

繰返し載荷を受ける粘性土の応力・ひずみ特性

STRESS-STRAIN CHARACTERISTICS OF CLAYS UNDER CYCLIC LOADING

柴 田 徹*・D. S. Soelarno**

By Toru SHIBATA and Djoko S. SOELARNO

1. まえがき

地盤-構造物系や地盤の地震応答解析を行う際には、土の動的な応力～ひずみ関係の導入が不可欠とされる。そのために、土の非線形なヒステリシス曲線を式化して表現する試みが数多く行われてきており、代表例としては、bi-linear モデル、Ramberg-Osgood モデルおよび Hardin-Drnevich モデルが挙げられる。

Ramberg-Osgood モデル¹⁾は Jennings と Berg によって、1960 年代に構造工学の分野で用いられたが、Streeter ら²⁾、Anderson³⁾ および Idriss ら⁴⁾が最近になって土質動力学の問題にも適用している。一方、Hardin-Drnevich^{5), 6)} は双曲線表示の応力～ひずみ関係を基本として、土の剛性率と減衰比のひずみ依存性を表わすモデルを提案した。そして、これら 2 つのモデルを比較検討した Richart⁷⁾ によれば、いずれも実験データをわりあいうまく説明できると報告している。

この論文では、まず Hardin-Drnevich モデルに含まれるパラメーターについて、これまでに得られた多数のデータをもとに考察し、実際の応答計算に適用する際の資料を提供する。ついで有効応力の立場からみた粘性土の新しいモデルを提案する。すなわち、粘性土を非排水状態で繰返し載荷したとき、有効拘束圧が徐々に低下する現象に着目するが、これは繰返しによって過剰間隙水圧が発生し累加するためであり、この量は強震時にみられる高いひずみレベルでは、もはや無視できなくなる。**3** では、このような有効拘束圧の変化を考慮した場合の応力～ひずみ関係についての考え方を述べる。

4 では、粘土を用いた振動三軸試験によって、新たに提案したモデルの妥当性を検証する。さらに **5** では、線形・非線形を問わず、地震応答解析に必要とされる粘

性土の初期剛性率を取り上げ、既往のデータをもとにして検討を加えようとするものである。

2. Hardin-Drnevich モデルの考察

このモデルは、土の動的応力～ひずみ関係の骨格曲線(skeleton または backbone curve) を双曲線で近似させるもので、基本的には応答計算に用いる際の便利さを重視した形式上のフィッティングとみてよい。したがって、土の動的特性を突き明する立場からは不十分であるが、このモデルは実際問題に適用しやすい特徴をもっているので、今後も地盤の動的応答解析に使われる可能性は大きい。本節では、これまでに報告されている多数の動的試験結果を収集・整理して、モデルに含まれるパラメーターと土の物性との関係を調べる。

(1) Hardin-Drnevich モデル

このモデルは、繰返し載荷による応力～ひずみの骨格曲線を双曲線近似し、せん断応力 τ とひずみ r の関係に次式を用いる(図-1 参照)。

$$\frac{\tau}{r} = G = \frac{G_0 \cdot \tau_f}{\tau_f + G_0 \cdot r} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 G : 等価剛性率、 G_0 : 初期剛性率、 τ_f : 動的せん断強度である。

式(1)を変形し、圧密応力 σ_c を導入して G/G_0 比で表わすと、

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{G_0}{\tau_f}\right)r} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\sqrt{\sigma_c}}{r_r}\right)\left(\frac{r}{\sqrt{\sigma_c}}\right)} \quad \left. \right\}$$

ただし、

$$r_r = \frac{\tau_f}{G_0} \quad \dots \dots \dots (2-a)$$

上式中の r_r は規準ひずみ(reference strain) とよばれる。

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 学生会員 工修 京都大学研究生

さらに式(2-a)において、

$$\frac{\gamma}{\sqrt{\sigma_c}} = \Gamma, \quad \frac{\gamma_r}{\sqrt{\sigma_c}} = \Gamma_r$$

と置けば、

となる。上式中の Γ_r は、拘束圧を考慮した規準ひずみである。

一方、減衰比 D は、図-1 の四辺形 $abcd$ の面積に係数 D_f を掛けることによって与えられると考え、剛性率の関数として次式が導かれる。

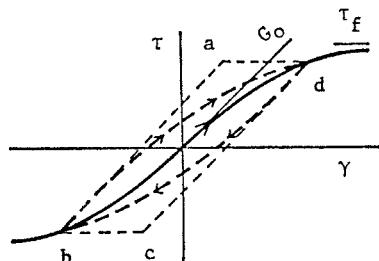


図-1 Hardin-Drnevich モデル

$$D = D_f \left(1 - \frac{G}{G_0} \right) \dots \dots \dots \quad (3 \cdot a)$$

ここに, D_f : 破壊ひずみにおける減衰比であり, 右辺の G/G_0 に式(2・b)を代入すると,

となる.

さて、式(2・b)あるいは(3・b)の関係をみると、図2に示すように、縦軸の G/G_0 と D/D_f が 0.5 に当る横座標が Γ_r であり、この値は応力～ひずみ曲線を決めることになるので重要である。

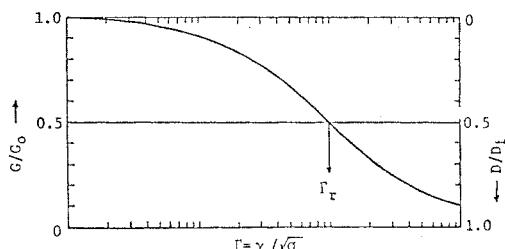


図-2 拘束圧を考慮した規準ひずみ Γ_r

(2) モデルに含まれるパラメーター

パラメーター Γ_r は、式 (2-a) の規準ひずみ $r_r = r_f/G_0$ を用いれば、

$$\Gamma_r = \left(\frac{\sqrt{\sigma_c}}{G_0} \right) \left(\frac{\tau_f}{\sigma_c} \right) \dots \dots \dots \quad (4)$$

