

連成を考慮した吊橋の基礎方程式および風荷重を受けた場合への応用*

FUNDAMENTAL EQUATIONS OF A STIFFENED SUSPENSION BRIDGE
CONSIDERING COUPLED DEFORMATIONS AND ITS APPLICATION TO
THE SYSTEM SUBJECTED TO WIND LOADS

高橋 和雄**・室井 智文***・平野 徹****

By Kazuo TAKAHASHI, Tomofumi MUROI and Iwao HIRANO

1. 緒 言

構造物に風が作用すれば、構造物の空力特性により定まった抗力、揚力および空力モーメントの3分力が発生する。特に吊橋は振動しやすい構造であるために、空気力を動的なものとして取扱い、その空気力に対する吊橋の動的挙動を正しく把握することが必要である。しかし、現実には吊橋の風に対する動的応答が複雑であるために他の一般の橋梁と同様の手法を用いて解析検討されている。すなわち、まず空気力を静的な荷重に置き換えて応力解析を行い、これらの結果に基づいて各部構造を設計する。ついで、その設計案に対する風洞模型実験などを行って動力的見地から安全性を検討するという手段が採用されていることは周知のとおりである^{2)~4)}。

本題の理論的取扱いは、一般に補剛桁とケーブルの水平変位が卓越するために抗力のみが検証されている。すなわち、抗力による吊橋の水平変位について Moisseiff⁵⁾ が理論解析上の基礎を築き、その後 Topaloff⁶⁾、Erzen⁷⁾、伊藤⁸⁾ らによってフーリエ級数および差分方程式などを応用した解析法が確立された。また、最近では、Boynton らの提案したマトリックス構造解析法⁹⁾ や補剛桁のねじりおよびずれを考慮した小松・西村の理論的研究¹⁰⁾ がある。

しかしながら、補剛桁とケーブルの水平横変位差やケーブルの空間幾何曲線、補剛桁の橋軸方向の道路縦断線形 (Profile) による初期曲率などの構造特性のために、補剛桁には鉛直変位、水平横変位およびねじりの各変位が連成的に生じ、水平横変位のみ独立に取扱うことは不

可能である。特に、長支間吊橋において補剛桁およびケーブルの水平横変位が相当に大きくなる場合や、吊橋の補剛桁の断面形状に関して揚力および空力モーメント成分が無視できない場合には、3分力をもつ風荷重を受ける各変形の連成効果を考慮する必要があることはいうまでもない。これまでのところ、横荷重および偏心鉛直荷重が載荷される場合について、各変形の連成を考慮した基礎方程式が島田¹¹⁾・倉西¹²⁾によって誘導されているのみで、3分力をもつ風荷重を受ける各変形の連成効果を考慮した取扱いはなされていないようである¹³⁾。そこで本研究では、これら3変形の連成を考慮した吊橋の解析理論の確立を意図するものである。すなわち、まず補剛桁の道路縦断曲線による初期曲率を有する吊橋に関して、3変形の連成を考慮した基礎方程式を、静的微小変形の範囲で、最小ポテンシャルエネルギーの原理を用いて誘導する。周知のように、本法の特徴は材料力学ですでに認められている基本的仮定のみ (すなわち、断面不変、せん断変形は St. Venant のせん断変形のみを考慮する¹⁴⁾) を用いて、後は数学的演算のみで基礎方程式を誘導することができるために、複雑な構造系への適用が容易である利点をもつ。

また、吊橋のケーブルは水平横方向にサグを持たないので載荷によるケーブルの活荷重水平張力の変化はケーブルの鉛直変位のみによって生ずるものとされている。しかしながら、長支間吊橋では抗力による水平横変位がかなり大きいために、ケーブルの水平横変位が吊橋の力学的挙動に及ぼす影響も無視できないものと推測される。そこで本論ではケーブルの水平横変位をも考慮したケーブル方程式を導いている。確立した基礎方程式の解析にあたっては、ガラーキン法を適用し、また、変位の適合条件式として得られるハンガーの傾斜角を未知数に加えるという手法を用いたが、本法は級数の展開に無理がないために、従来の手法に比し無限級数の収束を良好なものにならしめることが可能となった。

* 本研究は土木学会第 30 回年次学術講演会において一部発表済みである¹⁾。

** 正会員 工修 長崎大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 日本道路公団

**** 正会員 日本鋼管工事(株)長大橋プロジェクト技術チーム

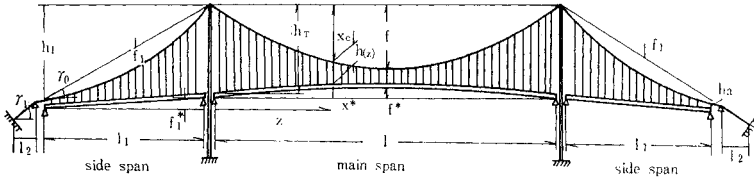


Fig. 1 Geometry of a suspension bridge

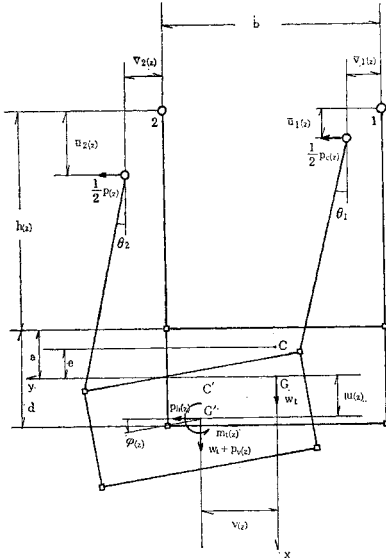


Fig. 2 Co-ordinate system and loads applied to the cross-section

数値計算では3分力をもつ風荷重を受ける吊橋の変形と応力について検討を行い、解の収束性、ケーブルの活荷重水平張力の影響、初期曲率の影響および風の迎え角の影響などについて詳細に検討し、その結果を報告するものである。

2. 一般図および記号

解析の対象とした3径間単純吊橋の一般図および断面図は Fig. 1 および 2 に示すとおりである。また、本論では次の記号を用いた。

- l : 補剛桁中央径間長 (m)
- f : ケーブルサグ (m)
- h_T : タワーハンガー点でのハンガーの長さ (m)
- h_1 : 側径間の陸側橋台のケーブルより塔頂までの高さ (m)
- h_a : 側径間の陸側橋台位置におけるケーブルより上弦材までの距離 (m)
- a : 補剛桁の重心と上弦材中心 (またはハンガー取付点) の距離 (m)
- e : 補剛桁のせん断中心と重心との距離 (m)

- $x_c(z)$: 吊橋完成時のケーブル形状 (m)
- $x_i^*(z)$: 吊橋完成時の補剛桁の縦断線形 (m)
- $h(z)$: ハンガー長 (m)
- ψ : ケーブルの傾斜角 (rad.)
- κ : 補剛桁の道路縦断曲線 (Profile) による初期曲

- 率 (1/m)
- L_E : ケーブルの形状長さ (全径間の合計長) (m)
- L_T : ケーブルの温度応力長さ (全径間の合計長) (m)
- τ_0, τ_1 : ケーブルの水平角 (rad.)
- I_b : 補剛桁の鉛直方向断面2次モーメント (m⁴/Bridge)
- I_h : 補剛桁の水平方向断面2次モーメント (m⁴/Bridge)
- J : 補剛桁の St. Venant のねじり剛性 (m⁴/Bridge)
- I_w : 補剛桁の曲げねじり剛性 (m⁶/Bridge)
- A_c : 主ケーブルの断面積 (m²/Cable)
- H_w : 吊橋の死荷重によるケーブルの水平張力 (t/Cable)
- H_{pi} : 吊橋の活荷重によるケーブル i の水平張力 (t/Cable)
- w_t : 補剛桁の単位長さあたりの死荷重 (t/m)
- w_c : ケーブルの単位長さあたりの死荷重 (t/m)
- $p_v(z)$: 補剛桁に作用する鉛直方向活荷重 (t/m)
- $p_h(z)$: 補剛桁に作用する水平横方向 (橋軸直角方向) 活荷重 (t/m)
- $m_t(z)$: 補剛桁の図心に作用するねじりモーメント荷重 (t·m/m)
- $u(z)$: 補剛桁の図心の鉛直変位 (m)
- $\bar{u}_i(z)$: ケーブル i の鉛直変位 (m)
- $v(z)$: 補剛桁の図心の水平横変位 (m)
- $\bar{v}_i(z)$: ケーブル i の水平横変位 (m)
- $\varphi(z)$: 補剛桁の図心まわりのねじり角 (rad.)
- $\bar{w}_i(z)$: ケーブル i の橋軸方向変位 (m)
- $\theta_i(z)$: ハンガー i の傾斜角 (rad.)
- E : 鋼の弾性係数 (t/m²)
- E_c : ケーブルの弾性係数 (t/m²)
- G : 鋼のせん断弾性係数 (t/m²)
- ΔT : 温度変化 (°C)
- α_T : 鋼の線膨張係数 (1/°C)
- $D_t(z)$: 補剛桁に作用する風荷重の抗力成分 (t/m/Bridge)
- $D_c(z)$: ケーブルに作用する風荷重の抗力成分

- (t/m/Bridge)
- $L_t(z)$: 補剛桁に作用する風荷重の揚力成分 (t/m/Bridge)
- $M_t(z)$: 補剛桁に作用する風荷重の空力モーメント成分 (t·m/m/Bridge)
- $V(z)$: 風速 (m/sec)
- $\alpha(z)$: 風の迎え角 (rad.)
- ρ : 風の密度 (t·sec²/m⁴)
- C_D : 補剛桁の抗力係数
- C_L : 補剛桁の揚力係数
- C_M : 補剛桁の空力モーメント係数
- A_D : 補剛桁の有効鉛直投射面積 (m²/m)
- A_L : 補剛桁の水平投射面積 (m²/m)
- M_b : 補剛桁の鉛直方向曲げモーメント (t·m)
- M_h : " 水平横方向曲げモーメント (t·m)
- T : " 合ねじりモーメント (t·m)
- M_ω : " 曲げねじりモーメント (t·m²)
- P_h : " 水平横方向せん断力 (t)
- P_v : " 鉛直方向せん断力 (t)
- U, V, W : 補剛桁の任意点 (x, y, z) の変位 (m)
- $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \tau_{xy}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$: 補剛桁のひずみ成分 (m/m)
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$: 補剛桁の応力成分 (t/m²)
- $\omega(x, y)$: 正規化された St. Venant のゆがみ関数 (m²)

以上は中央径間についての記号であり、側径間については上記記号に、サフィクス“1”をつけることにする。

3. 解析上の基本的仮定

本題の解析にあたっては次のような諸事項を仮定する。

- (a) ケーブルは完全な可撓性を有する。
- (b) ケーブルおよび補剛桁の単位長さあたりの死荷重および断面性能は各径間ごとに一定である。
- (c) 補剛桁の断面は左右対称である。
- (d) 塔の伸縮および曲げを無視する。
- (e) ケーブルおよび補剛桁の死荷重はケーブルのみによって支えられる。したがって、活荷重が作用しない場合の補剛桁は完全に無応力である。
- (f) ハンガーは非常に密に配置されており、ケーブルと補剛桁は連続的にハンガーに連結されている。
- (g) ハンガーは垂直で、載荷によるひずみを無視する。
- (h) 補剛桁は薄肉断面ばりともみなされ、一般のはり理論が成立する。
- (i) 補剛桁の変形は微小でひずみ-変位関係が線形である。また、応力-ひずみ関係は、フックの法則が成

