

## 公共ふ頭における最適バース数の決定に関する研究

## A STUDY ON OPTIMUM NUMBER OF BERTHS IN PUBLIC WHARF

則 武 通 彦\*

By Michihiko NORITAKE

## 1. 序 論

公共一般雑貨ふ頭における最適バース数を決定するために、従来から多数の研究が遂行されてきている<sup>1)~12)</sup>。しかしながら、それらの研究は次のような欠点を保持している。

まず最初に、港湾取扱貨物量に関係した問題がある。一般に、ある港湾の公共ふ頭におけるバース数の計画を行う際には、対象とする計画期間の間に取扱わなければならない貨物量はその港湾に対して与えられている場合が多い。その港湾取扱貨物量は、一国の将来の経済計画やその港湾の背後地域の将来の土地利用計画などから予測される。しかし、従来研究においては、港湾取扱貨物量はそれらの研究によって得られたモデル式の種々のパラメーターに特定の値を与えたときのアウトプットとして得られているケースが多い。そのため、このような方法を用いると、港湾取扱貨物量条件が満足されているかどうかを検討するために、試行錯誤に基づいた莫大な計算を必要とする。したがって、このような欠点を克服するためには、港湾取扱貨物量をふ頭のバース数および港湾における船舶の動態と関係づけた関係式を導出しなければならない。

2番目には、ふ頭のバース数の最適性を保証するための評価の問題がある。従来の研究のうちのいくつか<sup>4),7)</sup>は、遊休するバースとバース待ちする船舶の費用のみを考慮している。また、別の研究<sup>9),11)</sup>では、バースについては遊休時と稼働時の費用を考慮しているが、船舶についてはバース待ちするときの費用しか考慮していない。しかしながら、国民経済的立場に立脚して公共ふ頭の最適バース数を評価する場合には、港湾におけるバースと船舶に関しては遊休時と稼働時のいずれの場合においても費用が発生しているのであるから、その両方の費用を

考慮することが適切であろう。そして、バース数の最適性について議論する場合には、その評価基準についての経済学的説明が必要である。

3番目に、港湾における船舶の動態を分析するモデルに関する問題がある。従来の研究は、大別して、港湾に在港する船舶隻数の分布を基礎とするもの<sup>1),4),7),12)</sup>と、港湾における船舶とバースの間の待ち合せ現象を基礎とするもの<sup>2),3),5),6),8)~11)</sup>とがある。しかし、それら2つのモデル間の関係や差違についての分析はほとんどなされていない。よって、各モデルの特徴、適用上の難易、計算実行上の優劣などについての分析、検討が必要である。

本研究は、従来研究における上記のような欠点を克服して、公共ふ頭における最適バース数を決定するための統一的な方法論を提示するものである。

## 2. 港湾における船舶の動態

特定の企業（荷主、荷受人、船社など）が保有する専用ふ頭と異なり、公共一般雑貨ふ頭には不特定多数の所有する船舶が多数来港する。そのため、港湾に到着する船舶は、もしすべてのバースが他の船舶によって占有されておれば、いずれかのバースが空くまで待たねばならない。逆に、船舶が到着したときに空きバースがあれば、その船舶はただちにサービス（貨物の陸揚げと船積み）を受けることができる。そして、バースでのサービ

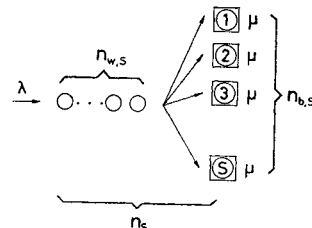


図-1 港湾オペレーションの概念図

\* 正会員 工博 関西大学講師 工学部土木工学科

スを終了すると船舶はただちにバースから出発する。

以上のような、港湾における船舶の動態の一般的な概念を示したものが図-1である。図-1において、各記号はそれぞれ次のような意味をもっている。

- $\lambda$ ：船舶の平均到着率 (隻/日)
- $\mu$ ：船舶の平均サービス率 (隻/日)
- $S$ ：ふ頭のバース数
- $n_S$ ：バース数が  $S$  のときの在港隻数
- $n_{b,S}$ ：バース数が  $S$  のとき、バースでサービスされている隻数
- $n_{w,S}$ ：バース数が  $S$  のとき、バース待ちしている隻数

### 3. 公共ふ頭の最小必要バース数の決定

一般に、公共ふ頭において必要とされるバース数を推定するに際しては、考察の対象としている港湾のオペレーションの期間における港湾取扱貨物量が与えられる。したがって、港湾取扱貨物量、ふ頭のバース数ならびに港湾における船舶の在港状態の間に存在する一般的关系を見い出す必要がある。

いま、次のような記号を定義する。

- $F_{n,S}$ ：バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間で  $n$  隻の船舶が在港する期待頻度
- $P_{n,S}$ ：バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間で  $n$  隻の船舶が在港する確率
- $T$ ：考察の対象とされる港湾オペレーション (port operation) の期間、通常は 1 年=365 日

定義より、次のことは明らかである。

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_{n,S} = 1 \dots\dots\dots (1)$$

$$F_{n,S} = TP_{n,S} \dots\dots\dots (2)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} F_{n,S} = T \dots\dots\dots (3)$$

いま、ふ頭におけるバース数が  $S$  であるとするとき、それらのバースが占有されている程度は占有度 (degree of occupancy,  $(D.O)_S$ ) と名付けられる<sup>7)</sup>。すなわち、

$$(D.O)_S = \frac{\sum_{n=0}^S nF_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} F_{n,S}}{S \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,S}} = \frac{\sum_{n=0}^S nP_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} P_{n,S}}{S} \dots\dots\dots (4)$$

