

斜面崩壊防止のための信頼性設計に関する研究

STUDY ON RELIABILITY-BASED DESIGN FOR PREVENTION
OF SLOPE FAILURE

松 尾 稔*・上 野 誠**

By Minoru MATSUO and Makoto UENO

1. はじめに

集中豪雨による斜面崩壊が多大の災害を生むことは周知の事実であり、従来から、現象の解明と対策に関して多くの努力が払われてきた。災害を工学の対象とするとき、そのアプローチには2つの側面がある。1つは災害の予知問題であり、他の1つは予測される現象がもたらす災害を事前に防止するための手段決定の問題である。本論文は、防止手段決定のための一方法論を提示することを目的としている。

豪雨による斜面崩壊問題の科学的アプローチは、他の土木構造物の問題に比べてむずかしい面が多い。なぜなら、対象があまりに大きな広がりを有し、しかも斜面の幾何学条件、植生、土質などが種々複雑だからである。土質調査1つとっても、危険と思われる膨大な数の全斜面に対し、ボーリングを伴う精密な調査、試験を行うことなど、現実には不可能である。この研究では、多少粗くとも、かなり広範囲の一般的な斜面に適用可能な方法論の開発を意図している（もちろん、精密な調査や研究が可能な特定の斜面を対象とする場合にも、適用可能であることはいうまでもない）。したがって、土質の把握1つにしても、できるだけ簡単な試験で判断が可能な方向性を狙っている。このことは、当然、力学的にはある種の粗雑さを許容することにつながるが、精密ではあっても、実行不可能な、非現実的な議論よりも、工学に寄与できるのではないかと考えている。このような趣旨をふまえて、本論文では以下のような順序で研究を進めている。すなわち、(i) 雨による斜面土の力学的特性の変化の推定、(ii) 雨量から土中水分（飽和度）の推定、(iii) 降雨による斜面の破壊確率の変化の推定、(iv) 信頼性設計（Reliability-based design）の考え方による

斜面崩壊防止手段の決定法の提示、(v) この方法論を実際に適用した事例研究の提示。

なお、本研究では、岩盤斜面や深い特殊な崩壊は取扱わない。斜面崩壊の中でもっとも多い、比較的浅い部分での土砂のすべり破壊を対象としている。

2. 水分変化に伴う土の強度の遷移特性

不飽和状態の土の力学的特性は、土中の水分状態に強く依存する。斜面表土のように降雨による水分変化が著しい地盤の安定問題では、土の強度の遷移特性を明らかにすることが重要である。ここでは土の強度を表わすバラメーターとして、粘着力 c と、せん断抵抗角 ϕ を取り上げ、土の飽和度 S_r との関係を議論する。特に、斜面安定に大きく寄与するみかけの粘着力 c の含水比増加による遷移特性を、重点的に考察する。なお、ここでは、降雨時の一般的な斜面崩壊を問題にしているから、いわゆる山土を対象とするのであり、完全な砂や粘土は取扱わない。

(1) $c \sim S_r$ 関係

鬼塚によれば¹⁾、毛管水の働きにより土粒子間に圧縮力が生じ、これがインターロッキングと同様な働きをすることによってみかけの粘着力が生ずる。そして、この粒子間圧縮力はある飽和度でピークを示す。換言すれば、みかけの粘着力 c も、ある飽和度 S_r でピークを示すはずである。一般的な斜面で普通に遭遇する数種の土（表-1）について実施された力学試験結果^{1), 2)}を $c \sim S_r$ 図上で再整理すると、すべての場合に、 c にピークが現われている。図-1はその一例である。表-1からわかるように、図-1の場合も含めて、試験はほとんどすべて排水条件で行われている。そこで、間隙比 e 、 S_r に関する整理は、せん断開始前の初期 e 、 S_r 値に対して行われる。このことは以下すべて同じである。さて、

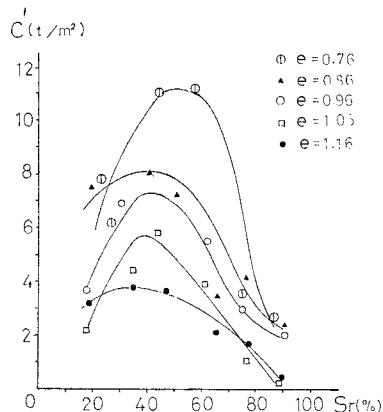
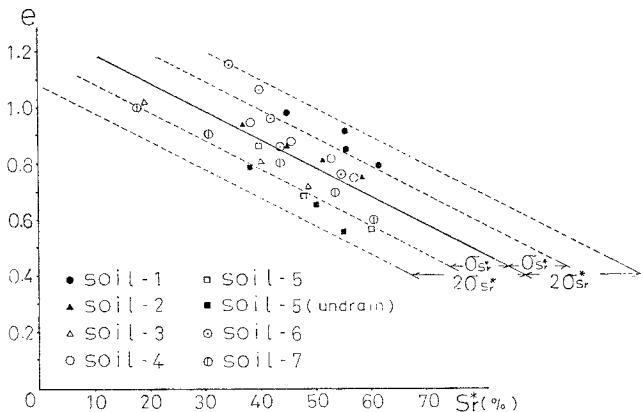
* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土圧研究施設

** 学生会員 工修 名古屋大学大学院工学研究科博士課程

表一 各土質の物理係数

土質番号	土の種類	比重 G_s	最適含水比 $w_{opt}(\%)$	最大乾燥密度 $(\gamma_d)_{max}$ (t/m³)	50%粒径 $d_{50}(\text{mm})$	均等係数 U_c	試験の種類	試験者
soil-1	シルト質砂	2.68	15.5	1.79	0.37	134	一面せん断	渡橋・夜久
soil-2	シルト質砂	2.62	15.9	1.77	0.40	63	一面せん断	渡橋
soil-3	シルト質砂	2.69	11.9	1.94	0.48	70	一面せん断	桑原・倉石
soil-4	シルト質砂	2.62	15.9	1.77	0.42	65	一面せん断	松尾・黒田
soil-5	金隈マサ土	2.65	16.0	1.73	0.26	100	三軸圧縮	鬼塚
soil-6	砂質ローム	2.63	23.6	1.59	0.24	188	一面せん断	上野・服部
soil-7	ローム	2.61	20.4	1.65	0.075	—	一面せん断	上野・服部

(注) soil-5 については排水、非排水条件で、他の soil についてはすべて排水条件で試験された。

図-1 $c \sim S_r$ 関係の1例 (soil-6)図-2 $e \sim S_r^*$ 関係

c が最大値 c_{max} となるときの飽和度を S_r^* とし、 e と S_r^* の関係を調べると、図-2 のように直線的減少関係となる。そこで、 S_r^* の値が図-2 の実線で表わされる平均値 $\mu_{S_r^*}$ のまわりに、分散 $\sigma_{S_r^*}^2$ で正規分布すると考えると、 e が与えられたときの S_r^* の推定分布の確率密度関数 (pdf) は、

