルが卓越している。ただし、図-4 では食堂車(サシ)の音圧レベルが全周波数領域にわたって高いのがめだつ。雷鳥 6 号の通過時にレールをたたき音が聞かれた。このため、食堂車の車輪の踏面に損傷が生じており、この損傷が音圧レベルを相対的に高くしたものと推測される。

300 Hz 周辺および 900 Hz 周辺におけるより詳細な卓越周波数を見出すために加越 4 号の騒音測定記録を用いて 300~400 Hz と 800~1 kHz の周波数範囲において、上と同様な方法で車両形式別に 1% 分析を行った。

その結果を 図-5, 6 に示す。これらの図にみられるごとく、各車両形式の騒音の周波数特性には特徴的な差異は見い出せない。300~400 Hz の領域においては 320 Hz が卓越しているけれども 800~1 kHz の領域においては卓越周波数は見い出せない。

加越 4 号の電動車(モハ) 附随車(サロ) と制御車(クハ) の騒音を対象にして、40~100 Hz の周波数範囲において 1% 分析を行ったところ 図-7 のごとくなり、70 Hz 周辺において卓越している。

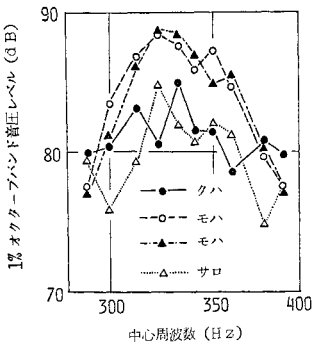


図-5 列車通過時の騒音の周波数特性 (1% 分析)

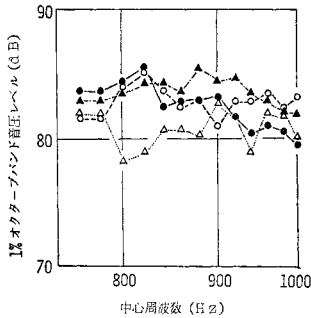


図-6 列車通過時の騒音の周波数特性 (1% 分析)

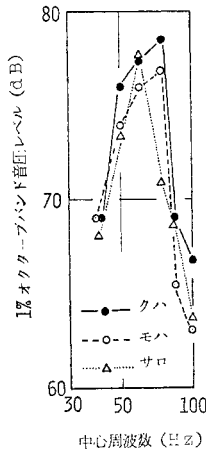
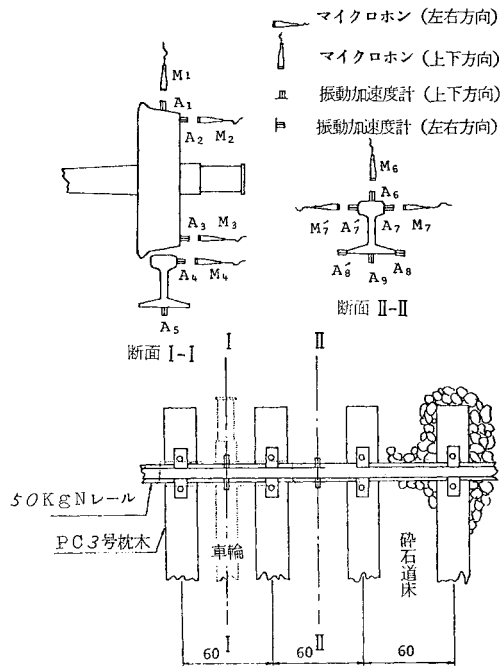
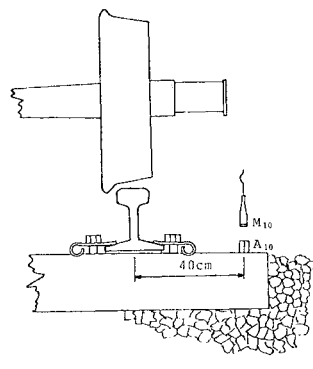


図-7 列車通過時の騒音の周波数特性 (1% 分析)

以上、軌道の側方、レール面の高さで測定した列車通過時の騒音を車両形式別に分析した。分析の結果、いずれの形式の車両においても 70 Hz, 300 Hz, 900 Hz, 2 kHz の周辺において音圧レベルが卓越しており、各形式の車両の周波数特性には顕著な差異のないことが判明した。このため 図-1 の位置で測定した騒音には、電動装置からの騒音は大きく影響を及ぼしていないと考えられる。この事象から推測して、測定された騒音はおもに車輪とレールの相互作用による車輪と軌道の振動に起因する騒音であると考えられる。しかし、この騒音には台車、電動装置、車体等の車両構成要素の振動による騒音が含まれていることはいうまでもない。



(a) 車輪落下点は枕木間合い



(b) 車輪落下点は枕木直上

図-8 試験軌道における騒音と振動加速度の測定位置

3. 試験軌道における実験

現場測定で観測された 70 Hz, 300 Hz, 900 Hz, 2 kHz の騒音が車輪とレールの相作用により発生する可能性があるか否か、また、可能性があったとした場合、車輪とレールがいかように作用しあい、どのように振動してこれらの音波を放射しているかを究明することを目的として実験室に実物大の試験軌道を設け、車輪をレール面上に落下させて車輪、レール、枕木に生ずる衝撃音と振動加速度、およびレールに生ずるひずみを測定してそれらの波形を分析した。

(1) 実験方法

車輪落下実験を行うために設けた試験軌道はコンクリート床上に厚さ 30 cm の砕石道床を敷き、PC3号枕木を 60 cm 間隔に配置し、延長 8.3 m の 50 kg N 形レールを敷設した軌道である。この軌道ではレールと枕木の間に厚さ 6 mm の第 2 種 50 C 形軌道パッドを挿入しており、締結装置としては標準 5 形を使用している。

車輪落下実験は試験軌道の中央において行うこととしてマイクロホン、振動加速度計、ひずみ測定用ゲージを図-8, 9 に示す位置に取り付けた。ここに M_1, M_2, \dots, M_{10} はマイクロホンの位置を示す。マイクロホンと振動体の隔たりは約 2 cm である。 A_1, A_2, \dots, A_{10} は振動加速度計の取付け位置を示し、また、 H_1, H_2, \dots, H_7 はレ

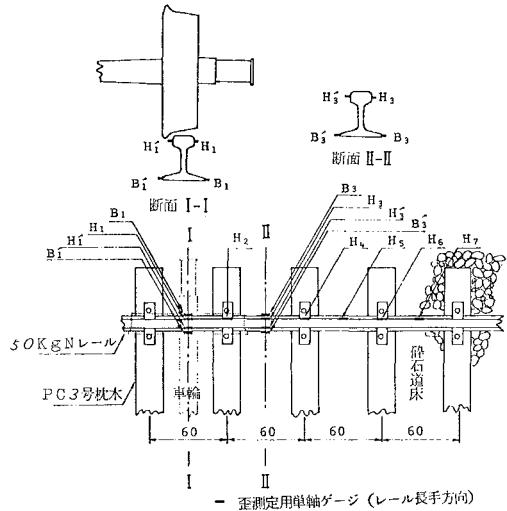


図-9 試験軌道におけるひずみの測定位置

表-2 振動加速度計および増幅器の性能

測定計器	容量	測定周波数範囲
振動加速度計	100 g	0~1.3 kHz
振動加速度・ひずみ測定用増幅器	—	0~1 kHz

ール・ヘッド側面に、 B_1, B_2 はレール・ベース側面に張付けた単軸ゲージを示す。ここで使用する騒音測定用のマイクロホン、増幅器、記録器は前節で使用したものと同一の計器である。ここで使用する振動加速度計および振動加速度測定用とひずみ測定用の増幅器の性能を

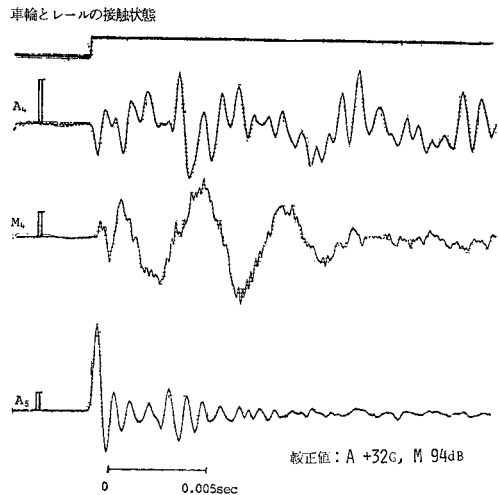
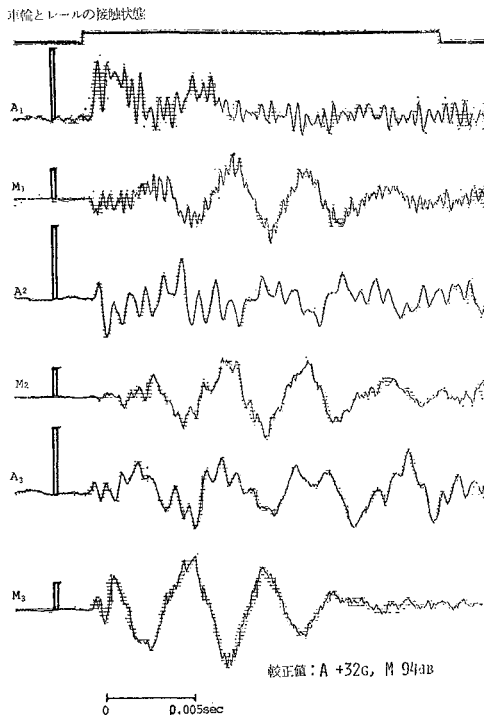


