

連続箱桁における中間支承部の応力状態について

ON THE STRESS DISTRIBUTION NEAR INTERMEDIATE SUPPORT IN CONTINUOUS BOX GIRDERS

清水 茂*・梶田 建夫**・成岡 昌夫***

By Shigeru SHIMIZU, Tateo KAJITA and Masao NARUOKA

1. はじめに

近年、橋梁の主桁に箱断面桁が用いられることが多くなったが、1969年から1971年にかけて、箱桁の架設中の事故があつた。そのなかでも特に、英國の Milford Haven 橋の事故は、中間支承上のダイヤフラムの耐荷力が不足していたのが原因とされている¹⁾。この事故以後、ダイヤフラムに関する研究がいろいろ行われたが、それ以前のものも含め、ダイヤフラムを含んだ箱桁に関する研究には、次のようなものがある。

まず、わが国では、奥村・坂井ら⁵⁾が、Vlasov の理論を拡張し、Cheung²²⁾が導いた FSM (有限帯板法, Finite Strip Method) と同様な手法を提案し、それを、中間ダイヤフラムを有する箱桁に応用している^{2)~4), 20)}。文献 20)においては、中間ダイヤフラムはシャイベとして扱っている。また、文献 2)~4) は、ダイヤフラムは面内に完全に剛としたもので、集中ずり荷重の場合の実験と比較し、この仮定が妥当であるとしている²⁾。坂井らは、さらに、一般化座標から、一種のブロック要素を用いた方法²³⁾を提案している。また、中村は、文献 5) の方法を中間ダイヤフラムを有する箱桁の動的解析に応用した¹⁹⁾。平嶋ら²⁷⁾は、Vlasov の理論を用い、中間ダイヤフラムの効果を調べている。

さらに、吉村ら^{6), 25), 26)}は、箱桁とダイヤフラムの間の不静定力を求める方法により、FSM を中間ダイヤフラムを有する箱桁の解析に拡張した。

一方、Abdel-Samad ら^{7)~9)}は、Vlasov の一般化座標から、弾性地盤上のはりとダイヤフラムを有する箱桁の類似性に着目し、いわゆる BEF (Beam on Elastic Foundation) アナロジーを提案した。これは、その後、

Milford Haven 橋事故調査委員会 (Merrison 委員会) の設計基準¹⁰⁾に採用された。また、坂井ら²⁴⁾は、BEF アナロジーを修正したものとして、Beam アナロジーを提案している。

Djubek ら¹⁰⁾も、Vlasov の一般化座標を用いて、一室から四室までの箱桁を解き、Abdel-Samad とよく一致する結果を得ている。

しかし、Chapman ら¹¹⁾によると、BEF アナロジーでは、曲げやねじり、そりに伴うせん断ひずみは考慮できない、としている。また、文献 11) は、BEF のほか、FEM (有限要素法, Finite Element Method) を用い、いくつかのモデルを設定して比較している。Campbell-Allen らは、BEF アナロジーをコンクリート箱桁に適用したが、コンクリート箱桁では、支承部をのぞいては、ダイヤフラムはあまり効果がない、としている¹²⁾。Sisodia, Cheung ら¹³⁾は、FEM を用いて斜の箱桁を扱い、同様に、コンクリート箱桁では、中間ダイヤフラムは効果がないばかりでなく、むしろ有害でさえあるとした。

Rabizadeh¹⁴⁾ らは、ダイヤフラムに長方形要素、棒要素を用い、FEM によって解析した。一方、Lee¹⁵⁾ らは、FEM の自由度を減らすために、ダイヤフラムは入れず、その位置で箱桁の隅角部を直角に保つように拘束を加えることにより、ダイヤフラムの代用とした。

また、Priestley, M.J.N.²⁶⁾ は、合成樹脂による模型実験を行い、FSM、三次元および二次元の FEM、BEF などの解と比較している。

ダイヤフラムの面内応力を扱ったものとしては、El-Gaaly らの研究がある^{16), 17)}。これは、ダイヤフラムだけを取り出し、シャイベとして FEM で解いたもので、ダイヤフラムの座屈までを扱っている。また、Puthli²⁸⁾ らは、ダイヤフラムにごく短いフランジなどがついた。いわば周辺を補強されたシャイベとしたものを FEM で解き、ダイヤフラムの強度を求めており、Dowling

* 学生会員 工修 名古屋大学工学部土木工学科博士課程

** 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

ら¹⁸⁾は、実験によりダイヤフラムの応力分布や座屈形状を調べた。これは、Merrison 委員会の研究の一部として行われたものである。

著者らも、文献 19) と同様な方法で中間ダイヤフラムを有する箱桁を解析し、ダイヤフラムの変形を考慮した場合を、剛性を無限大とした場合と比較している²¹⁾。

以上のように、箱桁に関する研究は多いが、そのほとんどは、断面変形などの箱桁の挙動に注目したものであり、また、その多くは1スパンのみを扱っている。ダイヤフラムの面内応力に注目した研究は、文献 16)～18)などにみられるが、文献 18)は単純桁についての実験的な研究であり、文献 16), 17), 29) は支承上のダイヤフラムを解いているものの、ダイヤフラムのみをシャイベのように扱っている。ダイヤフラムの必要剛度などについては、Merrison レポート¹³⁾に詳しく述べられているが、これは式が繁雑であるなどの欠点を持っている²⁴⁾。坂井らは、文献 24)において、中間ダイヤフラムの応力をはじめ、必要剛度、ダイヤフラムの間隔などについて、設計式を提案している。

本論文においては、従来あまり顧みられなかった、連續箱桁の中間支承部に着目し、中間支承上のダイヤフラムの面内応力や中間支承近傍での箱桁の応力を調べた。これには、文献 6) や 25) などに述べられている中間ダイヤフラムと箱桁の間の不静定力を求める方法を応用した。また、得られた中間支承上のダイヤフラムの面内応力分布は、文献 16) に示された結果と比較している。

また、ダイヤフラムにリブがついた場合も扱い、リブの効果を調べた。

2. 解析法の概要

ここでは、中間ダイヤフラム・中間支承上のダイヤフラムを有する連続箱桁を解析する手順について述べる。解析は、箱桁については FSM を、ダイヤフラムには FEM を用い、箱桁とダイヤフラム・中間支承の間の不静定力を求めたのち、それを荷重として箱桁に作用させることによって行われている。これは、基本的には文献 25) などと同じものである。

a) 仮定

解析にあたって、次の仮定を置く。

(i) 柄の両端は単純支持されており、また、両端には、面内剛性無限大、面外には抵抗しないダイヤフラムがあるものとする。

(ii) 中間ダイヤフラム（中間支承上のダイヤフラムも含む）は平面応力状態にあるものとし、その曲げ剛性は無視する。対傾構やリブのような棒要素を考えるときも、その曲げ剛性は考えない。

