土木学会論文報告集
第 275 号・1978 年 7 月

繰り返しせん断による砂の体積変化と過剰間隙水圧

VOLUME CHANGE AND EXCESS PORE PRESSURE IN SANDS UNDER REPEATED SHEAR STRESS

八　木　則　男*
By Norio YAGI

1. まえがき

物体が応力変化を受けると，形状変形と体積変化が生ずる．物体が土の場合，前者はせん断応力またはせん断応力と有効垂直応力の比が変化したとき生じ，後者には有効垂直応力の変化によるものと形状変化に伴うものとがある．形状変形に伴う体積変化をダイレイタンシーとよんでいる．ダイレイタンシーは土以外の物体にも生ずるが，土のような粒状体の集合体にはこの現象が顕著である．

ダイレイタンシーは同じ土であっても，土の密度や応力レベルの関数となる．砂質土の場合，間隙比が小さければ（密度は大きい），ダイレイタンシーは膨張となり，大きければ圧縮となる．しかし，砂質土に正負両方向への繰り返しせん断応力が作用すると，かなり密な砂でも圧縮の体積変化が残留する．これは砂を箱に入れ横方向に揺ると砂が密になる現象でもわかる．したがって，基礎地盤に繰り返しせん断応力が作用する場合は静的応力だけを考えた場合より大きな沈下が予想される．また，飽和した砂地盤に短時間に数多くの繰り返しせん断応力が作用するときは，砂の透水係数が大きくても，短時間には水が脱出して体積変化を生じにくいから，過剰間隙水圧が生ずる．このため有効応力が減少して支持力の減少，ついには液状化現象を生ずることになる．

液状化現象は新潟地震をはじめ多くの地震で経験するところであるが，この現象に関する研究はここ 10 年あまりのうちに数多くなされ多大の成果をあげた．ここではその代表的な参考文献のみを記すことにする[1)~9)]．しかし，このような多数の研究にもかかわらず，確固たる液状化の判定法が確立されないまま今日に至っている．これらの研究成果に基づく多くの液状化の判定方法は次のようである．三軸試験機や単純せん断試験機等によって非排水の繰り返し試験を行って，初期液状化（急にせん断ひずみ振幅が大きくなるところ，またはせん断応力が破壊線に接するところ），または完全液状化（有効応力がほとんど零になる場合）に至るまでの繰り返し回数 n_l と応力比 τ_{ap}/σ_c（τ_{ap}：せん断応力振幅，σ_c：初期圧密応力）の関係を種々の砂の密度に対して求めておく．次に実際の現地盤における地震によるせん断応力振幅，地盤の密度，深さといった条件と上記の試験結果を比較して判定しようとするものである．

上記の液状化の判定法では次の問題が残っているように思われる．① 液状化に至るまでに発生する過剰間隙水圧を推定すること，② 地震のようなランダムなせん断応力波が作用する場合の解析がなされないこと，などである．特に①については液状化に至らなくとも過剰水圧の発生による有効応力の減少に伴う支持力の低下や過剰水圧の消散による地盤の沈下を推定することが重要であると思われる．

本文では繰り返しせん断応力が砂地盤に作用する場合に発生する過剰間隙水圧の問題を土質力学的見地より把握し，上記の問題点の取扱い方も含めて，砂地盤の液状化の判定法，繰り返しせん断による過剰水圧の推定法などについて記述するものである．

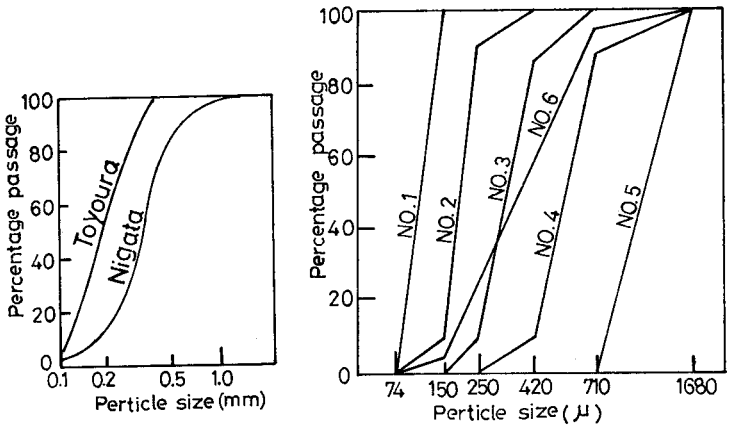
2. 繰り返しせん断による砂の体積変化

繰り返しせん断応力が作用したとき発生する過剰間隙水圧や液状化は砂のダイレイタンシー特性がその原因であることは 1. で述べた．ゆえに，繰り返しせん断応力が作用したときの過剰間隙水圧の推定法を示すに先だち，その応力が作用したときの砂のダイレイタンシー特性を究明する必要がある．この項では，三軸試験機および単純せん断試験機によるこれらの特性について実験的に求めた結果を示す．