あるいは、

$$(D.O)_S = \frac{S \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,S} - \sum_{n=0}^{S-1} (S-n) F_{n,S}}{S \sum_{n=0}^{\infty} F_{n,S}}$$

$$= 1 - \frac{\sum_{n=0}^{S-1} (S-n) P_{n,S}}{S} \dots\dots\dots (5)$$

である。式 (4), (5) より明らかに

$$(D.O)_S < 1 \dots\dots\dots (6)$$

である。さらに、Nicolau<sup>7)</sup> は  $S(D.O)_S$  をバース占有指数 (berth occupancy index) と名付けている。

いま、

$\bar{n}_{b,S}$ ：バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間にバースでサービスされる平均隻数

とすると、

$$\bar{n}_{b,S} = \sum_{n=0}^S nP_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} P_{n,S} \dots\dots\dots (7)$$

であるから、式 (4), (7) より、

$$\bar{n}_{b,S} = S(D.O)_S \dots\dots\dots (8)$$

となる。よって、期間  $T$  の間にバースでサービスされる平均隻数はバース占有指数に等しいことがわかる。

また、

$\bar{n}_{w,S}$ ：バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間にバース待ちする平均隻数

とすると、

$$\begin{aligned} \bar{n}_{w,S} &= \sum_{n=S+1}^{\infty} (n-S) P_{n,S} \\ &= \sum_{n=S+1}^{\infty} nP_{n,S} - S \sum_{n=S+1}^{\infty} P_{n,S} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

である。さらに、

$\bar{n}_S$ ：バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間の平均在港隻数

とすると、定義より、

$$\bar{n}_S = \sum_{n=0}^{\infty} nP_{n,S} \dots\dots\dots (10)$$

である。そして、式 (7), (9), (10) より、明らかに

$$\bar{n}_S = \bar{n}_{b,S} + \bar{n}_{w,S} \dots\dots\dots (11)$$

である。

いま、

$Q$ ：期間  $T$  の間の港湾取扱貨物量 (トン)

$R$ ：バース 1 日あたりの平均荷役率 (トン/日)

とすると、

$$\begin{aligned} Q &= R \left\{ \sum_{n=0}^S nF_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} F_{n,S} \right\} \\ &= RT \left\{ \sum_{n=0}^S nP_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} P_{n,S} \right\} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

であるから、式 (4), (7) より、

$$Q = SRT(D.O)_S = \bar{n}_{b,S} RT \dots\dots\dots (13)$$

となる。よって、

$$\frac{Q}{RT} = S(D.O)_S = \bar{n}_{b,S} \dots\dots\dots (14)$$

となり、これが港湾取扱貨物量に関する一般的な関係式である。

また、式(6),(14)より、

$$S > \frac{Q}{RT} \dots\dots\dots(15)$$

でなければならない。式(15)は、港湾取扱貨物量を荷役するためにふ頭に最小限建設しなければならないバース数の条件を示している。

なお、式(15)を満足しないバース数について考察することはまったく意味がないので、本論文の以下においては常に式(15)を成立させているバース数についてのみ考えることとする。

#### 4. 最適バース数決定のための評価方法

前章では、期間  $T$  の間に港湾で取扱わなければならない貨物量の制約から、ふ頭に最小限必要とされるバース数が決定されたが、その条件だけでは単一の最適なバース数を決定することはできない。本章では、港湾取扱貨物量による条件式(15)を満たすバース数について、最適なバース数が得られたとき具備していなければならない必要条件について考察を行う。そのため、まず港湾における貨物の陸揚げおよび船積みの活動に付随して生じる費用について分析を行い、次に最適バース数決定のための必要条件を導出する。

##### (1) バース数 $S$ のときの費用構成

いま、一般公共雑貨ふ頭でバース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間に消費される費用を考えると、バースに関する費用と入港して貨物の陸揚げおよび船積みを行う船舶に関する費用との2つに大別することができる。以下では、それらの個々について説明を加える。

###### a) バースに関する費用

バースに関する費用は、バースの建設費、維持・修理費、荷役機械の費用、人件費などから構成されるが、これらの費用はバースが荷役活動をしているとき、遊休しているときの両方において消費される。それらは、それぞれ以下のように表わされる。

###### ① 荷役時の費用

$$C_{bb} = c_b \left\{ \sum_{n=0}^S n F_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} F_{n,S} \right\} \\ = c_b T \left\{ \sum_{n=0}^S n P_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} P_{n,S} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

ここに、

$C_{bb}$  : 期間  $T$  における荷役時のバースの費用(円)

$c_b$  : バースの1日あたり費用(円/日)

である。

この場合、 $c_b$ の算出は次の方法で行う。すなわち、バースの建設費、荷役機械の資本費用に関しては、減債基金法(sinking fund method)によって毎年等価の年費

用を算出し、一方、バース、荷役機械の維持・修理費および人件費などに関しては、別に1年あたりの費用を算出する。そして、それらを総計して得られるバースの1年あたりの費用を日単位に換算すれば、使用すべき  $c_b$  の値は得られる。

###### ② 遊休時の費用

$$C_{bw} = c_b \left\{ \sum_{n=0}^S (S-n) F_{n,S} \right\} \\ = c_b T \left\{ \sum_{n=0}^S (S-n) P_{n,S} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

ここに、

$C_{bw}$  : 期間  $T$  における遊休時のバースの費用(円)である。

よって、式(16),(17)より、

$$C_b = C_{bb} + C_{bw} = c_b T \left\{ S \sum_{n=0}^{\infty} P_{n,S} \right\} = c_b T S \dots\dots(18)$$

が得られる。ここに、

$C_b$  : 期間  $T$  におけるバースの総費用(円)

である。

###### b) 船舶に関する費用

船舶に関する費用は、船舶の建造費、維持・修理費、人件費などから構成され、それもまたバースに関する費用と同様、バースで荷役(サービス)されているときと遊休(バース待ち)しているときのいずれにおいても生じる。いま、船舶に関する費用を荷役時と遊休時に分けて記せば、それぞれ次のようになる。