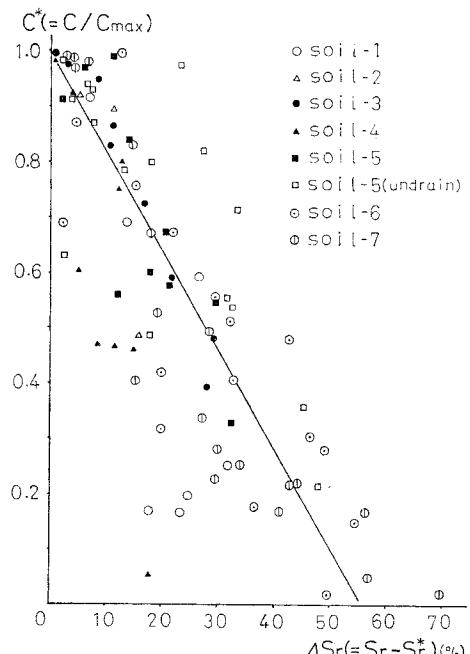
$$pdf(S_r^*|e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{S_r^*}} \exp\left\{-\frac{(S_r^* - \mu_{S_r^*})^2}{2\sigma_{S_r^*}^2}\right\} \quad (1)$$

によって表わされる。

(2) $(c/c_{max}) \sim (S_r - S_r^*)$ 関係

実際問題としては、飽和度が S_r^* より小さい範囲では斜面安定上の問題はほとんどない。そこで、湿潤側 ($S_r > S_r^*$) について、各土質の c/c_{max} (c は S_r に対応する粘着力) と $S_r - S_r^*$ の関係を整理すると図-3 のようになる。図-3 より、ばらつきはあるが、 S_r の増加につれて c の値が低下することがわかる。 $c/c_{max} = c^*$ とおき、 $S_r - S_r^* = \Delta S_r$ とすると、 c^* と ΔS_r には平均的にみて直線関係が見出され、図-3 の実線で示される。図-4 に c^* の平均値線のまわりのばらつきを示す。この図より、 c^* も平均値線のまわりに正規分布すると考えることは妥当であるから、次式が成り立つ。

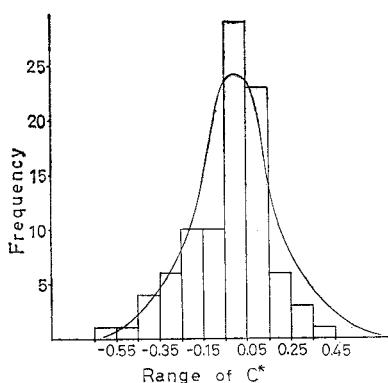
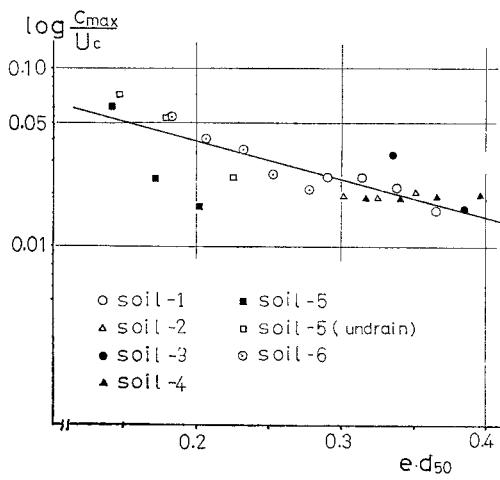
$$pdf(c^*|S_r, S_r^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{c^*}} \exp\left\{-\frac{(c^* - \mu_{c^*})^2}{2\sigma_{c^*}^2}\right\} \quad (2)$$

図-3 $c^* \sim \Delta S_r$ 関係

ここに、 μ_{c^*} は c^* の平均値で、図-3 の場合、

$$\begin{aligned} \mu_{c^*} &= 1.0 - 0.018 \Delta S_r \\ \sigma_{c^*} &= 0.182 \end{aligned} \quad (3)$$

である。 σ_{c^*} は c^* の標準偏差を表わす。

図-4 平均値線のまわりの c^* のばらつき図-5 $e \cdot d_{50} \sim \log \frac{c_{\max}}{U_c}$ 関係

(3) c_{\max} 値の推定

c_{\max} 値は、毛管圧縮力に支配されるはずであるから、土の間隙径、土粒子の接触面積に関係する均等係数 U_c の関数で表わされると予想される。そこで、間隙径に関連する因子として $e \cdot d_{50}$ (d_{50} は 50% 粒径) を選び、 $\log(c_{\max}/U_c)$ との関係を調べると図-5 のようになる。これより $c \sim \phi$ 系の不飽和土では、 $\log(c_{\max}/U_c)$ と $e \cdot d_{50}$ に直線関係が存在することがわかる。飽和粘土において、 $\log c_a$ と e に線形関係があることはよく知られているが、不飽和な $c \sim \phi$ 系の土でも類似した関係が見出されたことは非常に興味深いことである。図-5 と表-1 からわかるように、マサ土 (soil-5) のような特殊土を除けば、各点は図-5 の直線上によくのっている。さらに、これらのばらつきが後の解析結果に及ぼす影響は、比較的小さい。いいかえると、これらのばらつきを確率分布で表現しても、解析をいたずらに困難にするのみであり、工学的なメリットが少ないため、ここでは近似的に以下の式を用いる。

$$c_{\max} = 0.103 (0.0086)^{e \cdot d_{50}} \cdot U_c \quad (\text{t/m}^2) \dots\dots (4)$$

なお、 d_{50} は mm 単位である。

(4) 力学試験によらない c の推定

以上の結果から、物理係数 e 、 d_{50} 、 U_c 、 S_r が与えられれば、力学試験によらずに c の値が推定できることになる。推定される c の分布は、式 (1)、(2) の積を S_r^* の確率空間 $(-\infty, +\infty)$ で積分したものに c_{\max} 値をかけねばよいわけである (以下、表示の簡単化のため式 (1)、(2) の pdf を f と書く)。すなわち、 (e, S_r) という状態量が与えられたときの、 c の確率密度関数 pdf ($c|e, S_r$) は、次式で与えられる。

$$\text{pdf}(c|e, S_r)$$

$$= c_{\max} \int_{-\infty}^{+\infty} f(S_r^*|e) f(c^*|S_r, S_r^*) dS_r^* \dots\dots (5)$$

式 (5)において、物理的に考えれば S_r^* の範囲は $[0, 100]$ となるべきであり、 $(-\infty, 0]$ 、 $[100, +\infty)$ の範囲は存在しないはずである。しかし、図-2 に示されるように S_r^* がこの両すその領域 $(-\infty, 0]$ 、 $[100, +\infty)$ に含まれる確率は非常に小さく、他の土質諸係数 c 、 ϕ と同様に、この両すその部分は後の解析の結果にまったく影響しない。なぜなら、われわれの扱っている決定上の破壊確率 P_F が大きいからである。したがって、式 (5) を $(-\infty, +\infty)$ の区間で積分しても、 $[0, 100]$ の区間で積分しても結果にほとんど影響しないから、 S_r^* を正規分布と仮定したつごう上、(5) の積分範囲を $(-\infty, +\infty)$ とおいたわけである。

式 (5)による推定分布に関し、一面せん断試験結果から得られた実験値の分布と比較した一例を図-6 に示す。飽和度が低くなるにつれて、両者の適合度は高くなり、特に S_r の低い範囲ではほぼ完全に一致している。 S_r の高い状態では、式 (5)による推定値の分散が実験