と表わすこともできる。そして上式中の $G_0/\sqrt{\sigma_c}$ は、

後節 5. (1) で詳しく説明するように間隙比 e の関数であり、その関数形についてはいくつかの提案がなされている。いま Hardin-Black⁸⁾ の提案によれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{G_0}{\sqrt{\sigma_c}} &= A \cdot F(e) \\ A &= 330(\text{kg/cm}^2)^{1/2}, \quad F(e) = \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

である。したがって、これを式(4)に代入すると、

$$\Gamma_r = \frac{1}{330} \frac{(1+e)}{(2.97 - e)^2} \left(\frac{\tau_f}{\sigma_c} \right) \dots \dots \dots \quad (6)$$

を得、 τ_f/σ_c を一定とした場合には、間隙比が増大するほど Γ_r は大きな値をとることになる。

図-3 は既往のデータをもとにして、図-2 の要領で Γ_r を求め、それぞれの間隙比に対してプロットしたもので、記号の説明は表-1 にまとめてある。これによると、大きい間隙比の土に対しては、式(6)で示されるように Γ_r の値も大きくなる傾向がみられるが、 Γ_r はかなり広い幅をもっている。この幅が果たして実験値のばらつきによるものかどうかは不明であるが、試みに式(6)の τ_f/σ_c を 0.2~1.0 と与えたときの計算値を示してみた。ただし、式(5)、(6)中の $F(e)$ の関数形は、間隙比があまり大きいと疑わしくなるので、図-3 には $e < 2.0$ の範囲での計算結果を破線で描いてある。

図-3 より、間隙比が同じでも τ_f/σ_c が大きい土ほど r_f も大きいといえそうである。しかし、地盤の地震応答解析のように、実際問題に Hardin-Drnevich モデルを適用する立場からすれば、あまり細部の議論をしても意味がないので、図-3 中に実線で示す平均曲線を引き、これをもとに以下の図-4 を作成することにした。

図-4 は間隙比をパラメーターとして、 G/G_0 あるいは D/D_f の拘束圧およびひずみ依存性を図示したもの

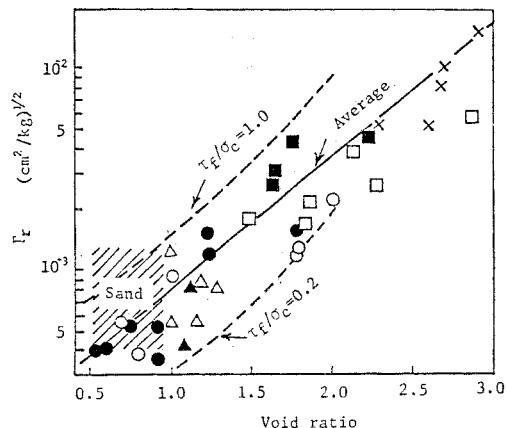


図-3 拘束圧を考慮した標準ひずみ Γ_r
と間隙比の関係

表-1 図-3 に示したデータの説明

Symbol	Soil Tested	Reference
●	Undisturbed soils, PI = 7-52	5)
×	Undisturbed soils, PI = 23-45	9)
○	Artificial and Undisturbed soils, PI = 19-64	3)
□	Undisturbed soils, PI = 22-59	10) 11)
△	Undisturbed soils, PI = 12-31	12)
■	Undisturbed soils, PI = 22-38	13)
▲	Undisturbed soils, PI = 24-37	14)
▨	Sandy soils	15) 16)

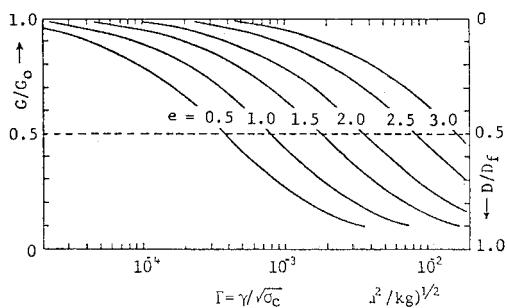
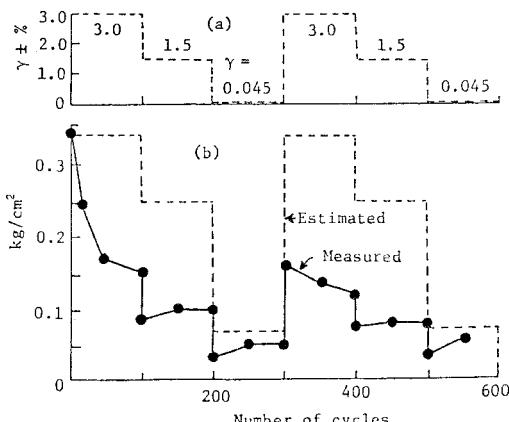


図-4 剛性率、減衰比の拘束圧とひずみ依存性

である。横軸の Γ は $\Gamma = \gamma / \sqrt{\sigma_0}$ であるから、同じ拘束圧のものとでは間隙比が小さい土ほど、また同じ間隙比であれば、拘束圧が低い（深度が浅い）ほど、剛性率や減衰比のひずみ依存性が顕著に現われることになる。

3. 有効応力を考慮した応力～ひずみモデル

ある応力 σ_c で圧密した粘土を、非排水状態で繰返し載荷すると、土中に過剰間隙水圧が発生して累加するために、有効拘束圧 σ'_0 は当初の圧密圧力 σ_c から徐々に

図-5 非排水三軸繰返せん断試験結果の例¹⁴⁾

減少していく。このような σ'_0 の減少は、前節で説明した τ_f や G_0 にも影響を与えるので、刻々と変化する σ'_0 のもとでは、応力とひずみは必ずしも 1:1 に対応せず、したがって、単一ではなく複数の骨格曲線を想定するのが妥当であろう。ところがこれまでに提案されたモデルは、Hardin-Drnevich モデルに限らず、いずれも有効応力の大きさとは無関係に単一の骨格曲線を採用している。

一例をあげると、図-5 は San Francisco 湾泥の繰返し三軸試験結果¹⁴⁾であり、(a) 図に示すように、ひずみレベルを段階的に変化せしめて合計 600 回の繰返しを行っている。その際、各ひずみに対して発生するせん断応力 τ は、従来のモデル