(i) の仮定は FSM そのものの仮定である。 (ii) の仮定は Merrison レポート¹⁾で妥当であるとされている。

b) 不静定力の誘導

まず、中間支承・中間ダイヤフラムをすべて取り去った系に、与えられた荷重を作用させた場合の、不静定力を作用させる場所での箱桁の変位を、FSMにより計算する（この系を基本系とする）。この変位を $\{\delta_0\}$ とする。ただし、 $\{\delta_0\} = \{\{\delta_{01}\}^T \ \{\delta_{02}\}^T \dots \{\delta_{0i}\}^T \dots\}^T$: $\{\delta_{0i}\} = \{u_{1i}^0, w_{1i}^0, u_{2i}^0, w_{2i}^0, \dots, u_{ni}^0, w_{ni}^0, \dots\}^T$ であって、 u_{ni}^0, w_{ni}^0 は、 i 番目の中間ダイヤフラム（または中間支承）における n 番目の節線の、 x 方向、 z 方向の変位である（座標の取り方は、Cheung の論文²²⁾と同じである）。

一方、たわみ性マトリックスを $[F]$ として、

ただし、 $\{\delta_1\} = \{\{\delta_{11}\}^T, \{\delta_{12}\}^T, \dots, \{\delta_{1i}\}^T, \dots\}^T$:
 $\{\delta_{1i}\} = \{u_{11}^{-1}, w_{11}^{-1}, u_{21}^{-1}, w_{21}^{-1}, \dots, u_{ni}^{-1}, w_{ni}^{-1}, \dots\}^T$; $\{X_1\}$
 $= \{X_{11}\}^T, \{X_{12}\}^T, \dots, \{X_{1i}\}^T, \dots\}^T$; $\{X_{1i}\} = \{X_{11}^{-1}, Z_{11}^{-1},$
 $X_{21}^{-1}, Z_{21}^{-1}, \dots, X_{ni}^{-1}, Z_{ni}^{-1}, \dots\}^T$ であって、 X_{ni}^{-1}, Z_{ni}^{-1} は、
i 番目の中間ダイヤフラム（または中間支承）における
第 *n* 節線の、*x* 方向、*z* 方向の不静定力である。

また、中間ダイヤフラムがある場合、その剛性マトリックスを $[K]$ として、

c) 中間ダイヤフラムの場合

適合条件から、

となる. この場合は, 文献 6) などとまったく同じである. $[I]$ は単位行列である.

d) 中間支承がある場合

中間支承上での $\{\delta_0\}$, $\{\delta_1\}$, $\{X_i\}$ などを、直接支持されている節線（節点）に関する部分と、そうでない部分とに分けて考える。すなわち、

$$\{\delta_0\} = \begin{Bmatrix} \bar{\delta}_0 \\ \bar{\bar{\delta}}_0 \end{Bmatrix}, \quad \{\delta_1\} = \begin{Bmatrix} \bar{\delta}_1 \\ \bar{\bar{\delta}}_1 \end{Bmatrix}, \quad \{X_1\} = \begin{Bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{\bar{X}}_1 \end{Bmatrix}$$

などである。ここで、上線一本の部分は、支承と接していないもので、上線二本の部分が、支承と接しており、直接支持されている節線（節点）に関するものである。すると、(1), (3) はおのおの

$$\left\{ \begin{array}{c} \bar{\delta}_1 \\ \bar{\varepsilon} \end{array} \right\} = [F] \left\{ \begin{array}{c} \bar{X}_1 \\ \bar{Y} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \bar{X}_1 \\ \bar{Y} \end{array} \right\} \dots (6.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \bar{\delta}_0 \\ \bar{\delta}_1 \\ \bar{\delta}_2 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \bar{\delta}_1 \\ \bar{\delta}_2 \\ 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \bar{\delta}_2 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (6.b)$$

となり、また、(2) も次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \bar{X}_2 \\ \bar{\bar{X}}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{bmatrix} \{\delta_2\} \dots (7)$$

式(6-a)より $\{\delta_1\} = [F_{11} \ F_{12}] \{X_1\}$ であり、式(6-b)より $\{\delta_0\} + \{\delta_1\} = \{\delta_2\}$ であるから、c)の場合と同様に $\{\delta_2\}$ を消去すると、

$$\{X_1\} = - \left([I] + \begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{bmatrix} [F_{11} \ F_{12}] \right)^{-1} \begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{12} \end{bmatrix} \{\delta_0\}$$

.....(8)

を得る。

中間支承上にダイヤフラムがない場合は、式(6-a)において $\{\bar{X}_1\} = 0$ であるから、次のようになる。

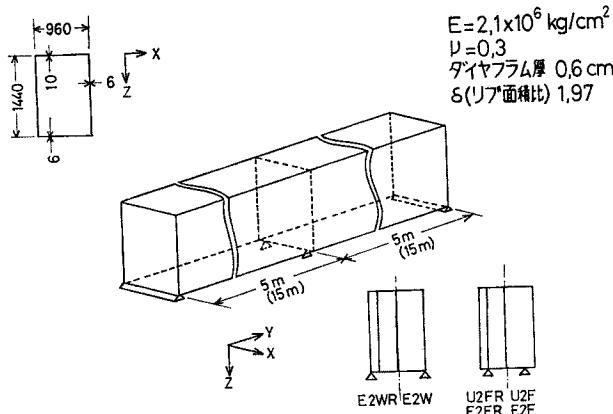
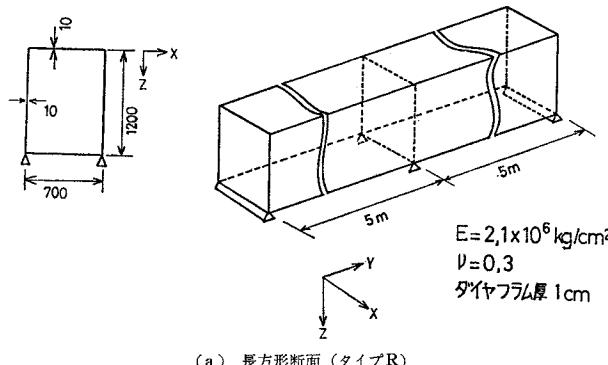
$$\begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \bar{\delta}_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \bar{X}_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{12} \\ F_{22} \end{bmatrix} \{\bar{X}_1\} \dots (9)$$

式(9)より $\{\bar{\delta}_1\} = [F_{22}] \{\bar{X}_1\}$ であり、式(6-b)より $\{\bar{\delta}_0\} + \{\bar{\delta}_1\} = 0$ であるから、不静定力 $\{\bar{X}_1\}$ は、

$$\{\bar{X}_1\} = -[F_{22}]^{-1} \{\bar{\delta}_0\} \dots (10)$$

となる。

これらの式のうち、 $[I]$ は単位マトリックス、 $[K_{11} \ K_{21}]^T$ はダイヤフラムの剛性マトリックスのうち、支持されていない節点に関する列のみを取り出したもの、 $[F_{11}, F_{12}]$ はたわみ性マトリックスのうち、支持されていない節線に関する行のみを取り出したものであり、