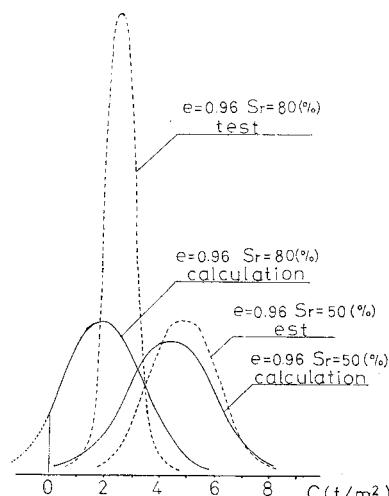


図-6 粘着力の推定分布と実験結果の比較例 (soil-6)

値より大きくなるが、このことは後に示される破壊確率を実際より大きく見積ることになり、設計上は安全側である。なぜならば、後でのべるが、破壊確率とは安全率の分布が1以下となる確率と定義されるものであり、 c のばらつきが大きいほど安全率のばらつきも大きくなつて、結局、破壊確率を大きく評価することになるからである。

さて、このように力学試験によらずにかなりの精度で c の分布が推定でき、しかもそれが任意の S_r について可能であるということは、斜面問題を考えいくうえで非常に有効である。 e , d_{50} , U_c は、簡単な土質調査や試験から求めてよいし、観察をもとに推定してもよい。また、 S_r は降雨時の斜面内浸透解析³⁾から求めてよいし、経験に基づく推定も可能である。さらに、特別に重要度の高い特定斜面を対象にするときには、詳細な調査、試験からこれらの係数やあるいは c の分布それ自体を決めればよい。要するに、要請される実務のレベルや範囲、精度などに相応して、弾力的に考えていくべきである。

(5) ϕ の遷移特性

図-7 に ϕ と S_r の関係の一例を示す。この図より、 ϕ と S_r の間には一般に負の相関があるが、 S_r そのものの感度よりも排水条件の影響の方が大きいとみるべきである。すなわち、排水せん断では発生する間隙圧が比較的すみやかに消散するから ϕ の低下は小さいが、非排水せん断では高飽和度状態にあるほど ϕ の低下が著しくなくなる。したがって、 ϕ の遷移特性を扱う場合は、 S_r の変化よりもむしろ S_r の高いレベルにおける排水条件に着目すべきである。

一般に、 ϕ は S_r よりもむしろ e の影響を強く受け

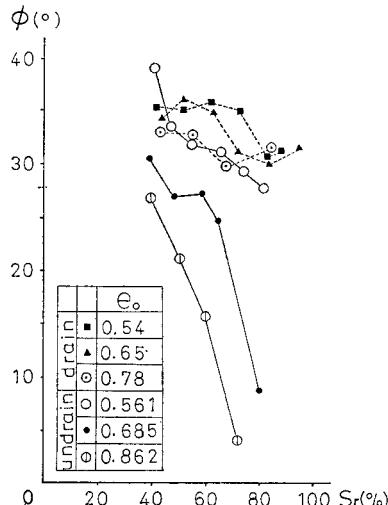


図-7 $\phi \sim S_r$ 関係の1例 (soil-5)

と考えられる。しかし、図-7 からは e と ϕ の相関度が高いといえず、各 e のレベルで $e \sim \phi$ の遷移特性も一定の傾向を示さない。このように、 ϕ に関しては e , S_r による遷移特性を特徴的に把握し、設計に導入することは困難である。しかし、幸いに浅い斜面の破壊問題では一般に拘束圧が小さいから、斜面土のせん断強度の変化に与える ϕ の影響は c のそれに比べてはるかに小さい。したがって、 $c-\phi$ 系の山土については、土の固結度や種類から ϕ の値を概略推定する方が現実的であり、実務的にはそれで十分である場合が多い。

3. 斜面保護工の信頼性設計法

危険斜面を工学の対象とする場合、(i) 降雨生起に関する不確実性、(ii) 斜面状態の推定に伴う不確実性、の2つを考慮する必要がある。(i) を構造物の設計に導入した例は水工構造物以外あまりないが、類似の問題として突風の生起性を考慮した送電鉄塔の最適設計の例はある⁴⁾。今後は、保全対象物の耐用期間との関連で(i) を設計、施工のシステム内に導入しなければならなくなるであろう。(ii) で問題となるのは、④ 主として強度推定に伴う不確実性と、⑥ 水みちやクラックなど全体の破壊を支配する特異点の推定に伴う不確実性、である。本論文で扱う破壊モードは、特異点が全体の破壊を支配する場合ではなく、地層全体を平均的な見地からみていけばよいすべり破壊を考えているため、④ にのみ議論を限定する。すなわち、前章の結果が使用できる問題を対象にしている。

信頼性設計では、このような不確実性を確率統計的に扱い、破壊の可能性を破壊確率で表現することになる。この破壊確率に基づいて、経済的な評価基準を用いることによって決定を合理的かつ説得的に行いうることが、信頼性設計の有するもっとも重要な意義である。

(1) 降雨と土質係数に関する設計係数の設定

斜面崩壊に降雨が大きな影響を及ぼすのは事実であるが、種々の降雨因子と崩壊との間の詳細な因果関係はまだ明確になっていない。たとえば、降雨因子としては、連続雨量、日雨量、最大時間雨量、降雨型などがあげられる。本論文では、土中水分の増加によるすべり破壊に議論を限定しているので、降雨因子そのものよりも土中水分を表わす因子で水文量を扱う方が有効であろう。また、崩壊の時間的な予知問題では、時々刻々と変わる土中水分状態の把握が重要となるが、設計（決定）問題においては、降雨による土中の含水比変化を問題にする必要はなく、その雨によって期待される最大の含水量の状態を対象にすればよい。すなわち、このような状態の土

中水分量を評価しうる因子が望ましい。そこで、気象学
で用いられている既往降水指数（API）の概念⁵⁾を参考
にして、土中水分を表わす因子として次にのべる実効雨
量を用いる。

既往降水指数は流域内の土壤水分状態を表わすもので、流域からの水分減少率が流域内の水分貯留量に比例するという考え方に基づいている。いま、 n 日前から現在までのAPIの総和を I 、 n 日前のAPIを I_n で表わすと、

なる式が成立つ。式(6)で K は減少係数を表わす。降雨と API の関係の概念図を図-8に示す。ところで、実際には降雨量から表面流出量を除いた残りが、土壌水分に効いているはずであるから、土中に浸透する雨水に対して API を適用すべきである。そこで、各日ごとの浸透率 (= 浸透量/総雨量) i をかけて、当日の実効 API を表わすこととする。すなわち、実効 API (I_e) は、