によれば (b) 図中の破線のように、ひずみと応力は 1:1 に対応することになるが、実測の τ (図中●印) は破線のレベルよりもかなり低い値となっている。この論文の目的は、繰返しによる有効拘束圧の減少を考慮に入れて、図-5 (b) に示されるような実測値をも説明できる新しいモデルを提案することである。

(1) 骨格曲線の低下

いま、ひずみ振幅を一定に制御した繰返し載荷を行ったとする (図-6 (a))。その時、繰返し回数がふえるに従って、有効拘束圧 σ'_0 は減少していく (図-6 (b))。そして σ'_0 が減少すると、それに応じて先に式 (1) や図-1 で説明した τ_f と G_0 もまた減少するので、骨格曲線の位置が徐々に下がる考えることができる (図-6(c))。

このような骨格曲線の低下 (degradation) を扱うに際し、有効拘束圧が σ_c から σ'_0 まで減少した段階において、骨格曲線は Hardin-Drnevich 型の双曲線近似で表わされるものとし、ある σ'_0 のもとでの初期剛性率を G'_0 、動的せん断強度を τ'_f とすれば、

$$\frac{\tau}{\tau} = \frac{G'_0 \cdot \tau'_f}{\tau'_f + G'_0 \cdot \tau} \quad \dots \dots \dots (7 \cdot a)$$

あるいは、

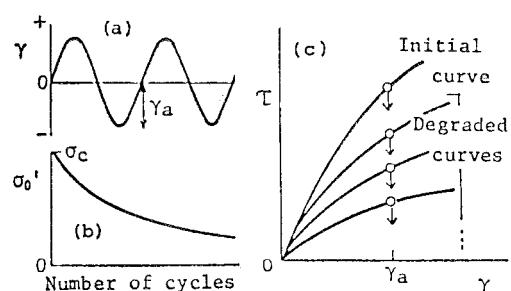


図-6 複数の骨格曲線の低下 (degradation)

$$\frac{\tau}{\tau} = \frac{1}{G_0'} + \frac{1}{\tau_f'} \cdot \tau \quad \dots \dots \dots \quad (7 \cdot b)$$

である。

この論文においては、これら式中の G_0' と τ_f' が σ'_0 の減少とともに変化して小さくなると考えておき、この点が Hardin-Drnevich モデルとは根本的に異なっている。なお載荷がまだ行われていない virgin の状態、つまり $\sigma'_0 = \sigma_c$ では $G_0' = G_0$, $\tau_f' = \tau_f$ である。また、図-6(c) 中に矢印で示したのは、ひずみ振幅を一定に制御したとき、骨格曲線群上で応力 τ が推移する過程を描いたものである。応力振幅を一定に制御したとき、ひずみ τ が増加する現象も同様に説明できる。

次に式 (7·b) の両辺に σ'_0 を乗じて整理すると、

$$\frac{\sigma'_0}{\tau} = \left(\frac{\sqrt{\sigma'_0}}{G_0'} \right) \left(\frac{\sqrt{\sigma'_0}}{\tau} \right) + \frac{\sigma'_0}{\tau_f'} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

が得られる。式 (8) の特性について、この項ではまだ議論できないが、右辺に含まれる $\sqrt{\sigma'_0}/G_0'$ と σ'_0/τ_f' は、 σ'_0 が変化しても一定値をとることが次項以下に示されるであろう。

(2) 初期剛性率 G_0' の推移

有効拘束圧の変化に応じた骨格曲線の低下を調べるために、 G_0' と τ_f' がどのように変化するかについて明らかにする必要がある。ところで Hardin-Black¹⁷⁾ は、7種類の粘性土を用い、共振法によって正規状態 ($\sigma'_0 = \sigma_c$) と過圧密状態 ($\sigma'_0/\sigma_c < 1$) における G_0' を求めた結果、図-7 に示す関係を得ている。この図の縦軸は、 G_0' を間隙比 e の関数 $F(e)$ で割っているが、その理由は、 G_0' が σ'_0 と e の影響をもっとも強く受けるので、 e の影響を消して $G_0' \sim \sigma'_0$ 関係を明らかにするためである。

また、図中の実線は正規状態、破線は過圧密状態における範囲を示しており、実線の傾斜は両対数紙上で 0.5、破線の傾斜は 0~0.5 の間である。そして図-7 の結果に基づいて、Hardin-Black が提案した式の形は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} G_0' &= A \cdot F(e) \cdot \sqrt{\sigma_c} \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma_c} \right)^m \\ F(e) &= \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

ここに、 A : 係数で図-7 の場合 $A = 150 \sim 330 \text{ kg/cm}^2$ ^{1/2}、 $F(e)$: すでに式 (5) でも説明したように間隙比 e の関数、 m : 粘性土の塑性指数に応じて、0~0.5 の範囲の値をとる指數である。

いま、非排水繰返せん断の場合には、間隙比の変化はないので $F(e) = 1$ である。そこで式 (9) において係数 α を導入し、

$$A \cdot F(e) = \alpha$$

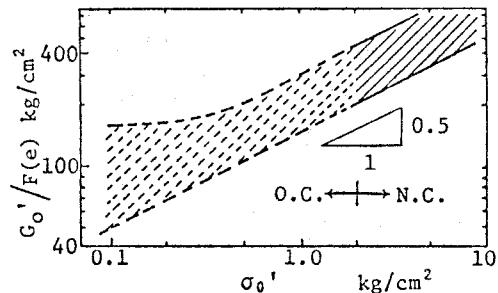


図-7 初期剛性率～間隙比～有効拘束圧の関係¹⁸⁾

とおけば、

$$\frac{G_0'}{\sqrt{\sigma_c}} = \alpha \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma_c} \right)^m \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

である。また、正規状態では $\sigma'_0 = \sigma_c$, $G_0' = G_0$ であるから式 (9) は、

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= A \cdot F(e) \cdot \sqrt{\sigma_c} \\ &= \alpha \sqrt{\sigma_c} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