（1） 試料，実験装置，実験条件

実験に使用した砂試料は新潟市内で採取した新潟砂，

* 正会員　工博　金沢大学助教授　工学部土木工学科



（a） 豊浦砂，新潟砂　　（b） 人 工 砂

図—1 砂の粒度分布曲線

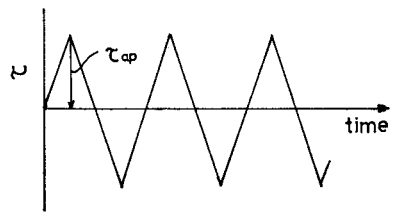
表—1 砂の諸物性

試　料	比　重 G_s	平均粒径 D_{50} (μ)	均等係数 U_c	最大間隙比 e_{max}	最小間隙比 e_{min}
豊浦砂	2.59	190	1.7		
新潟砂	2.67	325	1.9	1.007	0.590
No. 1	2.96	105	1.3	1.095	0.714
No. 2	2.74	200	1.4	1.014	0.662
No. 3	2.66	330	1.4	0.964	0.660
No. 4	2.67	550	1.4	0.930	0.650
No. 5	2.60	1 200	1.5	0.846	0.633
No. 6	2.70	320	2.0	0.924	0.637

豊浦標準砂，人工的に粒度配合した人工砂で，人工砂は No. 1 から No. 6 までの6種類である．それらの諸物性は 図—1 (a), (b) と 表—1 に示されている．

繰り返しせん断試験に使用した試験機は N.G.I. 型の単純せん断試験機と三軸試験機である．三軸試験機は上部載荷板とピストンをねじで連結し，エキステンション試験も可能にした．前者の供試体の寸法は直径 8.0 cm，高さ約 2 cm で円板形，後者のそれは直径 3.57 cm，高さ約 8 cm の円柱形である．変位の測定は 1/100 mm 精度のダイヤゲージで，三軸試験における体積変化は飽和砂からの水の出入を 0.02 cm³ 目盛のビューレットで，力はプルーブリングまたはロードセルで測定した．

応力制御によって繰り返しせん断試験を行った．せん断応力 τ の波形は 図—2 に示すように三角波形で，その周期は 2～3 分である．τ の波形の片振幅の値を τ_{ap} とする．このように周期を比較的大きくとると排水は完全に行われると思われる．三軸試験ではせん断応力による体積変化だけを得るために有効平均垂直応力 σ_m' を一定にした．単純せん断試験では，乾燥状態の新潟砂，豊浦砂に対し，三軸試験では人工砂に対し，種々の垂直応力または有効平均垂直応力および種々の相対密度 D_r のもとで行った．



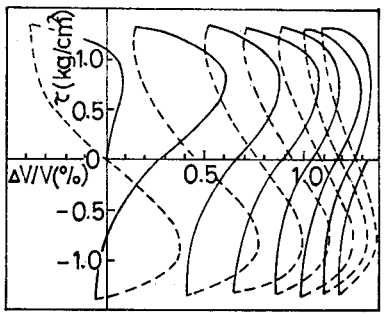
図—2 せん断応力波形

（2） 実験結果の解析と考察

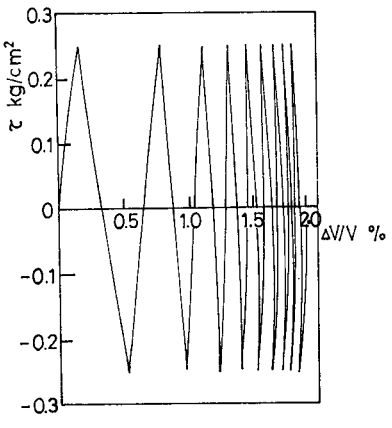
a） せん断応力，せん断ひずみと体積変化の関係

ここでは繰り返し単純せん断試験から得られた せん断応力 τ，せん断ひずみ γ と体積変化 ($\Delta V/V$) の関係を述べる．なお，($\Delta V/V$) は，繰り返しせん断の場合，密な砂においても圧縮の方向に進むので，圧縮を正とする．

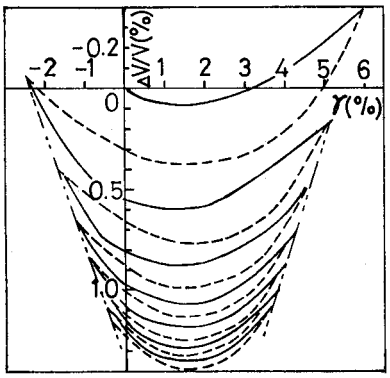
比較的密な豊浦砂に 比較的大きな応力比 τ_{ap}/σ' (σ'：有効垂直応力) を与えたときの τ と ($\Delta V/V$) の関係を 図—3 に示す．密な砂に 比較的大きな τ_{ap} を与えた場合は τ の絶対値の 増加過程では 体積圧縮と膨張の過程が存在し，τ の絶体値の減少過程では圧縮だけが生じて