なる形で表わされるわけである。いま、式(7)の API として日雨量 R を用いると、実効雨量 R_e は次のようになる。

本論文では、斜面崩壊に寄与する水文量として、式(8)で表わされた実効雨量 R_e を用いることとする。

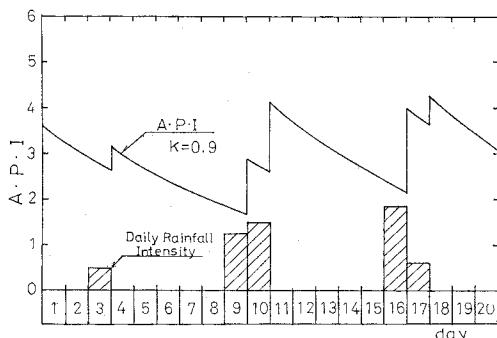


図-8 既往降水指数 API の図（川畠による⁵⁾）

減少係数 K は、一般に地域と季節の関数として表わされるが、シルト系の土質よりなる斜面では 0.7 程度が適當とされている⁶⁾。浸透率 i については、次のように考える。いま、地表面に湛水が生ずる限界日雨量を R_{cr} とすると、(i) $R_{cr} \geq R$ のときに雨水はすべて土中に浸透し、(ii) $R_{cr} < R$ のときに湛水が起こる。したがって、(i) の場合に $i=1$ となり、(ii) の場合に $i=R_{cr}/R$ となるわけである。 R_{cr} は湛水が生じる瞬間の浸透量を日雨量の単位に直したもので、次のように考えたわけである。すなわち、いま、湛水が生じる瞬間に、地表面のごく近傍は飽和状態になつてゐると考えられる。そ

の時の雨水の浸透は、原理的には飽和状態にある湛水深零の鉛直土柱における浸透と同じになると考えられるから、その時の動水勾配は 1 に等しくなり、単位時間当たりの浸透量が透水係数に等しくなるわけである。したがって、 R_{cr} は土の透水係数 k (cm/sec) を日雨量の単位で表わした次式より求められる。

$$R_{cr} = 8.64 \times 10^5 k \text{ (mm/day)} \dots \dots \dots (9)$$

k の値は経験的に類推するか、あるいは現場の土質調査から求めればよい。

実効雨量 R_e は、既往の降雨データから次のようにして設計に用いる。すなわち、斜面崩壊は数年、あるいは数十年に 1 度の集中豪雨時に発生するのがほとんどだから、設計に用いる水文量としては年極値に着目すればよいことになる。水文量として実効雨量を用いる場合、減少係数との関係より実効雨量は 1 週間程度の期間を対象とすれば十分である。いま、1 週間を 1 ユニットとして 1 年間を約 52 のユニットに分割する。各ユニットにおいて実効雨量の生起が独立であると仮定すれば、1 年間の標本数が大きいから、実効雨量の年最大値の分布はガンベル分布に従うものと仮定してもよいであろう。そこで、過去のデータより R_e の年最大値を求め、ガンベル法に基づく再現期間、生起確率を設計に導入する。ガンベル分布を求める手順は、水文学の分野では非常に常識的なことがらなので、ここではその詳細は他の文献を参照されることにする⁷⁾。1 例として、岐阜県下山地区での過去 35 年のデータをもとにして、砂質ローム斜面 ($k=8.2 \times 10^{-4} \text{ cm/sec}$) について実効雨量の再現期間を求めたものが表-2 である。

表-2 実効雨量の再現時間（下山地区）

再現期間 (年)	超過確率	実効雨量 (mm)	再現期間 (年)	超過確率	実効雨量 (mm)
10	0.1	277.0	150	0.0067	435.6
30	0.0333	342.4	200	0.005	452.4
50	0.02	372.2	300	0.0033	476.4
70	0.0143	391.7	500	0.002	505.3
100	0.01	412.4			

次に土質諸係数についての設計条件をみてみる。斜面安定に及ぼす浸透水の影響としては、土の強度低下と自重の増大を考える。間隙圧上昇については取扱わない。これは、間隙圧発生の機構が明確でないことに加え、ここでは問題にしている斜面（主として自然斜面）が多種多様であり、有効応力を用いての議論が意味をもつほどに他の要因や条件の精度がよくないからである。いま、斜面の初期飽和度を S_{ri} 、斜面の表層厚 $D(\text{cm})$ 、間隙率を n とすると、再現期間 T 年の降雨を対象としたときの設計飽和度 $S_{rT}(\%)$ は、次のようにして求める。実効雨量 $Re(\text{mm})$ が深さ $D(\text{cm})$ で間隙率 n の土中に保持されるわけであるから、飽和度の增加分は実効雨量

を cm 単位に直したものを $n \cdot D$ で除し、それを百分率で表わす。すなわち、次式のように表わされる。

設計では式(10)の S_{rT} に応じた単位体積重量、強度係数を用いて安定解析を行えばよいことになる。すなわち、強度係数 c, ϕ としては、 S_{rT} なる飽和度の状態でのせん断試験より得られた値を用いればよい。このとき、多くのせん断試験によって c, ϕ の分布を求めるのが不経済あるいは非現実的である問題では、数個の試験結果から平均値のみを求め、分布型については従来の研究結果より c, ϕ の変動係数 $V_c = 0.2 \sim 0.4, V_\phi = 0.1 \sim 0.2$ を参考にして正規分布を採用する⁸⁾。さらに、せん断試験を行わないときには、1. で述べた方法から c の分布を推定し、 ϕ は一定値とおけばよい。単位体積重量は S_{rT} を用い、確定値として与えることで十分である。なぜなら、単位体積重量 r_T の変動係数は c, ϕ のそれに比べて 1 オーダー低いからである^{2), 9)}。

(2) 安定解析の方法と対策工

ここでは、実効雨量 R_e が与えられた時の条件つき破壊確率を求めようとしている。すなわち、 R_e を用いて式(10)より計算された飽和度 S_{rT} に対応する設計係数 c, ϕ, r_T と斜面形状より、円弧すべり面法を用いて安定解析を行い、設計で必要な斜面の破壊確率 P_F を求めるわけである。具体的にいえば、まず c, ϕ の分布型(正規分布)から乱数により 1 組の (c, ϕ) を選び出し、これを斜面にわりつけ、安定解析により安全率 F を求め。 F は抵抗モーメントと転倒モーメントの比で与える。多数回この操作をくり返し、 F に関して多くの値を得る。それぞれの F の値は、 F の母集団より任意抽出されたものと考えて、 F の母集団分布を推定する。いま、 F の実現値を x_i とし、サンプル数を N とする。 c, ϕ が正規分布するので F の母集団も正規分布すると考えてよい¹⁰⁾。その平均 μ 、標準偏差 σ は次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mu &= \sum_{i=1}^N x_i / N \\ \sigma &= \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2 / N - (\sum_{i=1}^N x_i / N)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

そして、 x の確率密度関数 $f(x)$ は、

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \dots \quad (12)$$

で表わされるので、斜面の破壊確率 P_F は次のようになる。

$$P_F = \int_{-\infty}^1 f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \int_{-\infty}^1 \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} dx \dots \quad (13)$$

次に、崩壊防止工としては種々のものが考えられるが、ここでは力学的評価が可能で、一般的なものとして、(i) 土留擁壁、(ii) 切土、を考えてみる。もちろん、他の種々の防止工に対しても以下に示す設計の基本的な考え方は変わらない。さて、(i) は抵抗力の増大に、(ii) は破壊力の減少に寄与する。擁壁の効果は、擁壁によって生ずる抵抗力 P をすべり土塊に作用させて安定解析（力のつり合い計算）を行うことにより評価する。また、擁壁によって新たに生ずる抵抗力 P は、擁壁底面の摩擦抵抗力と擁壁前面の土かぶりの部分の受働抵抗力の $1/3$ よりなるものと考える。すなわち、 P は次式で計算される。

$$P = cB + W \tan \phi \\ + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} r_t D_f r^2 N_\phi^2 + 2 c D_f N_\phi \right) \dots \dots \dots (14)$$

ここに, B は擁壁の底面幅, W は擁壁の重量, D_f は擁壁前面の土かぶり深さであり, $N_\phi = \tan(45^\circ + \phi/2)$ である.