立する。ケーブルの面外変位についてはひずみ-変位関係の2次の項を考慮する。

- (j) 補剛桁の軸方向変位を無視する。
- (k) ケーブルの傾斜角は載荷後も一定で、かつケーブルの定着点では不動である。
- (l) 載荷に伴うハンガーの橋軸方向の傾斜を無視する。
- (m) 補剛桁の鉛直断面の図心に鉛直荷重、水平横荷重およびねじりモーメントからなる荷重が作用する。ケーブルには水平横荷重のみが作用する。
- (n) ケーブルの水平張力は塔上で連続する。
- (o) 吊橋の完成時の橋軸方向の道路縦断曲線 (Profile) は中央径間では放物線、側径間では直線とする。ただし、吊橋の中央径間の道路縦断曲線による初期曲率は小さいので、補剛桁の解析にあたっては等価な円弧に近似する。

4. ひずみの定義

(1) 補剛桁

Fig. 1 に示すように補剛桁の左側支承にスパン方向に絶対座標の z 軸をとり、Fig. 2 の断面の図心を原点に x, y 軸を定める。なお、道路縦断曲線による初期曲率は十分に小さいので断面の図心軸は近似的に絶対座標の z 軸に合致するものとする。仮定 (h) および (j) により断面剛の仮定を用いてはり内の任意点の x, y, z 方向の変位 U, V, W を求めれば次のとおりである¹⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} U(x, y, z) &= u(z) - y\varphi(z) \\ V(x, y, z) &= v(z) + x\varphi(z) \\ W(x, y, z) &= -xu'(z) - yv'(z) \\ &\quad + (\varphi' + \kappa v')\omega(x, y) \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

テンソル解析により、式 (1) の変位による補剛桁のひずみは次のように与えられる¹⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_y = \tau_{xy} = 0 \\ \epsilon_z &= -\kappa u - xu'' - y\varphi'' + \varphi\varphi'' \\ \tau_{zx} &= -\left(y - \frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\Gamma_\varphi \\ \tau_{zy} &= \left(x + \frac{\partial\omega}{\partial y}\right)\Gamma_\varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ここに、 $\varphi_0 = v'' - \kappa\varphi$, $\varphi_\varphi = \Gamma_\varphi'$, $\Gamma_\varphi = \varphi' + \kappa v'$, ' は z に関する微分を示す。

(2) ケーブル

Fig. 3 に示すようにケーブルの微小要素 ds が変形後 $d\bar{s}$ に変化したものとする。初期たわみ状態 (x_c, y_c, z) からのケーブルの変位 $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ を z のみの関数と考えると初期状態における線素 ds および変形後にお

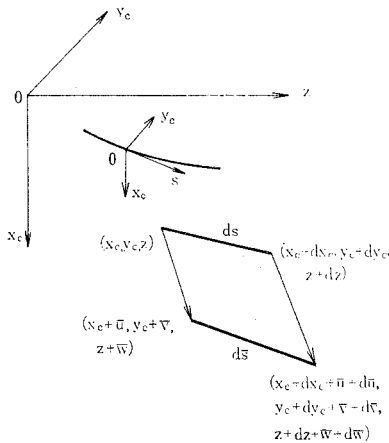


Fig. 3 An infinitely small element of the cable

ける線素 $d\bar{s}$ は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} ds &= (dx_c^2 + dy_c^2 + dz^2)^{1/2} = (1 + x_c'^2 + y_c'^2)^{1/2} dz \\ d\bar{s} &= \{(dx_c + d\bar{u})^2 + (dy_c + d\bar{v})^2 + (dz + d\bar{w})^2\}^{1/2} \\ &= (x_c'^2 + 2x_c'\bar{u}' + y_c'^2 + 2y_c'\bar{v}' + \bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + 1 \\ &\quad + 2\bar{w}' + \bar{w}'^2)^{1/2} dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

Fig. 1 に示す吊橋においてケーブルの変形の原点を吊橋の完成時の安定状態とし、仮定 (b) および (e) によりケーブルの初期たわみを求めれば次のとおりである。

$$x_c = -4f(z-l)z/l^2, \quad y_c = 0 \dots\dots\dots (4)$$

式 (3) および式 (4) を用いてケーブルのひずみが次のように得られる。

$$\begin{aligned} \epsilon_c &= (d\bar{s} - ds)/ds = \bar{w}' + \frac{1}{2}\bar{w}'^2 + x_c'\bar{u}' + \frac{1}{2}\bar{u}'^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}\bar{v}'^2 \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

5. 吊橋全体のポテンシャルエネルギー

(1) 補剛桁のひずみエネルギー

補剛桁のひずみエネルギーはフックの法則を用いて次のように表わされる。

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{1}{2} \iiint (\sigma_{zz}\epsilon_z + \tau_{zx}\gamma_{zx} + \tau_{zy}\gamma_{zy}) dx dy dz \\ &= \frac{1}{2} E \iiint \{(-\kappa u - xu'' - y\varrho_v + \varphi\varrho_\varphi)^2 dx dy dz \\ &\quad + \frac{1}{2} G \iiint \left\{ \left(y - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(x + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2 \right\} \Gamma_\varphi^2 dx dy dz \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

(2) ケーブルのひずみエネルギー

ケーブル i のひずみエネルギーは死荷重による初期

応力 $\bar{\sigma}_{ci}$ = 一定による項と活荷重による付加応力 σ_{ci} による項との和と与えられ、次のとおりである。

$$\begin{aligned} V_{ci} &= \iiint \bar{\sigma}_{ci} \epsilon_{ci} dx_c dy_c ds \\ &\quad + \frac{1}{2} \iiint \sigma_{ci} \epsilon_{ci} dx_c dy_c ds \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに、 $i=1, 2$

上式を慣用のケーブル張力の水平成分を用いて表わせば、

$$\begin{aligned} V_{ci} &= H_w \int_0^l \left(\bar{w}_i' + \frac{1}{2} \bar{w}_i'^2 + x_c' u_i' + \frac{1}{2} \bar{u}_i'^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \bar{v}_i'^2 \right) dz + \frac{1}{2} H_{pi} \int_0^l \left(\bar{w}_i' + \frac{1}{2} \bar{w}_i'^2 \right. \\ &\quad \left. + x_c' \bar{u}_i' + \frac{1}{2} \bar{u}_i'^2 + \frac{1}{2} \bar{v}_i'^2 \right) dz \dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここに、 $H_w = \iint \bar{\sigma}_{ci} dx_c dy_c \frac{dz}{ds}$

$$H_{pi} = \iint \sigma_{ci} dx_c dy_c \frac{dz}{ds}$$

本論では仮定 (g) によりハンガーは伸びないとしたので、ケーブルの鉛直変位 \bar{u}_i は補剛桁の鉛直変位 u およびねじり φ を用いて次のように表わすことができる。

$$\bar{u}_1 = u - \frac{1}{2} b\varphi, \quad \bar{u}_2 = u + \frac{1}{2} b\varphi \dots\dots\dots (9)$$

なお、仮定 (j) および (l) により補剛桁の橋軸方向の変位およびハンガーの橋軸方向の傾斜を無視するため、以下の誘導にあたっては式 (8) に含まれるケーブルの橋軸方向の変位 \bar{w}_i を無視し、ケーブル方程式の項で考慮することにする。

(3) ハンガーの水平横方向傾斜によるエネルギー

仮定 (g) によってハンガーはひずまないと仮定したが、Fig. 2 に示すようにハンガーの伝播する力の水平横成分がケーブルと補剛桁との間に生ずる相対変位だけ仕事をすることになる。図においてハンガーの力の水平横成分は既知の補剛桁に作用する荷重を用いて、

$$r_i = \frac{1}{2} (p_v + w_i) \left(1 \pm \frac{2a}{b} \varphi \right) \theta_i \dots\dots\dots (10)$$

上式におけるハンガー i の傾斜角 θ_i は仮定 (g)、(j) および (l) からケーブルおよび補剛桁の各変位間の適合条件を満足しなければならないことから次のように求められる。

$$h\theta_i = v - \bar{v}_i + a\varphi \dots\dots\dots (11)$$

式 (10) および (11) を用いて、ハンガーのなす仕事を求めれば、次のとおりである。

$$\begin{aligned} V_h &= \frac{1}{2} \sum_i \int \{r_i (v - \bar{v}_i + a\varphi)\} dz \\ &= \frac{1}{4} \int (p_v + w_i) h (\theta_1^2 + \theta_2^2) dz \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

(4) 荷重のなす仕事

仮定 (m) により, Fig. 2 に示すような荷重が補剛桁およびケーブルに作用するものとする. それらの力が保存系のとき荷重のなす仕事は,

$$W_e = \int \left\{ (p_v + w_t)u + p_h v + m_t \varphi + \frac{1}{2} w_c (\bar{u}_1 + \bar{u}_2) + \frac{1}{2} p_c (\bar{v}_1 + \bar{v}_2) \right\} dz \dots\dots\dots (13)$$

したがって, 吊橋全体のポテンシャルエネルギー Π は式 (6), (8), (12) および (13) を用いて, 次のように求められる.

$$\Pi = V_t + V_{c1} + V_{c2} + V_h - W_e \dots\dots\dots (14)$$

6. 基礎方程式および境界条件

吊橋の基礎方程式を得るために最小ポテンシャルエネルギーの原理を適用する. すなわち,

$$\delta \Pi = \delta V_t + \delta V_{c1} + \delta V_{c2} + \delta V_h - \delta W_e = 0 \dots\dots (15)$$

上式に含まれる δV_t にフックの法則を適用して, 体積積分項にまず面積積分を施し, 仮定 (c) および座標原点が図心であることを考慮のうえ, 式 (15) を書き改めれば次式が得られる.

$$\delta \Pi = \int \left[E \{ I_v u'' \delta u'' + I_h \varrho_v \delta \varrho_v + I_w \varrho_\varphi \delta \varrho_\varphi - I_{y_w} (\varrho_v \delta \varrho_\varphi + \varrho_\varphi \delta \varrho_v) \} + G J \Gamma_\varphi \delta \Gamma_\varphi + \sum_i \{ (H_w + H_{p_i}) (x_c' + \bar{u}_i') \delta \bar{u}_i' + (H_w + H_{p_i}) \bar{v}_i' \delta \bar{v}_i' \} + \frac{1}{2} (p_v + w_t) (\theta_1 \delta \theta_1 + \theta_2 \delta \theta_2) - \left\{ (p_v + w_t) \delta u + p_h \delta v + m_t \delta \varphi + \frac{1}{2} w_c (\delta \bar{u}_1 + \delta \bar{u}_2) + \frac{1}{2} p_c (\delta \bar{v}_1 + \delta \bar{v}_2) \right\} \right] dz = 0 \dots\dots\dots (16)$$

ここに,

$$I_v = \int_A x^2 dA, \quad I_h = \int_A y^2 dA$$

$$I_{y_w} = \int_A y \omega dA, \quad I_w = \int_A \omega^2 dA,$$

$$J = \int_A \left\{ \left(y - \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 + \left(x + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2 \right\} dA$$

補剛桁に働いている応力の合力から得られる断面力を次のように定義する⁽⁴⁾.

$$\left. \begin{aligned} M_h &= \int_A \sigma_x y dA, \quad M_v = - \int_A \sigma_x x dA, \\ M_\omega &= \int_A \sigma_x \omega dA, \quad M_s = \int_A (\tau_{xy} x - \tau_{xz} y) dA, \\ T &= M_s - M_\omega', \quad P_v = M_v', \quad P_h = M_h' + \kappa T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

上式を式 (2) を用いて変位で表わせば, 次式が得られる.

$$\left. \begin{aligned} M_h &= E \{ -I_h (v'' - \kappa \varphi) + I_{y_w} (\varphi'' + \kappa v'') \}, \\ M_v &= -EI_v u'', \\ M_\omega &= E \{ -I_{y_w} (v'' - \kappa \varphi) + I_w (\varphi'' + \kappa v'') \}, \\ M_s &= GJ (\varphi' + \kappa v'), \\ T &= E \{ I_{y_w} (v''' - \kappa \varphi') - I_w (\varphi''' + \kappa v''') \} \\ &\quad + GJ (\varphi' + \kappa v'), \\ P_v &= -EI_v u''', \\ P_h &= E \{ - (I_h - I_{y_w} \kappa) (v''' - \kappa \varphi') \\ &\quad + (I_{y_w} - \kappa I_w) (\varphi''' + \kappa v''') \} + GJ \kappa (\varphi' + \kappa v') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

式 (16) のひずみを変位で表わし, 部分積分を行い, 式 (17) で定義された断面力を用いると, 積分項に含まれる任意の仮想変位 $\delta u, \delta \varphi, \delta v, \delta \bar{v}_1, \delta \bar{v}_2$ に対して式 (16) が成立するための必要十分条件として, 吊橋の平衡方程式と境界条件が得られることになる.