図-10 車輪落下点 (断面 I-I) における振動加速度 A と騒音 M の測定記録 (車輪落下高: 25 mm)

表-2に掲げる。

実験に使用した車輪は一体圧延車輪であり、重量は800 kg、踏面回りの円の直径は84 cmである。車輪落下実験においては車輪の片側だけを針金で所定の高さまで吊り上げ、その針金を切断して車輪をレール面上に落下させた。このとき車輪とレールの接触状態を調べるため、車輪とレールが接触しているとき電流が流れ、それが離れているとき電流が断たれるような回路を組み、その電流をデータレコーダーに記録させた。

(2) 実験結果 I

片側車輪を25 mmの高さからレール面上に落下させたときに A_1, A_2, \dots, A_{10} において測定された振動加速度の波形および M_1, M_2, \dots, M_{10} において測定された騒音の波形を図-10~12に示す。これらの図に示す波形は同時測定によるものではなく、振動加速度と騒音を一組として測点ごとに同一の落下条件のもとで車輪を落下させて測定したものである。しかし、車輪を落下させるたびにレール支持体は少しずつ変化すると考えられるため厳密には同一の落下条件を保ったとはいえない。

図-10~12の最上段は車輪とレールが接触しているか否かを示すスイッチの記録である。今回の実験においてはレール面上に落下した車輪がレール面を離れて跳ね上がる場合と跳ね上らない場合とがあった。跳ね上がった場合の車輪とレールの接触時間は、車輪落下のたびに異なっていたけれども、0.018~0.023 secの範囲にあった。

まず車輪落下により発生する騒音の周波数特性を調べる。 M_4 と M_7 において測定した騒音を2.と同様な方法で周波数分析すると図-13のようになり、 M_4 と M_7 のいずれにおいても30, 60, 230, 800, 2000 Hzの近傍において音圧レベルが卓越している。この図-13と図-2を照合すると両者の周波数特性は比較的良好に類似していることが認められる。

次に上下方向の振動加速度と騒音の波形を調べる。車輪上部踏面の振動加速度 A_1 には250 Hzと2 kHz周辺の波が認められる。250 Hz周辺の波は急激に減衰しているけれども2 kHz周辺の波は連続している。この2 kHzの波は振動加速度計および増幅器の測定周波数範囲を越えているため、この波の振幅をもって車輪の上下方向の振動加速度を測ることはできない。騒音 M_1 には250 Hz周辺と2 k~3 kHzの波が認められ、250 Hz周辺の波の減衰は緩やかである。車輪が単純に上下方向の振動をしているとき、振動加速度 A_1 と騒音 M_1 には同一の波形(位相は逆である)が現われるものと考えられるけれども図-10にみ

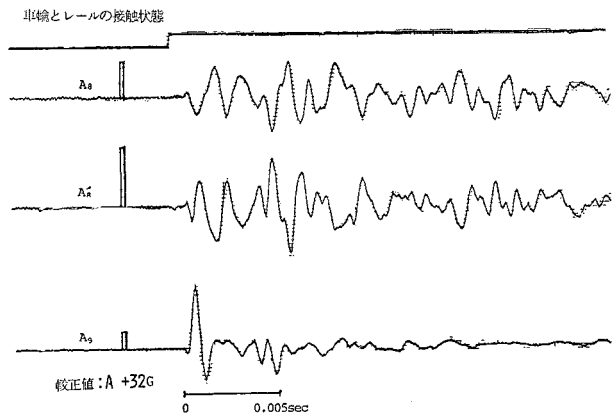
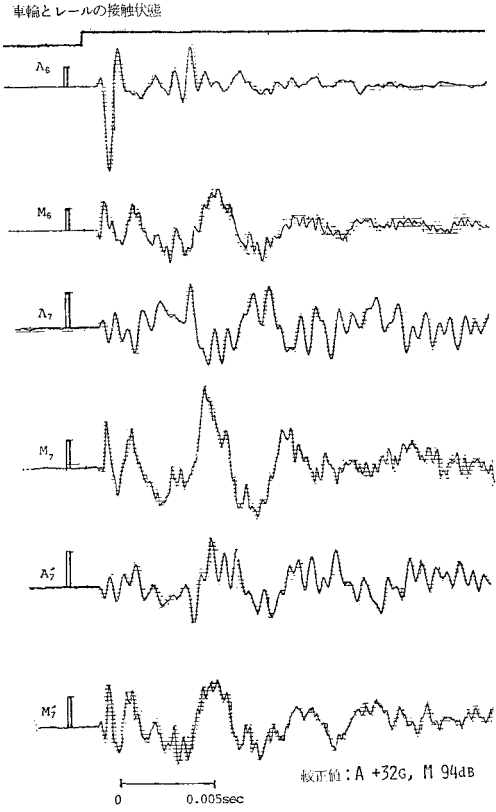


図-11 断面 II-II における振動加速度 A と騒音 M の測定記録(車輪落下高: 25 mm)

られる A_1 と M_1 の波形は異なっている。これは M_1 の波形が M_2 の波形に似ていることから M_1 のマイクロホンが車輪の左右方向の振動による騒音も同時に捕えていることによると考えられる。車輪落下点のレールベースおよび断面 II-II のレールヘッドとベースの上下方向の振動加速度 A_8, A_6, A_9 には1 kHz周辺の波が強く現われている。しかし、 A_1 に現われた250 Hz周辺の波をこれらの振動加速度の中に明確に見出すことはで

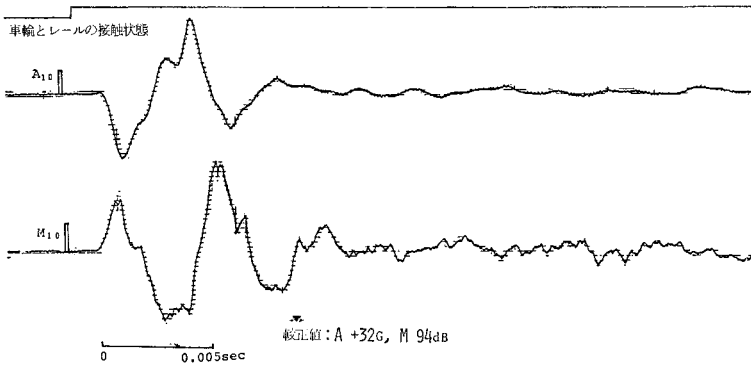


図-12 枕木の振動加速度 A と騒音 M の測定記録 (車輪落下高: 25 mm)

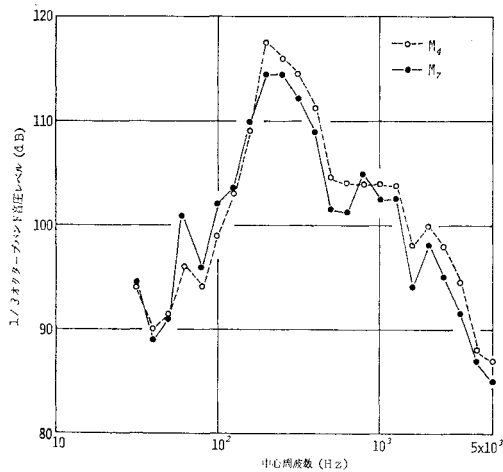


図-13 車輪落下時の騒音の周波数特性

きない。これは 250 Hz 周辺の上下振動がレールに生じていないことを実証するものではなく、上下振動においては 250 Hz 周辺の振動加速度は 1 kHz 周辺のそれに比べて相対的に小さいため明確に現われなかったという見方もできる。騒音 M_6 には 240 Hz の波が顕著に現われている。断面 II-II の振動加速度 A_6 と A_7 は波形が同一で位相が逆である。枕木の上下方向の振動加速度 A_{10} と騒音 M_{10} には 230 Hz 周辺の波が支配的であり、1 kHz 周辺の波は小さい。