(3) 構造物の耐用期間を考慮した設計法

一般に、水位、流量、降雨量などの水文量の再現期間とは、「水文量の既往の観測値について、各年の極値を統計的に処理し、ある大きさの年極値が何年に一度出現する確率を有するかを求め、その年数をもって再現期間という¹¹⁾」と定義され、その年数は、「その年極値を越える値が出現する確率の逆数に相当¹¹⁾」している。いま、年極値として年最大値をとり、再現期間 T 年の水文量を x_T と表わすと、任意の年の年最大値 X が x_T を越える確率 $\text{Prob}(X > x_T)$ は $1/T$ に等しくなる。したがって、 X が x_T 以下となる確率は次式で表わされる。

次に、構造物の耐用期間を t 年とする。構造物を設計する際に基準となるべき設計水文量としては、構造物の耐用期間との関連より、耐用期間内に発生する最大の水文量を採用すべきである。そこで、耐用期間 t 年内に生起する最大水文量を X_{t^*} （確率変数）とする。斎藤¹²⁾によれば、耐用期間内の各年最大水文量 X が、すべて x_T 以下となる確率は、 X の母集団から t 回任意抽出し、各回とも X の値が x_T 以下となる確率となる。これは、とりもなおさず X_{t^*} が x_T 以下となる確率を意味している。したがって、 t 回の任意抽出が独立であると仮定すれば、 X_{t^*} が x_T 以下となる確率は次式で与えられることになる。

$$\text{Prob}(X_{\tau^*} \leq x_T) = \{\text{Prob}(X \leq x_T)\}^{t_{\tau^*}} \quad (16)$$

式(15), (16)より、次式が得られる。

$$\text{Prob}(X_{t^*} \leq x_T) = (1 - 1/T)^t \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

設計においてわれわれが知りたいのは、式(17)のように T の関数として表わされた X_t^* の確率ではなく、 X_t^* の値そのものがどのように分布しているかである。そこで、再現期間 T と x_T の関係を用いて、変数を T から x_T に変換することにする。年最大値の分布型にはいろいろな形式のものがあるが、ここでは前節との関連よりガンペル分布を仮定する。ガンペル分布の詳細については他の文献⁷⁾を参照されることにして、その一般形だけを示そう。ガンペル分布において、 T と x_T には次のような関係がある。

$$\left. \begin{aligned} 1 - \frac{1}{T} &= \exp(-e^{-y}) \\ y &= a(x_T - x_0) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここに、 a 、 x_0 は既往の年最大水文量の観測値より得られるパラメーターである。この式(18)を式(17)に代入すると、 X_t^* が x_T 以下となる確率は次式のようになる。

$$\text{Prob}(X_t^* \leq x_T) = [\exp\{-e^{-a(x_T - x_0)}\}]^t \quad (19)$$

式(19)より、 t 年の耐用期間内に発生する最大水文量 X_t^* の分布関数 $F(x_t^*)$ は、次式で与えられることがわかる。

$$F(x_t^*) = \text{Prob}(X_t^* \leq x_t^*) = [\exp\{-e^{-a(x_t^* - x_0)}\}]^t \quad (20)$$

X_t^* の確率密度関数は式(20)を x_t^* で微分すれば、

$$f(x_t^*) = ate^{-a(x_t^* - x_0)} [\exp\{-e^{-a(x_t^* - x_0)}\}]^{t-1} \quad (21)$$

のようになる。 $f(x_t^*)$ をさらに x_t^* で微分すると、

$$\frac{df(x_t^*)}{dx_t^*} = ate^{-a(x_t^* - x_0)} [\exp\{-e^{-a(x_t^* - x_0)}\}]^{t-1} \cdot [1 - te^{-a(x_t^* - x_0)}] \quad (22)$$

となる。 $df(x_t^*)/dx_t^* = 0$ となるのは、式(22)より、

$$\frac{1}{t} = \exp\{-a(x_t^* - x_0)\} \quad (23)$$

のときである。いま、再現期間 t 年の水文量 x_t と t の間には次の関係が存在する。

$$1 - 1/t = \exp\{-e^{-a(x_t - x_0)}\} \quad (24)$$

式(24)より、 x_t を求めるときのようになる。

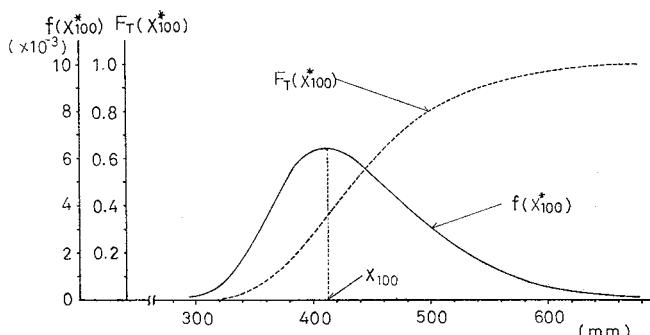


図-9 X_{100}^* の分布関数 $F_T(X_{100}^*)$ と確率密度関数 $f(X_{100}^*)$

$$x_t = -\frac{1}{a} \ln \left\{ -\ln \left(1 - \frac{1}{t} \right) \right\} + x_0 \quad (25)$$

一般に、 t の値が大きいときに、

$$\ln \frac{1}{t} \approx \ln \left\{ -\ln \left(1 - \frac{1}{t} \right) \right\} \quad (26)$$

となるから、この関係により式(25)は次のようになる。

$$x_t = -\frac{1}{a} \ln \frac{1}{t} + x_0 \quad (27)$$

ところで、式(23)を x_t^* について解くと次式のようになる。

$$x_t^* = -\frac{1}{a} \ln \frac{1}{t} + x_0 \quad (28)$$

したがって、式(27)、(28)より $f(x_t^*)$ が最大となる(X_t^* の確率密度がもっとも高くなる)のは、耐用期間 t 年に発生する最大水文量 x_t^* が、耐用期間に等しい再現期間の水文量 x_t と等しくなるときであることがわかる。これは、耐用期間内に発生する水文量の最大値としては、耐用期間と等しい再現期間をもつ水文量がもっともおこりやすいことを意味しており、また、 X_t^* が x_t の近傍でピークとなって広く分布することが式(21)より知られる。そこで、一例として耐用期間を100年としたときに、前節で述べた下山地区の実効雨量の、耐用期間内に発生する最大値の分布関数 $F(x_{100}^*)$ 、密度関数 $f(x_{100}^*)$ (ここに、 x は実効雨量を示す)を図-9に示す。図-9より、 $f(x_{100}^*)$ は x_{100}^* ではほぼピークとなっており、広い範囲に分布していることがわかる。耐用期間を考えて設計を行う場合に、設計水文量を単に恣意的に選ぶのではなく、式(21)で表わされるような理論的根拠をもった確率分布として設計に導入すべきことは自明であろう。