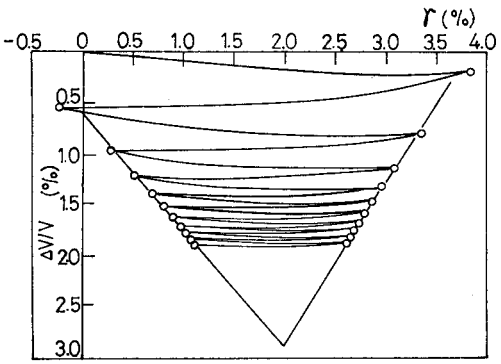
図—3 せん断応力～体積変化曲線（豊浦砂）



図—4 せん断応力～体積変化曲線（新潟砂）



図—5　せん断ひずみ～体積変化曲線（豊浦砂）



図—6　せん断ひずみ～体積変化曲線（新潟砂）

いる．そして $\tau=0$ における残留体積変化を $(\Delta V/V)_{dR}$ とすると $(\Delta V/V)_{dR}$ はかなり密な砂であっても圧縮になる．一方，比較的ゆるい新潟砂にあまり大きくない τ_{ap}/σ' を作用させると $\tau\sim(\Delta V/V)$ の関係は図—4のようになり τ の絶対値の増加，減少過程とも体積変化は圧縮である．したがって，砂に繰り返しせん断を与えると，砂が密であってもゆるくても，また，τ_{ap}/σ' が大きくても小さくても残留体積変化 $(\Delta V/V)_{dR}$ は圧縮となり，繰り返し回数 N の増加とともに累積されていく．ただし，1サイクル当りの $(\Delta V/V)_{dR}$ の増加量は N の増加とともに減少する．N と $(\Delta V/V)_{dR}$ の関係は次項で示す．

次に，せん断ひずみ γ と体積変化 $(\Delta V/V)$ の関係を図—5と図—6に示す．図—5は図—3に，図—6は図—4に対応している．これらの図でせん断ひずみ振幅 γ_{ap} は繰り返し回数とともに減少している様子がよくわかる．そして，図—5と図—6の曲線の左右両端の点は近似的におのおの1つの直線上にあると思われる．これは他のデータについても同様であった．この両直線の交点までは，繰り返し回数を無限大にしても，体積変化は進まないと予想される．この交点よりもっと体積変化の小さいところで，N が大きくなれば，繰り返しせん断を与えても一つのループ上を往復すると思われる．

b)　繰り返し回数と残留体積変化の関係

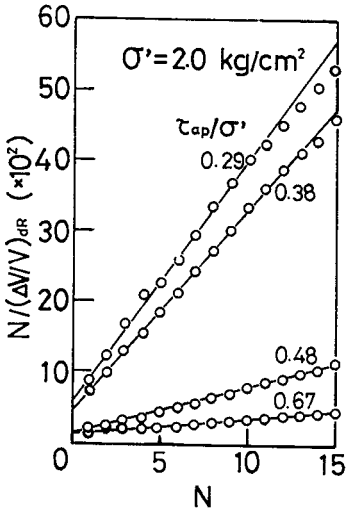
前項で示したように繰り返しせん断における残留体積変化 $(\Delta V/V)_{dR}$ は圧縮の方向に繰り返し回数 N の増加とともに増大する．N を無限大にしても $(\Delta V/V)_{dR}$ は有限の値となる．このような現象をよく表現する式として次式で示される双曲線がある．

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{dR}&=\frac{N}{a_s+b_sN}\\ \frac{N}{(\Delta V/V)_{dR}}&=a_s+b_sN\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

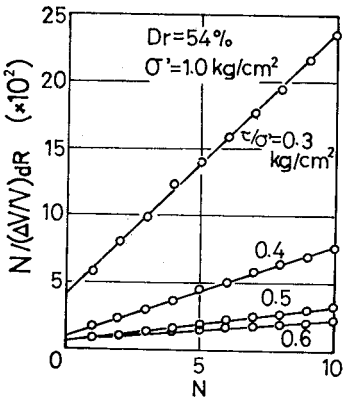
a_s, b_s は定数である．

この式と同形の式が締固めにおける転圧回数と沈下量の関係を示すのに有効であることが示され[10]，また，一方向の繰り返しせん断における繰り返し回数と残留せん断ひずみの関係が式 (1) で示されることが村山[11]により理論的に導かれている．

式 (1) の妥当性を調べるために，単純せん断による豊浦砂および新潟砂についての実験結果の数例を N と $N/(\Delta V/V)_{dR}$ の関係で示したのが図—7，8である．両者の関係は直線で表わされ繰り返しせん断における繰り返し回数と残留体積変化の関係は式 (1) で十分近似しうることがわかる．ただ砂が密で，τ_{ap}/σ' が小さい場合で残留体積変化の小さいときはばらつきが目立つが，これは測定装置の精度が一つの原因と考えられる．N がかなり大きいときの $(\Delta V/V)_{dR}$ を実験的に求めることは困難であるので，$N\to\infty$ に至るまで式 (1) が