左右方向の振動加速度と騒音の波形には、車輪およびレールのいずれの測点においても、220~250 Hz の波が顕著に現われており、さらに車輪のリムの振動加速度 A_2 , A_3 および車輪落下点のレールヘッドの振動加速度 A_4 には 1 kHz 周辺の波も現われている。これらのうち A_2 と A_3 の波の位相は逆になっている。したがって、車輪の上部と下部は相互に逆方向に振動していると考えられる。断面 II-II のレールヘッドの左右方向の振動加速度 A_7 , A_7' には 1 k~1.5 kHz の波が認められ、レールベースの振動加速度 A_8 , A_8' には 700~1 kHz の波が現われている。この現象からレールヘッドはベースに

比べ高い周波数の左右方向の振動、すなわち頭を左右に振る振動をしていると考えられる。これら A_7 と A_7' および A_8 と A_8' の各対においては波形は同一で、位相が逆である。これは当然な現象であるけれどもマイクロホン M_7 および M_7' で測定した騒音 M_7 と M_7' の波形をみると波形および位相がほぼ同一である。 M_7 と M_7' に同一位相の波が現われる理由をみつ

けることは困難であるが、この現象の起こりうる場合の 1 つとしてレールに生ずる 250 Hz 周辺の上下振動の振幅は同一周波数の左右方向の振動振幅に比べ大きい場合が考えられる。

以上の実験の結果から片側車輪をレール面上に落下させたとき、車輪の上下と左右、レールの左右、枕木の上下の各方向に 250 Hz 周辺の振動が発生し、また、車輪の左右、レールの上下と左右に 1 kHz 周辺の振動が発生していること、さらに車輪に上下方向の 2 kHz 周辺の振動が発生していることが判明した。

(3) 実験結果 II

車輪落下時のレールの挙動には振動加速度と騒音の測定結果のみでは理解できない部分がある。すなわち、230 Hz 周辺の上下振動がレールに生じているかどうか、

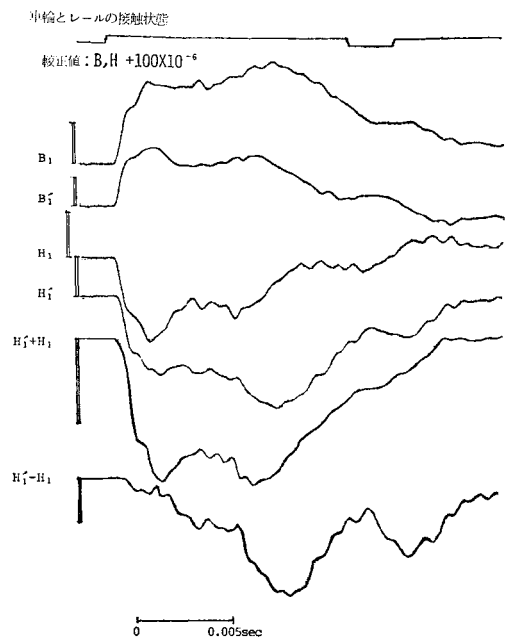


図-14 断面 I-I におけるひずみの測定記録 (車輪落下高: 25 mm)

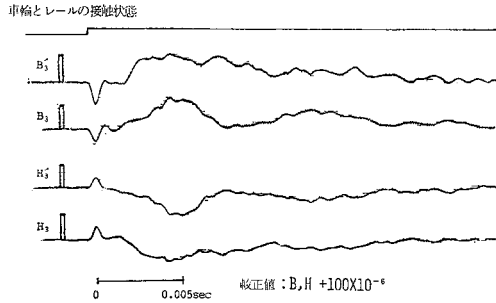


図-15 断面 II-II におけるひずみの測定記録
(車輪落下高: 25 mm)

また、この 230 Hz 周辺の振動および 1 kHz 周辺の振動はいかなる発生機構のもとに発生する振動であるかなどが明らかでない。これらを追求するために図-9 に示すごとくレールヘッドおよびベースに単軸ゲージを張り付け、車輪をレール面上に落下させてレールに生ずるひずみを測定した。

片側車輪を 25 mm の高さからレール面上に落下させたときに H_1, H_1', B_1, B_1' に生ずるひずみの測定結果を図-14 に示す。図にみられるごとく H_1 と B_1' および H_1' と B_1 の各対の波形はそれぞれ向きが逆で類似している。また、 H_1 と H_1' のひずみの大きさの絶対値を比較すると H_1' の方が大きい。この測定結果から車輪の落下によりレールは下方向へ変位すると同時に外側へ押し出される形の振動をしていることがわかる。断面 II-II において H_3, H_3', B_3, B_3' に生ずるひずみの測定結果は図-15 のごとくになり、明確ではないが断面 I-I のひずみと同様に H_3 と B_3' および H_3' と B_3 の各対の波形はそれぞれ向きが逆で類似している。したがって、断面 II-II においても斜めの面上で振動している成分があるといえる。図-11 の A_8, A_7 に認められたレールヘッドとベースの左右振動の周波数の相違は H_3 と B_3 には認められない。これは測定周波数範囲を越えた振動ひずみは拡大率が低下するため記録としては現われにくいことによると考えられる。

図-14 には H_1 と H_1' の波形を用いて算出した $(H_1' + H_1)$ と $(H_1' - H_1)$ の波形を加える。 $(H_1' + H_1)$ はレールの上下方向の曲げ振動によるひずみを表わし、 $(H_1' - H_1)$ はレールの左右方向の曲げ振動による

* レールにねじりが生じている場合には純粋な曲げひずみにならない。

ひずみを表わしている*。上下方向の曲げ振動のひずみには、車輪がレール面に接触した瞬間からおよそ 0.008 sec までに 230 Hz 周辺の波が顕著に現われている。この現象からレールには明らかに 230 Hz 周辺の上下方向の振動が発生していることが判明した。0.008 sec 以後は左右方向の 230 Hz 周辺の振動が優勢になっている。この 230 Hz 周辺の振動は振動加速度および騒音に認められた 250 Hz 周辺の振動に相当すると考えられる。

片側車輪を 25 mm の高さからレール面上に落下させたときに H_1, H_2, \dots, H_7 に生ずるひずみの測定結果を図-16 に示す。この図をみると車輪がレールに衝突した直後に 1 kHz 周辺の進行する曲げ波が発生していることがわかる。その曲げ波は 12.86×10^4 cm/sec の速度で伝播し、1つの曲げ波は孤立波として伝播するのではなく、先頭に新たな曲げ波を発生させながら進行している。その先頭波の伝播速度は 32.72×10^4 cm/sec である。この曲げ波は枕木のある断面、枕木のない断面に関係なく滑らかに進行しているため、レールに発生する曲げ波は締結装置のばねおよび枕木の影響をほとんどうけないで進行していると推測される。これは曲げ波の振幅がきわめて小さいことによると考えられる。この曲げ波の波長 L および曲げひずみの極大値 ϵ_{max} を図-16 の波形から求めると、 $L=128.6$ cm、 $\epsilon_{max}=24.75 \times 10^{-6}$ となる。これらの値を用いて曲げ波の振幅 a を算出すると、 $a=1.56 \times 10^{-2}$ mm となり、きわめて小さい。

1 kHz 周辺の曲げ波は車輪とレールが衝突したときの車輪とレールの接面変形によって発生するものと考えられ、その弾性接触のばね作用の大きさにより曲げ波の周期あるいは波長が決まると考えられる。この推測を実証するために車輪落下点のレール面上に厚さ 6 mm のゴムパット (2.5 mm 圧縮したときの静的なばね定数は 1750 kg/cm³ である) を敷いて車輪を落下させ、図-16

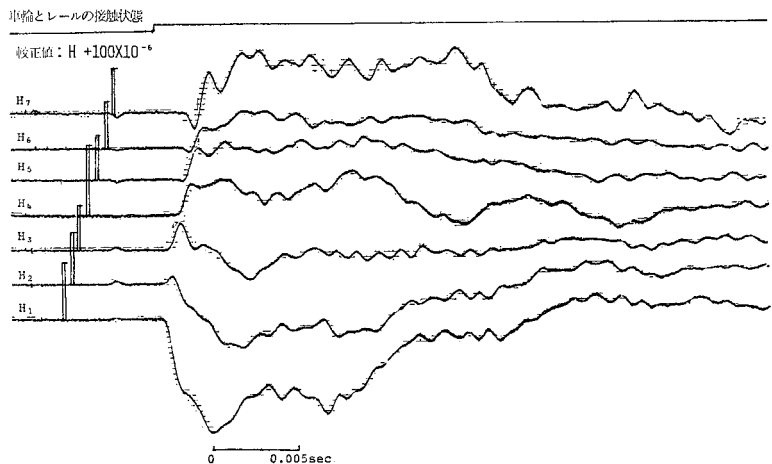


図-16 レールヘッドのひずみの測定記録 (車輪落下高: 25 mm, ゲージ間隔: 30 cm)