###### ① 荷役時の費用

$$C_{sb} = c_s \left\{ \sum_{n=0}^S n F_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} F_{n,S} \right\} \\ = c_s T \left\{ \sum_{n=0}^S n P_{n,S} + S \sum_{n=S+1}^{\infty} P_{n,S} \right\} \dots\dots(19)$$

ここに、

$C_{sb}$  : 期間  $T$  における荷役時の船舶の費用(円)

$c_s$  : 船舶の1日あたり費用(円/日)

である。なお、 $c_s$ の具体的な値の算出については、前述の  $c_b$  の場合と同様な方法が採用できる。

###### ② 遊休時の費用

$$C_{sw} = c_s \sum_{n=S+1}^{\infty} (n-S) F_{n,S} \\ = c_s T \sum_{n=S+1}^{\infty} (n-S) P_{n,S} \dots\dots\dots(20)$$

ここに、

$C_{sw}$  : 期間  $T$  における遊休時の船舶の費用(円)

である。

よって、式(19),(20)より、

$$C_s = C_{sb} + C_{sw} = c_s T \sum_{n=0}^{\infty} n P_{n,S} = c_s T \bar{n}_S \dots\dots(21)$$

となる。ここに、

$C_s$  : 期間  $T$  における港湾での船舶の総費用(円)

である。いま、

$C_S^T$ ：バース数  $S$  のときの、期間  $T$  における港湾  
総費用（円）

とすると、式 (18), (21) より、

$$C_S^T = C_b + C_s = c_b TS + c_s T \bar{n}_S \dots \dots \dots (22)$$

となる。

従来の研究においては、船舶とバースそれぞれの遊休時の費用のみを考慮するものが多かった<sup>7)</sup>。しかし、その方法は、本研究のように国民経済的立場に立って公共投資の評価を行う場合には適切でないと考えられる。なぜなら、船舶は荷役時においても船舶に投資された資金を消費しているのであり、同様にバースは船舶をサービスしている間にも費用を消費しているからである。このことは、最近の機械化された荷役方法（コンテナ荷役など）の採用を例にとって考えると理解しやすい。すなわち、このような新しい荷役方法の採用による荷役速度の向上は、単に船舶のバース待ち時間を減少させることのみならず、荷役時間をも短縮することにより船舶が港湾で費やす費用の低減に寄与しているのである。そして、一たび建設されたバースは、船舶に占有されているときあるいは占有されていないときにかかわらず、時間の経過とともに投下された資本を消費しているのである<sup>8), 12)</sup>。

(2) 一般的な最適バース数決定方法

前節で、バース数  $S$  のときの総費用、 $C_S^T$  が決定された。本節では、バース数  $S$  が最適であるための必要条件について考察する。

いま、バース数  $S+1, S-1$  のときの、期間  $T$  における港湾総費用、 $C_{S+1}^T, C_{S-1}^T$  は、前節とまったく同様にしてそれぞれ次のように得られる。

(i) バース数  $S+1$  のときの港湾総費用、 $C_{S+1}^T$  (円)  
 $C_{S+1}^T = c_b T(S+1) + c_s T \bar{n}_{S+1} \dots \dots \dots (23)$

(ii) バース数  $S-1$  のときの港湾総費用、 $C_{S-1}^T$  (円)  
 $C_{S-1}^T = c_b T(S-1) + c_s T \bar{n}_{S-1} \dots \dots \dots (24)$

いま、バース数  $S$  のときが最適であると仮定すると  
 $C_S^T < C_{S+1}^T \dots \dots \dots (25)$

$C_S^T < C_{S-1}^T \dots \dots \dots (26)$

でなければならない。式 (25) に式 (22), (23) を代入すると

$$c_b TS + c_s T \bar{n}_S < c_b T(S+1) + c_s T \bar{n}_{S+1} \dots \dots (27)$$

である。よって、

$$\frac{c_b}{c_s} > \bar{n}_S - \bar{n}_{S+1} \dots \dots \dots (28)$$

となる。同様に、式 (26) に式 (22), (24) を代入すると

$$\frac{c_b}{c_s} < \bar{n}_{S-1} - \bar{n}_S \dots \dots \dots (29)$$

となる。よって、式 (28), (29) より、

$$\bar{n}_{S-1} - \bar{n}_S > \frac{c_b}{c_s} = r_{bs} > \bar{n}_S - \bar{n}_{S+1} \dots \dots \dots (30)$$

が得られる。ここに、

$r_{bs}$ ：バース・船舶費用比率 (berth-ship cost ratio,  
 $= c_b/c_s$ )

である。

式 (30) は、バース増設による限界費用 (marginal cost) がバース増設による限界便益 (marginal benefit, この場合は在港船費の低減分) を下回っている間はバースを増設し、その関係が逆になる前のバース数が最適であるという結果を与えている。この結果は、経済学における限界分析 (marginal analysis) によって明らかにされている事実と一致するものである<sup>13)</sup>。

以上のことから、最適バース数の決定のためには、バース・船舶費用比率と、式 (15) を満足するバース数に対する平均在港隻数のみが必要であることがわかった。

(3) 港湾取扱貨物量とバースの平均荷役率を与えられたときの最適バース数決定方法

前節において、バース数が最適のときに満たすべき条件は式 (30) によって与えられることがわかった。しかし、現実にふ頭の最適バース数を決定する際には、その港湾の期間  $T$  における取扱貨物量、 $Q$  とバースあたりの平均荷役率、 $R$  とが与えられている場合が多い。前者は国の将来における経済計画、その港湾の立地条件、商習慣、背後地域の経済条件、将来の土地利用計画などから予測され、後者はバースに投入される荷役ギャング (gang) 数、荷役機械の種類や数によって予測される。

この場合、式 (15) の条件を満足しているバース数はいずれも港湾取扱貨物量条件式 (14) をも当然満たさねばならない。よって、式 (14) より、

$$\bar{n}_{b,S-1} = \bar{n}_{b,S} = \bar{n}_{b,S+1} = \frac{Q}{RT} = \text{const.} \dots \dots \dots (31)$$