$[F_{22}]$ はたわみ性マトリックスのうち、支持された節線に関するマトリックスである。

3. 解析モデル

解析を使ったモデルは、図-1(a)～(c)に示す3つである。図-1(b)の断面形状は、文献16)に合わせてある。また、図-1(c)のモデルは、図-2のように、連続桁をおのおの10mの長さをもつ別々の桁として取り出したもののうち、中間支承部の桁である。本論文においては、図-1(c)に示した長さ10m(スパン5m×2)のモデルのほか、桁全体を想定し、長さ30m(スパン15m×2)のものも扱った。また、図-1(c)に示すように、このモデルでは、ダイヤフラムにリブがついた場合も扱っている。

これらのモデルにおいて、中間支承は、桁中央部のウェブの直下にあるが、図-1(c)のモデルにおいては、図に示したように、ウェブ直下ばかりでなく、140mm

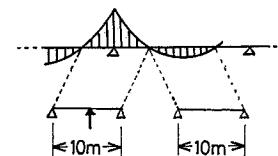
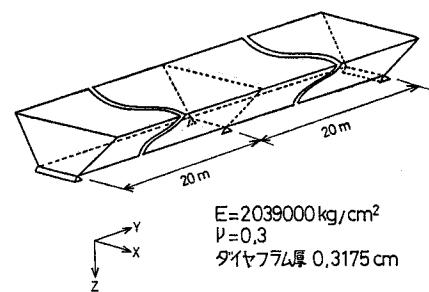
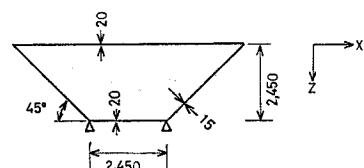
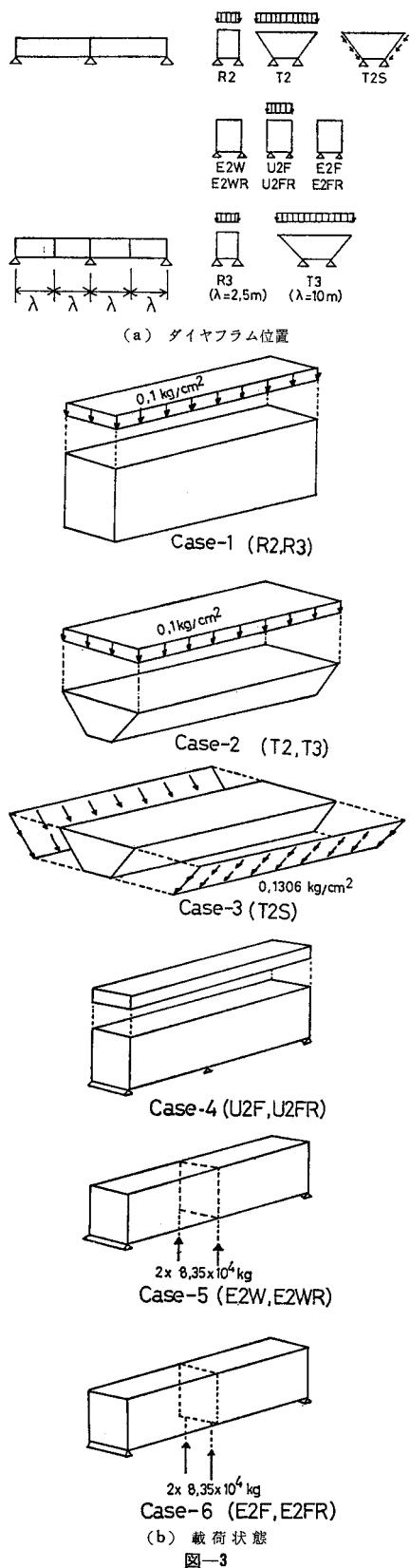


図-2 タイプEの箱桁のモデル



(b) 台形断面

図-1 解析モデル



内側に寄った場合も考えている。また、ダイヤフラムの数や位置は図-3(a)に、荷重の詳細は図-3(b)に示してある。荷重は主として上フランジに等分布荷重が満載した場合を扱ったが、図-1(b)の台形断面モデルでは、ウェブに対するせん断力を、図-1(c)のモデルでは、反力に相当する集中荷重のみを作用させた場合も考えている(後者は、実質的には、単純桁に集中荷重が作用する場合と同じである)。ダイヤフラムなどの要素分割、リブの位置や断面積については、図-4に示してある。また、図-4の中にあるリブの面積比 δ は、この場合、リブの総断面積をダイヤフラムの断面積で割って無次元化したものであり、このモデルでは $\delta=\delta_s=1.97$ となっている。

これらのモデルには、表-1のように符号をつけてお

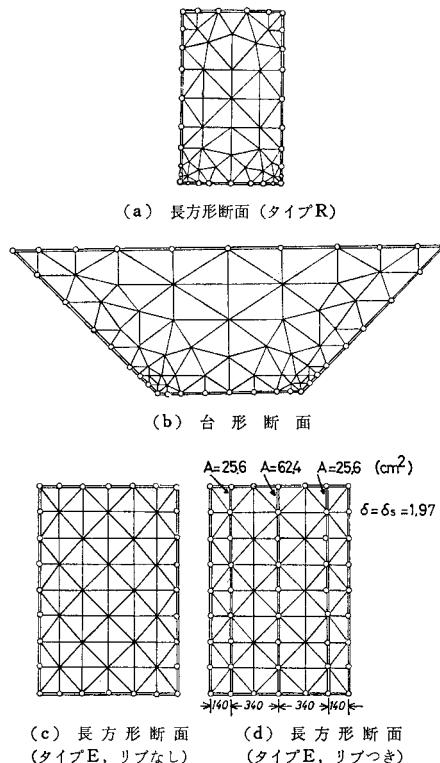


表-1 モデルの符号

		長方形 断面 (タイプ (R))		長方形断面 (タイプE)	
		台形断面		リブなし	リブつき
ダイヤ フラム 1枚	等分布 荷重 満載	支点はウェブ直下	R 2	T 2	
		支点は下フランジ			U 2 F U 2 F R
	反 力 の み	支点はウェブ直下			E 2 W E 2 W R
		支点は下フランジ		E 2 F E 2 F R	
ダイ ヤ フ ラ ム 3枚	ウェブにせん 断力		T 2 S		
		R 3	T 3		

く。また、桁の寸法やダイヤフラムの厚さ、材料定数などは図-1(a)～(c)の中に示してある。

なお、図-3(a)に示すほか、FSM の仮定から、桁端に面内剛性無限大、面外剛性なしのダイヤフラムがあることになる。以下、本論文でダイヤフラムといふのは、桁端ダイヤフラムを除いたものとする。また、以後、各スパンの中間にあるダイヤフラムを I.D.、中間支承上にあるダイヤフラムを S.D. と略称する。さらに、図-1(a)の長方形断面桁 (R 2, R 3) をタイプ R の長方形断面桁、図-1(c)に示した長方形断面桁 (U 2 F, U 2 FR, E 2 W, E 2 WR, E 2 F, E 2 FR) をタイプ E の長方形断面桁とよぶことにする。