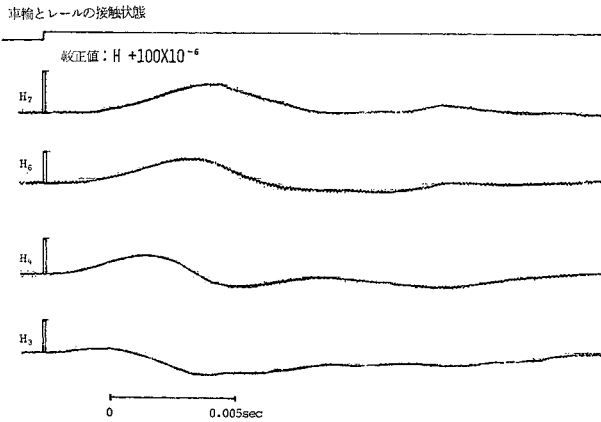


図-17 レール面上にゴムパットを敷いたときのひずみの測定記録 (車輪落下高: 25 mm)

に対応するひずみ (H_3, H_4, H_6, H_7) の測定を行ったところ 図-17 のごとき結果を得た。そこに記録されているひずみの波からは 1 kHz 周辺の波は完全に消滅している。この実験により 1 kHz 周辺の曲げ波は車輪とレールの弾性接触のばね作用により生ずることが明らかになった。

(4) 実験結果 III

前項の実験において 1 kHz 周辺の振動の発生原因が明らかになった。しかし、その実験では 250 Hz 周辺の振動の発生原因を明らかにすることはできなかった。そこで、この項において 250 Hz 周辺の振動の発生原因を探る。

緒言で述べたごとく、レールに作用する動的な外力はレールの曲げ剛性、道床と締結装置のばね定数、レール、枕木および道床の質量、枕木の曲げ剛性等によって支持されていると考えられる。これらの軌道構成要素の

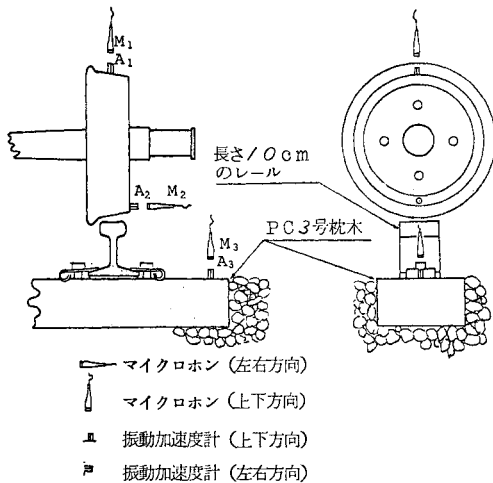


図-18 1本の枕木上に車輪を落下させたときの測定計器の取り付け位置

うちいずれが 250 Hz の振動の支配的な発生原因になっているかを探るために、1本のPC枕木に長さ10 cmのレールを締結して、そのレール面上に片側車輪を落下させて車輪および枕木に生ずる振動加速度と騒音を測定した。振動加速度計およびマイクロホンの取り付け位置を 図-18 に示す。この実験装置はレールの曲げ剛性と質量が作用しない場合の車輪と枕木の振動を捕えることをねらったものである。

片側車輪を 25 mm の高さからレール面上に落下させたときに A_1, A_2, A_3 に生ずる振動加速度および M_1, M_2, M_3 で収録される騒音の測定記録を 図-19 に示す。この図にみられる各波形は 図-10, 11 に示した同一測定位置の波形に類似している。しかし、周波数は 330 Hz 周辺にあり、 図-10, 11 に示した波の周波数 250 Hz よりも高い。長いレールを介して多数の枕木で支持された軌道に車輪を落下させたときの周波数より低いという現象は、長いレールを敷設するとレールの曲げ剛性が作用し、かつレールを支持する枕木の数が増加することにより枕木の曲げ剛性が增大するという点から考えると理解できない。しかし、次節の(3)で説明するごとく落下してくる車輪を受け止める軌道の条件が異なると車輪も異なった上下運動あるいは回転運動をすると予想されるため、上述の現象は起こり得ると推測される。

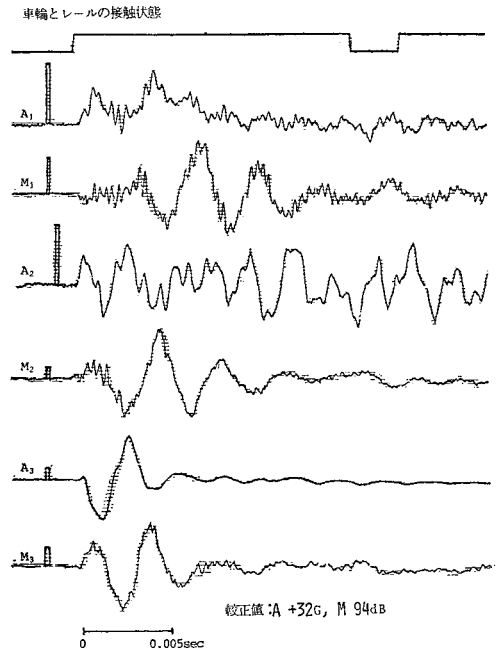


図-19 1本の枕木に車輪を落下させたときの振動加速度 A と騒音 M の測定記録

図-19 に示した 330 Hz 周辺の振動は落下した車輪が1本のPC枕木の曲げ剛性によるばねと砕石道床のばねで支持されたとき車輪と枕木が接着した状態において生ずる振動である。4.(3) で証明するごとく、この 330 Hz 周辺の振動はおもに枕木の曲げ剛性によるばねに支持された振動である。この事象から類推して、図-10, 11 にみられる 250 Hz 周辺の振動も枕木の曲げ剛性をおもな原因として発生した振動であると考えられる。

(5) 枕木の曲げ剛性の測定

枕木の曲げ剛性が軌道の振動の主要な因子となり得ることが推測されたので、ここで現場および試験軌道に使用されているPC3号枕木の曲げ剛性を測定する。この枕木の断面は一様ではなく、端部(断面積: 361.7 cm²)が太く、中央部(断面積: 270.9 cm²)が細い。ここでは検討を容易にするために枕木の断面積は一様であると仮定し、枕木の断面積 A_s 、長さ l_s および密度 ρ_s を表-3 のごとくに定め、実験により測定される枕木の自由振動数から曲げ剛性 $E_s I_s$ を求める。

宙吊りにしたPC枕木をハンマーで打撃して自由振動を生じさせた。そのとき測定された各振動モードの振動数と表-3 に掲げた諸元を用いて曲げ剛性 $E_s I_s$ を算出すると表-4 のごとくなる。

表-3 PC3号枕木の諸元

断面積 A_s	338.7 cm ²
長さ l_s	200.0 cm
密度 ρ_s	2.336×10^{-6} kg·sec ² /cm ⁴

表-4 PC3号枕木の自由振動数と曲げ剛性

振動モード	自由振動数	曲げ剛性 $E_s I_s$
1次振動	146.3 Hz	2.154×10^6 kg·cm ²
2次振動	439.0 Hz	2.402×10^6 kg·cm ²
3次振動	818.2 Hz	2.285×10^6 kg·cm ²

曲げ剛性の平均値 = 2.281×10^6 kg·cm²

(6) 道床の動的支持力係数の測定

従来、軌道の振動を検討するに際しては静的載荷試験により測定された道床の支持力係数が、多くの場合、採用されてきた。しかし、砕石道床は十分に大きな質量をもっており、また、砕石相互間の摩擦抵抗も動的な摩擦と静的な摩擦とは異なると考えられるため、動的支持力係数と静的支持力係数は異なっていると推測される。そこで、ここでは試験軌道の道床の動的支持力係数を測定することを試みた。測定方法としては道床上に円柱状の鋼鉄製重錘(直径: 16 cm, 高さ: 12 cm, 重量: 19.26 kg)を落下させ、その重錘が道床面に接したときに重錘に作用する振動加速度の波形から動的支持力係数を算出する方法を採用した。