次に、耐用期間内に構造物が破壊する確率は、ある大きさの最大水文量が生ずる確率と、その水文量により構造物が破壊する確率の積を、最大水文量の確率空間で積分したものとなる。この耐用期間を考慮した破壊確率を P_F^* と表わすと、 P_F^* は次のようになる。いま、耐用期間 t 年の最大水文量 x_t^* によって、構造物が破壊する確率を $P_F(x_t^*)$ とすると、 P_F^* は $f(x_t^*)$ と $P_F(x_t^*)$ より次式のようによく表わされる。

$$P_F^* = \int_{\{X_t^*\}} P_F(x_t^*) f(x_t^*) dx_t^* \quad (29)$$

ここに、 $\{X_t^*\}$ は X_t^* の確率空間を表わす。このようにして、式(29)より求められた P_F^* を用いて、構造物の耐用期間を考慮した信頼性設計を行うわけである。ここで、最適設計とは、必要な全費用 C_T を最小にするものであるという経済的評価基準を採用する。構造物の建設費 C_c 、破壊損失費 C_F 、および耐用期間

を考慮した破壊確率 P_F^* より、 C_T は次式によって表わされる¹³⁾.

最適設計としては、 C_T を最小にするものを選べばよい。なお、これまでに展開してきた議論は水文量だけではなく、年最大値の分布型がわかっている他の現象に対しても応用できるものである。また、実際の計算では、式(29)を数値積分することによって P_F^* を求めればよい。

4. 最適対策工法決定に関する事例研究

ここでは、これまでに述べてきた方法論を具体的に説明するために、特定の斜面を対象にした例ではあるが、実際問題に適用してその結果に基づき現実に施工した事例について述べる。主たる保全対象物は、斜面上部にある大型送電用鉄塔である。

(1) 斜面および鉄塔の概況

問題となる斜面のもっとも危険な縦断面図を鉄塔の位置とともに 図-10 に示す。斜面下部は採石場となっていて、もとの地形が採石により急峻な状態に変化したことが、斜面不安定化の素因となっている。図-11 の集中豪雨時に、当斜面の数個所にクラックが現われ、鉄塔上部構造に限界量に近い変形が生じた。その後、斜面は不安定下の一時的な静止状態を保っていたが、再度多量の降雨があれば崩壊の危険性は十分考えられた。この斜面で特に問題となったのは、図-10 中の A 層である。地盤調査により、地山の滑動はこの層内か、あるいは B 層(風化頁岩)との境界付近で生ずるものと考えられた。土質試験の結果、A 層は砂質ローム土よりなり、間隙比 $e = 0.96$ 、比重 $G_s = 2.63$ 、通常の状態での自然含水比 $w_n = 23.2\%$ 、飽和度 $S_r = 64\%$ 、透水係数 $k = 8.2 \times 10^{-4}(\text{cm/sec})$ であった。また、強度係数 c 、 ϕ については、 c の平均値 $\mu_c = 10.3 - 0.1 S_r$ (t/m^2)、 ϕ の平均値 $\mu_\phi = 10^\circ$ 、標準偏差 $\sigma_c = 0.4 \mu_c$ 、 $\sigma_\phi = 1.78^\circ$ であることが判明した。B 層は含水比 32% で、 $k = 1.1 \times 10^{-6}(\text{cm/sec})$ 、 $\mu_c = 7.0(\text{t/m}^2)$ 、 $\mu_\phi = 20^\circ$ の風化頁岩である。

B層はA層に比べ透水係数が非常に小さいので雨水の浸透はA層に限られると考えてよい。このA層内の浸透性を知る目的で、室内鉛直浸

透実験を実施した。装置の概要を図-12(a)に示す。また降雨パターンは同図(b)に示されているが、これは図-11における降雨の初期1日程度を単純化したものである。降雨は装置上部のノズルで与えた。図-12(c)に浸透状況を示す。土中の飽和度測定は実験開始前と終了直後について行い、浸透の進行は浸潤前線(図-12(c)の破線)より推定した。この結果、深さ1.8m程度の

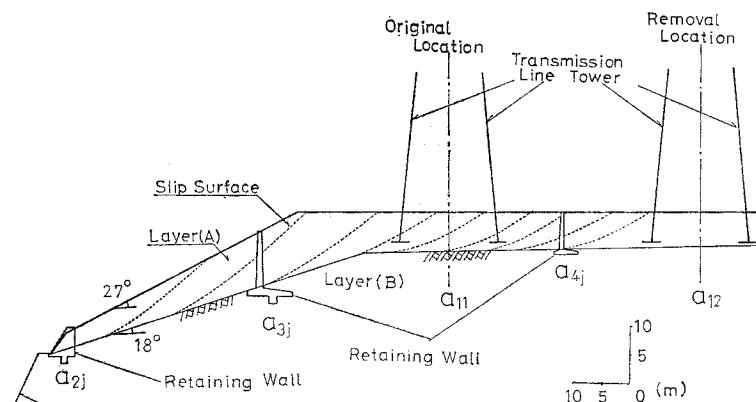


図-10 斜面と鉄塔の概況

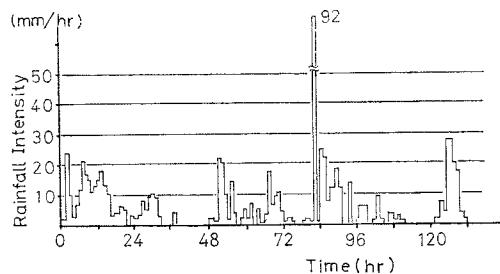


図-11 集中豪雨のハイエトグラフ

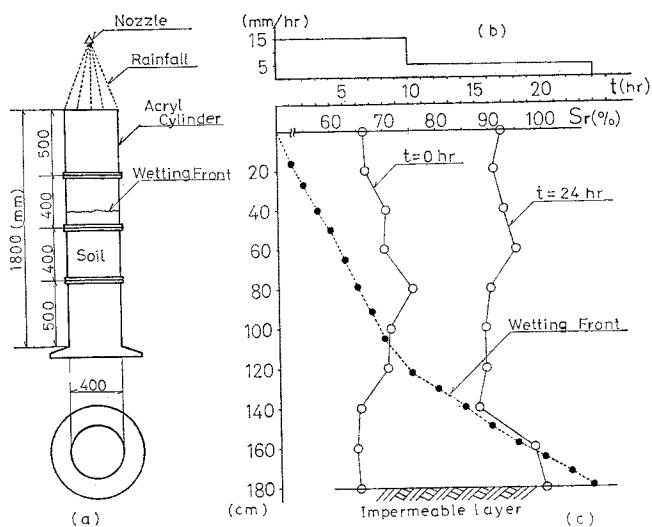


図-12 鉛直浸透実験の概要と結果

表層では浸潤前線は1日弱で基層に到達することが判明した。したがって、図-11の雨量と期間を有する降雨が生起すれば、最大表層厚8m程度のA層は、全層厚にわたって降雨浸透の影響を受けることが予想された。また、図-12(c)は、浸透後の土中の飽和度が深さ方向にはほぼ一様に分布すると仮定して妥当であることを示している。