図—7　繰り返し回数と残留体積変化の関係（豊浦砂）



図—8　繰り返し回数と残留体積変化の関係（新潟砂）

成立すると仮定する．式 (1) において $N\rightarrow\infty$ にしたときの残留体積変化 $(\Delta V/V)_{dRN\rightarrow\infty}$ は次式のようになる．

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{dRN\rightarrow\infty}=\frac{1}{b_s} \quad \cdots\cdots(2)$$

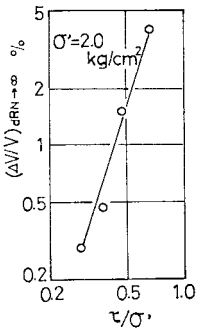
b_s は 図—**7**, **8** の直線の勾配であるから，式 (2) より $N\rightarrow\infty$ における残留体積変化を計算から推定することができる．実験は新潟砂に対しては種々の相対密度 D_r，σ', τ_{ap} のもとで行った．それでおのおのについて$(\Delta V/V)_{dRN\rightarrow\infty}$ を計算し他のデータとともに総括したのが **表—2, 3** である．ここで D_r はおのおのの試験において有効垂直応力を作用させ供試体圧縮された後の間隙比から計算したものである．また，表には 図—**5, 6** の両直線の交点に相当する体積変化も示してある．この体積変化は当然ながら式 (2) のそれより大きくなっており（2つ例外はあるが），N を十分に大きく繰り返しても，図—**5, 6** の両直線の交点より小さなところで体積変化は進行しなくなることがわかる．これらの表より $(\Delta V/V)_{dRN\text{-}\infty}$ すなわち式 (1) の b_s は τ_{ap}/σ', σ', D_r 等の関数となることがわかる．一方，a_s は繰り返し初期の体積変化に大きく影響される．したがって，D_r は同じであっても，供試体の作成条件等の影響を受け，諸要素との関係を明確にするのが困難である．傾向としては b_s が大きければ a_s も大きくなっている．b_s と諸要素

表—2　豊浦砂の実験結果

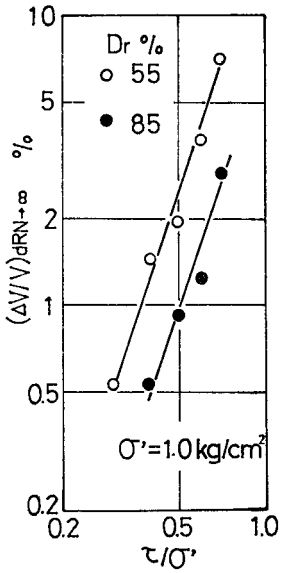
σ' (kg/cm²)	τ_{ap}/σ'	D_r	$1/b_s$ (%)	γ-$\Delta V/V$ 関係の交点の $\Delta V/V$ (%)
2.0	0.29	78	0.29	0.32
2.0	0.38	83	0.35	0.40
2.0	0.48	80	1.50	1.56
2.0	0.77	80	4.0	4.40

表—3　新潟砂の実験結果

σ' (kg/cm²)	τ_{ap}/σ'	D_r	$1/b_s$ (%)	γ-$\Delta V/V$ 関係の交点の $\Delta V/V$ (%)
0.5	0.3	51	0.43	0.52
0.5	0.5	40	2.5	2.86
1.0	0.3	65	0.40	0.46
1.0	0.3	55	0.53	0.89
1.0	0.4	81	0.53	0.71
1.0	0.4	51	1.49	1.98
1.0	0.5	85	0.94	1.22
1.0	0.5	72	1.12	1.40
1.0	0.5	55	2.25	2.23
1.0	0.6	85	1.25	1.59
1.0	0.6	57	3.70	4.30
1.0	0.7	85	2.90	3.60
1.0	0.7	58	7.10	6.63
1.5	0.3	58	0.65	1.02
1.5	0.5	65	2.27	2.96
2.0	0.3	60	0.83	0.96
2.0	0.3	52	1.04	1.51
2.0	0.5	80	3.10	3.30