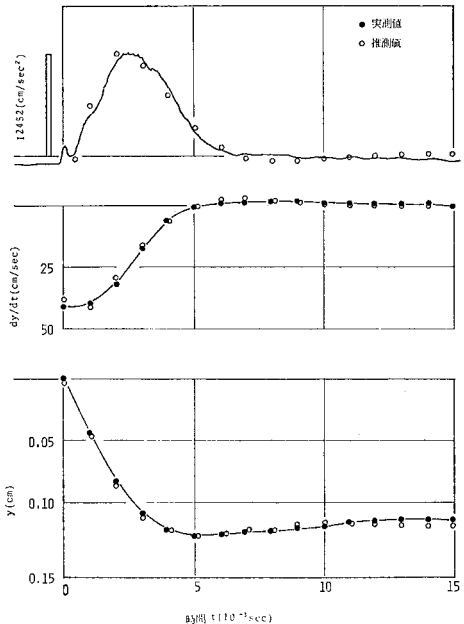


図-20 試験軌道の道床上に落下した重錘の加速度、速度、変位

重錘を 8.5 mm の高さから道床上に落下させた際の重錘の振動加速度の測定記録およびその振動加速度を積分して算出した振動速度と変位を 図-20 に示す。ここに振動速度と変位は重錘が道床面に接触する瞬間を始点として積分したものである。また、その瞬間における重錘の速度は 40.61 cm/sec とした。変位の波形をみると、およそ 1.2 mm の残留変位が生じている。このような残留変位を再現させるもっとも単純なばね系は 図-21 に示す maxwell model であると考えられる。そこで、この maxwell model を適用して 図-20 の変位波形から重錘底面の単位面積当たりのばね定数 k と粘性係数 η を求めると表-5 のようになる。この表の係数を用いて重錘の振動加速度、振動速度および変位を推計すると 図-20 の白丸印のごとくなり、推計値は実測値にかなりよく一致している。したがって、砕石道床のばね系は maxwell model で代表させうると考えられる。

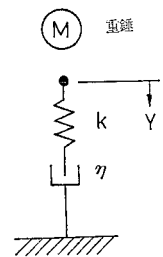


図-21 道床ばねのモデル

試験軌道の道床の静的支持力係数を測定したところ載荷板(直径: 16 cm の円板)の単位面積当たりの係数は 12.44~29.02 kg/cm³ の範囲にあった。この値は表-5 の動的ばね係数に比べかなり小さい。

表-5 試験軌道における道床のばね定数と粘性係数

ばね定数 k	39.02 kg/cm ³
粘性係数 η	4.591×10^{-2} kg·sec/cm ³

4. 軌道の振動に関する考察

軌道の振動を理論的に考察するに際して従来採用されてきたモデルのうち基本的なものはレールを弾性床の上のりとして取り扱ったものである¹⁾。いっそう実際の軌道の力学系に近づけたモデルとして枕木と道床の質量およびばねを考慮したモデルが検討されている^{6), 8)~13)}。それらのモデルにおいてはレール支持体のばねはすべて線形であると仮定されており、また、枕木を1つの質量をもったばねとみなすときにはその質量をレールあるいは道床の質量に付け加える方法と枕木を独立した質量としてモデルに組み込む方法が採られている。

これらのモデルを適用して軌道の振動を解析しようとする場合、解析の対象とする振動の周波数範囲に上限があると考えられる。なぜならば、上で述べたごとく従来のモデルにおいてはレール支持体のばねはすべて線形であると仮定されているけれども、実際のレール支持体のばね特性は周波数に応じて変化することが予想されるからである。レール支持体のばね特性を変化させる大きな要因としては次の3つの現象を挙げることができる。1つはレールに作用する外力の周波数が高くなると枕木に十分に大きな運動エネルギーをもつ1次、2次、3次の曲げ振動が発生し、その曲げ振動がレールの振動に影響を及ぼしていると推測されることである。2つめはレールの振動振幅によって締結装置のばね特性が変化することである。いま1つは道床自体に固有の振動数があり、枕木に道床の固有振動数を越えた振動が発生した場合、道床と枕木は直結されていないため道床は枕木の振動に追従しなくなることが推測されることである。

ここでは上述の3つの要因を考慮して、砕石道床およびPC枕木に支持されたレールに車輪が作用したときの軌道に生ずる振動について簡単なモデルを構成して検討する。軌道の振動モデルに枕木の曲げ振動を組み込むことは難しいため、その曲げ振動を自由度1の質点系の振動に変換して軌道の振動モデルを構成することにする。前節に述べた実験結果によると車輪落下により車輪とレールには上下と左右の両方向の振動が生じていた。これら2方向の振動のうち左右方向の振動を対象にした軌道の振動モデルを構成することは難しい。このため、ここでは上下方向の振動のみを扱う。

表-6 換算質量 m_s' 、換算ばね定数 k_s'

振動モード	換算質量 m_s'	換算ばね定数 k_s'
1 次	$\rho_s A_s l_s / 2.205$	$2\pi^4 E_s I_s / l_s^3$
2 次	$\rho_s A_s l_s / 2.000$	$40.5\pi^4 E_s I_s / l_s^3$
3 次	$\rho_s A_s l_s / 2.000$	$128\pi^4 E_s I_s / l_s^3$

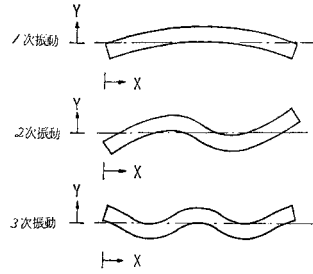


図-22 枕木の曲げ振動のモード

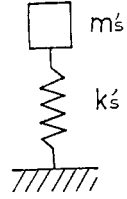


図-23 枕木の曲げ振動の変換モデル

表-7 換算したばね系の角振動数 ω_s' と 両端自由のはりの角振動数 ω_s

振動モード	角振動数 ω_s'	角振動数 ω_s
1 次	$\left(\frac{4.553}{l_s}\right)^2 \sqrt{\frac{E_s I_s}{\rho_s A_s}}$	$\left(\frac{4.730}{l_s}\right)^2 \sqrt{\frac{E_s I_s}{\rho_s A_s}}$
2 次	$\left(\frac{9.425}{l_s}\right)^2 \sqrt{\frac{E_s I_s}{\rho_s A_s}}$	$\left(\frac{7.853}{l_s}\right)^2 \sqrt{\frac{E_s I_s}{\rho_s A_s}}$
3 次	$\left(\frac{12.57}{l_s}\right)^2 \sqrt{\frac{E_s I_s}{\rho_s A_s}}$	$\left(\frac{10.996}{l_s}\right)^2 \sqrt{\frac{E_s I_s}{\rho_s A_s}}$

(1) 枕木の曲げ振動の質点系振動への変換

レール面上に動的な外力が作用したときに枕木に生じる曲げ振動の主要なモードとしては図-22に示すごとく1次、2次、3次の振動モードが考えられる。これらの曲げ振動を図-23に示すばね系に変換したときの換算質量 m_s' 、 k_s' を求めると表-6 となる。このとき図-22の各振動モードを次式のごとく仮定した。

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ 次振動 } & y = a(2 \sin \pi x / l_s - 1) \\ 2 \text{ 次振動 } & y = a \cos 3\pi x / l_s \\ 3 \text{ 次振動 } & y = a \cos 4\pi x / l_s \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここに、 a は曲げ振動の振幅を表す。表-6 の m_s' と k_s' による角振動数 ω_s' と枕木を断面一様、両端自由のはりとみなしたときに理論的に算出される角振動数 ω_s を比較すると表-7のごとくになり、2次および3次の振動においては換算したばね系の角振動数 ω_s' がかなり大きくでっており、1次振動の ω_s' は小さくでている。このため角振動数 ω_s' が ω_s に合致するよう換算質量 m_s'' と換算ばね定数 k_s'' を修正する。ここでは修正換算質量 m_s'' および修正換算ばね定数 k_s'' と表-6に掲げた m_s' および k_s' との間に次の式が成立するものとする。

$$\frac{k_s''}{m_s''} = \frac{k_s'(1-\delta)}{m_s'(1+\delta)} = \omega_s^2 \dots\dots(2)$$

表-8 PC3号枕木の修正換算質量 m_s'' 、修正換算ばね定数 k_s'' および修正係数 δ

振動モード	δ	m_s''	k_s''
1 次	-0.0489	$6.823 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$	$5.825 \times 10^4 \text{ kg} / \text{cm}$
2 次	0.3495	$10.672 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$	$7.315 \times 10^4 \text{ kg} / \text{cm}$
3 次	0.2613	$9.974 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$	$26.258 \times 10^4 \text{ kg} / \text{cm}$

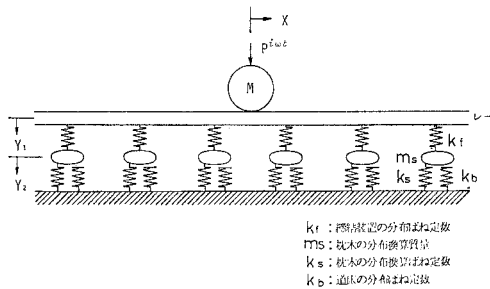
ここに、 δ は修正係数を表わす。表—7 の ω_s' と ω_s を用いて算出した δ を表—8 の第 2 列に示す。表—6 に掲げた各式と修正係数 δ を用いて PC 3 号枕木の修正換算質量 m_s'' と修正換算ばね定数 k_s'' を算出すると表—8 の第 3 列、第 4 列のごとくなる。