でなければならない。すなわち、式 (15) を満足するバース数に関しては、そのバース数のいかにかわらざ船舶の平均サービス隻数は一定の値を取らなければならない。

よって、式 (11) より、バース数  $S-1, S+1$  に関して、

$$\bar{n}_{S-1} = \bar{n}_{b,S-1} + \bar{n}_{w,S-1} \dots \dots \dots (32)$$

$$\bar{n}_{S+1} = \bar{n}_{b,S+1} + \bar{n}_{w,S+1} \dots \dots \dots (33)$$

であるから、式 (31) の関係を考慮して式 (11), (32), (33) を式 (30) に代入すれば、

$$\bar{n}_{w,S-1} - \bar{n}_{w,S} > r_{bs} > \bar{n}_{w,S} - \bar{n}_{w,S+1} \dots \dots (34)$$

となる。すなわち、港湾取扱貨物量、 $Q$  とバースあたりの平均荷役率、 $R$  が与えられている場合には、ふ頭の最適バース数の決定は船舶の平均在港隻数 (式 (30)) あるいは平均バース待ち隻数 (式 (34)) のいずれで行っても

よいことになる。その理由は、式 (31) から容易に推量されるように、期間  $T$  における船舶の荷役時の費用がバース数の差に影響を受けない固定費用として扱えるからである<sup>13)</sup>。

### 5. 港湾における船舶の動態分析モデル

前章で述べられた費用分析により、ふ頭における最適バース数の決定のためには、バース・船舶費用比率と船舶の平均在港隻数あるいは平均バース待ち隻数の推定のみが必要であることがわかった。バース・船舶費用比率の値は費用に関するデータ分析によりただちに決定できるので、本章ではもう一方の要因、すなわち船舶の平均在港隻数あるいは平均バース待ち隻数の推定のための方法論について考察する。

港湾における船舶の動態については図-1に示されているとおりであるが、このような動態を解析する研究には従来から2つの相異なる方向がある。1つは港湾における船舶の在港隻数の分布そのものを基礎とするものであり、他方は港湾における船舶のバース待ち現象を基礎とするものである。

#### (1) 在港隻数分布モデル (Ship Distribution in Port Model, SDP Model)

Fratat, Goodman and Brant<sup>1)</sup> は、1952年から1959年にかけて米国の主要な港湾に在港する船舶の隻数の分布について調査した。同様の調査は、その後 Plumlee<sup>2)</sup> によって1963年から1965年にかけて Central America や Ecuador の主要な港湾で行われ、さらに Nicolaou<sup>3)</sup> によって1961年から1965年にかけて Cyprus の主要な港湾を対象としても行われた。得られた調査結果の一例は、図-2に示されている。

図-2からもわかるように、彼らの調査によって得られた港湾での船舶の在港隻数の分布は、ふ頭におけるバース数および平均在港隻数のいかに関係なくいずれも

次のようなポアソン分布 (Poisson distribution) に従うことが明らかになった。

$$P_{n,s} = \frac{(\bar{n}_s)^n e^{-\bar{n}_s}}{n!} \dots \dots \dots (35)$$

式 (35) において、観察されたデータから船舶の平均在港隻数、 $\bar{n}_s$  を決定する方法は次式による。

$$\bar{n}_s = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n f_{n,s}}{T} \dots \dots \dots (36)$$

ここに、

$f_{n,s}$ : バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間で  $n$  隻の船舶が在港する観察された日数

である。

さらに、Plumlee<sup>2)</sup>, Nicolaou<sup>3)</sup> はふ頭のバース数の計画を行う場合、 $\bar{n}_s$  の推定値が次式で与えられると考えた。

$$\bar{n}_s = \frac{Q}{RT} \dots \dots \dots (37)$$

しかしながら、この考えは誤っている。なぜなら、実際に貨物の陸揚げおよび船積み等に寄与するのは港湾に在港する  $n_s$  隻全部の船舶ではなく、実際にバースでサービスされている隻数、すなわち  $n_{b,s}$  であるからである。したがって、平均的には式 (37) は式 (14) でなければならない。

よって、式 (14) に式 (5) を代入して、

$$\frac{Q}{RT} = S \left\{ 1 - \frac{\sum_{n=0}^{S-1} (S-n) P_{n,s}}{S} \right\} \dots \dots \dots (38)$$

を得る。式 (38) を変形して、さらに式 (35) を代入すれば、

$$\sum_{n=0}^{S-1} (S-n) \frac{(\bar{n}_s)^n e^{-\bar{n}_s}}{n!} = S - \frac{Q}{RT} \dots \dots \dots (39)$$

となるので、 $S$  の各値に対して式 (39) の関係を満足する  $\bar{n}_s$  の値を決定し、最適バース数の条件式 (30) に代入すればよい。そして、実際の計算にあたっては、式 (39) より、

$$g(\bar{n}_s) = \sum_{n=0}^{S-1} (S-n) \frac{(\bar{n}_s)^n e^{-\bar{n}_s}}{n!} - S + \frac{Q}{RT} = 0 \dots \dots (40)$$

とにおいて、レギュラファルシ法 (regula falsi method) によりコンピューターを用いて根、 $n_s$  を求めればよい。

なお、式 (37) が間違っていることについては Wanhill<sup>12)</sup> も指摘している。そして、彼は式 (39) と同様な式を導き、ニュートンラフソン法 (Newton-Raphson method) によって  $\bar{n}_s$  の値を得ている。この場合、ニュートンラフソン法は、関数形のいかんによっては根の探索過程で発散して解が得られない可能性があり、また、探索のための収束計算の各段階において関数の微係数を求めなければならないが、レギュラファルシ法はどのような関数形でも必ず根に収束するという保証があり、計