(1) 平衡方程式

$$\left. \begin{aligned} -P_v' &+ (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) (x_c'' + u'') \\ &\quad + (H_{p1} - H_{p2}) \frac{b}{2} \varphi'' = p_v + w_t + w_c \\ -T' &+ \kappa M_h - (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \frac{b^2}{4} \varphi'' \\ &\quad + \frac{b}{2} (H_{p1} - H_{p2}) (x_c'' + u'') \\ &\quad + \frac{a}{2} (w_t + p_v) (\theta_1 + \theta_2) = m_t, \\ -P_h' &+ \frac{1}{2} (p_v + w_t) (\theta_1 + \theta_2) = p_h, \\ (H_w + H_{p1}) \bar{v}_1'' &+ \frac{1}{2} (p_v + w_t) \theta_1 = -\frac{1}{2} p_c, \\ (H_w + H_{p2}) \bar{v}_2'' &+ \frac{1}{2} (p_v + w_t) \theta_2 = -\frac{1}{2} p_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

上式を仮定 (e) および (o) および式 (18) を用いて変形の微分方程式に書き改めれば,

$$\left. \begin{aligned} EI_v u^{(4)} &- (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) u'' \\ &\quad + (H_{p1} - H_{p2}) \frac{b}{2} \varphi'' = p_v + (H_{p1} + H_{p2}) x_c'' \\ (H_{p1} - H_{p2}) \frac{b}{2} u'' &+ EI_w \varphi^{(4)} - (GJ - 2\kappa EI_{y_w}) \varphi'' \\ &\quad - (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \frac{1}{4} b^2 \varphi'' + EI_h \kappa^2 \varphi \\ -E(I_{y_w} - \kappa I_w) v^{(4)} &+ \kappa (E\kappa I_{y_w} - EI_h - GJ) v'' \\ &\quad + a(p_v + w_t) \frac{1}{2} (\theta_1 + \theta_2) = m_t \\ -(H_{p1} - H_{p2}) \frac{b}{2} x_c'' &, \\ -E(I_{y_w} - \kappa I_w) \varphi^{(4)} &+ \kappa (E\kappa I_{y_w} - EI_h - GJ) \varphi'' \\ &\quad + E(I_h - 2I_{y_w} \kappa + I_w \kappa^2) v^{(4)} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} -GJ\kappa^2 v'' + (p_v + w_t) \frac{1}{2} (\theta_1 + \theta_2) &= p_h, \\ (H_w + H_{p1}) \bar{v}_1'' + \frac{1}{2} (p_v + w_t) \theta_1 &= -\frac{1}{2} p_c, \\ (H_w + H_{p2}) \bar{v}_2'' + \frac{1}{2} (p_v + w_t) \theta_2 &= -\frac{1}{2} p_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $\kappa = 8 f^*/l^2$

(2) $z=0, l$ における境界条件

$$\left. \begin{aligned} \left\{ p_v + (2H_w + H_{p1} + H_{p2})(x_c' + u') \right. \\ \left. - \frac{b}{2} (H_{p1} - H_{p2}) \varphi' \right\} \delta u = 0, \quad M_v \delta u' = 0, \\ \left\{ T - b(H_{p1} - H_{p2})(x_c' + u') \right. \\ \left. + (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \frac{1}{4} b^2 \varphi' \right\} \delta \varphi = 0, \\ M_w \delta \varphi' = 0, \\ P_h \delta v = 0, \quad (M_h + \kappa M_w) \delta v' = 0, \\ (H_w + H_{p1}) \bar{v}_1' \delta \bar{v}_1 = 0, \quad (H_w + H_{p2}) \bar{v}_2' \delta \bar{v}_2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

基礎方程式には式 (20) のほかに、式 (11) の2式が加わる。基礎方程式に含まれる未知数 $u, \varphi, v, \bar{v}_1, \bar{v}_2, \theta_1, \theta_2, H_{p1}, H_{p2}$ の9個のうち、 H_{p1}, H_{p2} は活荷重によって生ずるケーブルの付加水平張力で、次章に誘導するケーブル方程式を用いて求められる。

7. ケーブル方程式

仮定 (j) および (l) に述べたように、長支間吊橋は支点はローラー支点多いので、補剛桁の橋軸方向の変位およびハンガーの橋軸方向の傾斜を無視することができるが、ケーブルの活荷重水平張力 H_{p1}, H_{p2} を求めるにあたっては前述のように軸方向変位を考慮する²⁾。ケーブル i の任意点 (x_c, z) の傾斜角 ψ は活荷重載荷後多少変化するが、仮定 (k) によって変形後も一定であるとする。ケーブルの微小部分 ds を近似的に直線とみなせば、式 (3) の第1式から次式を得る。

$$ds^2 = dz^2 + dx_c^2, \quad ds = dz \sec \psi \dots\dots\dots (22)$$

活荷重の載荷および温度変化による変形後には式 (3) の第2式を書き改めることにより次のが得られる。

$$(ds + 4ds_i)^2 = (dz + d\bar{w}_i)^2 + (dx_c + d\bar{u}_i)^2 + d\bar{v}_i^2 \dots\dots\dots (23)$$

ここで、ケーブルの伸び $4ds_i$ は水平張力の増分および温度変化によるものであるから次のように与えられる。

$$4ds_i = \frac{H_{pi}}{E_c A_c} ds \sec \psi + \alpha_T \Delta T ds \dots\dots\dots (24)$$

上式の $H_{pi} \sec \psi$ は活荷重によるケーブルの付加張

力である。長支間吊橋では死荷重によるケーブル張力に比較して数%のオーダーであるために、ケーブルの伸び $4ds_i/ds$ は微小であることがすでに明らかにされている¹⁾。加うるに、通常の吊橋はサグ比 $f/l = 1/9 \sim 1/12$ の扁平なケーブルを持つことから、式 (23) の $4ds_i^2$ および $d\bar{w}_i^2$ は無視することができる。また、活荷重によるケーブル水平張力の増加は、吊橋の静定挙動を押える方向に作用するから、ケーブルの鉛直変位 $d\bar{u}_i$ はケーブルの初期形状 dx_c に比較して小さいから、 $d\bar{u}_i^2$ も無視することができる。

ケーブルは水平横方向にサグを持たないために、ケーブル方程式の誘導にあたってはその水平横変位の影響が無視されるのが通例である。しかし、長支間吊橋では風の抗力による水平横変位が支配的になるためただちに無視するには疑問がある。そこで、本研究では水平横変位の2次の項まで採用すれば、式 (22)~(24) からケーブルの軸方向変位に関する $d\bar{w}_i$ が次のように求められる。

$$\begin{aligned} d\bar{w}_i &= H_{pi} \frac{\sec^3 \psi}{E_c A_c} dz + \alpha_T \Delta T \sec^2 \psi dz \\ &\quad - x_c' \bar{u}_i' dz - \frac{1}{2} \bar{v}_i'^2 dz \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

仮定 (k) により、ケーブルの定着点が不動であるから、

$$\int_C^C d\bar{w}_i = |\bar{w}_i|_C^C = 0 \dots\dots\dots (26)$$

Fig. 1 に示すような吊橋を対象として、仮定 (n) を用いて式 (25) を部分積分すれば次式を得る。

$$\begin{aligned} H_{pi} &= \frac{-E_c A_c}{L_E} \left\{ \sum_j \left(x_c'' \int_0^{l_j} \bar{u}_j dz \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{2} \int_0^{l_j} \bar{v}_j'^2 dz \right) + \alpha_T \Delta T L_T \right\} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} L_E &= \int_C^C \sec^3 \psi dz = l \left(1 + 8 \frac{f^2}{l^2} \right) \\ &\quad + 2l_1 \left(1 + 8 \frac{f_1^2}{l_1^2} + \frac{3}{2} \tan^2 \gamma_0 \right) + 2l_s \sec^3 \gamma_1 \\ L_T &= \int_C^C \sec^2 \psi dz = l \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) \\ &\quad + 2l_1 \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f_1^2}{l_1^2} + \tan^2 \gamma_0 \right) + 2l_s \sec^2 \gamma_1 \end{aligned}$$

上式はケーブルの3次元変形を考慮したケーブル方程式であり、従来のケーブル方程式とは () の中の第2項を考慮している点で異なる。

吊橋が活荷重によって変形するとき、一般に式 (25) に示すようにケーブルの橋軸方向の変位 \bar{w}_i が生じ、補剛桁との間に相対変位が生ずるためにハンガーは橋軸方向に傾斜する。本論では補剛桁およびケーブルの鉛直断面のみに荷重が作用するために仮定 (l) によってこの傾斜を無視している。長支間吊橋のように活荷重による

ケーブルの伸びが小さく、また、補剛桁の両支点がローラーで橋軸方向に移動可能で、かつ、荷重が吊橋の中央に对称で変形が左右対称ならば、このような仮定は十分に工学的に許されるものである。Melan による慣用の撓度理論による基礎方程式の誘導にも同じ仮定が採用されている。

8. 既往理論との比較

(1) 連成法との比較

吊橋の鉛直変位、水平横変位およびねじりの連成を考慮した断面剛の仮定のもとに誘導された基礎方程式については最近いくつかの研究が見受けられる^{(11), (12), (17), (18)}。断面のねじりが小さく、それによって生ずる付加曲げモーメントおよび初期曲率による付加ねじりモーメントが無視できる場合について誘導された基礎方程式は次のように表わされる⁽¹⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned}
 &EI_v u^{(4)} - (2H_w + H_{p1} + H_{p2})u'' \\
 &\quad + (H_{p1} - H_{p2})\frac{b}{2}\varphi'' = p_v + (H_{p1} + H_{p2})x_c'', \\
 &EI_w \varphi^{(4)} - \left\{ GJ + b^2(2H_w + H_{p1} + H_{p2})\frac{1}{4} \right\} \varphi'' \\
 &\quad - EI_{y_w} v^{(4)} + (H_{p1} - H_{p2})\frac{b}{2}u'' \\
 &\quad - (H_w + H_{p1})a\bar{v}_1'' - (H_w + H_{p2})a\bar{v}_2'' \\
 &\quad = m_t + p_c a - (H_{p1} - H_{p2})\frac{b}{2}x_c'', \\
 &EI_h v^{(4)} - EI_{y_w} \varphi^{(4)} - (H_w + H_{p1})\bar{v}_1'' \\
 &\quad - (H_w + H_{p2})\bar{v}_2'' = p_c + p_h, \\
 &(H_w + H_{p1})\bar{v}_1'' - \left\{ (H_w + H_{p1})x_c'' + \frac{1}{2}w_c \right\} \theta_1 \\
 &\quad = -\frac{1}{2}p_c, \\
 &(H_w + H_{p2})\bar{v}_2'' - \left\{ (H_w + H_{p2})x_c'' + \frac{1}{2}w_c \right\} \theta_2 \\
 &\quad = -\frac{1}{2}p_c \\
 &\dots\dots\dots(28)
 \end{aligned} \right\}$$