図—9　応力比と残留体積変化 ($N\rightarrow\infty$) の関係（豊浦砂）



図—10　応力比と残留体積変化 ($N\rightarrow\infty$) の関係（新潟砂）

の関係については次項で述べる．

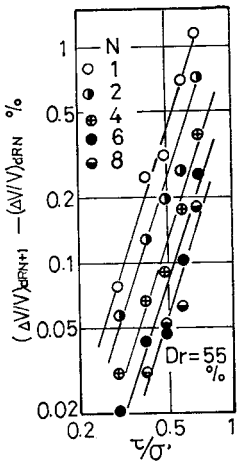
c)　応力比 τ_{ap}/σ' と残留体積変化の関係

砂のような摩擦物体ではそのせん断特性を表わすのにせん断応力を有効垂直応力で割った応力比 τ_{ap}/σ' を用いたほうが便利なことが多い．表—**3** からもわかるように，τ_{ap}/σ' が増加すれば急激に $(\Delta V/V)_{dR}$ も増加していることがわかるので，両者の関係を両対数紙上に D_r をパラメーターにして 図—**9, 10** に示した．ただし，残留体積変化として式 (2) より推定した $(\Delta V/V)_{dRN\rightarrow\infty}$ を用いた．これらの図より σ' と D_r が同じであれば，$(\Delta V/V)_{dRN\rightarrow\infty}$ と (τ_{ap}/σ') の関係は両対数紙上で直線であり，その勾配は，σ' や D_r の値が異なっても，3 に近いことがわかる．ゆえに，$(\Delta V/V)_{dRN\rightarrow\infty}$ と τ_{ap}/σ' の関係を次式のように表わしてもよいであろう．

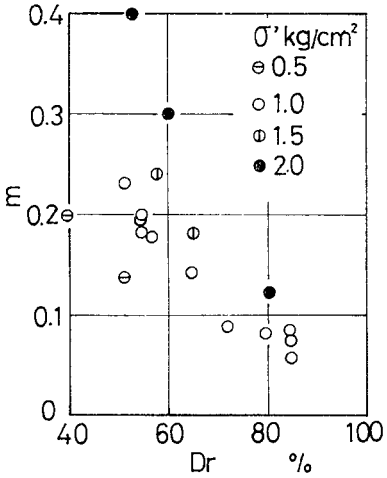
$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{dRN\rightarrow\infty}=\frac{1}{b_s}=m\left(\frac{\tau_{ap}}{\sigma'}\right)^3 \quad \cdots\cdots(3)$$

ここに，m は定数で σ' と D_r の関数となる．

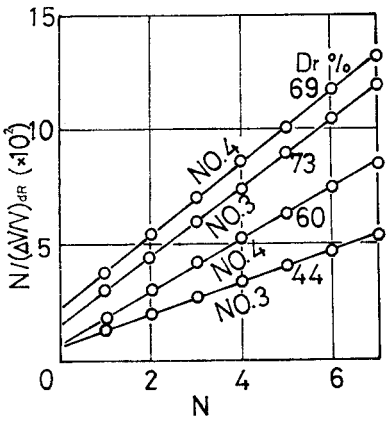
また，$N\rightarrow\infty$ に至る過程で式 (3) が成立するかを調べるために，繰り返し回数 N 回目と $N+1$ 回目の間に生じた残留体積変化の増分 $(\Delta V/V)_{dRN+1}-(\Delta V/V)_{dRN}$ と (τ_{ap}/σ') の関係を両対数紙上で示すと 図—**11** である．これら



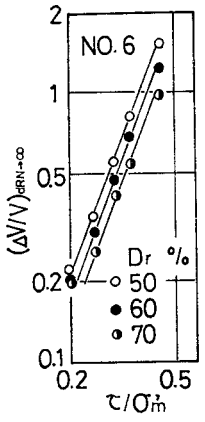
図—11　応力比と1サイクル中の残留体積変化の増分との関係（新潟砂）



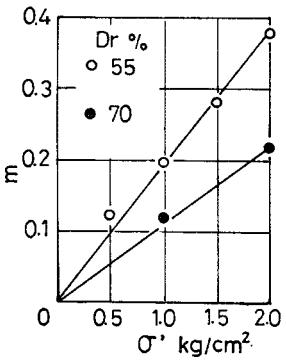
図—12　式 (3) の m と相対密度の関係（新潟砂）



図—14　繰り返し回数と残留体積変化の関係



図—15　応力比と残留体積変化（$N\to\infty$）の関係



図—13　式 (3) の m と有効応力の関係（新潟砂）

も直線関係で勾配が3であるから任意の繰り返し回数 N における残留体積変化 $(\Delta V/V)_{dRN}$ と (τ_{ap}/σ') の関係は式 (1) を用いて次のように書ける．

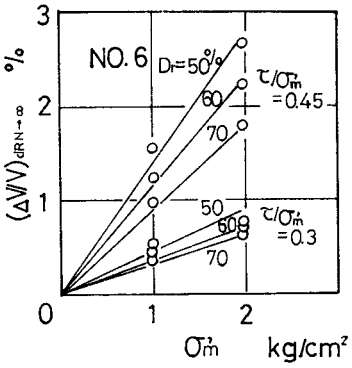
$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{dRN}=m'\frac{N}{a_s+b_sN}\left(\frac{\tau_{ap}}{\sigma'}\right)^3 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

ここに，$m'=b_s\cdot m$ である．

したがって，定数 m が D_r や σ' に対して得られると，$(\Delta V/V)_{dRN}$ が計算できるので，m と D_r, σ' の関係を示すと 図—12, 13 のようになる．図—13 では種々の σ' に対し同じ D_r のもとで実験結果がなかったので，図—12 により推定した点もある．Silver & Seed[12] はこれと同じ実験を行っているが，その実験結果を上記のプロットすれば，同様な結果が推察できる．