4. 収束性の検討

FSM では、箱桁や折板構造のように、橋軸方向に同一の性質を持つ構造物を、橋軸と直角な断面で切斷した、いわば次元を 1 つ減らした状態で解析する。その“断面”内での分割の考え方、FSM も FEM も同じである。橋軸方向については、FEM では、他の方向と同様に要素分割する、いわゆる構造的近似であるのに対し、FSM では橋軸方向の Fourier 級数を用いた数学的近似となっている。すなわち、FSM の級数は FEM の橋軸方向の分割に対応しているといえよう。

したがって、FSM では、級数を何項まで取るかが精度に大きな影響を与える。そこで、項数を変えて、変位や応力がどのように変わるか検討した。

図-5 は、モデル R 2 の箱桁の変位のパラメータ w_m (w_m は、鉛直方向変位 w の第 m 項の Fourier 係数) の収束の様子をプロットしたものである。これを見ると、箱桁上端 (図中、点 A) の変位パラメーターは 10 項程度で収束している。集中荷重として作用する支点反

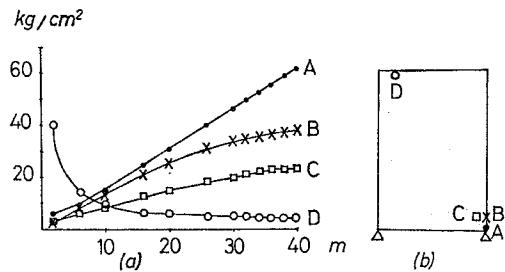


図-6 ダイヤフラムの σ_z の収束性

力を直接うける下端 (図中、点 B) の変位パラメーターは、収束性がかなり悪いが、いずれも第 40 項の値は第 1 項の値の 0.8% 程度である。

中間支承上のダイヤフラム面内の応力の収束状況を図-6 に示す。図-6(b) に示すように、中間支承の直上に点 A、その少し上に点 B、内部に入ったところに点 C、ダイヤフラム上端に点 D を取る。図-6(a) を見ると、集中荷重を直接うける点 A では、項数を多く取っても収束しない。点 B では、30 項を超えたあたりから、やや傾きがゆるやかになる傾向を見せているものの、収束性は悪い。しかし、点 B よりわずかに内部に入った点 C では、38 項と 40 項の応力の差は 2.2% 程度である。一方、点 D の応力値は、20 項をすぎたあたりから、ほぼ一定の値となっている。

以上の計算結果から、応力集中が生ずる特異点とその近傍をのぞいては、40 項まで計算すれば、実用上十分な精度が得られると判断される。

5. 解析結果

a) 箱桁のウェブおよびフランジの応力

図-7 は、モデル R 2, R 3 の長方形断面のウェブの

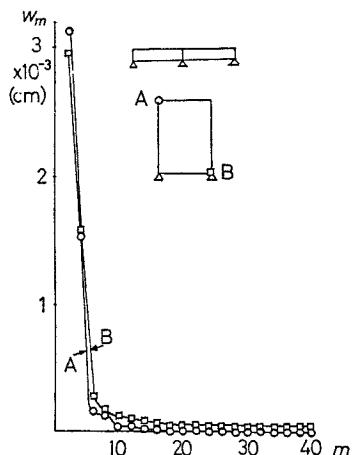


図-5 モデル R 2 における変位 w_m の収束性

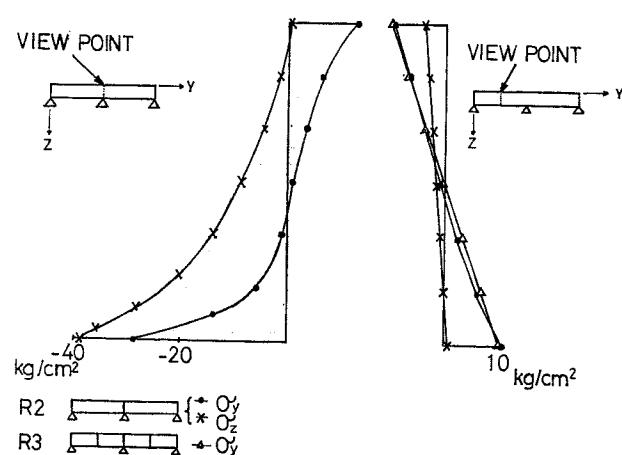


図-7 ウェブの応力 (タイプ R の箱桁)

応力分布をプロットしたものである。橋軸方向応力(σ_y)の分布をみると、スパン中央部では、ほぼ直線分布となっている。しかし、中間支承上では、中立軸がかなり下に寄り、下縁で大きな応力値が現われている。鉛直方向応力(σ_z)も、中間支承上では、かなりの応力集中がみられる。

図-8は、同じくモデルR2, R3のフランジの橋軸方向応力(σ_y)である。中間支承上では、ウェブ直下と

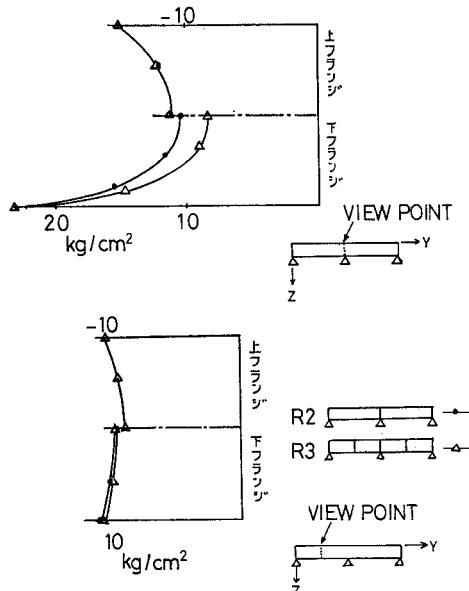
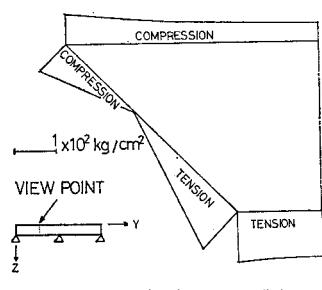
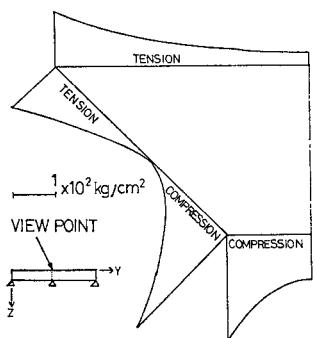


図-8 フランジの σ_y の分布(タイプRの箱桁)