と書け、先に述べた式 (5) が導かれる。

さらに塑性のあまり高くない粘性土を対象にして、式 (10) で $m=0.5$ とすれば、式 (10), (11) より、

$$\alpha = \frac{G_0'}{\sqrt{\sigma'_0}} = \frac{G_0}{\sqrt{\sigma_c}} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

となる。したがって、先に述べた式 (8) の右辺第 1 項に含まれる $\sqrt{\sigma'_0}/G_0'$ は $1/\alpha$ とおくことができる。

(3) 動的せん断強度 τ_f' の推移

次に動的せん断強度 τ_f' について述べると、これは図-8 に示すように、 τ_f'/σ_c を σ'_0/σ_c と関連づけて考えることができよう。この図では σ'_0/σ_c の減少に応じて τ_f'/σ_c が低下する度合は、粘性土の塑性の高低によって異なるとしているが、その根拠は、高塑性になるほど Hvorslev のパラメーターといわれる有効粘着力は増加し、有効内部摩擦角は減少するという事実に基づいている。そして、以上のような τ_f' に関する特性は、次式によって表現できるものと仮定する。

$$\frac{\tau_f'}{\sigma_c} = \beta \left(\frac{\sigma'_0}{\sigma_c} \right)^n \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

ここに、 β : 係数で正規状態での τ_f' を τ_f とすれば、

$$\beta = \frac{\tau_f}{\sigma_c} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

となる。また、 n は 0~1.0 の範囲に変わりうる指數で、図-8 には n を数種類に変えたときの式 (13) を表わしている。

いま、塑性のあまり高くない粘性土を対象に、 $n=1.0$ とおけば、

$$\beta = \frac{\tau_f'}{\sigma'_0} = \frac{\tau_f}{\sigma_c} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

である。したがって、先に述べた式 (8) の右辺第 2 項に

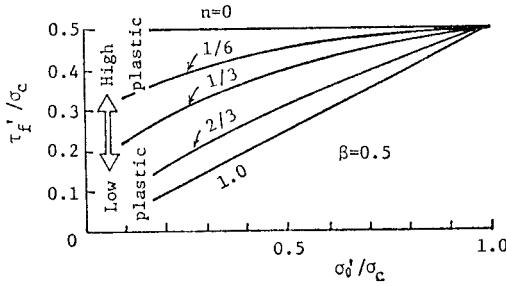


図-8 式(13)の説明

含まれる $\sigma_0'/\tau_{f'}$ は $1/\beta$ とおくことができる.

(4) せん断応力～ひずみ～有効拘束圧の関係

以上の(2), (3)に説明したところによって、係数 α と β を用いて式(8)を書き直すと、

$$\frac{\sigma_0'}{\tau} = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\sqrt{\sigma_0'}}{r} \right) + \frac{1}{\beta} \dots \quad (16)$$

となる。これが $\tau \sim \gamma \sim \sigma_0'$ の相互関係を表わす式であり、式(7・b)と対照すれば、各項は次のように対応していることがわかる。

式 (7-b)	式 (16)
τ	τ/σ_0'
r	$r/\sqrt{\sigma_0'}$
G_0'	α
τ_f'	β

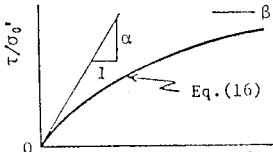


図-9 式(16)によるユニークな
骨格曲線の表示

要約すれば、先に図-6(c)に示した τ ~ τ_0 表示における骨格曲線の低下現象は、図-9 のように $\tau/\sigma_0' \sim \tau/\sqrt{\sigma_0'}$ 表示をすることにより、複数の骨格曲線がユニークな曲線で表現されることになる。

4. 実験による検証

前節で誘導した式(16)は、非排水の繰返し載荷によって、有効拘束圧 σ'_0 が変化していくときの $\tau \sim \tau \sim \sigma'_0$ 関係を表わしたものである。粘性土が繰返し載荷を受けた場合の挙動が、このような簡単な式で果たしてどの程度まで表現できるかを調べるのが本節の目的である。

実験は振動三軸試験機によって、ひずみ振幅制御または応力振幅制御の圧密非排水繰返し試験を行った。試料は練返し再圧密粘性土 (LL : 44%, PI : 18%, 粘土含有量 18%) を使用し、有効圧密圧力 $\sigma_c = 1.0 \text{ kg/cm}^2$, back pressure は 1.0 kg/cm^2 とした。間隙水圧は、供試体底面でひずみゲージ型の計器によって記録し、 B 値が 1.0 に近いことを確認してから、繰返せん断に入るようとした。ひずみや応力振幅の time history はそのつど示すこととする。

なお粘性土の繰返し載荷中に発生する過剰間隙水圧を測定し、有効応力の考えに基づいて解析した例は、過去にそれほど多くないが、その1つに Taylor-Bacchus¹⁸⁾ のものがある。したがって、その実験結果もあわせて今回の検証に利用することにした。

(1) ひずみ振幅制御方式の実験

ひずみ振幅制御方式の繰返し試験は、合計6種類の time history について行ったが、ここでは紙数のつごうで、その中の2例について述べる。まず、第1の例は、次に示すようひずみ振幅を与えたものである。

すなわち、各ひずみレベルごとに5~10回の繰返しを行うが、ひずみ振幅は0.15~4.60%の範囲内で種々に変えている。また、ひずみ振幅は漸増だけでなく、載荷段階②→③、⑥→⑦にみられるように、漸減させる場合も含まれている。

さて、上記のひずみ振幅を与えたときの応答を、せん断応力 τ ～ひずみ γ 関係にプロットすると、図-10(a)のようになる。すなわち、ある載荷段階において、一定のひずみ振幅を5～10回繰返すと、 τ は一定のままで γ が次第に減少するので、その様子が図中の縦線の範囲で示されている。また、載荷段階⑤と⑦は、同じ γ に対して載荷履歴が異なる(その中間の⑥段階で大きい τ