(2) 軌道の振動モデル

レールは枕木および道床により長手方向に連続的に支持された無限長のはりであるとし、そのレール面上の 1 点に集中質量 M が付着しており、かつ外力 $P e^{i\omega t}$ が作用しているものとして、軌道の振動モデルを図—24 のごとく設定する*。このモデルにおける枕木の分布質量 m_s と分布ばね定数 k_s は前項で求めた枕木の修正換算質量 m_s'' と修正換算ばね定数を枕木間隔 λ で除したものである。すなわち、

$$m_s = m_s'' / \lambda, \quad k_s = k_s'' / \lambda \dots \dots \dots (3)$$

である。この m_s と k_s の大きさは枕木の振動モードにより異なる。また、 k_b は分布道床ばね定数を表わす。この道床ばねは固有振動数をもったばねであり、枕木に直結されていないものとする。すなわち、枕木に生ずる振動数が道床の固有振動数を越えたときには道床ばねは枕木の振動に追従しないものとする。このとき $k_b = 0$ とする。本来道床ばねは質量をもっているけれども考察を簡単化するために、ここではその質量を省く。 k_f はレール締結装置の分布ばね定数を表わす。この k_f はレールの振動振幅が大きくなるにつれて増大するものとする。



図—24 軌道の振動モデル

図—24 に示すごとくレールの変位を y_1 、枕木の変位を y_2 とおき外力の作用点を原点 ($x=0$) に選ぶと次式のごとき運動方程式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + k_f (y_1 - y_2) &= 0 \\ m_s \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} + k_f (y_2 - y_1) + (k_s + k_b) y_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

ここに、 EI : レールの曲げ剛性
 ρA : レールの単位長さ当たりの質量

* 現実には $k_b \neq 0$ の軌道は存在しないため、 k_s と k_b は並列となる。

である。上記の運動方程式を文献 11) の解法に倣って解くと以下ようになる。いま 図—24 に示す振動モデルに調和振動が生ずるものとして、

$$y_1 = Y_1(x) e^{i\omega t}, \quad y_2 = Y_2(x) e^{i\omega t} \dots \dots \dots (5)$$

とおいて、これらを式 (4) に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{d^4 Y_1}{dx^4} - \rho A \omega^2 Y_1 + k_f (Y_1 - Y_2) &= 0 \\ -m_s \omega^2 Y_2 + k_f (Y_2 - Y_1) + (k_s + k_b) Y_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

となる。式 (6) から Y_2 を消去すると、

$$EI \frac{d^4 Y_1}{dx^4} + \left\{ \frac{k_f (k_s + k_b - m_s \omega^2)}{k_f + k_s + k_b - m_s \omega^2} - \rho A \omega^2 \right\} Y_1 = 0 \dots \dots \dots (7)$$

となる。式 (7) の解は、

$$\frac{k_f (k_s + k_b - m_s \omega^2)}{k_f + k_s + k_b - m_s \omega^2} - \rho A \omega^2 > 0 \dots \dots \dots (8)$$

のとき、 $x=0$ および $x=\infty$ における境界条件から

$$Y_1 = \frac{P}{8EI\beta^3 - M\omega^2} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) \dots (9)$$

となる。ここに、

$$\beta = \left[\left\{ \frac{k_f (k_s + k_b - m_s \omega^2)}{k_f + k_s + k_b - m_s \omega^2} - \rho A \omega^2 \right\} \frac{1}{4EI} \right]^{1/4} \dots \dots \dots (10)$$

である。この β は k_f が大きくなり、

$$k_f \gg k_s + k_b - m_s \omega^2 \dots \dots \dots (11)$$

となったとき、

$$\beta \doteq \left(\frac{k_s + k_b - (m_s + \rho A) \omega^2}{4EI} \right)^{1/4} \dots \dots \dots (12)$$

となる。枕木に生ずる振動数が道床の固有振動数を越えたときには式 (10), (12) の k_b を 0 とおけばよい。式 (9) は外力 $P e^{i\omega t}$ によるレールの振動振幅を表わし、かつ角振動数 ω が、

$$\omega = (8EI\beta^3/M)^{1/2} \dots \dots \dots (13)$$

のとき共振現象が生ずることを示している。したがって、式 (13) で与えられる ω は車輪がレール面上に落下した瞬間から車輪が跳ね上がってレール面から離れる瞬間までの間に車輪とレールが一体となって振動するときの角振動数を表わしていることになる。

また、

$$\frac{k_f (k_s + k_b - m_s \omega^2)}{k_f + k_s + k_b - m_s \omega^2} - \rho A \omega^2 < 0 \dots \dots \dots (14)$$

のとき式 (7) の一般解は、

$$Y_1 = c_1 e^{-rx} + c_2 e^{-irx} + c_3 e^{rx} + c_4 e^{irx} \dots \dots \dots (15)$$

の形となる。ここに、

$$r = \left[\left\{ \rho A \omega^2 - \frac{k_f (k_s + k_b - m_s \omega^2)}{k_f + k_s + k_b - m_s \omega^2} \right\} \frac{1}{EI} \right]^{1/4} \dots \dots \dots (16)$$

であり、 c_1, c_2, c_3, c_4 は境界条件により決まる定数である。式 (15) の第 2 項は曲げ波の進行波を表わし、第 4

項は後退波を表わす。レールが無限長のとき無限遠におけるレールのたわみは有限であるから $c_3=0$ である。また、無限長レールには進行する曲げ波を反射させる断面が存在しないため後退波は発生しない。したがって、 $c_4=0$ となる。これらの条件および外力の作用点における境界条件からレールのたわみ振動 y_1 を求めると、

$$y_1 = \frac{P}{(4EI\gamma^3 + M\omega^2)^2 + (M\omega^2)^2} \cdot [\{ (4EI\gamma^3 + M\omega^2) \cos \omega t + M\omega^2 \sin \omega t \} e^{-\gamma x} + M\omega^2 \cos(\gamma x - \omega t) + (4EI\gamma^3 + M\omega^2) \cdot \sin(\gamma x - \omega t)] \dots (17)$$

となる。このとき進行波の伝播速度 C と波長 L は、
 $C = \omega/\gamma, L = 2\pi/\gamma \dots (18)$

となる。式 (16) で表わされる γ は ω が大きくなり、
 $k_f \ll [k_s + k_b - m_s \omega^2] \dots (19)$

とみなしうる範囲に入ると、
 $\gamma \doteq \{ (\rho A \omega^2 - k_f) / EI \}^{1/4} \dots (20)$

が成立することになり、レールのたわみ振動 y_1 は道床ばね k_b と枕木の曲げ剛性の影響を受けなくなる。さらに ω が大きくなり式 (20) の ω が、

$$\rho A \omega^2 \gg k_f \dots (21)$$

とみなしうる範囲に入ると、
 $\gamma \doteq (\rho A \omega^2 / EI)^{1/4} \dots (22)$

が成立することになり、 y_1 はレール支持体の影響をほとんど受けなくなる。この項の最初に仮定したごとく締結装置の分布ばね定数 k_f はレールの振動振幅が小さくなるにつれて小さくになると考えられる。一方、レールの振動振幅は式 (17) にみられるごとくほぼ ω^2 に逆比例して小さくなる。このため締結装置の分布ばね定数 k_f はレールの角振動数 ω が大きくなると急激に小さくなるものと推測される。したがって、式 (19), (21) の検証を行う際にはレールの振幅も考慮しなければならない。また、式 (14) 以降の各式において角振動数 ω が道床の固有の角振動数を越えるときには $k_b=0$ とおかねばならない。

図-24 の振動モデルにおいては集中質量（車輪）とレールの間に接触ばねはないものとした。しかし、実際に車輪がレール衝突する際には弾性接触によるばね作用がある。その接触ばねを単純なばねに変換したときのばね定数はきわめて大きな値となり、かつこのばねを介して車輪とレールの双方に生ずる振動の周波数は高いものと予想される。この接触ばねを介した車輪の振動はレール側からみれば 1 つの周期的な外力となる。したがって、このときのレールの応答は式 (14) 以降の解を用いて求めることができる。しかし、ここに 1 つの問題が残されている。それは式 (17) において外力の周波数に等しい周波数の曲げ波が一定の速度でレールに沿って伝播

する点である。これは運動方程式 (4) を解く際に、レールが調和振動をすると仮定して解いたためにできた結果である。実際には一定の周波数、一定の伝播速度で進行する曲げ波は存在しない¹⁵⁾。実際に断面が一樣なはりに生ずる曲げ波は進行するにつれて波長が大きくなり、かつその波頭に常に新しい曲げ波を発生させている。しかし、観測の対象とするレールの長さを外力の作用点周辺に限定すると曲げ波の波長および伝播速度は一定であるとみなされ、レールは調和振動をしているとみることができる。