(a) スパン中央部の σ_y の分布



(b) 中間支承上の σ_y の分布

図-9 台形断面桁のウェブ・フランジの応力

フランジ中央部との応力の差が非常に大きいのがわかる。

図-9は、モデルT2の、ウェブ・フランジの橋軸方向応力 σ_y の分布である。図-9(a)のスパン中央部における応力分布は、ウェブにおいてはほぼ直線分布、上下フランジでもフランジ端と中央部との差は、さほど大きくなない。上フランジ端部の応力は、中央部の1.7倍程度である。図-9(b)の中間支承部の応力分布は、タイプRの長方形断面の場合と同じく、ウェブにおいても直線とはならず、支承の近傍で大きな値を示している。フランジの応力分布においても、フランジ端部と中央部との差が大きくなっている。

b) タイプRの長方形断面におけるダイヤフラムの応力

図-10は、モデルR3の、S.D.の応力分布である。これを見ると、支点付近では大きな鉛直方向応力 σ_z がみられる。 σ_z が大きな値を示す範囲は、上方のやや内側に向って伸びており、ダイヤフラム下縁の中央部では、大きな応力値は出でていない。一方、ダイヤフラムの水平方向応力 σ_x は、支点近くでも大きな応力集中は生じていない。ダイヤフラム中央のやや下寄りの部分に、若干大きな応力が見られる程度である。図-10の応力分布、特に σ_z の分布をみると、文献16)にあるように、ダイヤフラム自体が、アーチ作用により支点反力をかなり負担しているのがわかる。

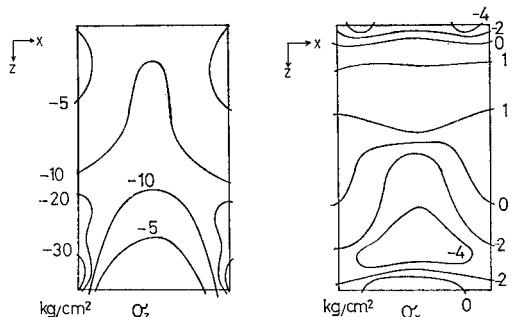


図-10 中間支承上のダイヤフラムの応力分布(モデルR3)

一方、本論文では、ねじりを伴わない荷重を考えているので、このモデルでは、I.D.には大きな応力は見られなかった。

I.D.のないモデルR2の場合については、S.D.の応力分布はR3とほとんど同じとなっている。

c) 台形断面におけるダイヤフラムの応力分布

図-11は、台形断面桁のモデルT3におけるS.D.の応力分布である。台形の場合でも、I.D.のないモデルT2のS.D.の応力分布は、T3の場合とほとんど同じ分布を示している。鉛直方向応力 σ_z が支承の近傍で特に大きな値を示し、 σ_z が大きな値を示す範囲がダ

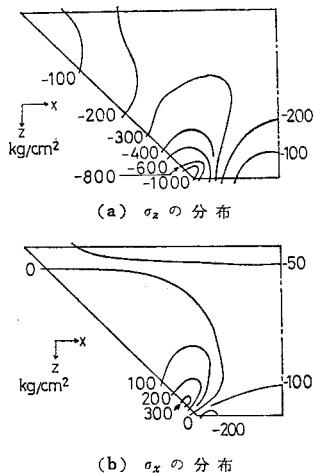


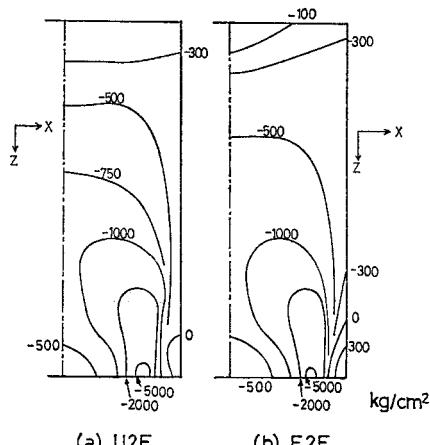
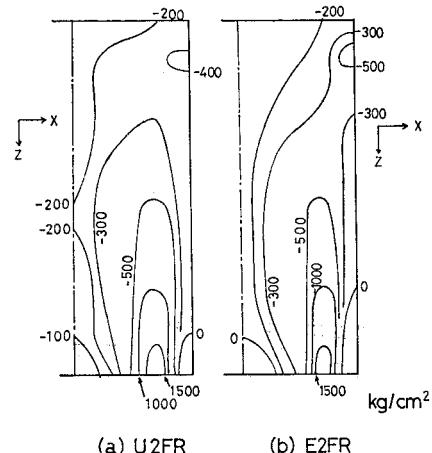
図-11 中間支承上のダイヤフラムの応力分布(モデルT3)

イヤフラム中央に向って斜め上方に拡がっているのは、長方形断面の場合と同様である。水平方向応力 σ_x は、ウェブと接している側辺沿いに引張応力が拡がり、支承付近では、 σ_z ほどではないにせよ、大きな応力値を示していることが、長方形断面の場合と異なっている。

また、台形断面では、I.D. であっても鈍角部に応力集中がみられ、 σ_z の分布の傾向は、I.D., S.D. とも同様となった。

d) リブつきダイヤフラムの応力分布

図-12(a), (b) は、等分布荷重を満載したモデル U2F, および反力のみを考えたモデル E2F の、S.D. の鉛直方向応力 σ_z の分布図である。これを見ると、両者とも、 σ_z の分布はほぼ同じとなっている。一方、図-13(a), (b) は、図-12 と同様なモデルにおいて、ダイヤフラムにリブがついた、モデル U2FR, E2FR の S.D. の σ_z の分布図である。この場合も、この 2つの応力分布はほぼ同じである。ここで示した図は、3. で述べた、桁長 10 m(2 @ 5 m) のモデルについての結果で

図-12 タイプEのダイヤフラムの σ_z の分布(リブなし)図-13 タイプEのダイヤフラムの σ_z の分布(リブつき)

あるが、桁の全体を想定した桁長 30 m(2 @ 15 m) の場合も、S.D. における応力分布は、図-12, 13 とほぼ同じになっている。したがって、このモデルでは、中間支承付近の桁中央部のみを取り出し、単純化した桁に、反力のみを集中荷重として作用させても、S.D. の応力は評価できるといえる。

次に、S.D. にリブのない図-12(b) のモデル E2F と、リブがついている図-13(b) のモデル E2FR を比較してみる。E2F では、 σ_z の分布の傾向は、タイプRの長方形断面桁や台形断面桁と同じく、応力の大きな領域が、支承部からダイヤフラム中央部に向け斜め上方に拡がっている。一方、リブつきのモデル E2FR では、当然のことながら、 σ_z はリブのない場合に比べ全体的に小さくなってしまい、また、比較的大きな応力の見られる範囲は、支点上のリブに沿って上方に伸びている。