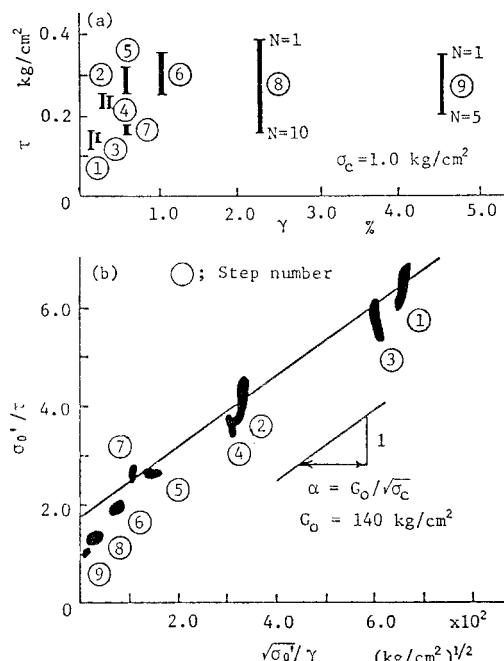


図-10 ひずみ制御の繰返し試験結果

を与えていた)ので、 τ の値には明瞭な差がみられる。このように、 $\tau \sim r$ 座標でのプロットは、繰返し履歴や回数 N の影響を受けるためにユニークな関係にはならない。

そこで繰返し載荷による有効応力 σ'_0 の変化を導入した式(16)に従って、データを整理した結果が図-10 (b) に示されている。この図は式(16)の左辺 σ'_0/τ と、右辺第1項 $\sqrt{\sigma'_0}/r$ の関係を描いたものであり、ひずみ振幅が大きい⑥、⑧、⑨を除けばほぼ直線上にのり、式(16)が成立するとみてよい。なお、この直線の傾斜から $\alpha = G_0/\sqrt{\sigma_c}$ 、縦軸との切片より $\beta = \tau_f/\sigma_c$ が求められる。

次に第2の例は、ひずみ振幅として図-11 (a) に示すような不規則な波形を与えた場合のものである。この波形は、1968年十勝沖地震の際、小川原地点を対象にして計算された加速度波形¹⁹⁾を参考にしてきめたが、この実験は不規則波形に対する式(16)の検証を目的としているので、この波形に深い意味を持たせたわけではない。

図-11 (a) の波形を与えたときの応力とひずみの関係を同図 (b) に示す。この図中で丸で囲んだ数字は、同図 (a) の time history のピーカーに対応させてあるが、先に図-10 (b) でみたのと同様に τ と r の間にユニークな関係は成立していない。

ついで図-11 (c) はデータを式(16)に従って整理したものである。図中の直線は、先に規則波形より求め

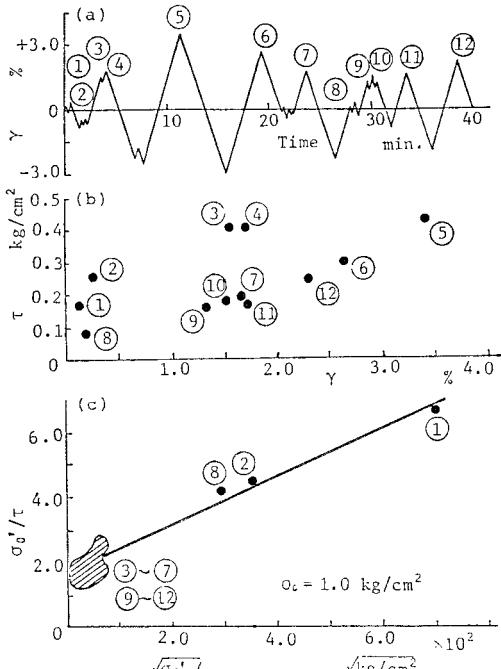


図-11 ひずみ制御の繰返し試験結果

た図-10 (c) の直線をそのまま移行したものであり、プロットした点がこの直線で代表されるとみなしうる。このことは、他の異なる4種類のtime historyを与えた実験結果でも確かめられたので、式(16)中に含まれる係数 α と β は、ひずみ振幅のtime historyの違いにかかわらず、ほぼ一定の値をとると結論される。

(2) 応力振幅制御方式の実験

応力振幅を制御した繰返し試験の例を示す。これは三軸試験の側圧 σ_r 一定、軸圧 σ_a 一定および平均主応力 σ_m 一定という3種類の試験であり、それについて、振動数 $f=0.2\text{ Hz}$ で応力振幅を段階的に増加せしめた。各載荷段階における繰返し回数 N は10回ずつとしている。

結果の整理は、式(16)に従って図-12に示すとおりであり、この場合は σ_r 一定、 σ_a 一定および σ_m 一定という応力条件の違いにかかわらず、式(16)で示される直線上にのっている。ただし、(1)のひずみ振幅制御試験から求めた直線と比較すると、載荷速度が異なるためか、わずかながら違いが認められ、したがって、 G_0 の値は図-12では $G_0=160\text{ kg/cm}^2$ 、図-10 (b) では $G_0=140\text{ kg/cm}^2$ となっている。

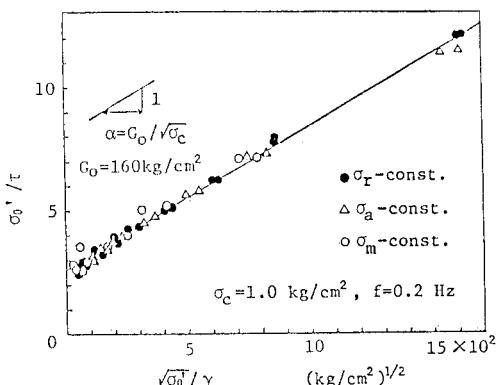


図-12 応力制御の繰返し試験結果

(3) Taylor-Bacchus の実験

Taylor と Bacchus¹⁸⁾は三軸試験機を用い、ひずみ振幅制御の繰返し試験を行って、その載荷過程に発生する過剰水圧を測定した。図-13 (a) はその結果を、応力～ひずみ関係としてプロットしたものである。前述したように、同じひずみ振幅で繰返すと、回数 N がふえるに従ってせん断応力 τ が次第に減少するので、図中には $N=1\sim30$ 回に対する τ の測定範囲が太い縦線で示してある。