上式の第 1~3 式で示された補剛桁の鉛直方向、水平横方向およびねじりのつり合い式は、 $I_{wy}=0$ すなわちせん断中心と重心が合致する場合については既往の島田⁽¹¹⁾および倉西⁽¹²⁾の式と合致するものである。ケーブルの水平横方向のつり合い式については基礎方程式が異なり、倉西の式では次のように与えられる⁽¹²⁾。

$$\left. \begin{aligned}
 &(H_w + H_{p1})\bar{v}_1'' + S_1\theta_1 = -\frac{1}{2}p_c \\
 &(H_w + H_{p2})\bar{v}_2'' + S_2\theta_2 = -\frac{1}{2}p_c
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

ここに、 S_1, S_2 : ハンガーの張力

以上の結果を本法の基礎方程式と比較すれば次のとおりである。すなわち、式 (28) の第 4, 5 式を第 3, 4 式に代入すれば $\kappa=0$ とおいた場合の本法と同様の基礎式になる。しかし、 θ_1, θ_2 の係数が異なる。たとえば、式 (28) の第 4 式の係数は既知のケーブルの鉛直方向の力のつり合い式を用いて次のように変形される。

$$\begin{aligned}
 &-\left\{ (H_w + H_{p1})x_c'' + \frac{1}{2}w_c \right\} \\
 &= -(H_w + H_{p1})\left(x_c'' + u'' - \frac{b}{2}\varphi''\right) \\
 &\quad - \frac{1}{2}w_c + (H_w + H_{p1})\left(u'' - \frac{b}{2}\varphi''\right) \\
 &= S_1 + (H_w + H_{p1})\left(u'' - \frac{b}{2}\varphi''\right) \dots\dots\dots(30)
 \end{aligned}$$

上式の第 2 項は、活荷重による変位 $\left(u - \frac{b}{2}\varphi\right)$ がケーブルの初期形状 x_c に比べて通常十分に小さく無視できることを考慮するとき、式 (28) の第 4, 5 式は実質的に式 (29) に合致するものである。本法では直接ハンガー張力を求めることが不可能なため既知の補剛桁の鉛直方向の荷重と自重を用いて表わしたが、これは倉西の式において、 $S_1 = \frac{1}{2}(p_v + w_t)\left(1 + \frac{2a}{b}\varphi\right)$ とおいて微量を無視した場合と同じである。このほかに S_1 には補剛桁の鉛直方向の曲げによる抗力の項が含まれるはずであるが、長支間吊橋では補剛桁の重力の項に比較してはるかに小さいために S_1 は $\frac{1}{2}(p_v + w_t)$ で近似的に表わすことができる。よって本法の基礎方程式は同じ結果を与えるものと予想される。

(2) 非連成法との比較

鉛直変位、水平横変位およびねじりの各変形が独立に生ずるといふ仮定のもとに誘導された従来の基礎方程式と比較すれば次のとおりである。

本題の基礎方程式 (20) の第 1 式の鉛直方向のつり合い式において、ねじりの項を無視し、かつ $H_{p1} = H_{p2} = H_p$ とおけば、

$$EI_v u^{(4)} - 2(H_w + H_p)u'' - 2H_p x_c'' = p_v \dots(31)$$

が得られ、撓度理論と同一の基礎方程式になる。また、式 (20) の第 2, 3 式のねじりおよび水平横方向のつり合い式において、ハンガーの傾斜角 θ を無視し、かつ $H_{p1} = -H_{p2} = H_p$ とおけば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 &EI_w \varphi^{(4)} - \left(GJ + \frac{b^2}{2}H_w \right) \varphi'' \\
 &\quad + H_p b x_c'' - EI_{y_w} v^{(4)} = m_t, \\
 &EI_h v^{(4)} - EI_{y_w} \varphi^{(4)} = p_h \\
 &\dots\dots\dots(32)
 \end{aligned} \right\}$$

上式は文献 2) に示されたねじりおよび水平横変位連成振動の基礎方程式において慣性力を無視した場合と合致する。また、本法の基礎方程式の第 3, 4 および 5 式において、 $\bar{v}_1 = \bar{v}_2 = \bar{v}$, $H_{p1} = H_{p2} = 0$, $p_v = 0$, $a = 0$ および $\varphi = 0$ とし、適合条件式を用いてハンガーの傾斜角を消去すれば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} EI_h v^{(4)} + \frac{1}{h} (v - \bar{v}) \omega_t &= p_h \\ 2H_w \bar{v}'' + \frac{1}{h} (v - \bar{v}) \omega_t &= -p_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

上式は文献 2) に示される風の抗力による水平横変位を求めるための基礎方程式と一致する。以上から、本題の基礎方程式は従来の非連成法の基礎方程式をすべて含むことが明らかになった。

9. 基礎方程式の簡略化

吊橋のケーブルに作用する水平横荷重は風荷重であるから左右のケーブルの水平横変位を等しい ($\bar{v}_1 = \bar{v}_2 = \bar{v}$) とおくことができ、したがって、左右のハンガーの傾斜角は $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ となる。また、ケーブルの形状が式 (4) のように表わされることを考慮すれば、本題の基礎方程式は次のように簡略化される。

$$\left. \begin{aligned} EI_v u^{(4)} - (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) u'' & \\ + (H_{p1} - H_{p2}) \frac{b}{2} \varphi'' = p_v - (H_{p1} + H_{p2}) \frac{8}{l^2} f, & \\ (H_{p1} - H_{p2}) \frac{b}{2} u'' + EI_v \varphi^{(4)} - (GJ - 2\kappa EI_{y_w}) \varphi'' & \\ - (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \frac{b^2}{4} \varphi'' + EI_h \kappa^2 \varphi & \\ - E(I_{y_w} - \kappa I_w) v^{(4)} + \kappa (E\kappa I_{y_w} - EI_h - GJ) v'' & \\ + a(p_v + \omega_t) \theta = m_t + (H_{p1} - H_{p2}) \frac{4}{l^2} fb, & \\ - E(I_{y_w} - \kappa I_w) \varphi^{(4)} + \kappa (E\kappa I_{y_w} - EI_h - GJ) \varphi'' & \\ + E(I_h - 2I_{y_w} \kappa + I_w \kappa^2) v^{(4)} & \\ - GJ \kappa^2 v'' + (p_v + \omega_t) \theta = p_h, & \\ (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \bar{v}'' + (p_v + \omega_t) \theta = -p_c & \\ \dots\dots\dots & (34) \end{aligned} \right\}$$

ここに、 $h\theta = v - \bar{v} + a\varphi$

式 (34) は本題の連成を考慮した吊橋の解析のための基礎方程式である。第 1, 2 式の鉛直方向 およびねじりのつり合い式の左辺の係数項に式 (27) に示すケーブルの変位 \bar{u} および \bar{v} によって決定されるケーブルの活荷重水平張力 H_{pi} の項が含まれる。このために、基礎方程式の第 1, 2 式は 2 次および 3 次の幾何学的原因による非線形項をもつ。したがって、吊橋の全体の剛性が変形に依存して変化する。すなわち、ケーブルの正の鉛直変位 \bar{u} に対しては式 (27) からケーブルの正の活

荷重水平張力 H_{pi} が算定される。これによって、係数 ($2H_w + H_{p1} + H_{p2}$) は増加するために吊橋の剛性が増大する。逆に負の変位 \bar{u} に対する負の活荷重水平張力によって係数 ($2H_w + H_{p1} + H_{p2}$) は減少するために吊橋の剛性が減少する。ケーブルの水平横方向の変位 \bar{v} によって正のケーブルの活荷重水平張力が常に生ずるために、吊橋の剛性が高められる。また、式 (34) の第 2 式のねじりの式の左辺においてケーブルの活荷重水平張力のほかに補剛桁の初期曲率 κ および補剛桁の重心と上弦材中心との距離 a が水平横変位 v とねじり φ の連成の原因となっている。

10. 風荷重を受ける吊橋の変形と応力

(1) 解 法

誘導した基礎方程式を用いて Fig. 1 に示す 3 径間単純吊橋を対象に 3 分力を考慮した一様分布の風荷重を受ける場合の静的挙動を解析する。なお、風荷重はその大きさが変形とともに変化する非保存系であるために厳密には保存系として誘導した基礎方程式には適用できないが、静的問題では第 1 近似値として有効であると考えられる。Fig. 4 は関門橋の 2 次元模型による風洞実験によって求められた抗力、揚力および空力モーメントの各係数である¹⁷⁾。迎え角 α について各係数は次のように線形化される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{C}_D &= C_D(\alpha) + \left(\frac{dC_D}{d\alpha} \right)_\alpha \varphi, \\ \bar{C}_L &= C_L + \left(\frac{dC_L}{d\alpha} \right)_\alpha \varphi, \\ \bar{C}_M &= C_M(\alpha) + \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right)_\alpha \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

したがって、風荷重に起因する吊橋の作用活荷重は、次

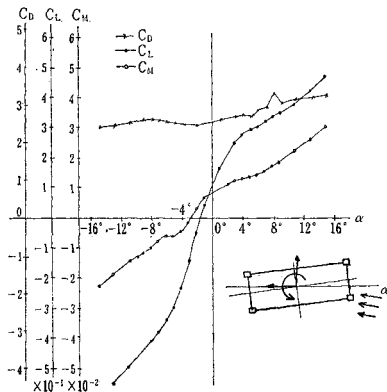


Fig. 4 Relation between components, C_L , C_M and C_D due to wind loads and angle of attack α

のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} p_v &= -0.5 \rho V^2 \bar{C}_L A_L = -L_t - L_x^* \varphi, \\ p_h &= 0.5 \rho V^2 \bar{C}_D A_D = D_t + D_t^* \varphi, \\ m_t &= 0.5 \rho V^2 \bar{C}_M A_L = M_t + M_t^* \varphi, \\ p_c &= 0.5 \rho V^2 A_{Dc} = D_c \end{aligned} \right\} \dots (36)$$

ここに、

$$\begin{aligned} L_t &= 0.5 \rho V^2 C_L A_L, \quad L_t^* = 0.5 \rho V^2 \left(\frac{dC_L}{d\alpha} \right)_\alpha A_L, \\ D_t &= 0.5 \rho V^2 C_D A_D, \quad D_t^* = 0.5 \rho V^2 \left(\frac{dC_D}{d\alpha} \right)_\alpha A_D, \\ M_t &= 0.5 \rho V^2 C_M A_L, \quad M_t^* = 0.5 \rho V^2 \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right)_\alpha A_L \end{aligned}$$