次に、タイプEのモデルにつき、リブの剛度(断面積)をパラメーターとし、リブの面積比 δ を、図-4 で示した δ_s の 1/8, 1/4, 1/2, 2 倍, 3 倍, 4 倍とした場合の、ダイヤフラムの応力 σ_z の相違を調べてみる。

リブなしの場合 ($\delta=0$) から、 $\delta=1/2 \cdot \delta_s$ としたものまでは、 σ_z の分布の傾向は、いずれもほぼ同様となり、応力の大きな領域が、支点からダイヤフラムの中央部に向けて斜め上方に拡がっている。一方、面積比 δ を δ_s の 2~4 倍とした場合の σ_z の分布傾向は、 $\delta=\delta_s$ の場合とほぼ同様となった。ダイヤフラム全体を通じ、 δ が大きくなるに従って σ_z の値が減少するのは当然のことと考えられるが、ダイヤフラムの特定の点に注目して、リブの面積比 δ に応じた σ_z の変化を描くと、図-14 のようになる。これは、図-14(b) に示した ①~③ の各点における σ_z の値であり、そのうち ① は、その点におけるリブの応力である。これを見ると、 δ が増すに従い σ_z の減少は次第にゆるやかとなり、注目点にもよ

るが、リブの面積比 δ が δ_s の3~4倍程度で水平に近くなっている。

e) 支点の位置によるダイヤフラムの応力の影響

タイプEの箱桁において、中間支点がウェブの直下にあるモデル E 2 W, E 2 WR (図-15(a), (b)) と、支点がやや内側にある E 2 F, E 2 FR について比較してみる。

ダイヤフラムにリブがついていない場合は、支点が内側に寄っている E 2 F では、ダイヤフラムに極端な応

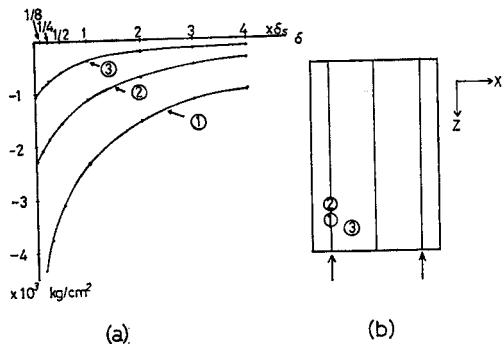


図-14 リブ剛度によるダイヤフラム応力 σ_z の変化

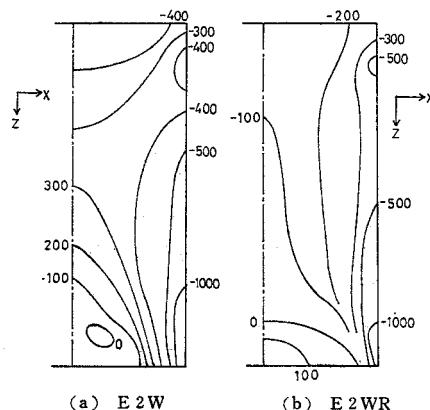


図-15 支点がウェブ直下にある場合のダイヤフラムの応力 σ_z の分布

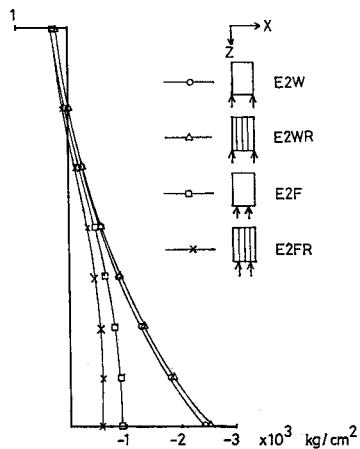
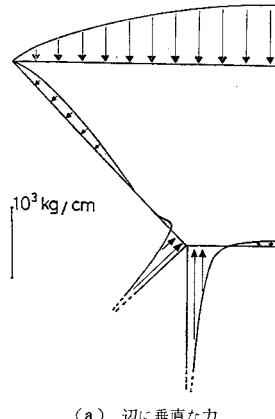


図-16 ウェブの応力 σ_z の分布

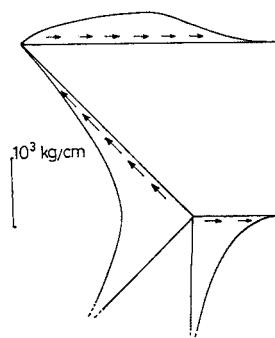
力集中がみられるのに対し、支点がウェブ直下にある E 2 W では、応力集中はさほど大きくなく、また、ダイヤフラム全体にわたって小さな応力を示している。リブがある場合には、この差は明瞭でないが、同様な傾向がみられる。これは E 2 W, E 2 WR では、反力がウェブにより支えられることによる当然の結果といえる。実際、この断面におけるウェブの鉛直方向応力 σ_z を見ると(図-16)、E 2 W, E 2 WR では大きな圧縮力が生じている。ダイヤフラムのリブの有無は、この σ_z にはほとんど影響しない。一方 E 2 F, E 2 FR では、ウェブの σ_z はかなり小さいうえに、リブの有無による差がはっきり認められる。

f) ダイヤフラムに作用する不静定力

本解析においては、2. で述べたとおり、箱桁とダイヤフラムの間の不静定力を求め、それを荷重として箱桁やダイヤフラムにかけて解析している。すなわち、ダイヤフラムは、不静定力に等しい荷重をうけるシャイベと考えることもできる。このダイヤフラムに作用する力が、あらかじめわかれば、ダイヤフラムは単独に解析できることになる。文献16)などでは、ダイヤフラムに作用する力としてウェブからのせん断力のみを考慮して、ダイヤフラムを単体として解析している。ここでは、モデル T 2, U 2 F, U 2 FR のダイヤフラムに対する不静



(a) 辺に垂直な力



(b) ウェブ・フランジからのせん断力

図-17 ウェブ・フランジからの不静定力 (モデルT2)

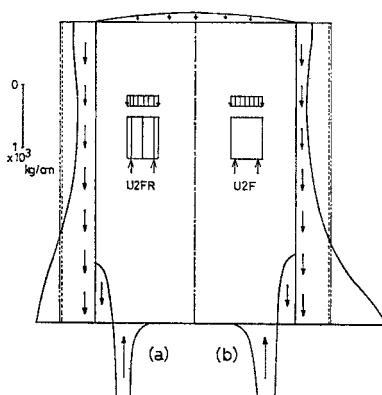


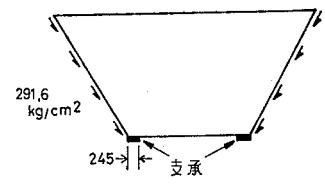
図-18 ウエブ・フランジからの不静定力
(タイプRの箱桁)