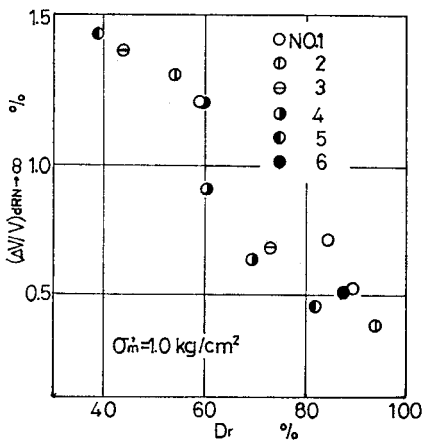
d)　残留体積変化に及ぼす砂の粒径の影響

この項では残留体積変化 $(\Delta V/V)_{dR}$ に及ぼす砂粒径の影響を調べるために，三軸試験機によって排水の繰り返しせん断を行い，また，三軸試験においても単純せん断の結果と同じであるかを合せて調べた．三軸試験では有効平均主応力 σ_m' を一定にして試験を行い，単純せん断の σ' の代りに σ_m' を用いている．三軸試験においても繰り返しせん断による体積変化の挙動は単純せん断とまったく同様である．三軸試験では σ_m' を一定にするため側圧の変化による mambrane misfit が含まれ真の体積変化とならない．しかし，$\tau=0$ における残留体積変化だけに着目する場合は σ_m' は初期の等方圧密時と同じになり上記の誤りを考える必要はない．$(\Delta V/V)_{dR}$ について三軸試験の結果を調べると，式 (1) が成立することが 図—14 で，式 (3) の成立が 図—15 で示されている．また，図—13 に対応するのが 図—16 である．ゆえに，三軸試験によっても単純試験と定性的に同様の結果を得る．しかし，応力状態の違いにより定量的な比較は困難である．



図—16　残留体積変化に及ぼす有効平均主応力の影響

次に粒径の影響を調べるために $(\Delta V/V)_{dRN\to\infty}$ と



図—17　相対密度と残留体積変化の関係

D_r の関係と No. 1～No. 6 の砂に対して示したのが図—17 である．これによると，同じ D_r および σ_m' のもとでは粒径が小さいほど，また，粒度配合がよいほどやや大きな体積変化を生ずるがその差は顕著ではない．これは粒径の影響というより，石原[13]らによって示されているように，最大間隙比と最小間隙比の差によるものであろう．

3. 繰り返しせん断による砂中の過剰間隙水圧

（1） 繰り返しせん断による砂中の過剰間隙水圧の計算式

前述のように土の体積変化には有効垂直応力の変化によるものとせん断応力の変化によるものがある．繰り返しせん断を砂に与えるとせん断応力による体積変化が圧縮として残留する．飽和砂が非排水状態で繰り返しせん断を受けると，体積変化は近似的に零と考えてよいから，上記の圧縮量は有効垂直応力の減少による体積膨張量と等しくなる．全応力が変らないとすると有効垂直応力の変化量 $\Delta\sigma'$ は過剰間隙水圧の変化量 Δu と等しくなる．いま，繰り返しせん断応力の1サイクル中に生ずる $(\Delta V/V)_{dR}$ の増分を $\Delta(\Delta V/V)_{dR}$，そのときの非排水状態での有効応力の変化量 $\Delta\sigma'$，過剰間隙水圧の増分 $\Delta u_{dR}'$ とすると次式が書ける．

$$\Delta\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{dR}=-m_s\Delta\sigma_m'=m_s\Delta u_{dR}' \quad \cdots\cdots(5)$$

ここに，m_s は砂の体積膨張係数，$\Delta\sigma_m'$, Δu_{dR} は圧縮を正とする．

$\Delta(\Delta V/V)_{dR}$ は図—11 の縦軸に相当しているから $(\tau_{ap}/\sigma')^3$ に比例している．ゆえに，

$$\Delta\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{dR}=m_1\left(\frac{\tau_{ap}}{\sigma'}\right)^3 \quad \cdots\cdots(6)$$

と表わされ，m_1 は定数である．m_1 は式 (3) の m に相当しており，m は図—13 から同じ D_r では σ' と原点を通る直線関係にあると仮定してもよいと思われるので，

$$m_1=m_2\sigma' \quad \cdots\cdots(7)$$

と仮定する．

次に m_s についての資料を得るために数多くの1次元圧縮試験を行った．その結果，任意の有効応力から除荷した時の体積膨張量 $(\Delta V/V)_s$ と有効応力 σ' の関係を調べると σ' を対数とする片対数紙上で直線関数が得られた（ここにはデータは示されていない）．すなわち，

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_s=c_s\log\sigma' \quad \cdots\cdots(8)$$

c_s は膨張指数，ゆえに接線膨張係数 m_s は，

$$m_s=\frac{d(\Delta V/V)_s}{d\sigma'}=c_s\left(\frac{1}{\sigma'}\right) \quad \cdots\cdots(9)$$