(3) 試験軌道に生ずる振動

前節の (3) (実験結果Ⅲ) において碎石道床上に置かれた 1 本の PC 枕木上に片側車輪が落下したとき車輪および枕木に 330 Hz 周辺の振動が発生することを示した。ここではまずこの現象を検討する。実験には重さ 800 kg の一体圧延車輪を使用し、その車輪の片側を持ち上げて落下させた。このとき落下側の枕木には長さ 10 cm のレールが締結されており、反対側には長いレールが 60 cm 間隔に配置された枕木上に締結されている。したがって、両側の支持条件は異なり、落下側の支持力に比べ反対側の支持力が大きくかつ堅い。このため車輪は反対側のレールを回転軸にして回転運動をしていると考えられる。このことを考慮して慣性モーメントから落下側の短いレールに作用する車輪の換算質量 M を求めると $M = 0.5173 \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$ となる。また、1 本の枕木を支持する道床のばね定数 k_b は表-5 に与えられている k と枕木の底面の面積 ($24 \times 200 \text{ cm}^2$) から、 $k_b = 1.872 \times 10^6 \text{ kg/cm}$ となる。落下側においては落下してきた車輪と枕木が一緒になって振動しているとみなして*、そのときの自由振動数を上記の数値および表-8 に掲げた枕木の換算質量 m_s'' と換算ばね定数 k_s'' を用いて算出すると表-9 のようになる。ここで自由振動数 f は次式により算出した。

$$f = \{ (k_s'' + k_b) / (m_s'' + M) \}^{1/2} / 2\pi \dots (23)$$

表-9 に示す振動数の計算値から、実験で観測された 330 Hz の振動は枕木が 3 次振動をするとき発生することがわかる。枕木が 3 次振動をするときの換算ばね定数 k_b'' は道床のばね定数 k_b に比べきわめて大きい。道床ばねが枕木の振動に追従しているか否かは実験結果およ

表-9 片側車輪が 1 本の PC 枕木上へ作用したときの自由振動数 (計算値)

枕木の振動モード	$k_b = 1.872 \times 10^6 \text{ kg/cm}$ のとき	$k_b = 0.000 \text{ kg/cm}$ のとき
1 次	102.8 Hz	50.2 Hz
2 次	193.1 Hz	172.3 Hz
3 次	339.8 Hz	328.3 Hz

* ここではレール締結装置のばね作用はないものとする。

表—10 試験軌道における振動の計算に用いる諸元

一体圧延車輪	回転運動するときの換算質量 M_I	0.7927 kg·sec ² /cm	
	上下運動するときの質量 M_{II}	0.8163 kg·sec ² /cm	
50 kg N レール (2本分)	曲げ剛性 EI	8.232×10^8 kg/cm ²	
	分布質量 ρA	1.0266×10^{-3} kg·sec ² /cm ²	
締結装置	分布ばね定数 k_f	3.333×10^8 kg/cm ²	
PC 3号枕木	振動モード別分布換算質量 m_s	1次	1.137×10^{-3} kg·sec ² /cm ²
		2次	1.779×10^{-3} kg·sec ² /cm ²
		3次	1.662×10^{-3} kg·sec ² /cm ²
	振動モード別分布ばね定数 k_s	1次	9.708×10^2 kg/cm ²
		2次	12.191×10^8 kg/cm ²
		3次	43.763×10^8 kg/cm ²
道床	分布ばね定数 k_b	3.120×10^8 kg/cm ²	

び計算結果からは判然としないけれども、たとえ道床ばねが常に作用しているとしてもそのばねは、表—9 の3次の自由振動数にみられるごとく、枕木および車輪の振動に大きな影響を及ぼしていない。したがって、330 Hz 周辺の振動のおもな因子は枕木の曲げ剛性であると判断される。

次に実験結果IおよびIIに対応する計算を行う。この計算に用いる車輪および軌道の諸元を表—10のごとく定める。諸元は次のようにして定めた。この2つの実験においても片側車輪を持ち上げて落下させた。このとき落下側および反対側のレール、枕木、道床の条件は同じである。すなわち両側の支持条件が等しい。このため片側車輪を落下させたとき車輪には重心のまわりの回転運動と上下方向の直線運動が生ずると考えられる。車輪が回転運動しているときの慣性モーメントから両側のレールに作用する車輪の換算質量 M_I を求めると、 $M_I = 0.7927$ kg·sec²/cm となる。車輪が上下方向の直線運動をしているときに両側のレールに作用する車輪の質量 M_{II} は、0.8163 kg·sec²/cm である。実験に使用した50 kg N レールの2本分の分布質量 ρA と曲げ剛性 EI は表—10のとおりである。締結装置のばね定数はレールと枕木の振幅および周波数により異なることが予想されるため決めにくい。ここでは便宜上1個の締結装置のばね定数を 100 t/cm と仮定し、両側合計の分布ばね定数を 3.333 kg/cm² とした。枕木の分布換算質量 m_s と分布換算ばね定数 k_s は表—8 に掲げた m_s'' と k_s'' を枕木間隔 (60 cm) で除して算出した。道床の分布ばね定数 k_b は表—5 に示したばね定数に枕木底面の面積を乗じ、さらに枕木間隔で除して算出した。

車輪が重心のまわりの回転運動をしているときには枕木は2次振動を行い、車輪が上下運動をしているときには枕木は1次および3次の振動を行っていると考えられる。実験結果IおよびIIにおいて車輪、レールおよび枕木の三者に250 Hz 周辺の卓越した上下振動が認められ

表—11 片側車輪落下時の試験軌道の自由振動数 (計算値)

車輪の運動形態	枕木の振動モード	$k_b = 3.120$ kg/cm ² のとき	$k_b = 0.00$ kg/cm ² のとき
回転運動	2次	176.0 Hz	160.7 Hz
上下運動	1次	105.3 Hz	59.1 Hz
	3次	270.3 Hz	262.9 Hz

た。その現象から、これら三者は250 Hz 周辺の振動においては一緒になって振動しており、その振動は締結装置のばね作用の影響を顕著に受けていないと考えられる。このため、ここでは $k_f = \infty$ と仮定する。これらの推測と仮定に基づいて、車輪がレールに付着しているときの軌道の自由振動数を式 (12), (13) および表—10の諸元を用いて算出すると表—11のようになる。表—11に示した自由振動数の計算値のうち実験で観測された250 Hz にもっとも近い周波数は車輪が上下運動を行い、枕木が3次振動を行うときの自由振動数である。さらに道床ばねが作用すると仮定したときと作用しないと仮定したときの自由振動数を比べるとそれぞれ270.3 Hz および262.9 Hz であり、両者の間に大きな差はないけれども道床ばねが作用しないと仮定したときの自由振動数の方が250 Hz に近い。このため、明確に判定できないけれども、道床ばねが枕木の振動に追従していない可能性があるといえる。以上の検討の結果から、片側車輪をレール面上に落下させたとき車輪はおもに上下運動を行い、枕木には3次振動が生じていると推測される。また、枕木が3次振動を行うときの分布換算ばね定数は道床の分布ばね定数に比べ約14倍の大きさを持ち、かつ道床ばねは枕木の振動に追従していない可能性もあるため試験軌道に生ずる250 Hz 周辺のおもな因子は枕木の曲げ剛性であると考えられる。

実験結果IIにおいてレールに1 kHz 周辺の曲げ波が発生し、 12.86×10^4 cm/sec の速度で伝播していることが観測された。この曲げ波は車輪とレールの弾性接触のばね作用により発生することが明らかになっている。このため、ここでは式 (14) 以降に展開した曲げ波に関する理論の妥当性を検証する。理論解においては曲げ波の伝播速度 C と角周波数 ω の間に式 (18) の関係が成立している。この式における r はレールの支持条件および角周波数の大きさにより異なる。レールの支持条件が同一の場合、角周波数 ω が大きくなり条件式 (19) あるいは (21) を満足するとき r はそれぞれの条件式に対応して式 (20) あるいは式 (22) のごとく変化する。

レールに1 kHz 周辺の曲げ波が発生しているため、いま仮にレールに950 Hz の曲げ波が発生しているとして、条件式 (19), (21) の検証を行う。このとき表—10の諸元をレール1本分に直して計算する。また、枕木には3次振動が発生し、道床ばねは作用しているものとす

る。条件式 (19) に関しては、

$$k_f = 1.667 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

$$|k_s + k_b - m_s \omega^2| = 6.165 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

となり、この条件式はほぼ満たしている。さらに条件式 (21) に関しては、

$$\rho A \omega^2 = 18.288 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

であるため、この条件式も満足している。上記の k_f は便宜的に与えた値である。実際の k_f は曲げ波の振幅が小さいため上記の値よりも小さい値であると推測される。この検証の結果、 r の算出には式 (22) が適用されることになる。式 (22) を用いて r を算出し、曲げ波の伝播速度を $C = 12.86 \times 10^4 \text{ cm/sec}$ とおいて、式 (18) から周波数を算出すると 929 Hz となり、1 kHz に近い値を得た。この計算結果から曲げ波を観測したレール延長 180 cm の範囲においてはレールは調和振動に近い挙動をしていると考えられる。