定力を示すとともに、台形断面桁のダイヤフラムの応力分布については、文献 16) と比較してみる。

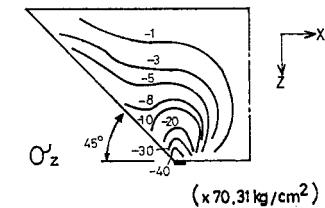
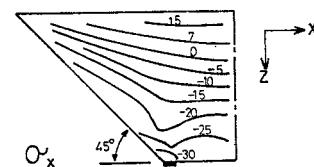
モデル T 2 の S.D. に対する不静定力は、図-17 のようになる。このモデルでは、上フランジに等分布荷重を満載しているため、ダイヤフラム上辺に圧縮力が作用している。支点付近で大きな力がみられ、側辺に作用する力も文献 16) と逆になっているのは、この図では支点反力の影響も含んでいるからである。一方、タイプ E のモデル U 2 F, U 2 FR について同様な図を描くと、図-18(a), (b) のようになる(図-18 では、鉛直方向の力のみ示してある)。このモデルの場合には、ウェブからの下向きのせん断力が、ダイヤフラム上辺の等分布荷重による圧縮力よりはるかに大きくなっている。これは、このモデルでは支点がウェブ直下ではなく、やや内側に寄った場所にあるためと考えられる。

図-18(a), (b)において、破線はこのダイヤフラム側辺に作用するせん断力の平均値を示しており、また、二点鎖線は支点反力をダイヤフラム側辺の長さで割った値である。これを見ると、モデル U 2 FR では、ダイヤフラム側辺に作用するせん断力を、これらの直線で近似しても、ダイヤフラムの応力はおおむね評価できると思われる。一方、ダイヤフラムにリブのないモデル U 2 F では、このせん断力は上部と下部の差が大きく、これらの直線での近似は若干の無理があろう。

次に、c) で得られたダイヤフラムの応力分布を、文献 16) の結果と比較する。文献 16) では、ダイヤフラムのみを取り出し、平面応力状態として扱っている。本解析に用いたモデルのうち、台形断面桁(モデル T 2, T 2S, T 3)は、寸法や板厚、材料定数は文献 16) のモデルに合わせてある。荷重は、文献 16) では、図-19 にあるようにダイヤフラム側辺に線荷重のように作用させている。これは、荷重はウェブからのせん断力としてダイヤフラムに作用する、としたものである。なお、文献



(a) モデル



(b) 結果

図-19 文献 16) のモデルおよび結果

16) と本解析とでは、荷重の条件が異なるため、分布の傾向についてのみ論ずる。文献 16) の結果を図-19 に示す。

モデル T 2S では、荷重状態が文献 16) と似ているため、ダイヤフラムの面内応力分布は、ほとんど同じ形となった。水平方向応力 σ_x は支点の近くで、鉛直方向応力 σ_z はダイヤフラム上部で、若干の相違が見られる程度である。

等分布荷重を満載した箱桁(モデル T 2, T 3)では、水平方向応力 σ_x の分布は、文献 16) とまったく異なっている。鉛直方向応力 σ_z についても、ダイヤフラム両端を中心異なる分布を示している。

g) 解析結果のまとめ

以上をまとめると、次のようになる。

箱桁のウェブ・フランジは、中間支承付近で大きな応力がみられる。また、フランジの応力は、端部と中央部での応力の差も大きくなっている。

タイプ R の長方形断面では、I.D. には大きな応力は発生しない。S.D. であっても、長方形断面では、大きな水平方向応力 σ_x は見られず、鉛直方向の圧縮応力が支配的である。また、I.D. の有無により、S.D. の応力分布には大きな違いは見られなかった。

台形断面桁においても、I.D. の有無は、S.D. に大きな影響を与えてはいない。したがって、本論文のような等分布荷重を満載したような場合には、中間ダイヤフラ

ムは、支承部の応力に対しては効果は少ないといえよう。ただし、ずり荷重のような荷重が作用する断面変形問題では、中間ダイヤフラムが重要であることは、文献2)などに示されている。

また、台形断面では、I.D.においても、鉛直方向応力 σ_z は部分的に大きな値がみられた。

ダイヤフラムにリブがつくことにより、ダイヤフラムの応力は当然小さくなるが、リブの剛度を変えた場合の結果からは、リブの面積比 δ を δ_s の3~4倍程度以上としても意味のないことがわかる。ダイヤフラムの応力そのものは、特異点の近傍をのぞくと、リブの面積比 δ が δ_s の1/2程度すでに小さくなっている。

支点がウェブ直下にある場合には、支点がやや内側に寄り、ダイヤフラムを直接支えるものよりもダイヤフラムの応力は当然小さくなっている。この場合には、ダイヤフラムのリブの有無に関係なくウェブに大きな圧縮力がみられ、ウェブに対する補剛材の必要性を示している。ただし、本論文におけるこのモデルでは、主としてダイヤフラムに注目しており、ウェブの補剛については考慮していない。

文献16)と本解析の結果を比較すると、荷重条件の似ているモデルT2Sは、ダイヤフラムの応力分布の傾向は、ほぼ一致した。したがって、図-3(b)のCase3のような荷重が作用する場合には、その荷重と等価なせん断力を、ダイヤフラムと同形の平面応力状態の板に作用させることにより、ダイヤフラムの応力を評価できるといえる。しかし、現実の構造物においては、図-3(b)のCase3のような荷重をうけることは、まれである。

本解析より得られた、等分布荷重満載の場合の台形断面桁のダイヤフラムの水平方向応力 σ_x は、文献16)の結果とは大きく異なっており、鉛直方向応力 σ_z についても、ダイヤフラム上半部を中心に異なる傾向をみせている。

ダイヤフラムのみを取り出して解析することは、解析が簡単になるなどの利点はあるが、この場合には、ダイヤフラムに作用する力は、ウェブからのせん断力のみでなく、現実に近い状態で解析することの必要性も検討すべきであろう。たとえば、等分布荷重を満載した台形断面桁・モデルT2の場合、ダイヤフラム上辺に大きな圧縮力が作用しており、ウェブからのせん断力のみを考慮しただけではダイヤフラムの応力は正しく評価できないと思われる。一方、同じく等分布荷重を満載したモデルU2FRでは、図-22で、二点鎖線で示した等分布せん断力をウェブに作用させることにより、ダイヤフラムの応力はおおむね評価できるといえよう。

この論文では、解析はすべて弾性・微小変形の範囲内で扱い、ダイヤフラムは平面応力状態にあるものとし

た。また、収束性の点からも、中間支承近傍の応力を把握することはできなかった。さらに、タイプEの箱桁では、数値解析のつごうで、ダイヤフラムの要素分割は支点付近でも粗くせざるを得ず、この意味で不完全な解析となったことは否めない。応力集中点付近の応力を算定するためには、弾性範囲外までを考慮した取扱いや、要素分割をさらに細かくするなどの工夫が必要となる。中間支承上のダイヤフラムも、大きな圧縮力をうけるので、面外変形や座屈までを考慮した解析がなされるべきであろう。