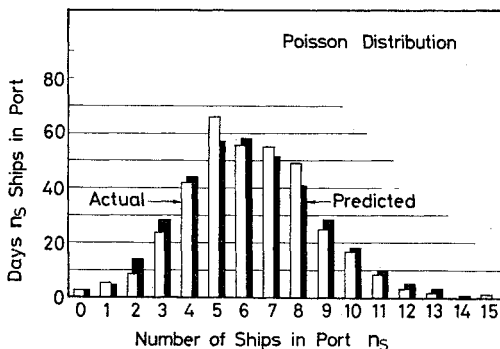


図-2 船舶の在港隻数分布, Cortés, Honduras, C.A., 1963 (Plumlee<sup>2)</sup> による)

算アルゴリズムも比較的簡単である。

以上のことから、本方法により最適バース数を決定する手続きは次のようになる。

与件： $T, Q, R, c_b, c_s$

ステップ 1—式 (15) より、最小必要バース数を計算する。

ステップ 2—ステップ 1 で決定された最小必要バース数より大きな  $S$  の各値に対して、港湾取扱貨物量条件式 (14) を満足する  $\bar{n}_S$  の値を決定する。すなわち、式 (40) を満足する  $\bar{n}_S$  を求める。

ステップ 3—式 (30) により、最適バース数を決定する。

(2) 待ち合せモデル (Queuing Model)

前節で述べられた船舶の在港隻数分布を基礎とするモデルとは別に、港湾への船舶の到着の分布とバースでのサービス時間の分布を詳細に調査し、港内における船舶のバース待ち現象に注目した研究が多数報告されている<sup>2), 3), 5), 6), 8)~11)</sup>。

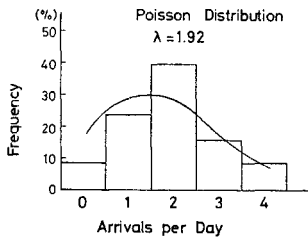


図-3 船舶の到着分布, 名古屋, 1965 (長尾<sup>6)</sup>による)

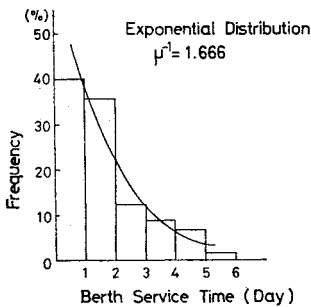


図-4 バースのサービス時間分布, 大阪, 1965 (長尾<sup>6)</sup>による)

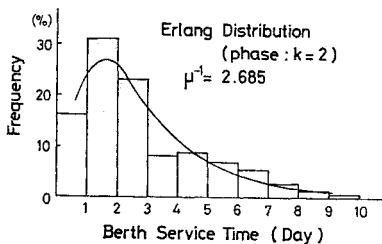


図-5 バースのサービス時間分布, 神戸, 1964~65 (長尾<sup>6)</sup>による)

図-3 は港湾への船舶の到着分布、図-4, 5 はバースでのサービス時間分布の代表的なものをそれぞれ示したものである。このように、公共一般雑貨ふ頭への船舶の到着はポアソン分布、バースでのサービス時間は指数分布 (exponential distribution) あるいは低次のアラン分布 (Erlang distribution) に従うことが確認されている。そして、このような現象を解析するモデルとしては、マルコフ過程 (Markov process) に基づく待ち合せ理論 (queuing theory) モデルとコンピューターによるシミュレーションモデルとが代表的である。

a) 待ち合せモデルの特徴

前節で述べた船舶の在港隻数の分布を基礎とするモデルと異なり、待ち合せモデルにはいくつかの簡単な関係がある。いま、

$$q: \text{船舶1隻あたりの平均積みおろし貨物量 (トン/隻)}$$

とすると、港湾で1日あたりに平均的に荷役される貨物量が  $(Q/T)$  であることから、

$$\lambda = \frac{(Q/T)}{q} \dots \dots \dots (41)$$

となる。同様に、

$$\mu = R/q \dots \dots \dots (42)$$

である。式 (41) を式 (42) で辺々割ると、

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{Q}{RT} \dots \dots \dots (43)$$

が得られる。一方、待ち合せモデルでは、

$$\lambda/\mu = a \dots \dots \dots (44)$$

である。ここに、

$a$ : トラフィック密度 (traffic intensity)

である。式 (43), (44) さらに式 (14) を参照すると、

$$a = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{Q}{RT} = S(D.O)_S = \bar{n}_{b,S} \dots \dots \dots (45)$$

である。すなわち、式 (45) から明らかなように、待ち合せモデルで定義されているトラフィック密度はバース占有指数およびバースでサービスされる船舶の平均隻数と等しいことがわかる。

さらに、式 (45) より、

$$(D.O)_S = \frac{\lambda}{S\mu} \dots \dots \dots (46)$$

となる。一方、待ち合せモデルより、

$$\frac{\lambda}{S\mu} = \rho \dots \dots \dots (47)$$

である。ここに、

$\rho$ : 利用率 (utilization factor)

である。よって、式 (46), (47) より待ち合せモデルで定義されている利用率は Nicolaou<sup>7)</sup> の定義したバース占有度に等しいことが判明した。さらに、待ち合せモデルでは平衡条件として、

$$\rho < 1 \dots\dots\dots (48)$$

であるが、これは式 (6) と同じ内容を意味していることは明らかである。

以上の議論をより明確に示すために、本論文ではもっとも実用的であり、またもっとも取り扱いやすい M/M/S( $\infty$ )\* の待ち合せ理論モデルを取り上げてみる。

**b) M/M/S( $\infty$ ) モデル**

この場合、よく知られているように定常状態におけるシステムの状態確率は次のように記述される。

$$P_{n,S} = \frac{a^n}{n!} P_{0,S} \quad (0 \leq n \leq S) \dots\dots\dots (49)$$

$$P_{n,S} = \frac{a^n}{S! S^{n-S}} P_{0,S} \quad (S \leq n) \dots\dots\dots (50)$$