次に実験結果を式(16)によってプロットしたものが図-13 (b) である。すなわち、 σ'_0/τ と $\sqrt{\sigma'_0}/r$ の関係

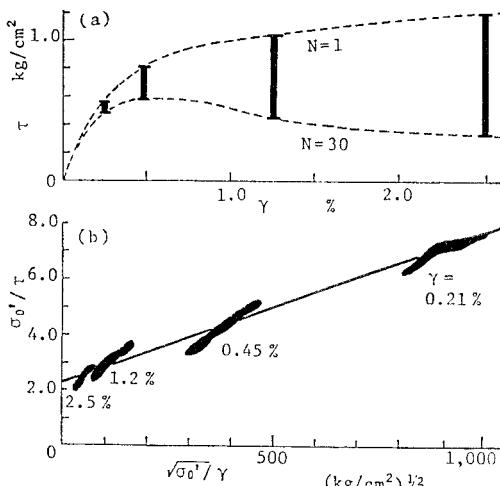


図-13 Taylor-Bacchus の実験結果の解析

を描くと、ばらつきはあるが、この場合も式(16)に示されたように、ほぼ直線関係が成立するとみてよい。

4. 初期剛性率に関する考察

地盤の地震応答を計算するためには、線形解析・非線形解析いずれの方法を用いるにしても、土の初期剛性率 G_0 の値を知る必要がある。そこで既往のデータをもとにして、 G_0 と間隙比および G_0 と静的せん断強度の関係を整理してみる。

(1) 初期剛性率と間隙比

正規圧密粘土の初期剛性率 G_0 に関する係数 α の値、すなわち、式(12)の $\alpha = G_0' / \sqrt{\sigma'_c} = G_0 / \sqrt{\sigma_c}$ について若干の考察を行う。この値は式(16)の右辺をみればわかるように、係数 β とともに土の動的な構成関係を支配するとみられるからである。

さて、Hardin-Black¹⁷⁾によれば、 α は式(11)で説明したように、

$$\alpha = G_0 / \sqrt{\sigma_c} = A \cdot F(e) \quad \dots \dots \dots (11)$$

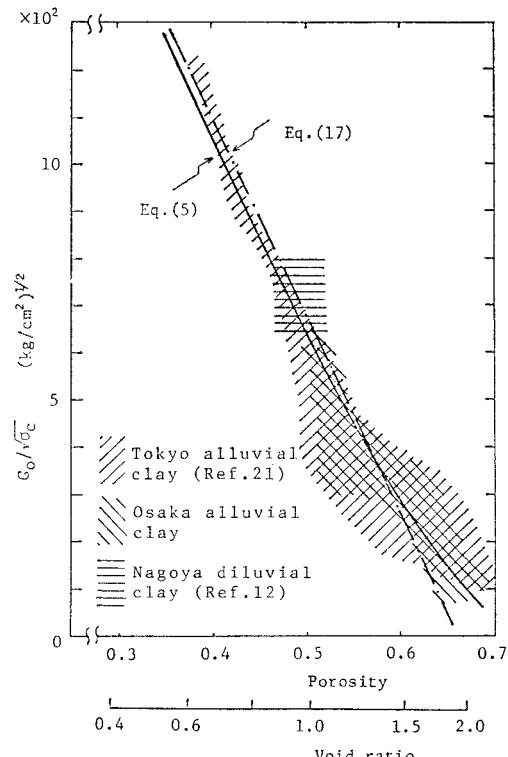
で表わされる。ここで間隙比の関数 $F(e)$ については、式(9)に示したとおりである。

一方、著者も間隙率 π を用いてこれと類似の関係を提案し、砂質土に対して次式がよく適用できることをすでに報告した²⁰⁾。

$$\alpha = G_0 / \sqrt{\sigma_c} = 4200(0.67 - \pi) \quad \dots \dots \dots (17)$$

ただし、応力単位は kg/cm^2 である。

図-14 には、原位置での S 波速度 V_s を測定し、 V_s から G_0 を推定したいいくつかの例が、 α と間隙比あるいは間隙率との関係にプロットしてある。ただし、圧密圧 σ_c としては有効土かぶり圧を用いた。図に示したの

図-14 初期剛性率～拘束圧～間隙比の関係
(原位置試験)

は、東京(嶋ほか²¹⁾による)、大阪(多数の調査報告書による)および名古屋(岩崎ほか¹²⁾による)の沖積層と洪積粘土層を対象にした測定値である。そして α と e あるいは π の関係は、土の間隙が大きくなるとばらつきの幅も広がるが、 $A=330(\text{kg}/\text{cm}^2)^{1/2}$ としたときの式(11)、すなわち、式(5)または式(17)でわりあいうまく表現できるようである。

次に図-15は、これまでに室内の共振法試験により、粘性土の G_0 を求めた多数のデータを、 α と間隙率あるいは間隙比に対してプロットしたものである。記号は表-2に掲げるようであり、図中の3本の曲線は、式(11)中の係数 A を $150, 330, 450(\text{kg}/\text{cm}^2)^{1/2}$ の3種類

表-2 図-15に示したデータの説明

Symbol	Soil Tested	Reference
//////	Kaolinite and Boston Blue clay	8)
	Kaolinite and Bentonite	22) 23)
=====	Undisturbed various cohesive soils	17)
	Kaolinite	24)
\\\\\\\\	Sensitive clay	25)

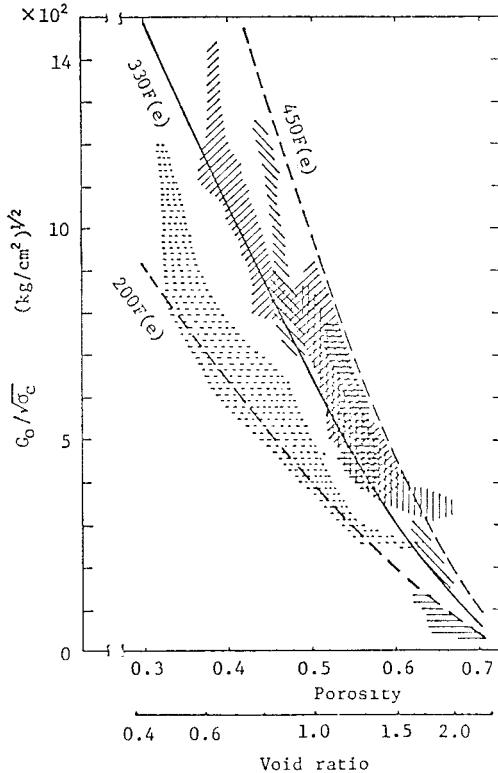


図-15 初期剛性率～拘束圧～間隙比の関係
(室内試験)