吊橋のケーブルの形は中央径間でサグ f 、側径間でサグ f_1 なる放物線とし、また、中央径間の補剛桁の縦断曲線がサグ f^* なる放物線と与えられ、側径間の補剛桁は高低差 h_1 なる直線であるとすれば中央径間および側径間のハンガー長は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} h(x) &= h_T - (x_c + x^*) \\ &= 4(f + f^*) \frac{z^2}{l^2} - 4(f + f^*) \frac{z}{l} + h_T, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ EI_v \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right\} a_n + \left\{ -\frac{b}{2} (H_{p1} - H_{p2}) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 + L_t^* \right\} b_n \\ &= -\frac{2}{n\pi} \{ 1 - (-1)^n \} \left\{ L_t + (H_{p1} + H_{p2}) \frac{8f}{l^2} \right\}, \\ &-\frac{b}{2} (H_{p1} - H_{p2}) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 a_n + \left\{ EI_w \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + \left\{ GJ - 2\kappa EI_{y_w} + \frac{b^2}{4} (2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \right\} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + EI_h \kappa^2 - M_t^* \right\} b_n + \left\{ E(\kappa I_w - I_{y_w}) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + \kappa(GJ + EI_h - E\kappa I_{y_w}) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right\} c_n - a(L_t - w_t) e_n \\ &= \frac{2}{n\pi} \{ 1 - (-1)^n \} \left\{ M_t + (H_{p1} - H_{p2}) \frac{4fl}{l^2} \right\}, \\ &\left\{ -E(I_{y_w} - I_w \kappa) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + \kappa(GJ + EI_h - I_{y_w} \kappa) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 - D_t^* \right\} b_n + \left\{ E(I_h - 2I_{y_w} \kappa + I_w \kappa^2) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \right. \\ &\quad \left. + GJ \kappa^2 \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right\} c_n - (L_t - w_t) e_n = \frac{2}{n\pi} \{ 1 - (-1)^n \} D_t, \\ &-(2H_w + H_{p1} + H_{p2}) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 d_n - (L_t - w_t) e_n = -\frac{2}{n\pi} \{ 1 - (-1)^n \} D_c, \\ &ab_n + c_n - d_n - \left\{ h_a - 2(f + f^*) \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{n^2 \pi^2} \right) \right\} e_n = \frac{32(f + f^*)}{\pi^2} \sum_{m \neq n} \frac{m \cdot n}{(m^2 - n^2)^2} e_m \end{aligned} \right\} \dots (40)$$

なお、側径間については上記の連立方程式にサフィクス“1”をつけ、かつ $\kappa = 0$ とおけばよい。ただし、式(40)の第5式は次のように書き改められる。

$$\begin{aligned} &ab_{n1} + c_{n1} - d_{n1} - \left\{ h_a - 2f_1 \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{n^2 \pi^2} - \frac{h_1}{4f_1} + \frac{f_1^*}{4f_1} \right) \right\} e_{n1} \\ &= \frac{16f_1}{\pi^2} \sum_{m \neq n} \frac{m \cdot n}{(m^2 - n^2)^2} \left[1 + (-1)^{m+n} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{f_1^*}{4f_1} - \frac{h_1}{4f_1} \right) \{ (-1)^{m+n} - 1 \} \right] e_{m1} \dots (41) \end{aligned}$$

$$h_1(z) = 4f_1 \frac{z_1^2}{l_1^2} - 4f_1 \left(1 - 4 \frac{h_1}{f_1} + 4 \frac{f_1^*}{f_1} \right) \frac{z_1}{l_1} + h_a \quad \dots (37)$$

他方、吊橋の塔が変形しないものとするれば、補剛桁およびケーブルの境界条件が次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u(0) &= u(l) = 0, \quad u'(0) = u'(l) = 0, \\ \varphi(0) &= \varphi(l) = 0, \quad \varphi'(0) = \varphi'(l) = 0, \\ v(0) &= v(l) = 0, \quad v'(0) = v'(l) = 0, \\ \bar{v}(0) &= \bar{v}(l) = 0, \quad \theta(0) = \theta(l) = 0 \end{aligned} \right\} \dots (38)$$

上記の境界条件を満足する各変位を次のようにフーリエ級数で表示する。

$$\left. \begin{aligned} u(z) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\pi\xi, \quad \varphi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi\xi, \\ v(z) &= \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin n\pi\xi, \quad \bar{v}(z) = \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin n\pi\xi, \\ \theta(z) &= \sum_{n=1}^{\infty} e_n \sin n\pi\xi, \quad \xi = z/l \end{aligned} \right\} \dots (39)$$

式(36)、(37)、(39)を式(34)に代入してガラーキン法を適用すれば、未定定数を求めるための連立方程式が次のように得られる。

同様に式(39)を式(27)に代入すれば、ケーブル方程式が次のように書き改められる。

$$\begin{aligned} H_{p1} &= \frac{E_c A_c}{L_E} \left\{ \frac{16f}{\pi l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(a_n \mp \frac{b}{2} b_n \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{32f_1}{\pi l_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(a_{n1} \mp \frac{b}{2} b_{n1} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi^2}{4l} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 d n^2 + \frac{\pi^2}{2l_1} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 d_{n1}^2 \right. \\ &\quad \left. - \alpha_T \Delta T L_T \right\} \dots (42) \end{aligned}$$

式 (39) を式 (18) に代入すれば、補剛桁に作用する各断面力が次のように得られる。

$$\begin{aligned}
 M_h &= E \sum_{n=1}^{\infty} \left[I_h \left\{ \kappa b_n + \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 c_n \right\} - I_{y_w} (b_n + \kappa c_n) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right] \sin n\pi\xi, \\
 M_v &= EI_v \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sin n\pi\xi, \\
 M_w &= E \sum_{n=1}^{\infty} \left[I_{y_w} \left\{ \kappa b_n + \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 c_n \right\} - I_w (b_n + \kappa c_n) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right] \sin n\pi\xi, \\
 M_s &= GJ \sum_{n=1}^{\infty} (b_n + \kappa c_n) \left(\frac{n\pi}{l} \right) \cos n\pi\xi, \\
 T &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[E \left\{ -I_{y_w} \left\{ \kappa b_n + \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 c_n \right\} \left(\frac{n\pi}{l} \right) + I_w (b_n + \kappa c_n) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^3 \right\} + GJ (b_n + \kappa c_n) \left(\frac{n\pi}{l} \right) \right] \cos n\pi\xi, \\
 P_v &= EI_v \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^3 a_n \cos n\pi\xi, \\
 P_h &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[E \left\{ (I_h - 2I_{y_w}\kappa + I_w\kappa^2) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 c_n + (\kappa I_w - I_{y_w}) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 b_n + \kappa (I_h - I_{y_w}\kappa) b_n \right\} \left(\frac{n\pi}{l} \right) \right. \\
 &\quad \left. + GJ\kappa (b_n + \kappa c_n) \left(\frac{n\pi}{l} \right) \right] \cos n\pi\xi
 \end{aligned} \tag{43}$$

式 (42) で求められるケーブル i の活荷重水平張力 H_{p_i} は補剛桁の変位によって定まるが、式 (40) の連立方程式の係数項にこれらの項が多く含まれるために計算は一種の試算による収束計算となる。なお、初期値は次に示す数値計算によってケーブルの活荷重水平張力 H_{p_1} 、 H_{p_2} は吊橋の鉛直変位を打ち消すように作用することが明らかになったので、式 (40) の第 1 式の右辺を零とする $H_{p_1} = H_{p_2} = -L_t \frac{l^2}{16f}$ を用いて計算をすすめることが可能である。

本論文では、具体的な吊橋の風荷重特性計算のため、次の諸元を採用したが以下はその演算結果をもとに考察をすすめることにする。

$$\begin{aligned}
 l &= 703.5 \text{ m}, & l_1 &= 167.75 \text{ m}, \\
 l_2 &= 17.667 \text{ m}, & f &= 64 \text{ m}, \\
 f_1 &= 3.906 \text{ m}, & h_T &= 69.119 \text{ m}, \\
 h &= 69.119 \text{ m}, & f^* &= 3.517 \text{ m}, \\
 h_a &= 1.25 \text{ m}, & d &= 9 \text{ m}, \\
 b &= 29 \text{ m}, & a &= 1.635 \text{ m}, \\
 e &= 0.0 \text{ m}, & L_E &= 1\,216.056 \text{ m}, \\
 L_T &= 1\,234.588 \text{ m}, & I_o &= 3.440 \text{ m}^4/\text{Bridge}, \\
 I_{v_1} &= 2.582 \text{ m}^4/\text{Bridge}, & I_h &= 33.67 \text{ m}^4/\text{Bridge}, \\
 I_{h_1} &= 26.912 \text{ m}^4/\text{Bridge}, & J &= 3.517 \text{ m}^4/\text{Bridge}, \\
 J_1 &= 3.000 \text{ m}^4/\text{Bridge}, & I_w &= 729.0 \text{ m}^6/\text{Bridge}, \\
 I_{w_1} &= 600 \text{ m}^6/\text{Bridge}, & I_{y_w} &= 0.0 \text{ m}^5/\text{Bridge}, \\
 H_w &= 11\,682.6 \text{ t/Cable}, & w_l &= 19.04 \text{ t/m}, \\
 w_{l_1} &= 20.814 \text{ t/m}, & w_c &= 5.132 \text{ t/m}, \\
 \Delta T &= 0.0^\circ\text{C}, & \kappa &= 5.85 \times 10^{-5}/\text{m}, \\
 E &= 2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2, & E_c &= 2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2, \\
 G &= 0.81 \times 10^7 \text{ t/m}^2, & V &= 54 \text{ m/sec}, \\
 \rho &= 0.125 \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^4, & A_D &= 4.116 \text{ m}^2, \\
 A_L &= 23.2 \text{ m}^2, & A_{D_c} &= 0.5592 \text{ m}^2/\text{Bridge},
 \end{aligned}$$

$$A_c = 0.2796 \text{ m}^2, \quad \tau_0 = 45^\circ, \quad \tau_1 = 27^\circ 07'$$

(2) 従来の解法との比較および解の収束

従来の風荷重による吊橋の変形と応力を解析する式は式 (33) であるが、伊藤⁹⁾ は式 (33) を解析的に解くために、変位 v および \bar{v} を式 (39) の第 3, 4 式のように仮定のうへ、両辺に $h(x)$ をかけてガラキーン法を適用して未定定数を求めるための連立方程式を誘導した。本法と伊藤の方法を比較するために、式 (40) から式 (33) に対応する項のみを残した場合について、吊橋の中央径間中点の補剛桁およびケーブルの水平横変位 v 、 \bar{v} の収束状況を **Fig. 5** に示す。図において横軸はフーリエ級数の項数 n を、縦軸は補剛桁およびケーブルの水平横変位 v 、 \bar{v} を示す。本例では吊橋の形状および荷重が左右対称のために、変位も左右対称となる。したがって、級数の収束計算には奇数項 $n=1, 3, 5, \dots$ を採用すればよい。本法の級数の収束はきわめて早く 3 項程度で完全に収束する。これに対して伊藤の方法は収束が遅くしかも振動していることがわかる。このため、本法と同程度の解をうるためには 3 倍以上の項数を必要とする。本法ではハンガーの傾斜角 θ を未知数に加えたために式が伊藤の方法に比して 1 個増加したが、このことにより方程式の形がかえって簡単となり、しかもかつ収束がきわめて早く数値解析上本法が有利であるといえる。なお、伊藤の方法の解の収束が遅い原因は **Fig. 1** に示すような変位を仮定した \sin の波形と大きく異なったハンガー長 h の項が式の両辺に数多く含まれることによるものである。他の変位成分については相対誤差が 0.1% の収束判定値に対して鉛直変位は 5 項 ($n=9$)、ねじりは 7 項 ($n=13$) 程度で収束するが、補剛桁の中央部で大きな値となるハンガーの傾斜角は収束がやや遅く 13 項