ここに、

$$P_{0,S} = \left\{ \sum_{n=0}^{S-1} \frac{a^n}{n!} + \frac{a^S}{(S-1)!(S-a)} \right\}^{-1} \dots\dots (51)$$

である。また、バース待ちする船舶の平均隻数、 $\bar{n}_{w,S}$  は、

$$\bar{n}_{w,S} = \frac{a^{S+1}}{(S-1)!(S-a)^2} P_{0,S} \dots\dots\dots (52)$$

となり、さらに港内の平均在港隻数は式 (11) より、

$$\begin{aligned} \bar{n}_S &= \bar{n}_{w,S} + \bar{n}_{b,S} \\ &= \frac{a^{S+1}}{(S-1)!(S-a)^2} P_{0,S} + a \dots\dots\dots (53) \end{aligned}$$

である。よって、式 (52) を式 (34) に代入するかあるいは式 (53) を式 (30) に代入することにより、最適なバース数  $S$  を得ることができる。

以上のことから、新しい港湾における最適バース数の決定は次のようにして行うことができる。

与件:  $T, Q, R, c_b, c_s$

ステップ 1—式 (15) より、最小必要バース数を決定する。

ステップ 2—ステップ 1 で得られた最小必要バース数より大きな各バース数に対応する  $\bar{n}_{w,S}$  を式 (52) より決定する。

ステップ 3—式 (34) の関係を満足するバース数が最適である。

**6. 計算例と考察**

前章までに述べられた公共ふ頭における最適バース数決定のための方法論の有効性を例示するために、本章では実際にパラメーターに数値を与えて最適バース数を決定する。ここでは方法論の有効性の実証のみ興味があるので、Plumlee<sup>9)</sup> および Nicolaou<sup>7)</sup> の計算例に示された数値を使用する。

まず、与件として次のものが与えられる。

$$T=365 \text{ 日}, Q=1.8 \times 10^6 \text{ トン}, R=800 \text{ トン/日},$$

$$c_b=600 \text{ ドル/日}, c_s=2400 \text{ ドル/日}$$

**(1) SDP モデルによる方法**

ステップ 1—式 (15) より、

$$S > \frac{Q}{RT} = \frac{1.8 \times 10^6}{800 \times 365} = 6.164$$

ステップ 2—式 (40) より、7 以上の各バース数に対して  $\bar{n}_S$  は表—1 の (1) 欄に示すように計算される。

ステップ 3—いま、 $r_{b,S}=600/2400=0.250$  である。

表—1 の (2) 欄に示されているように、 $S=9$  に対して、

$$\bar{n}_8 - \bar{n}_9 = 0.294$$

$$\bar{n}_9 - \bar{n}_{10} = 0.127$$

である。よって、式 (30) を満足するので 9 バースが最適である。

さらに、すべてのバース数  $S$  について  $\bar{n}_{b,S}=6.164$  であるから、 $\bar{n}_{w,S}$  は式 (11) より表—1 の (3) 欄に示すように計算される。

表—1 SDP モデルによる計算結果

$S$	(1) $\bar{n}_S$	(2) $\bar{n}_S - \bar{n}_{S+1}$	(3) $\bar{n}_{w,S}$
7	7.502	0.814	1.338
8	6.688	0.294	0.524
9	6.394	0.127	0.230
10	6.267	—	0.103

**(2) M/M/S ( $\infty$ ) モデルによる方法**

ステップ 1—式 (15) より、

$$S > 6.164$$

ステップ 2—式 (52) より、7 以上の各バース数に対して  $\bar{n}_{w,S}$  は表—2 の (1) 欄に示すように計算される。

ステップ 3—いま、 $r_{b,S}=0.250$ 。

表—2 の (2) 欄に示されているように、 $S=10$  に対して、

$$\bar{n}_{w,9} - \bar{n}_{w,10} = 0.294$$

$$\bar{n}_{w,10} - \bar{n}_{w,11} = 0.114$$

である。よって、式 (34) を満足するので 10 バースが最適である。

さらに、各バース数  $S$  について  $\bar{n}_{b,S}=6.164$  であるので、 $\bar{n}_S$  は式 (11) より表—2 の (3) 欄に示すように計算される。

表—2 M/M/S ( $\infty$ ) モデルによる計算結果

$S$	(1) $\bar{n}_{w,S}$	(2) $\bar{n}_{w,S} - \bar{n}_{w,S+1}$	(3) $\bar{n}_S$
7	4.949	3.617	11.113
8	1.332	0.850	7.496
9	0.482	0.294	6.646
10	0.188	0.114	6.352
11	0.074	—	6.238

\* Kendall の記号による。

### (3) 考 察

以上のように、本章においてはパラメーターに実際的な数値を与えて、2つの方法による最適バース数の決定を実証した。計算を行うことによって明らかになった各方法の特徴、両方法の差違は次のとおりである。

(1) M/M/S( $\infty$ )の待ち合せモデルは、 $\bar{n}_{w,S}$ が式(52)で明確に定義されているので各バース数に対して平均バース待ち隻数の計算は容易である。しかし、SDPモデルにおいては、式(40)により各バース数に対する $\bar{n}_S$ を推定しなければならないので計算は面倒になる。ただし、本論文の場合はレギュラファルシ法によってコンピューターで収束計算を行うことにより、計算上の困難は大幅に軽減された。

(2) 図-6は各バース数に対応した船舶の平均在港隻数と平均バース待ち隻数を示したものである。図-6より明らかなように、すべてのバース数に関してM/M/S( $\infty$ )モデルによる平均バース待ち隻数の推定値の方がSDPモデルのそれよりも常に大きくなっている。このことより、SDPモデルはM/M/S( $\infty$ )の待ち合せモデルにおいて到着分布あるいはサービス分布またはその両方のいずれかに、より規則性が加わった場合に相当している可能性が高い。しかし、この点の実証に関しては本研究における計算例が少ないので、今後の詳細な検討を待たねばならない。