に変えて与えたものである。カオリンやベントナイト試料に対しては、図-14 の原位置測定結果と大差のない結果が得られているが、乱さない粘性土(横の点線記号)では、同じ間隙比に対して α の値が小さく測定されている。その理由として、粘性土の初期剛性率 G_0 は圧密時間が長くなるほど増加する現象があるので、Hardin-Black も述べているように、室内での圧密時間を長くすれば、 G_0 の値はもっと大きくなるものと推定される。

(2) 初期剛性率と静的せん断強度

以上に述べたのは、式(11)あるいは式(17)のように、 G_0 を間隙と有効拘束圧の大きさで表現する方法である。ところが一方では、静的な非排水せん断強度 s_u と G_0 との関係を調べた例が多数報告されている。たとえば、 G_0/s_u の値として、Seed-Idriss²⁶⁾ は 1000～3000、原ら²⁷⁾ は 250～1500 (平均 516)、また、著者²⁸⁾ は 200～1500 (平均 700) という値を与えており、そこで、 G_0/s_u と、式(11)で表現される G_0 との関係を調べてみる。

よく知られているように、粘性土の s_u は圧密圧力 σ_c によってきまるので、その比を κ とし、

$$s_u/\sigma_c = \kappa$$

で表わす。そして κ の値は塑性指数や試験法によっても変わるものである。ゆえに、この関係式(11)を用いて G_0/s_u を表現すると、

$$\frac{G_0}{s_u} = \frac{A \cdot F(e) \sqrt{\sigma_c}}{\kappa \cdot \sigma_c} = \frac{A \cdot F(e)}{\kappa \sqrt{\sigma_c}}$$

である。これを变形して整理すると、

$$\frac{(2.97-e)^2}{1+e} = \left(\frac{\kappa}{A}\right) \left(\frac{G_0}{s_u}\right) \sqrt{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots (18)$$

いま、 $A=330$ 、 $\kappa=0.3$ とすれば、右辺の (κ/A) は一定値となるので、 (G_0/s_u) の値を設定してやれば、間隙比 e と圧密圧力 σ_c の関係が求まることになる。そこで、 $G_0/s_u=200 \sim 2000$ の間で種々に選び、 e と σ_c の関係を計算して $e \sim \log \sigma_c$ 図上に描くと、図-16 中の平行な直線群が得られる。そして、これら直線群の傾斜を図上で測ると、圧縮指数 $C_c=0.75$ となることがわかる。このことは、 $C_c=0.75$ を有する粘土に限り、圧密圧力が変化しても G_0/s_u の値が一定になることを示している。ちなみに三笠²⁹⁾によれば、大阪地盤の粘土は標準的に $C_c=0.8$ としており、上記の 0.75 と近似できる値であるので、上記の計算が妥当なものであれば、 G_0/s_u 値は圧密圧力の影響をあまり受けないことになる。

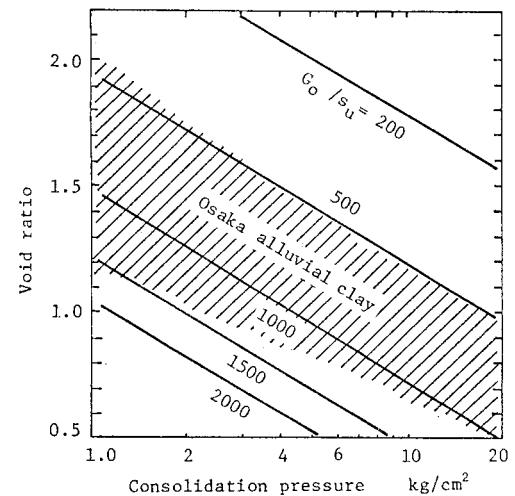


図-16 G_0/s_u 比と $e \sim \log \sigma_c$ の関係

また、式(18)の計算結果では、図-16 にみられるように、 G_0/s_u が小さいほど $e \sim \log \sigma_c$ 直線が上位にきている。一方、 $e \sim \log \sigma_c$ 直線が上位にくるのは塑性の高い粘土であることがわかっているので、これらのことから高塑性のものほど G_0/s_u は小さいことになる。そして、このような傾向は、すでに Wilson³⁰⁾ の実験によって確かめられた事実と矛盾しない。なお、図-16 中の斜線部は、大阪沖積粘土の正規圧密領域における範囲²⁹⁾を示したものであり、これによると間隙比の大きさに応じて $G_0/s_u=500 \sim 1500$ 程度の値をとることが予想され

る。

6. む す び

まず既往のデータをもとにして、Hardin-Drnevich モデルに含まれるパラメーターと、土の物性との関係を調べ、拘束圧の影響を考慮した規準ひずみ（文中の記号 Γ_r ）と間隙比を関連づけた（図-3）。これを利用することにより、剛性率と減衰比のひずみ・拘束圧依存性を地盤の応答計算に容易に取り入れることができる。

ところで、粘性土に非排水状態で繰返し載荷すると、過剰間隙水圧が発生して累加するために、有効拘束圧は徐々に低下する。この現象は、ひずみや応力振幅の大きい場合には無視できないので、Hardin-Drnevich モデルにかわるものとして、有効応力に基づいた新しい応力～ひずみモデルを提案した。そして、振動三軸試験機により、練返し再圧密粘土試料を用いて、time history の種々に異なる一連の試験を行った結果は、今回提案の新しいモデルでうまく説明できることを示した。

ついで既往のデータをもとにして、初期剛性率と間隙比の関係を整理した。それによると、原位置の S 波検層から求めた初期剛性率と拘束圧ならびに間隙比の関係は、実際にユニークな曲線で代表させてもよいと判断された（図-14）。