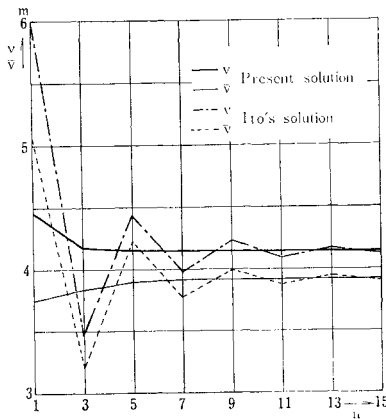


Fig. 5 Convergence of horizontal displacements, v and \bar{v} , of the stiffening truss and cable

($n=25$) 程度必要である。断面力のうち曲げモーメント M_h は 4 項 ($n=7$)、 M_v は 9 項 ($n=17$)、曲げねじりモーメント M_w は 10 項 ($n=19$) で十分収束するが、補剛桁の端部で最大となるせん断力 P_h 、 P_v およびねじりモーメント T の収束はきわめて遅く、35 項 ($n=69$) 程度必要とした。

(3) ケーブルの活荷重水平張力 H_{pi} の影響

緒言で述べたように従来の吊橋の解析ではケーブル方程式には鉛直変位のみが考慮され、水平横変位の影響は無視されている。これはケーブルが水平横方向にサグを持たないためであるが、風の抗力による水平横変位が大きい場合には検討の余地がある。そこで 3 分力を考慮した風荷重について、

(a) 従来のケーブル方程式を用いた場合

(b) ケーブルの水平横変位をも考慮したケーブル方程式を用いた場合

(d) ケーブルの活荷重水平張力を無視した場合 ($H_{p1}=H_{p2}=0.0$)

荷重として抗力のみを残し、補剛桁の図心にハンガーが取り付けられた状態 ($\alpha=0$) について、

(c) ケーブルの水平横変位をも考慮したケーブル方程式を用いた場合

(e) ケーブルの活荷重水平張力を無視した場合^{5), 6)} の 5 ケースについてケーブルの活荷重水平張力の影響を検討した。初期曲率 κ の影響を無視し、風の迎え角 $\alpha = 0^\circ, 4^\circ, -4^\circ$ の各ケースについて、ケーブルの活荷重水平張力 H_{p1} 、 H_{p2} および中央径間の中点の変位 u 、 ϕ 、 v 、 \bar{v} 、 θ を示せば Table 1 のとおりである。表より明らかのように、補剛桁およびケーブルの水平横変位 v 、 \bar{v} についてはケーブルの活荷重水平張力 H_{p1} 、 H_{p2} による全水平張力 ($2H_w + H_{p1} + H_{p2}$) の変化に伴って従来の解析結果 (e) から 3~12 cm 程度変化するが、4 m

程度の水平横変位に対する割合は小さい。したがって、水平横変位については吊橋の荷重として抗力のみを用いてケーブルの活荷重水平張力を無視する線形解析で十分であるといえる。

Table 1 に示すように補剛桁の鉛直変位 u については、(d) のケーブルの活荷重水平張力の変化を無視する場合には揚力によって 1~3 m 程度変位するが、(a) のケーブルの鉛直変位のみを考慮したケーブル方程式を用いると、補剛桁の鉛直変位は揚力の正負に無関係に (d) の場合の約 8% 程度に減少し、ケーブルの活荷重水平張力は鉛直変位にきわめて大きな影響を及ぼす結果となる。なお、ケーブルの活荷重水平張力 H_{pi} の大きさは死荷重水平張力 $H_w = (w_t + w_c) \frac{l^2}{16f} = 11\,682.6\text{ t}$ に比べて最大約 4.7% の大きさである。この理由はケーブルの活荷重水平張力が式 (40) の第 1 式の右辺の $\{ \}$ の中 $L_t + (H_{p1} + H_{p2}) \frac{8f}{l^2}$ を零にするように作用することを意味するものである。したがって、この性質を利用すれば、吊橋のねじりは小さいから、 $H_{p1} = H_{p2}$ において $H_{pi} = -L_t \frac{l^2}{16f}$ から容易にこれらの初期値を推定することができる*。

(b) のケーブルの水平横変位をも考慮したケーブル方

Table 1 Effect of the horizontal component H_{pi} of the tensile force in cable on displacements

case 1 $\alpha=0^\circ$					
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
H_{p1} (t)	-182.18	-163.79	18.34	0.0	0.0
H_{p2} (t)	-173.67	-155.13	18.34	0.0	0.0
u (m)	-0.080	-0.179	-0.095	-1.010	0.0
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	-0.307	-0.314	0.0	-0.100	0.0
v (m)	4.178	4.174	4.135	4.143	4.137
\bar{v} (m)	3.958	3.954	3.918	3.920	3.922
θ (rad.)	0.137	0.138	0.136	0.139	0.135
case 2 $\alpha=4^\circ$					
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
H_{p1} (t)	-544.51	-524.27	19.33	0.0	0.0
H_{p2} (t)	-478.03	-458.32	19.35	0.0	0.0
u (m)	-0.232	-0.339	-0.101	-2.902	0.0
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	0.559	0.558	0.0	2.290	0.0
v (m)	4.375	4.371	4.252	4.273	4.256
\bar{v} (m)	4.141	4.137	4.027	4.034	4.031
θ (rad.)	0.147	0.147	0.140	0.151	0.140
case 3 $\alpha=-4^\circ$					
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
H_{p1} (t)	480.48	497.08	16.89	0.0	0.0
H_{p2} (t)	375.30	392.14	16.88	0.0	0.0
u (m)	0.198	0.114	-0.088	2.539	0.0
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	-2.014	-2.027	0.0	-4.960	0.0
v (m)	3.884	3.882	3.964	3.971	3.967
\bar{v} (m)	3.682	3.679	3.758	3.769	3.761
θ (rad.)	0.124	0.124	0.128	0.121	0.128

程式を用いると、補剛桁は (a) の場合よりも 10 cm 程度上方に変位することになる。径間中央で 4 m 程度の sin 波形で表わされる水平横変位によってケーブルには 300 t 程度の付加引張水平張力が生ずるものと予想されたが、Table 1 (c) に示すように 17~18 t 程度の大きさとなった。これはケーブルが水平横方向に純粋に移動することが不可能で、塔頂を結ぶ水平線を中心とする円弧を描く振子状の動きを起こすことを意味するものと考えられる。Table 1 に示すようにケーブルの活荷重水平張力 H_{p1} , H_{p2} および鉛直変位 u の (a) の結果を加え合せたものは (d) の結果にほぼ合致することから、(b) の結果の鉛直変位の増加は振子状の動きによるケーブルおよび補剛桁の水平横変位に連成するものであると予想される。この構造特性による鉛直変位は揚力による鉛直変位と同程度の大きさになる。したがって、3 分力を考慮した風荷重を受ける吊橋の変形と応力の解析にあたってはケーブルの水平横変位が活荷重水平張力に及ぼす影響は無視できない。また、左右のケーブルの活荷重水平張力の差は補剛桁のねじりに影響を及ぼすが、このことについては次節で一括して取扱う。

以上は補剛桁およびケーブルの諸変位に対する考察であるが、Table 1 と同じケースに対する $\alpha=0^\circ$ の場合の補剛桁の断面力を示せば Table 2 のとおりである。

Table 2 において、鉛直方向曲げモーメント M_v 、水平方向曲げモーメント M_h および曲げねじりモーメント M_w は補剛桁中点の諸値に、また、鉛直方向せん断力 P_v 、水平方向せん断力 P_h および合ねじりモーメント T は $z=0$ の原点の諸値にそれぞれ対応するものである。

Table 2 (d) および (a) の比較から明らかなように、(a) の M_v と P_v の大きさは (d) の場合の約 8% 程度の大きさである。したがって、ケーブルの活荷重水平張力の影響は鉛直変位と同様に補剛桁の鉛直方向の曲げモーメントおよびせん断力を減少させる効果をもつ。

(4) 初期曲率 κ および補剛桁の重心と上弦材中心の距離 a の影響

式 (34) の第 2 式から明らかなように吊橋のねじりと水平横変位の連成の原因となるものは補剛桁の初期曲率 κ および補剛桁の重心と上弦材中心との距離 a である。吊橋のねじりと水平横変位の連成現象を検討するために、各種の構造特性、荷重の項の組み合わせに対するケーブルの活荷重水平張力および中央径間中点の補剛桁およびケーブルの諸変位を $\alpha=0^\circ, 4^\circ, -4^\circ$ に対して求めれば Table 3 のとおりである。なお、対象としたケースは次のとおりである。

Table 2 Effect of the horizontal component H_{pi} of the tensile force in cable on cross-sectional forces

case 1 $\alpha=0^\circ$

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
$M_v \times 10^3$ (tm)	-0.093	-0.211	-0.117	-1.232	0.0
$P_v \times 10^4$ (t)	-0.175	-0.372	-0.196	-2.086	0.0
$M_h \times 10^4$ (tm)	5.172	5.166	5.109	5.118	5.115
$P_h \times 10^2$ (t)	4.259	4.257	4.234	4.244	4.279
$M_w \times 10^2$ (tm ²)	9.394	9.412	0.0	8.936	0.0
$T \times 10^2$ (tm)	1.384	1.379	0.0	1.746	0.0

- (a) $H_{p1}=H_{p2}=0.0, \kappa=0, a=0,$
ねじり荷重のみ
- (b) $H_{p1}=H_{p2}=0, \kappa=0, a \neq 0,$
水平横荷重のみ
- (c) $H_{p1}=H_{p2}=0, \kappa \neq 0, a=0,$
水平横荷重のみ
- (d) $H_{p1}=H_{p2}=0, \kappa \neq 0, a \neq 0,$
ねじりおよび水平横荷重
- (e) $H_{p1} \neq 0, H_{p2} \neq 0, \kappa=0, a=0,$
ねじり横荷重のみ
- (f) $H_{p1} \neq 0, H_{p2} \neq 0, \kappa=0, a \neq 0,$
水平横荷重のみ
- (g) $H_{p1} \neq 0, H_{p2} \neq 0, \kappa \neq 0, a=0,$
水平横荷重のみ
- (h) $H_{p1} \neq 0, H_{p2} \neq 0, \kappa \neq 0, a \neq 0,$
ねじりおよび水平横荷重

また、(a)~(h) には従来のケーブル方程式を用いた。

表より明らかなように補剛桁のねじりは、荷重の作用方向に補剛桁をねじる空力モーメント m_t の影響 (a)、水平横荷重によって生ずる補剛桁とケーブル間の水平横変位差によって生ずる負のねじりモーメント $a(\omega_t - L_t^*)\theta$ による影響 (b)、および曲率 κ によって水平横変位と連成する負のねじりの影響 (c)、の 3 項から構成される。したがって、ねじりの (a)+(b)+(c) の結果および、(e)+(f)+(g) の結果が、それぞれ (d) および (h) の結果にほぼ合致することになる。おのおののねじりに及ぼす大きさはほぼ同程度であるために、水平横変位とねじりを同時に考慮した吊橋の解析ではこれらの影響は無視できない。曲率 κ および水平横変位差によるねじりは補剛桁を負の方向にねじるから、正の方向の荷重のねじりモーメントとは相殺し、負の荷重のねじりモーメントとは加え合せる結果となる。(e)~(h) は (a)~(d) の各ケースのケーブルの活荷重水平張力を考慮した場合に対応するもので、外力の影響は 35%、水平横変位差の影響は 44%、曲率 κ の影響は 39% 程度に小さくなり、ねじりに対しても左右のケーブルの活荷重水平張力差は構造の剛性を増大させることを意味する。なお