(3) 図-6より明らかなように、港湾取扱貨物量、バースの平均荷役率が固定されていれば、いずれのモデルにおいてもバース数の増大につれて船舶の平均バース待ち隻数は小さくなり、また、その限界減少量は少なくなる。そして、バース数の増大につれて両方のモデルから得られる平均バース待ち隻数の差違も小さくなっていくことがわかる。

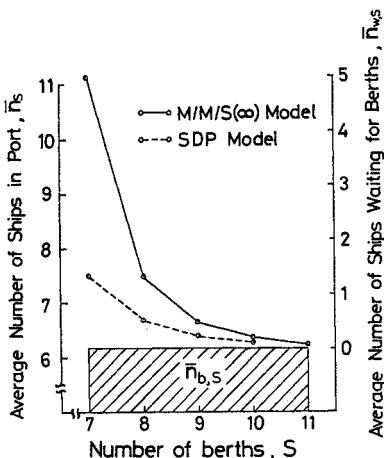


図-6 M/M/S( $\infty$ )モデルおよびSDPモデルによる計算結果

(4) 最適バース数は、SDPモデルによると9バース、M/M/S( $\infty$ )モデルによると10バースになった。SDPモデルの場合の最適バース数の方がM/M/S( $\infty$ )モデルのそれよりも小さいこと理由は、(2)より明らかである。

(5) 原理的に考えるならば、各バース数に対しては、船舶の到着分布とサービス分布の特性(平均値、分散など)がわかって始めて在港隻数分布が決定されるものである。したがって、船舶の到着分布とサービス分布の特性が変われば、それらのアウトプットとして得られる在港隻数分布の特性も変わるであろう。この理由により、待ち合せモデルのほうが港湾における船舶の動態をより原理的に説明できると考えられる。

## 7. 結 論

本研究においては、従来種々の観点から個別に行われていた公共ふ頭のバース数決定に関する研究を統一的な視点のもとに整理し、一貫した考え方のもとでふ頭のバース計画を行うことのできる方法論を提示した。本研究によって得られた主要な結論は、以下のとおりである。

(1) 一般に港湾計画目標となる港湾取扱貨物量とバースあたりの平均荷役率、バース数および港内の船舶在港隻数分布と関係づけることができた。その結果、港湾取扱貨物量、バースあたりの平均荷役率が与えられたとき、最小限必要とされるバース数を決定できることがわかった。また、従来港湾計画者によってバース占有指数と名付けられていた概念は、バースでサービスされる船舶の平均隻数および待ち合せモデルにおけるトラフィック密度と同じであることがわかった。さらに、バース占有度と称されていた概念は、待ち合せモデルの利用率と同じであることもわかった。

(2) 国民経済的立場に基づいた公共ふ頭の計画において考慮しなければならない費用は、バースに関しては稼働時と遊休時、船舶に関しては在港時(バースで荷役しているときとバース待ちしているときの両方を含む)の費用である。このことから、ふ頭の最適バース数の決定は、バースと船舶の単位時間あたりの費用の比率(バース・船舶費用比率)と各バース数に対する船舶の平均在港隻数によって行われることがわかった。すなわち、バース増設による限界費用がバース増設による限界便益(在港する船舶の費用の低減分)を下回っている間はバースを増設したほうが有利であり、逆に前者が後者を上回っている間はバース数を減らしたほうが有利である。この結果は、経済学における限界分析によって明らかにされている事実と一致している。

(3) 港湾取扱貨物量とバースあたりの平均荷役率が



与えられている場合には、バース数のいかんによらず船舶の平均サービス隻数は一定の値をとらなければならない。したがって、この場合には期間  $T$  における荷役時の船舶の費用が固定値となるので、最適バース数の決定は船舶の平均在港隻数の代わりに平均バース待ち隻数を代用して行えることがわかった。

(4) 港湾における船舶の動態を分析するためのモデルには、在港隻数の分布を基礎とするモデル (SDP モデル) と待ち合せモデルとの 2 つが存在し、いずれのモデルによっても最適なバース数を決定できることがわかった。そして、港湾取扱貨物量、バースの平均荷役率およびバース・船舶費用比率が与えられているとき、前者は船舶の平均在港隻数、後者は平均バース待ち隻数によってそれぞれ最適バース数を決定するほうが計算上有利であることがわかった。

(5) SDP モデルによってふ頭の最適バース数を決定する際には各バース数に対応する船舶の平均在港隻数を推定しなければならないが、それにはコンピュータを使ったレギュラファルシ法が有用なことがわかった。

(6) 計算例における計算結果によると、各バース数に対して、 $M/M/S(\infty)$  の待ち合せモデルから得られた船舶の平均バース待ち隻数の値は SDP モデルから得られたそれよりも常に大きいことがわかった。これより、SDP モデルは、 $M/M/S(\infty)$  の待ち合せモデルにおいて到着分布あるいはサービス分布あるいはその両方のいずれかに規則性が加わった場合に相当することが推量された。また、その理由により、同一の港湾取扱貨物量、バースの平均荷役率をもった計算例に対してふ頭の最適バース数は  $M/M/S(\infty)$  モデルの場合のほうが大きかった。

(7) 船舶の在港隻数分布は、港湾への船舶の到着分布、バースでのサービス分布およびふ頭のバース数によってもたらされるアウトプットである。この理由により、待ち合せモデルのほうが SDP モデルよりも港湾における船舶の動態をより原理的にとらえているものと考えられる。しかし、いずれのモデルが優れているかは現実のデータにどちらがよりよく合っているかにも依存する。したがって、モデル間の優劣を判断を下すためには、港湾の性格別により多くのデータを収集しそれらに対して多数の適合度検定を行って慎重に検討する必要があると考えられる。

なお、バースでの船舶のサービス時間分布が低次のアーラン分布に従うという研究<sup>2), 5), 6), 9), 11)</sup>も多数報告されている。そして、そのような場合についての待ち合せ理論モデルやシミュレーションモデルも着実に整備されてきている。今後、本研究で取り上げられたモデルやそれらのモデルの間の差違がふ頭の最適バース数の決定に