となる．

式 (5) に式 (6), (7), (9) を代入すると $\Delta u_{dR}'$ に関する次式を得る．

$$\left.\begin{aligned}\Delta u_{dR}'&=\frac{m_2}{c_s}\sigma^2\left(\frac{\tau_{ap}}{\sigma'}\right)^3\\ \frac{\Delta u_{dR}'}{\sigma'^2}&=k\cdot\left(\frac{\tau_{ap}}{\sigma'}\right)^3\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(10)$$

ここに，定数 $k=m_2/c_s$ であり，相対密度 D_r の関数で非排水の繰り返しせん断試験より求めることができる．$\Delta u_{dR}'$ は繰り返しせん断応力の任意の1サイクル中での過剰間隙水圧の増分と考えてよいから，それを最初のサイクルより計算し合計すれば，過剰水圧の発生過程も追跡できる．したがって，液状化以前の過剰水圧が推定でき，それに伴う支持力の低下やその消散による沈下計算が可能である．以下に式 (10) の妥当性を非排水三軸試験で検討する．

（2） 実験装置・試料・実験条件

試験機は 2.(1) に示した三軸試験機でビューレットを通じて back pressure を供試体に与えることを可能にし，ストレンゲージタイプの水圧計をつけた．したがって，back pressure を作用させたまま過剰水圧の消散による体積変化の測定が可能である．

試料は 2.(1) に示した新潟砂がおもで，人工砂についても試みたが後述の理由により信頼しうる結果が得られなかった．供試体は飽和しており，間隙水圧係数 B の値は 0.97 以上である．

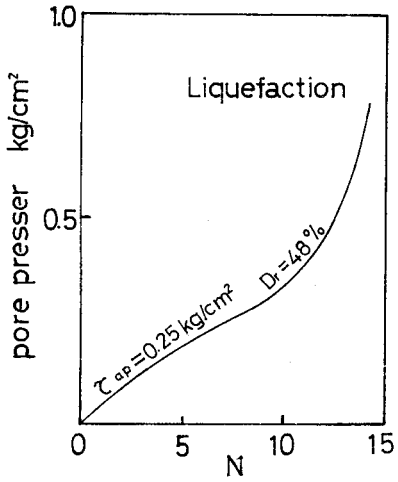
繰り返しせん断中側圧 σ_r は 2.0 kg/cm² を一定とし，初期等方圧密圧力 $\sigma_c=1.0$ kg/cm², back pressure 1.0 kg/cm² のもとで種々の D_r, τ_{ap} に対し試験を行った．なお，周期は1分で，波形は図—2 と同じである．繰り返しせん断中，全平均主応力 σ_m の増減はあるがこれによる間隙水圧は $\tau=0$ においては残留しないと思われる．Δu_{dR}, σ'（三軸であるので σ_m' とした）はすべて $\tau=0$ における値を採用した．

（3） 実験結果の解析と考察

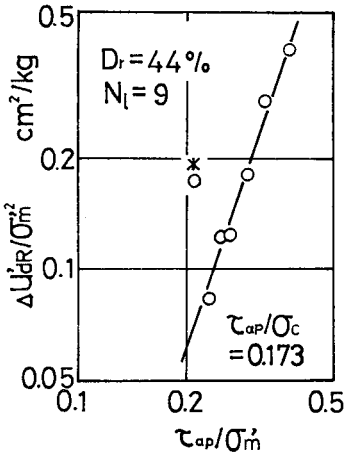
a) 残留過剰間隙水圧の計算式の検証と定数 k の値

図—18 は繰り返し回数 N に伴う残留間隙水圧 Δu_{dR}（これは1サイクル当りの水圧増分 $\Delta u_{dR}'$ ではない）増加を示す一実験結果である．形としては従来発表されているものと同じである．

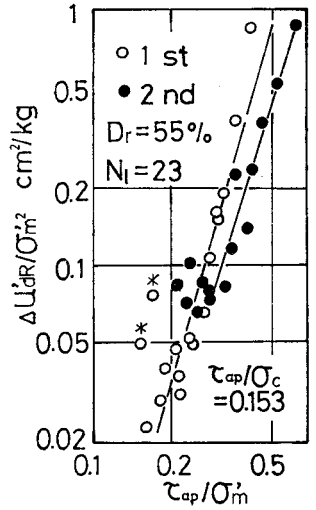
次にせん断応力の1サイクル間に発生する間隙水圧 $\Delta u_{dR}'$ を求め，τ_{ap}/σ_n' と $\Delta u_{dR}'/\sigma_n'^2$ の関係を両対数紙上に示したのが図—19～22 である．図—19, 20 では τ_{ap} は一定の定常波であり，図—21 では τ_{ap} として 0.102, 0.102, 0.153 kg/cm² の組合せを繰り返し与えた．図—21 では図—23 に示す Idriss と Seed[14] がタフト