(2) 斜面の安定性の検討

当該斜面では、限界日雨量は $k=8.2 \times 10^{-4}(\text{cm/sec})$ から式(9)を用いて $R_{cr}=708.5(\text{mm})$ となる。また、表層厚は一定でないため、換算表層厚として $D_e=A/L$ を用いると $D_e=4.7\text{ m}$ となる。ここに、 L は崩壊予想部分の斜面長を、 A は断面積を表わす。図-11に示す集中豪雨を実効雨量 R_e で表わすと、 $R_e=415\text{ mm}$ となり、表-2よりおよそ100年再現期間の実効雨量に相当するもので、斜面A層の飽和度 $S_r=82\%$ と計算された。

斜面の安定解析を行う場合、図-10において点線で示されるような小崩壊が連続し、鉄塔脚部に達したときをもって鉄塔の破壊と定義する。計算の結果、当該斜面に図-11の集中豪雨が降ったとき、斜面の破壊確率 $P_F=22.36\%$ にまで上昇していたことが判明した。これより、当斜面を現状のままで放置した場合の危険度

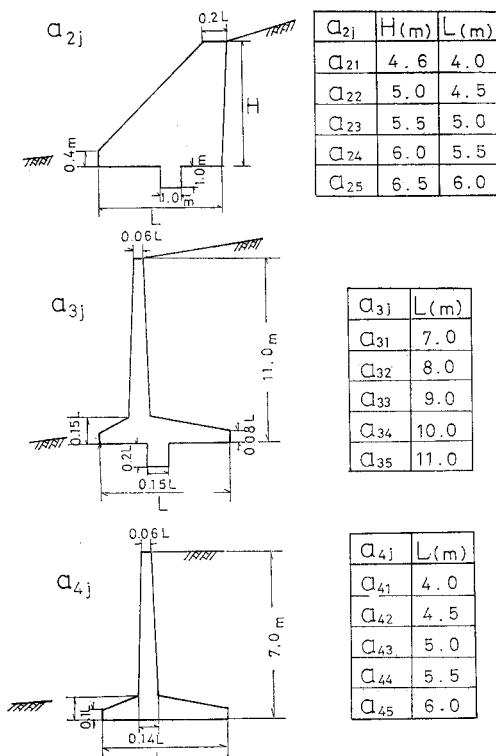


図-13 各対策工の諸元

は、公共性の高い構造物として許容される値よりはるかに高く、早急な対策工を構築する必要が生じたのである。

現実的、技術的見地より、鉄塔防護のために検討されるべき対策工(actionという意味で a_{ij} で表わす)は、種々の議論の結果、次のようにになった。

(i) a_{1j} : これは鉄塔を現地点でたてかえるか (a_{11} で表示)、あるいは別の地点に移設する (a_{12} で表示) 場合の鉄塔本体工事を表わす。鉄塔の上部構造は、斜面の変形による不同変位のために許容応力限界を越え、目でみてもわかるほど変形していたので、たとえ現地点に鉄塔を残す場合でもたてかえが必要となったのである。

(ii) a_{2j} : この対策工は、斜面のり先に重力式擁壁を建設し、斜面崩壊そのものを防止する目的をもつ。 j は各擁壁の断面形に相当するものを表わす(図-13)。

(iii) a_{3j} : 現位置の鉄塔基礎をL型擁壁で防護するための対策工であり、5種類の断面を考えた(図-13)。

(iv) a_{4j} : 鉄塔移設の場合に、移設地点付近にL型擁壁を建設し、鉄塔基礎を防護する目的で建設されるもので、 a_{3j} と同様に5種類の断面について検討が行われた(図-13)。

上述の各対策工の組合わせにより、合計22種類の対策工案が考えられ、個々について安定解析が行われた。

(3) 最適対策工の決定

対策工決定のための評価規準としては、経済的評価モデル式(30)を用い、 C_T が最小となる対策工を最適なものと考えた。式(30)における、 C_c 、 P_F^* 、 C_T はいずれも各対策工の関数として表わされる。したがって、

$$C_T(a_{ij}) = C_c(a_{ij}) + P_F^*(a_{ij}) C_F \dots \dots \dots (31)$$

と書ける。

初期建設費用 $C_c(a_{ij})$ は次のように計算される。

(i) $C_c(a_{1j})$: これは、鉄塔解体撤去費、仮鉄塔工事費、鉄塔本体工事費よりなる。

(ii) $C_c(a_{2j})$: この費用は、斜面先に建設される重力式擁壁の大きさによって決定される。重力式擁壁の施工費は、擁壁の体積に比例すると考えた。本章では、平面図を省略しているが、この案の場合、擁壁の建設延長は45mになったので、費用は次式で計算された。

$$C_c(a_{2j}) = c_{21} \times 45 \times V_{2j} + c_{22} \dots \dots \dots (32)$$

ここに、 c_{21} は重力式擁壁の施工単価、 V_{2j} は擁壁延長1m当たりの体積、 c_{22} は採石現場のり面保護、伐採および土地補償に必要な費用である。

(iii) $C_c(a_{3j})$: この費用は、 a_{3j} と同様にL型擁壁の大きさによって決定されるもので、次式によって表わされた。

$$C_c(a_{3j}) = c_{31} \times 44 \times V_{3j} + c_{32} \dots \dots \dots (33)$$

ここに、 c_{31} はL型擁壁の施工単価、 V_{3j} はL型擁壁の

表-3 各対策工の施工費

記号	施工費の内容	施工費 ($\times 10^4$ 円)	記号	施工費の内容	施工費 ($\times 10^4$ 円)
c_{21}	重力式擁壁の施工単価	$6.8/(m^3)$	c_{31}	L型擁壁の施工単価	$15.65/(m^3)$
c_{22}	のり面保護費 土地補償費	1 048	c_{32}	伐採、土地 補償費	524

単位延長当たりの体積、 c_{32} は伐採および土地補償費である。なお、L型擁壁の建設延長は 44 m であった。

(iv) $C_c(a_{4j}) : C_c(a_{3j})$ と同様、式(33)の形で表わされる。

計算に用いた $c_{21}, c_{22}, c_{31}, c_{32}$ の値は表-3 に示されている。これらの値は、昭和 51 年度の実績をもとに割出されたものである。

一方、破壊損失費 C_F は、鉄塔倒壊による損失と復旧工費よりなる。鉄塔倒壊による損失としては、(i) 停電による販売電力料金のロス、(ii) 停電に伴う社会的損失、(iii) 送電系統切替に伴う送電ロス分、(iv) 予備設備（たとえば、通常は稼動していないが、事故のとき働く発送電設備）の待機損失等が考えられる。この中で評価がむずかしいのは(ii) の社会的損失である。ここでは、スウェーデンで行われた計算例¹⁴⁾を参考にして、ロス電力料金(i)の 20 倍とした。電源容量 1 500 MW ($1 \text{MW} = 10^6 \text{W}$)、停電時間 30 分、送電線復旧に要する期間 100 日という条件（この条件は当該送電線にみあつたものである）で鉄塔倒壊による損失を見積ると、 6.24×10^8 円となった。