(4) 実在軌道に生ずる振動

2. において、軌道側方で測定した列車通過時の騒音の音圧レベルは 70 Hz, 300 Hz, 900 Hz, 2 kHz の周辺において卓越しており、各卓越周波数は車輪と軌道の振動に基づくものであることが推測された。これらの卓越周波数のうち 900 Hz 周辺の振動の発生因子は実験結果 II および前項の計算で明らかになった。また、2 kHz の振動は実験結果 I から類推して車輪に生ずる弾性振動であると考えられる。300 Hz 周辺の振動は実験結果 I, II, III から推測して、おもに枕木の曲げ剛性のばね作用により車輪、レール、枕木が一体となって振動するときの挙動であると考えられる。70 Hz 周辺の振動は道床のばね作用による振動であることが従来の研究において明らかにされている^{8), 10)~12)}。この 300 Hz 周辺および 70 Hz 周辺の振動の理論解を上述のモデル式により求めると次のようになる。騒音の測定地点の軌道は 2. に述べたごとく 66 cm 間隔に配置された PC 3 号枕木に 50 kg N レールが締結されている。したがって、レールの諸元は表—10 のとおりである。締結装置のばね定数は前項と同様な理由により、300 Hz と 70 Hz 周辺の振動に対しては無限大であるとする。列車通過時に枕木は単

表—12 実在軌道における振動の計算に用いる諸元

PC 3号枕木	分布換算質量 m_s	$1.511 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^2$
	分布換算ばね定数 k_s	$39.78 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$
道 床	分布ばね定数 k_b	1214 kg/cm^2

表—13 実在軌道の自由振動数 (計算値)

枕木の振動モード	$k_b = 1214 \text{ kg/cm}^2$ のとき	$k_b = 0.00 \text{ kg/cm}^2$ のとき
単純な上下運動	69.09 Hz	—
3次曲げ振動	258.2 Hz	255.1 Hz

純な上下運動と 3 次の曲げ振動を行うと仮定し、また、道床係数を 16.7 kg/cm^3 と仮定する¹⁾と枕木と道床にかかる諸元は表—12 のごとくなる。加越 4 号および雷鳥 6 号に使用されている車輪は一体圧延車輪である。その車輪の質量の詳細な値は明らかでない。ここでは車輪の質量として表—10 の値を採用することにする。これらの諸元を式 (12), (13) に代入して枕木が単純な上下運動をするときおよび 3 次の曲げ振動をするときの軌道の自由振動数を算出すると表—13 のごとくなる。

表—13 にみられるごとく枕木が単純な上下運動するとき軌道に 70 Hz 周辺の振動が発生することになる。これは従来の研究成果と一致する。枕木に 3 次の曲げ振動が生ずるときの自由振動数の計算値は 258 Hz となり、騒音の卓越周波数 300 Hz と必ずしも一致しない。この一致しない理由としてはモデル式が実際の軌道の振動系を十分に表現していないこと、計算に用いた諸元が適切でないことなどが考えられる。これらの理由のうち、もっとも大きなものは計算では車輪が回転していることを考慮しなかったけれども実際には 35 m/sec 前後の走行速度で回転しているところであると推測される。軌道に 258.2 Hz の振動が生じているときの波長 ($2\pi/\beta$) は 196.6 cm であり、また、その振動の 1 周期の間に車輪が移動する距離はおおよそ 13.6 cm となる。半波長に対する車輪移動距離の割合は 13.8% にも及んでいる。このため 300 Hz 周辺の振動を考察する際には車輪の移動速度を考慮しなければならない。これについては機会を改めて検討する。

5. 結 言

この研究の目的は車輪とレールの相互作用により車輪と軌道に発生する振動およびそれらの振動に基づく騒音の発生機構を究明することであった。この研究目的は現場における列車通過時の騒音の測定結果の分析および試験軌道における車輪落下実験によりほぼ達成された。しかし、細部において不明のまま残されている問題がいくつかある。

在来線の特急を対象にして軌道の側方、レール面の高さで測定した列車通過時の騒音を周波数分析した結果、70 Hz, 300 Hz, 900 Hz, 2 kHz 周辺において音圧レベルが卓越していることが明らかになった。これらのうち 70 Hz 周辺の騒音は道床の弾性およびレールの曲げ剛性のばね作用による車輪、レール、枕木の上方方向の振動に基づく騒音であることが従来の研究において明らかにされている。300 Hz 周辺の騒音はレールの曲げ剛性と枕木の曲げ剛性のばね作用による振動に基づく騒音であることが試験軌道における実験および理論的検討により

推測された。900 Hz 周辺の騒音は車輪とレールの弾性接触のばね作用によりレールに生ずる曲げ波に基づく騒音であることが試験軌道における実験により確認された。2 kHz 周辺の騒音はおもに車輪の弾性振動に基づく騒音であることが試験軌道における実験結果から推測された。

この研究には十分に解明されていない問題が残されているけれども、あえて上述の研究成果に基づいて鉄道騒音発生防止の可能性について考えると次のことがいえる。900 Hz 周辺の騒音の発生を防止することは車輪がレール面上を転動している限り難しいと判断される。300 Hz 周辺の騒音は枕木の曲げ剛性がおもな因子となって発生していると推測されるためレール支持体の構造を変えることにより、その騒音を制御できる可能性があると考えられる。2 kHz 周辺の騒音の制御の可能性を土木技術者の立場で論ずることは難しい。70 Hz 周辺の騒音に対しては聴覚感度が他の卓越した周波数の騒音に比べて比較的低いため、この騒音の制御の必要性は少な

この研究において十分に解明できなかった事項をまとめると、(1) 締結装置および道床の動的ばね特性、(2) レールに発生する曲げ波、(3) レールおよび車輪に発生する 300 Hz 周辺および 1 kHz 周辺の左右方向の振動、(4) 300 Hz 周辺の軌道の振動に及ぼす車輪の移動速度の影響、となる。これらの事項については機会を改めて検討する。

謝辞：本研究は昭和 50 年度、51 年度の文部省科学研究費（一般研究 B）の補助金を受けて行ったものである。研究を進めるにあたり国鉄金沢鉄道管理局保線課および松任工場車両課の協力を得た。また、金沢大学名誉教授 小野一良博士から貴重な助言、助力をいただいた。

た。面倒な騒音の分析作業は金沢大学学生 清水 徹、本田 孝の両君に分担していただいた。記して深甚なる感謝の意を表わしたい。

参考文献

- 1) 八十島義之助：鉄道軌道，技報堂，昭和 42 年 3 月。
- 2) Lotz R. : Wheel Rail Noise, A Progress Report, Inter-Noise 74, 1974.
- 3) Ver L.L., Ventres C.S. and Myles M.M. : Impact Noise Generation by Wheel and Rail Discontinuities, Inter-Noise 75, 1975.
- 4) Peters S. : Prediction of Rail-Wheel Noise from High Speed Trains, Acustica, Vol. 28, 1973.
- 5) Remington P.J. : Wheel/Rail Noise and Vibration Control, Bolt Beranek and Newman Inc., PB-237012, 1974.
- 6) 佐藤吉彦：軌道高周波振動の理論解析，鉄道技術研究報告，No. 1013, 1976 年 8 月。
- 7) 松井昌幸：騒音防止技術と施工実例資料集，フジテクノシステム出版部，昭和 49 年 12 月。
- 8) 松本嘉司・小沢康人・渡辺義則：都市鉄道の騒音発生に関する研究，土木学会論文報告集，No. 262, 1977 年 6 月。
- 9) 小野一良：運動エネルギーの分配に関する法則，土木学会論文集，No. 33, 昭和 31 年 4 月。
- 10) 佐藤 裕：軌道の動力学的強さ，鉄道業務研究資料，Vol. 12, No. 10, 1955 年 6 月。
- 11) 佐藤 裕：軌道構造と振動との関係についての理論的考察，鉄道業務研究資料，Vol. 13, No. 8, 1956 年 4 月。
- 12) 佐藤吉彦：軌道に生ずる高周波振動とその考察，土木学会論文集，No. 77, 1961 年 11 月。
- 13) 小野一良・伊藤義男：衝撃に対する砂利道床軌道の応答について，土木学会論文報告集，No. 249, 1976 年 5 月。
- 14) Timoshenko S. : Method of Analysis of Statical and Dynamical Stresses in Rail, Proc. Intern. Congr. Appl. Mech., 1926.
- 15) Cunningham D.M. : An Experimental Investigation of Beam Stresses Produced by Oblique Impact of a Steel Sphere, Journal of Applied Mechanics, Vol. 23, 1956.

(1977.10.27・受付)