* なお、上述のように H_{pi} は H_w の約 4.7% 程度の大きさであるために、本研究における非線形項の影響は小さい。

Table 3 Effect of the initial curvature κ and the distance a

case 1 $\alpha=0^\circ$								
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
H_{p1} (t)	0.0	0.0	0.0	0.0	-38.6	34.5	56.9	52.9
H_{p2} (t)	0.0	0.0	0.0	0.0	38.6	-34.5	-56.9	-52.9
u (m)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	3.267	-3.360	-5.063	-5.185	1.161	-1.482	-1.974	-2.298
v (m)	0.0	4.142	4.145	4.150	0.0	4.140	4.141	4.143
\bar{v} (m)	0.0	3.920	3.928	3.924	0.0	3.921	3.924	3.923
θ (rad.)	0.0	0.135	0.136	0.135	0.0	0.135	0.135	0.135
case 2 $\alpha=4^\circ$								
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
H_{p1} (t)	0.0	0.0	0.0	0.0	-68.3	35.8	54.4	26.6
H_{p2} (t)	0.0	0.0	0.0	0.0	68.3	-35.8	-54.4	-26.6
u (m)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	5.832	-3.473	-5.190	-2.994	2.055	-1.533	-2.027	-1.531
v (m)	0.0	4.251	4.249	4.255	0.0	4.254	4.253	4.256
\bar{v} (m)	0.0	4.021	4.025	4.026	0.0	4.027	4.029	4.029
θ (rad.)	0.0	0.140	0.140	0.140	0.0	0.140	0.140	0.140
case 3 $\alpha=-4^\circ$								
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)
H_{p1} (t)	0.0	0.0	0.0	0.0	18.9	32.7	54.5	107.6
H_{p2} (t)	0.0	0.0	0.0	0.0	-18.9	-32.7	-54.6	-107.7
u (m)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	-1.643	-3.187	-4.862	-10.050	-0.570	-1.404	-1.894	-3.924
v (m)	0.0	3.975	3.981	4.005	0.0	3.970	3.972	3.981
\bar{v} (m)	0.0	3.764	3.775	3.782	0.0	3.762	3.766	3.769
θ (rad.)	0.0	0.128	0.129	0.129	0.0	0.128	0.129	0.129

Table 1 (e) および **Table 3** (c) より、曲率 κ の存在は水平横変位には影響を及ぼさないことがわかる。**Fig. 6** に κ の影響を考慮した場合としない場合の中央径間のねじりを示す。

(5) 非連成法との比較

鉛直変位、水平横変位およびねじりの各変形の連成を考慮した本法（連成法）と、従来のように各変形が独立に生ずると仮定のうえ、3分力を独立に取り扱う解法（非連成法）を比較するために、次のような各ケースについて計算を行う。

(a) 基礎式 (31) を用いて、鉛直荷重のみ

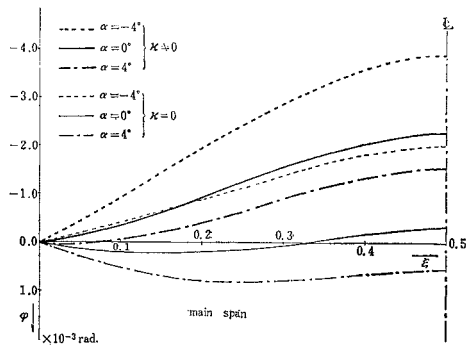


Fig. 6 Effect of the initial curvature κ on torsional angle ϕ of the main span

(b) 基礎式 (32) を用いて、ねじり荷重のみ

(c) 基礎式 (33) を用いて、水平横荷重のみ

上記のケース (a), (b), (c) の各結果を加え合せたものと、連成法の解 (d) の比較を **Table 4** にケーブルの活荷重水平張力および中央径間中点の諸変位について示す。表より補剛桁とケーブルの水平横変位 v, \bar{v} については、 $\kappa=0$ の場合の (3) の項と同様に非連成法と連成法との差異は小さいことが確認される。また、(3) と同様に、鉛直変位 u についても、連成法では抗力による水平横変位と連成する付加鉛直変位の存在のために、非連成法との間にはかなり差がある。補剛桁のねじり ϕ については、連成法と非連成法とはまったく異なった結果を与える。(4) のねじりの項で述べたように、補剛桁の初期曲率 κ と補剛

桁重心と上弦材中心距離 a の影響によって、補剛桁の水平横変位に伴う負のねじりが連成するためである。ケーブルの活荷重水平張力についても、連成法には κ と a の存在によるねじりとケーブルの水平横変位によるケーブルの水平張力の増分が含まれるために、非連成法とは差がある。

(6) 風の迎え角の影響

Fig. 4 の吊橋の空気力曲線の抗力係数 C_D は風の迎え角 α に対してほぼ一定であるが、揚力係数 C_L と空力モーメント係数 C_M はかなり変化する。迎え角 α の変化 $0^\circ, 4^\circ, -4^\circ$ の各ケースにおける吊橋の変形と断面力を求めれば次のとおりである。**Fig. 7** および **8** に迎え角の変化に伴う吊橋の中央径間および側径間の補剛桁およびケーブルの水平横変位 v, \bar{v} を示す。図示のように、 $\alpha=4^\circ$ の場合がもっとも大きく、ついで $\alpha=0^\circ, -4^\circ$ の順に小さくなるが、その割合は小さい。中央径間では補剛桁の変位はケーブルの変位より大きい、逆に側径間においてはケーブルの方が大きい。補剛桁およびケーブルの変位は側径間においてもほぼ対称である。**Fig. 9** に示すようにハンガーの傾斜角は中央径間では中央部付近でハンガー長が短いために大きい、端部に行くに従って急激に減少する。また、側径間では、ハンガー長が短い陸側橋台付近で大きな非対称な形となる。

したがって、補剛桁の重力の水平横成分 $(w_t - L_t^*)\theta$ を通じて行われる吊橋の風の抗力の補剛桁とケーブルの分担割合は $\alpha=0^\circ$ に対して Fig. 10 に示すように得られる。Fig. 10 に示した水平横方向の荷重に対する補剛桁の水平横方向の曲げモーメント M_h およびせん断力 P_h を Fig. 11 および 12 に示す。Fig. 13 に補剛桁の鉛直変位 u を示す。迎え角 α の影響は水平横変位の場合よりも大きい。ケーブルの水平横変位による付加鉛直変位を含むために、補剛桁の振り状の動きと同じ上方に揚力の作用する $\alpha=4^\circ$ 、すなわち風に吹き上げられる場合がもっとも大きな変形、したがって応力を生ずることになる。Fig. 14 および 15 に補剛桁の鉛直方向の曲げモーメント M_v およびせん断力 P_v を示す。Fig. 16 に補剛桁のねじり φ を示す。中央径間では曲率 κ と a の影響が同符号で入ってくるために迎え角が負の場合が大きなねじりを生ずる。一方、側径間は曲率はなく、ハンガーの傾斜角が負で、 a の影響は正のねじりを生ずるために迎え角が正の場合が大きなねじりを生ずる。しかし、主径間に比較してその大きさは小さく、ねじりは迎え角が負の場合が不利になる。Fig. 17 および 18 に曲げねじりモーメント M_w およびねじりモーメント T を示す。なお、主構弦材力、主構斜材力および横構斜材

力は吊構造の断面力を用いて求めることができる¹⁰⁾が、紙面の都合上省略する。

11. 結 語

本論は補剛桁の道路縦断曲線による初期曲率を含む連成を考慮した吊橋の静的基礎方程式を誘導するとともに、3分力を考慮した風荷重を受ける吊橋の変形および応力について報告したものである。得られた結果を要約すると、

(1) 誘導した基礎方程式は曲率が零の場合には力のつり合い式が得られた結果と実質的に同じものである。

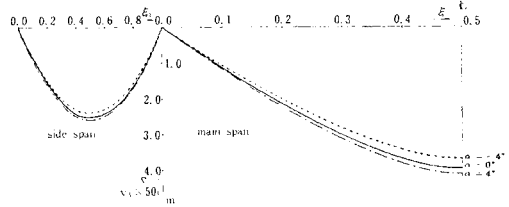


Fig. 7 Horizontal displacement v of the stiffening truss

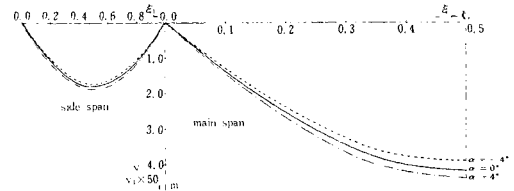


Fig. 8 Horizontal displacement \bar{v} of the cable

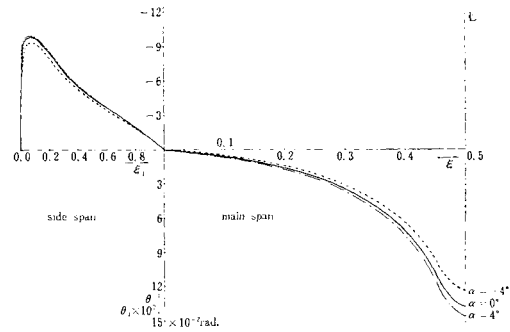


Fig. 9 Slope angle of rotation θ of the hanger

Table 4 Comparison of the coupling solution with the noncoupling solution

case 1 $\alpha=0^\circ$					
	(a)	(b)	(c)	(a)+(b) +(c)	(d)
H_{p1} (t)	-178.3	-38.6	0.0	-216.4	-97.4
H_{p2} (t)	-178.3	38.6	0.0	-139.2	-202.0
u (m)	-0.079	0.0	0.0	-0.079	-0.169
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	0.0	1.161	0.0	1.161	-2.308
v (m)	0.0	0.0	4.138	4.138	4.177
\bar{v} (m)	0.0	0.0	3.922	3.922	3.953
θ (rad.)	0.0	0.0	0.135	0.135	0.138
case 2 $\alpha=4^\circ$					
	(a)	(b)	(c)	(a)+(b) +(c)	(d)
H_{p1} (t)	-510.1	-68.3	0.0	-576.8	-458.3
H_{p2} (t)	-510.3	68.3	0.0	-440.5	-513.5
u (m)	-0.227	0.0	0.0	-0.227	-0.329
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	0.0	2.055	0.0	2.055	-1.553
v (m)	0.0	0.0	4.256	4.256	4.368
\bar{v} (m)	0.0	0.0	4.031	4.031	4.131
θ (rad.)	0.0	0.0	0.140	0.140	0.147
case 3 $\alpha=-4^\circ$					
	(a)	(b)	(c)	(a)+(b) +(c)	(d)
H_{p1} (t)	418.0	18.9	0.0	436.9	562.1
H_{p2} (t)	418.0	-18.9	0.0	399.1	348.8
u (m)	0.186	0.0	0.0	0.186	0.117
$\phi \times 10^{-3}$ (rad.)	0.0	-0.570	0.0	-0.570	-3.893
v (m)	0.0	0.0	3.967	3.967	3.889
\bar{v} (m)	0.0	0.0	3.761	3.761	3.683
θ (rad.)	0.0	0.0	0.128	0.128	0.124