6. まとめ

FSMおよびFEMにより、特に、ダイヤフラムの応力状態などに注目して、連続箱桁を解析した。そして、ダイヤフラムの応力分布や、従来の研究ではあまり触れられていない、ダイヤフラムに作用する不静定力などを示した。

本論文では、モデルとしてごく簡単な一室箱桁を用い、荷重も等分布荷重満載、あるいは中間支点からの反力のみを考慮するなどの単純な場合のみを扱った。このような限られた範囲内の計算ではあるが、他の場合でも、ある程度はこれらの結果が間中支承部における箱桁等の応力状態を予測するための資料とすることができるものと思われる。

今後は、これ以外の種々の条件のもとでの解析をするとともに、実験などの比較も必要となろう。さらに、解析においても、弾性範囲外、あるいは座屈までを考慮した議論をすべきであろう。

本解析には、名古屋大学、および東京大学の大型計算機センターを利用したことを付記しておく。

参考文献

- 1) The Committee of Inquiry into Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges: Interim Design and Workmanship Rules, Her Majesty's Stationery Office, London (1973) (Merrison レポート、橋梁と基礎73-3~74-5などに、成岡ほかによる邦訳がある)。
- 2) 奥村敏恵・坂井藤一：箱型ばかりの断面変形と中間ダイヤフラムの影響、土木学会論文報告集、190号、pp. 23~36, 1971.6.
- 3) 奥村敏恵・坂井藤一：リブ付台形桁の断面変形挙動とダイヤフラムの効果、土木学会論文報告集、209号、pp. 1~14, 1973.11.
- 4) 坂井藤一・長井正嗣：鋼箱げた橋におけるダイヤフラム間隔の決定に関する一試案、関西道路協会々報、2, pp. 37~42, 1976.11.
- 5) 奥村敏恵・坂井藤一：薄肉平板より成る立体的構造物の静力学的解析に関する一方法とその応用、土木学会論文報告集、176号、pp. 43~59, 1970.4.
- 6) 大塚久哲・吉村虎蔵・彦坂 熙・藤津卓司：有限帶板法による中間隔壁をもつ曲線箱桁橋の解析、九大工学集報、

- 49.2, pp. 67~74, 1976.2.
- 7) Abdel-Samad, S.R. : Analysis of Multicell Box Girders with Diaphragms, Ph.D. Thesis, Univ. Illinois, 1967.
 - 8) Abdel-Samad, S.R., Write, R.N., and Robinson, A.R. : Analysis of Box Girders with Diaphragms, Proc. ASCE, 94, ST 10, pp. 2231~2256, 1968.
 - 9) Write, R.N., Abdel-Samad, S.R., and Robinson, A.R. : BEF Analogy for Analysis of Box Girders, Proc. ASCE, 94, ST 7, pp. 1719~1743, 1968.
 - 10) Djubek, J., and Balaz, I. : Box Shaped Girders, Int. Jour. Mech. Sci., 17, pp. 617~626, 1975.
 - 11) Chapman, J.C., Dowling, P.J., Lim, P.T.K., and Billington, C.J. : The Structural Behaviour of Steel and Concrete Box Girder Bridges, Structural Engineer, 49, pp. 111~120, 1971.
 - 12) Campbell-Allen, D., and Wedgewood, R.J.L. : Need for Diaphragm in Concrete Box Girders, Proc. ASCE, 97, ST 3, pp. 825~842, 1971.
 - 13) Sisodia, R.G., Ghali, A., and Cheung, Y.K. : Diaphragms in Single and Double-Cell Box Bridge with Varing Angle of Skew, J. ACI, pp. 415~419, 1972.
 - 14) Rabizadeh, R.O., and Shore, S. : Dynamic Analysis of Curved Box-Girder Bridges, Proc. ASCE, 101, ST 9, pp. 1899~1912, 1975.
 - 15) Lees, A.W., Thomas, D.L., and Wilson, R.R. : Analysis of Vibration of Box Beams, Jour. Sound Vib., 45, pp. 559~568, 1976.
 - 16) Rockey, K.C., and El-Gaaly, M.A. : Stability of Load Bearing Trapezoidal Diaphragms, Publ. IABSE, 32-II, pp. 155~172, 1972.
 - 17) El-Gaaly, M.A. : Stability of Orthogonally Stiffened Load Bearing Trapezoidal Diaphragms, Publ. IABSE, 34-II, pp. 73~89, 1974.
 - 18) Dowling, P.J. and Loe, J.A. : The Behaviour up to Collapse of Load Bearing Diaphragms in Rectangular and Trapezoid Stiffened Steel Box Girders, Steel Box Girder Bridges, pp. 95~117, proceedings of the International Conference Organized by ICE, London, 13-14, Feb., 1973.
 - 19) 中村秀治 : 断面変形を考慮した薄肉ばりの振動解析, 土木学会論文報告集, 223 号, pp. 11~22, 1974.3.
 - 20) 坂井藤一・中村秀治 : 薄肉曲線ばりの板殻構造としての一解析法, 土木学会論文報告集, 235 号, pp. 41~54, 1975.3.
 - 21) 清水 茂・吉田俊弥・梶田建夫 : ダイヤフラムを有する箱桁の挙動について, 土木学会中部支部研究発表会概要集, pp. 11~12, 1977.
 - 22) Cheung, Y.K. : Folded Plate Structures by Finite Strip Method, Proc. ASCE, 95, ST 12, pp. 2963~2979, 1969.
 - 23) 坂井藤一・長井正嗣, 佐野信一郎 : ブロック有限要素法による薄肉箱げたの立体解析, 土木学会論文報告集, 255 号, pp. 17~29, 1976.11.
 - 24) 坂井藤一・長井正嗣 : 鋼箱桁橋の中間ダイアフラム設計法に関する一試案, 土木学会論文報告集, 261 号, pp. 21~34, 1977.5.
 - 25) 大塚久哲・吉村虎蔵・彦坂 照・平田勝啓 : 床版と桁の偏心結合を考慮した曲線桁橋の解析, 土木学会論文報告集, 259 号, pp. 11~23, 1977.3.
 - 26) Priestley, M.J.N. : Testing a Single Cell Box-Girder Model, Road Research Unit Bulletin, No. 25, National Road Board, New Zealand 1974.
 - 27) Hirashima, M., Yajima, S. : Beitrag zur Brechnungen von Querschotten in Hohlkastenträgern, Proc. JSCE, No. 264, pp. 113~123, 1977.8.
 - 28) 大塚久哲・吉村虎蔵・彦坂 照 : 曲線箱桁における中間隔壁の補剛効果, 橋梁と基礎, 78-1, pp. 39~42, 78-2, pp. 40~43, 1978.
 - 29) Puthli, R.S., Crisfield, M.A. : The Strength of Stiffened Box Girder Diaphragms, T.R.R.L. Supplementary Report 353, Structural Department, Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, Berkshire, 1977.

(1977.7.20・受付)