また、従来、初期剛性率 G_0 を間隙比と拘束圧の関数として表わす方法とは別に、 G_0 と静的せん断強度 s_u との比 G_0/s_u が多くの粘性土について求められてきた。これらの相互関係を明確にするとともに、 G_0/s_u 比が圧密圧力の大小とは無関係に一定とみなせるのは、ある特定の圧縮指数 ($C_c \approx 0.8$) を有する粘土に限られることを推論した。

なお、ここで提案したモデルは、土の動的特性の解明に寄与すると仮に認められたとしても、繰返し載荷中に発生する過剰間隙水圧の推定ができなければ、実際問題には使えない。過剰水圧の予測に関しては、別途報告する予定である。

参 考 文 献

- 1) Ramberg, W. and W.T. Osgood : Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters, Tech. Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics, 1943.
- 2) Streeter, V.L. et al. : Soil Motion Computations by Characteristic Method, Jour. G.E. Division, ASCE, Vol. 100, No. GT 3, pp. 247~263, 1974.
- 3) Anderson, D.G. : Dynamic Modulus of Cohesive Soils, Ph.D thesis presented to The University of Michigan, 1974.
- 4) Idriss, I.M. et al. : Behavior of Soft Clays under Earthquake Loading Conditions, Recent Advances in Earthquake-Resistant Design of Structures, Univ. of California, Berkely, 1976.
- 5) Hardin, B.O. and V.P. Drnevich : Shear Modulus and Damping in Soils, Measurement and Parameter Effects, Technical Report UKY 26-70-CE 2, Univ. of Kentucky, 1970a.
- 6) Hardin, B.O. and V.P. Drnevich : Shear Modulus and Damping in Soils, Design Equations and Curves, Technical Report UKY 27-70-CE 3, Univ. of Kentucky, 1970 b.
- 7) Richart, F.E. : Some Effects of Dynamic Soil Properties on Soil-Structure Interaction, Jour. G.E. Division, Vol. 101, No. GT 12, pp. 1197~1240, 1975.
- 8) Hardin, B.O. and W.L. Black : Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay, Jour. S.M.F. Division, ASCE, Vol. 94, No. SM 2, pp. 353~369, 1968.
- 9) 原 昭夫 : 地盤の動力学的性質とその応用, 第2回地盤震動シンポジウム資料集, 建築学会, 1973.
- 10) Ishihara, K. et al. : Response Analysis of a Reclaimed Deposit during Earthquakes, Proc. 4th J.E.E.S., Tokyo, pp. 423~430, 1975.
- 11) 石原研而ほか : 不搅乱粘性土のせん断定数と減衰比, 第11回土質工学研究発表会講演集, pp. 411~414, 1976.
- 12) 岩崎敏男ほか : 不搅乱粘性土の変形係数についての室内実験結果, 第12回土質工学研究発表会講演集, pp. 433~436, 1977.
- 13) 鈴木善雄・杉本三千雄 : 粘性土の動的特性について, 第12回土質工学研究発表会講演集, pp. 441~444, 1977.
- 14) 田中 滿ほか : 地盤の地震時拳動に関する 2, 3 の考察 (その1), 第12回土質工学研究発表会講演集, pp. 461~464, 1977.
- 15) 柴田 徹・D.S. Soelarno : 繰返し載荷を受ける砂質土の応力・ひずみ特性, 土木学会論文報告集, 第239号, pp. 57~65, 1975.
- 16) Iwasaki, T. et al. : Shear Moduli of Sands under Cyclic Torsional Shear Loading, Soils and Foundations, Vol. 18, No. 1, pp. 39~56, 1978.
- 17) Hardin, B.O. and W.L. Black : Closure to Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay, Jour. S.M.F. Division, ASCE, Vol. 95, No. SM 6, pp. 1531~1537, 1969.
- 18) Taylor, P.W. and D.R. Bacchus : Dynamic Cyclic Strain Tests on Clay, Proc. 7th Int. Conf. on S.M.F. E., Vol. 1, pp. 401~409, 1969.
- 19) 土木学会編 : 地震応答解析と実例, p. 57, 1973.
- 20) 柴田 徹ほか : 砂質土の弾性波速度に関する研究, 京大防災研年報, No. 13 B pp. 593~609, 1970.
- 21) 嶋 悅三ほか : 東京都内各所における S 波の測定結果, 震研彙報, Vol. 47, pp. 819~829, 1969.
- 22) Humphries, W.K. and H.E. Wahls : Stress History Effects on Dynamic Modulus of Clay, Jour. S.M.F. Division, ASCE, Vol. 94, No. SM 2, pp. 371~389, 1968.
- 23) Marcuson, W.F., III and H.E. Wahls : Time Effects on Dynamic Shear Modulus of Clays, Jour. S.M.F. Division, ASCE, Vol. 98, No. SM 12, pp. 1359~1373, 1972.
- 24) Afifi, S.S. and F.E., Jr. Richart : Stress-History Effects on Shear Modulus of Soils, Soils and Foundations, Vol. 13, No. 1, pp. 77~95, 1973.
- 25) Young, R.N. et al. : Dynamic Shear Modulus of Soil using a Random Vibration Method, Soils and Foundations, Vol. 17, No. 1, pp. 1~12, 1977.
- 26) Seed, H.B. and I.M. Idriss : Soil Moduli and Dam-

- ping Factors for Dynamic Response Analysis, Report of EERC, Univ. of California, Berkely, No. 70-10, 1970.
- 27) Hara, A. et al. : Shear Modulus and Shear Strength of Cohesive Soils, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 3, pp. 1~12, 1974.
- 28) 柴田 徹・石黒良夫：土の動的せん断弾性係数について，第 26 回土木学会年次講演会講演集，第 3 部，pp. 167~170, 1971.
- 29) 三笠正人：粘土層の工学的性質，大阪地盤図，コロナ社，p. 13, 1966.
- 30) Wilson, S.D. and R.J. Dietrich : Effect of Consolidation Pressure on Elastic and Strength Properties of Clay, Research Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils, ASCE, pp. 419~435, 1960.

(1977.11.7・受付)