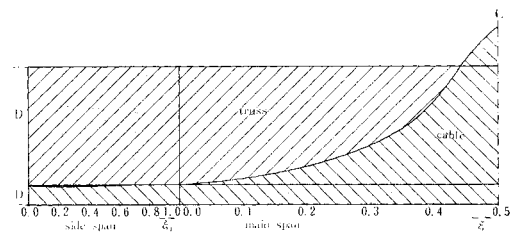


Fig. 10 Distribution of wind pressure on the cable and the stiffening truss

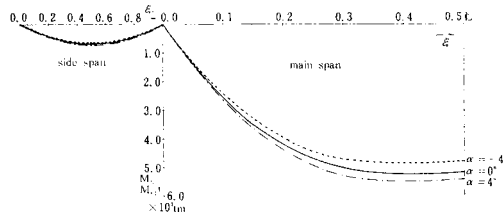


Fig. 11 Bending moment M_h of the stiffening truss

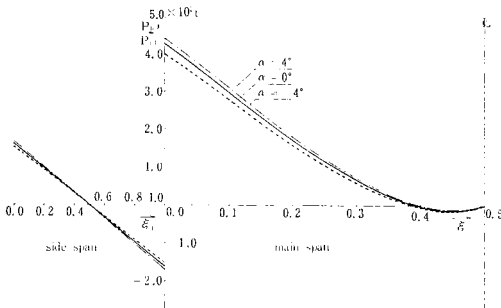


Fig. 12 Shearing force Q_h of the stiffening truss

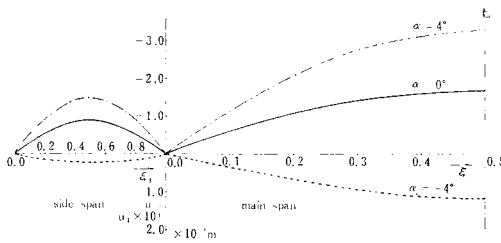


Fig. 13 Vertical displacement u of the stiffening truss

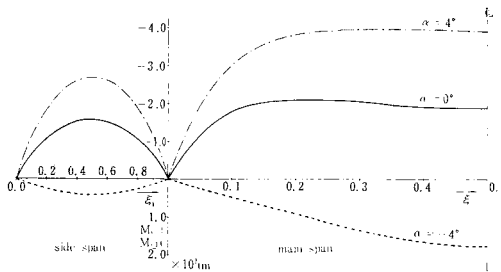


Fig. 14 Bending moment M_w of the stiffening truss

また、連成を無視すれば従来の非連成法の鉛直変位、水平横変位およびねじりの基礎方程式と一致する。

(2) ケーブルの鉛直および水平横変位を同時に考慮したケーブル方程式を誘導した。

(3) 基礎方程式の解法として変位の適合条件式として得られるハンガーの傾斜角を未知数に加える解法を採用した。このことによってフーリエ級数の収束を従来の解法より速くすることができた。

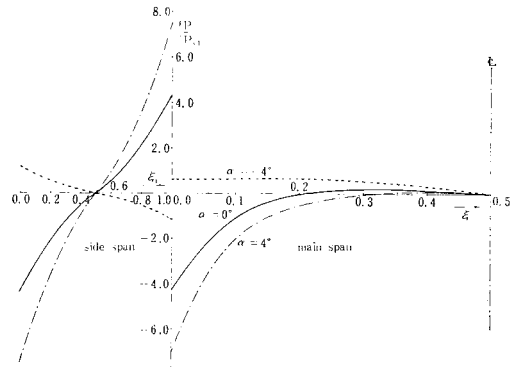


Fig. 15 Shearing force Q_w of the stiffening truss

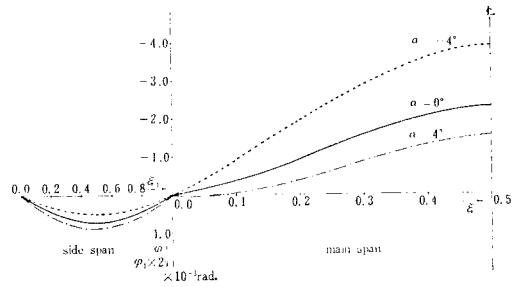


Fig. 16 Torsional angle ϕ of the stiffening truss

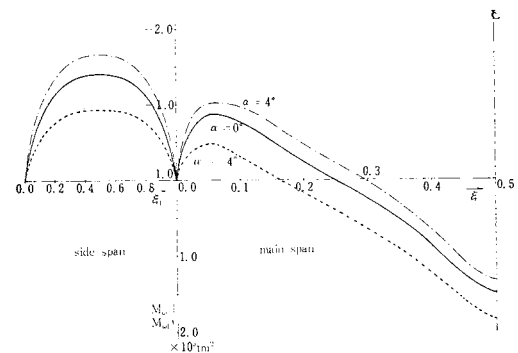


Fig. 17 Warping torsional moment M_w of the stiffening truss

(4) 補剛桁およびケーブルの水平横変位はケーブルの活荷重水平張力、初期曲率および他の荷重の成分の影響をほとんど受けず、従来の抗力のみを用いた結果と合致する。

(5) 補剛桁の鉛直変位はケーブルの活荷重水平張力の影響を著しく受ける。鉛直変位のみを考慮したケーブルの活荷重水平張力を用いると鉛直変位を打ち消すようにケーブルの水平張力が決定される。また、鉛直方向の曲げモーメントおよびせん断力もケーブルの活荷重水平張力の影響を受けて減少する。

(6) ケーブルの鉛直変位のみならず水平横変位をも含んだケーブル方程式を用いると、水平横変位と連成す

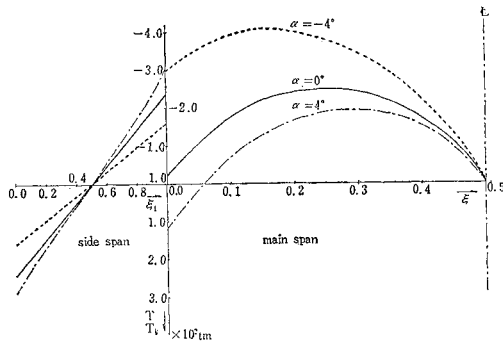


Fig. 18 Torsional moment T of the stiffening truss

る補剛桁およびケーブルの鉛直変位を生ずる。この変位は揚力による鉛直変位と比べて無視できないものである。したがって、3分力を考慮した吊橋の連成解析には水平横変位を考慮したケーブル方程式を採用しなければならない。

(7) 補剛桁のねじりもケーブルの活荷重水平張力の影響を受け、これを無視する場合よりも半分以下に減少する。

(8) 補剛桁の初期曲率および補剛桁の重心と上弦材中心の距離の存在によって抗力による水平横変位がねじりを連成するが、その大きさは荷重による補剛桁自身の変形と同程度であるために無視することができない。

(9) 非連成法と連成法とを比較したところ、水平横変位については非連成法で十分であるが、鉛直変位およびねじりには両者の間にはかなりの差が見うけられた。特にねじりについては吊橋の構造特性を考慮した解析が必要で、ねじり荷重のみを考慮した取扱いでは不十分である。

(10) 補剛桁の鉛直変位およびねじりは風の迎え角の影響を大きく受けるが、水平横変位については小さい。

(11) 迎え角の影響を考慮した場合が、迎え角が零の場合よりも大きな変位、したがって断面力を生ずることになる。鉛直方向の変位、断面力については迎え角が正の場合、すなわち風が補剛桁を吹き上げる方向に作用する場合が不利である。逆に補剛桁のねじりおよび断面力については迎え角が負の場合が不利となる。

以上の結果によって、長支間吊橋において風の抗力による水平横変位が卓越する場合にはケーブルの水平横変位によって補剛桁の負の鉛直変位が連成し、また、補剛桁の初期曲率や補剛桁の重心と上弦材中心の距離の存在のために補剛桁の負のねじりが連成することが確認された。したがって、3分力を考慮した吊橋の解析にはかかる構造特性を考慮した取扱いが必要であることが立証された。

謝辞：本研究をまとめるにあたって、吊橋の基礎方程式を力のつり合い式⁽⁶⁾から誘導し、貴重なデータをまとめられた日本道路公団 古道氏、本題の基礎方程式の誘導に際して適確なご助言をいただいた本学 築地教授、吊橋の解析についてご教示いただいた大阪大学 小松教授、西村講師、東京大学 宮田助教授ならびに本四公団 林氏に記して深く感謝するものである。また、本稿をまとめるにあたっては、九州大学 榎木助教授のご助言を得た。記して謝意を表する次第である。最後に本研究の数値解析は九州大学大型計算機センターのFACOM 230-75 によったことを付記する。

参考文献

- 1) 高橋：連成を考慮した吊橋の基礎方程式について（第1報：微小変形の場合）、土木学会第30回年次学術講演会概要集、第1部、pp. 401~403、昭和50年11月。
- 2) 平井：鋼橋Ⅲ、技報堂、pp. 420~496、昭和42年9月。
- 3) 吉識・加藤編：構造工学研究、東京大学出版会、pp. 137~162、昭和43年12月。
- 4) 日本鋼構造協会編：吊構造、コロナ社、pp. 25~26、昭和50年11月。
- 5) Moisseiff, L.S., Lienhard, F.: Suspension Bridges under the Action of Lateral Forces, Trans. of ASCE, Vol. 98, pp. 1080~1141, 1933.
- 6) Topaloff, B.: Stationärer Winddruck auf Hängebrücken, Der Stablbau, Vol. 5, pp. 109~113, 1954.
- 7) Erzen, C.Z.: Lateral Bending of Suspension Bridges, Proc. ASCE, Vol. 81, pp. 663-1~663-8, 1955.
- 8) Ito, M.: The Lateral Motion of Suspension Bridges, Trans. of JSCE, No. 81, pp. 10~16, 1962.
- 9) 小西編：鋼橋設計編Ⅱ、丸善、pp. 1073~1078、昭和51年1月。
- 10) 小松・西村：横荷重を受ける吊橋の変形と応力について、土木学会論文報告集、第248号、pp. 55~67、昭和51年4月。
- 11) Shimada, S.: Programming for Digital Computation of Suspension Bridges under Vertical, Horizontal and Torsional Loadings, Trans. of JSCE, No. 102, pp. 1~6, Feb. 1964.
- 12) 倉西・越後：吊橋の側方への変形について、土木学会第29回年次学術講演会講演概要集、第1部、pp. 383~384、昭和49年10月。
- 13) 奥村：長支間橋梁における鋼構造の問題点、土木学会誌、Vol. 61, Annual '76, pp. 5~7、昭和51年4月。
- 14) 築地：初期曲率、ねじれ率を有する薄肉断面曲線ばりの基礎方程式、土木学会論文報告集、第230号、pp. 11~22、1974年10月。
- 15) Washizu, K.: Some Considerations on a Naturally Curved and Twisted Slender Beam, Jour. of Math. and Phys. Vol. 43, No. 2, pp. 111~116, 1964.
- 16) Timoshenko, S.P. and Young, D.H.: Theory of Structures, 2nd Edition, p. 530, 1965.
- 17) 日本道路公団関門建設所関門架橋工事事務所：風荷重を受ける吊橋の変形と応力、昭和45年5月。
- 18) 土木学会本州四国連絡橋鋼上部構造研究小委員会解析分科会：本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書、別冊6、吊橋のねじり解析、昭和48年3月。

(1977.8.25・受付)