復旧工費としては、鉄塔の再建費、基礎防護費、用地費、ケーブル費が考えられ、鉄塔 1 基当たりで復旧工費は、 1.8×10^8 円となった。1 つの鉄塔が倒壊すると、実際にはその前後の鉄塔が引きずられて影響を受け、結局、これらの鉄塔のたてかえも必要となる場合があるので、⑧ 破壊が 1 基に限られるケース、⑨ 前後の鉄塔のたてかえも必要となるケース、の 2 つの場合について計算した。ケース⑨では、復旧工費がケース⑧の 3 倍となる。

超高压鉄塔の耐用期間は 100 年ぐらいと考えるのが一般的であるから、 $t=100$ とおく。この耐用期間を考慮して設計計算を行った結果、各対策工案すべて耐用期間を考慮した破壊確率 P_F^* は、再現期間 $T=130$ 年程度の実効雨量に対する破壊確率に相当していることが判明した。また、各対策工案について、 P_F^* と C_T の関係を表-4 に示しているが、ケース⑧、⑨の両方とも、 C_T が最小となる最適解は、対策工案 a_{12} と a_{41} を組合せた案となり、現実にこのように実施された。すなわち、最適工案として、鉄塔を移設しその基礎を a_{41} に示す断面の擁壁で防護する案が選択されたのである。なお、以上の結果より、送電鉄塔の耐用期間を考える場

表-4 各対策工案の P_F^* , C_T , C_c

対策工案	初期建設費用 $C_c(\times 10^4$ 円)	耐用破壊確率 P_F^*	トータルコスト $C_T(\times 10^4$ 円)	
			ケース⑧	ケース⑨
a_{11}	10 866	0.2483	30 868	39 315
$a_{11} a_{21}$	15 598	0.0948	23 235	26 460
$a_{11} a_{22}$	16 351	0.0741	22 320	24 841
$a_{11} a_{23}$	17 269	0.0558	21 764	23 662
$a_{11} a_{24}$	18 279	0.0414	21 614	23 022
$a_{11} a_{25}$	19 380	0.0287	21 692	22 668
$a_{11} a_{31}$	21 498	0.1216	31 293	35 431
$a_{11} a_{32}$	23 682	0.0714	29 434	31 863
$a_{11} a_{33}$	26 050	0.0382	29 127	30 427
$a_{11} a_{34}$	28 605	0.0187	30 111	30 748
$a_{11} a_{35}$	31 346	0.0083	32 015	32 297
a_{12}	13 224	0.1234	23 164	27 363
$a_{12} a_{21}$	17 956	0.0948	25 593	28 818
$a_{12} a_{22}$	18 709	0.0741	24 678	27 199
$a_{12} a_{23}$	19 627	0.0558	24 122	26 020
$a_{12} a_{24}$	20 637	0.0414	23 972	25 380
$a_{12} a_{25}$	21 738	0.0287	24 050	25 026
$a_{12} a_{41}$	17 206	0.0034	◎ 17 480	◎ 17 596
$a_{12} a_{42}$	17 889	0.0017	18 026	18 084
$a_{12} a_{43}$	18 629	0.0009	18 701	18 732
$a_{12} a_{44}$	19 418	0.0004	19 450	19 463
$a_{12} a_{45}$	20 263	0.0002	20 279	20 286

(注) ◎は最適解を示す。

合、実効雨量の生起性は 130 年程度の規模を考えるべきこと、また、 C_T が最小となるときの $(P_F^*)_{opt}$ は表-4 から約 0.34% であることがわかったが、これらは今後送電鉄塔建設において注目されるべき値といえる。

5. おわりに

本論文は、信頼性理論を用いて斜面崩壊の防止対策を最適化する手法を提起したものである。また、斜面崩壊の力学的機構に関するいくつかの問題を、現実的に、かつできるだけ簡単に処理する方法も示している。以下に、本論文の結論を簡単に列記する。

(1) みかけの粘着力はある飽和度の状態で最大となり、そのときの飽和度と土の間隙比には直線的関係がある。また、ピーク粘着力 c_{max} は土の物理係数 e , d_{50} , U_c によって推定できる。この新見解により、力学試験によらずに任意の飽和度での粘着力の分布を推定する方法が示され、実験値による分布と照合された。

(2) 実効雨量の概念により、降雨時の斜面表土の飽和度を推定し、設計計算に用いる方法が示された。また、実効雨量なる 1 つの降雨因子で、斜面崩壊に関連する水水量の再現期間を設計に導入することが可能となっただ。

(3) 構造物の耐用期間と水水量の再現期間の関係より耐用期間を考慮した破壊確率を提案し、水水量の生起性を設計に導入する方法が示された。

(4) 斜面上の超高压大型送電鉄塔の問題を取り扱った

事例研究によって、この方法論が実際問題に適用でき、しかも合理的なものであることを示した。

なお、本研究にあたって適切なご助言を賜わった名古屋大学助教授 高木不折博士に深甚なる謝意を表する次第である。また、土質試験のデータは当研究室卒業生、渡橋 誠、夜久正範、桑原正彦、倉石謙司、服部義巳諸氏が卒業研究で実施されたもの一部を利用させていたいたことを付記し、感謝の意を表する。計算にあたっては名古屋大学大型計算機センター FACOM 230-60 を用いた。

参考文献

- 1) 鬼塚克忠：締固めた不飽和土の間げき圧と力学的性状に関する実験的研究、九州大学学位申請論文、1973.
- 2) 松尾 稔・黒田勝彦：不飽和土の土質諸係数と破壊確率に関する一考察、土木学会論文報告集、第 208 号、pp. 65 ~75, 1972.
- 3) 上野 誠・服部義巳・夜久正範：二相流理論を用いた降雨浸透解析について、土木学会中部支部研究発表会講演概要集、pp. 145~146, 1977.
- 4) Gibson, B.St.C.:Optimum Design Loadings for Major Transmission Lines, CIGRE SC-22, WG-06, 1974.
- 5) 川畑幸夫：水文気象学、地人書館、pp. 246~247, 1969.
- 6) 酒井敷夫・今井篤雄・菊 優：切取のり面採点表の検討および降雨時の運転規制の見直しと実施、鉄道技術研究所報告、No. 929, pp. 28~31, 1974.
- 7) 金丸昭治・高棹琢磨：水文学、朝倉書店、pp. 49~52, 1975.
- 8) Matsuo, M.: Reliability in Embankment Design, MIT, Dept of Civil Eng Research Report, No. R 76-33, pp. 78~87, 1976.
- 9) 松尾 稔・黒田勝彦：盛土建設のための土質調査と盛土の安定性に関する研究、土木学会論文報告集、第 196 号、pp. 75~86, 1971.
- 10) 三上 操：統計的推測、筑摩書房、pp. 68~72, 1969.
- 11) 土木用語事典編集委員会編：土木用語辞典、技報堂・コロナ社、p. 579, 1974.
- 12) 斎藤鍊一：暴風の確率限界値、気象庁研究時報、9, pp. 529~532, 1957.
- 13) 長尾義三・松尾 稔・黒田勝彦：盛土の設計安全率の決定に関する研究、土木学会論文報告集、第 203 号、pp. 71~85, 1972.
- 14) Shipley, R.B., Patton, J.S., Denison, J.S.: Power Reliability Cost Versus Worth, IEEE Transactions, 1972.

(1977.10.6・受付)