及ぼす影響についての検討が必要である。また、各パラメーターに対する感度分析も今後に残された問題である。本研究で提示された統一的なバース計画の方法論は、そのための有用な基礎としての意義をもつものであると考える。

本研究を遂行するにあたっては、終始、京都大学交土木工学教室の長尾義三教授の懇篤なご指導を賜った。また、関西大学土木工学教室の木村作郎君からは多大の計算上のご助力をいただいた。ここに記して、深甚の謝意を表する次第である。

## 記 号

- $a$  : トラフィック密度 (traffic intensity,  $=\lambda/\mu$ )
- $C_b$  : 期間  $T$  におけるバースの総費用 (円)
- $C_s$  : 期間  $T$  における港湾での船舶の総費用 (円)
- $C_{s^T}$  : バース数  $S$  のときの、期間  $T$  における港湾総費用 (円)
- $C_{bb}$  : 期間  $T$  における荷役時のバースの費用 (円)
- $C_{bw}$  : 期間  $T$  における遊休時のバースの費用 (円)
- $C_{sb}$  : 期間  $T$  における荷役時の船舶の費用 (円)
- $C_{sw}$  : 期間  $T$  における遊休時の船舶の費用 (円)
- $c_b$  : バースの 1 日あたり費用 (円/日)
- $c_s$  : 船舶の 1 日あたり費用 (円/日)
- $(D.O)_S$  : バース数が  $S$  のときのバース占有度 (degree of occupancy)
- $F_{n,S}$  : バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間で  $n$  隻の船舶が在港する期待頻度
- $f_{n,S}$  : バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間で  $n$  隻の船舶が在港する観察日数
- $g(\bar{n}_S)$  : レギュラファルシ法 (regula falsi method) を適用する際に使われる  $\bar{n}_S$  の関数
- $n_S$  : バース数が  $S$  のときの在港隻数
- $\bar{n}_S$  : バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間の平均在港隻数
- $n_{b,S}$  : バース数が  $S$  のとき、バースでサービスされている隻数
- $\bar{n}_{b,S}$  : バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間にバースでサービスされる平均隻数
- $n_{w,S}$  : バース数が  $S$  のとき、バース待ちしている隻数
- $\bar{n}_{w,S}$  : バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間にバース待ちする平均隻数
- $P_{n,S}$  : バース数が  $S$  のとき、期間  $T$  の間で  $n$  隻の船舶が在港する確率
- $Q$  : 期間  $T$  の間の港湾取扱貨物量 (トン)
- $q$  : 船舶 1 隻あたりの平均積みおろし貨物量 (ト

ン/隻)

$R$  : バース1日あたりの平均荷役率 (トン/日)

$r_{bs}$  : バース・船舶費用比率 (berth-ship cost ratio,  
 $=c_b/c_s$ )

$S$  : ふ頭のバース数

$S(D.O)_S$  : バース数が  $S$  のときのバース占有指数  
 (berth occupancy index)

$T$  : 考察の対象とされる港湾オペレーション  
 (port operation) の期間, 通常は1年=365日

$\lambda$  : 船舶の平均到着率 (隻/日)

$\mu$  : 船舶の平均サービス率 (隻/日)

$\rho$  : バースの利用率 (utilization factor,  $=\lambda/(S\mu)$ )

#### 参 考 文 献

- 1) Fratar, T.J., A.S. Goodman and A.E. Brant : Prediction of maximum practical berth occupancy, Trans. of ASCE, Vol. 126, Part IV, pp. 632~643, 1961.
- 2) 工藤和男・高野聖三・奥山育英 : 埠頭の貨物取扱い能力についての研究, 港湾技研報告, Vol. 4, No. 8, pp. 1~66, 1965.
- 3) 吉川和広・香川一男・小山計三 : 公共ふ頭のライナーバース計画に関する研究, 土木学会論文集, No. 126, pp. 9~15, 1966-2.
- 4) Plumlee, C.H. : Optimum size seaport, Proc. of ASCE, Vol. 92, No. WW 3, pp. 1~24, Aug., 1966.
- 5) Mettam, J.D. : Forecasting delays to ships in port, The Dock and Harbour Authority, Vol. 47, pp. 380~382, Apr., 1967.
- 6) 長尾義三 : 外貿定期船雑貨ふ頭の能力評価について, 経営科学, Vol. 10, No. 4, pp. 1~19, 1967.
- 7) Nicolaou, S.N. : Berth planning by evaluation of congestion and cost, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. WW 4, pp. 107~132, Nov., 1967.
- 8) Jones, J.H. and W.R. Blunden : Ship turn-around time at the Port of Bangkok, Proc. of ASCE, Vol. 94, No. WW 2, pp. 135~148, May, 1968.
- 9) Kudo, K. : A practical approach to the average waiting time of M/G/S type queueing models, Report of Port and Harbour Research Institute, Vol. 11, No. 1, pp. 3~21, Mar., 1972.
- 10) Hansen, J.B. : Optimizing ports through computer simulation-sensitivity analysis of pertinent parameters, Operational Research Quarterly, Vol. 23, No. 4, pp. 519~530, 1972.
- 11) 奥山育英・笹嶋 博・早藤能伸・中井典倫子 : ポアソン到着待ち合せモデルの数表—埠頭の数および泊地規模の決定, 港湾技研報告, Vol. 13, No. 1, pp. 87~151, 1974.
- 12) Wanhill, S.R.C. : Further analysis of optimum size seaport, Proc. of ASCE, Vol. 100, No. WW 4, pp. 377~383, Nov., 1974.
- 13) Henderson, J.M. and R.E. Quandt : Microeconomic Theory—A Mathematical Approach, McGraw-Hill, New York, 1971.

(1977.11.4・受付)