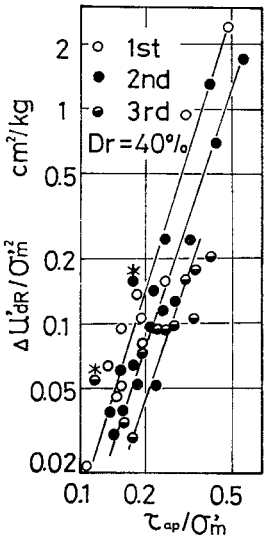
図—18　繰り返しせん断による飽和砂中の過剰間隙水圧の増加（実験値）



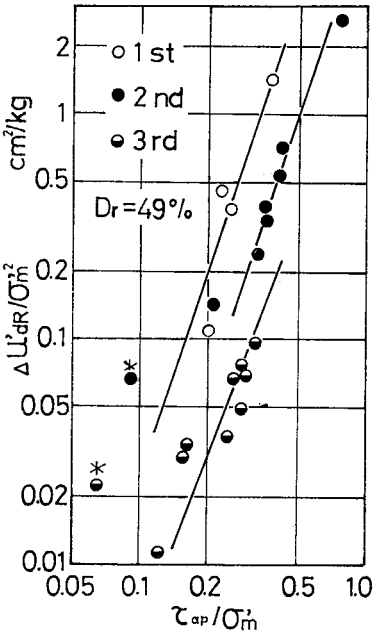
図—19　τ_{ap} が一定の規則波の場合の $\Delta u_{dR}'/\sigma_m'^2$ と τ_{ap}/σ_m' の関係



図—20　τ_{ap} が一定の規則波の場合の $\Delta u_{dR}'/\sigma_m'^2$ と τ_{ap}/σ_m' の関係



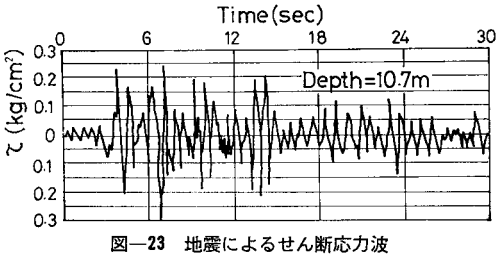
図—21　τ_{ap} が異なる場合の $\Delta u_{dR}'/\sigma_m'^2$ と τ_{ap}/σ_m' の関係



図—22　不規則なせん断波の場合の $\Delta u'_{dR}/\sigma_m^2$ と τ_{ap}/σ_m' の関係

の1つのサイクルにおいて 図—24 で示すように正負両側のせん断応力の絶対値の大きさは，図—23 の正負両側の波の高さを平均して実線から点線のように上下の波の高さを同じにしたものである．また，σ_m' として各サイクルのはじめの $\tau=0$ のときの値を用いた．図中の σ_c は初期の圧密圧力，N_l は 1st の試験で完全液状化に達したときの繰り返し回数であり，1st, 2nd 等は同じ供試体での第1回目，第2回目等の繰り返し試験を意味している．すなわち，2nd は 1st で液状化した砂の過剰間隙水圧を消散させ圧縮したのち，再び非排水状態にして繰り返しせん断を行ったものである．図中の D_r は 1st の試験のときの状態である．

図—19～22 をみるとばらつきがあるが，ほぼ勾配が3の直線関係を示しているので，式(10)が妥当であろうと思われる．また，式 (10) が不規則波に対しても有効であることが示された．ばらつきは特に $\Delta u_{dR}'/\sigma_m^2$ の小さいところで大きいが，一つは測定器の精度上の問題，すなわち値の小さいところでは対数目盛に測定器の精度が追従しないからである．しかし，特に直線からの離れの大きい＊印のつけた点は N が1または2に相当する点であり，これはせん断応力の履歴と式 (10) の c_s の値が問題となっている．すなわち，N が1または2ではせん断応力の履歴が少ないため，その履歴に対応する粒子配列に至るまでの過程にあるので $N>3$ と挙動がやや異なり，式 (4) で予想される体積変化よりやや大



図—23　地震によるせん断応力波

地震の波形を新潟地盤に適用して計算した深さ 10.7 m におけるせん断応力波を与えた．ただし，ランダムな波

きくなる．次に c_s は除荷直後のわずかの応力範囲でやや小さくなることが多くの1次元圧縮試験からわかった．したがって，N が1または2では式（10）で推定される $\Delta u_{dR}'$ より大きくなることが予想される．

図—19～22 の $\tau_{ap}/\sigma_m'=1$ における $\Delta u_{dR}'/\sigma_m'^2$ の値は式（10）の k の値である．他のデータも加えて k と D_r の関係を示すと 図—25 のようになる．この関係はばらつきはあるものの一つの曲線上にあると考えてよく，τ_{ap} の大きさや不規則性，図—20 等の 1st, 2nd には無関係である．したがって，式（10）を用いれば D_r が得られると繰り返しせん断による過剰水圧が計算できることになる．Finn[15] らによれば一度液状化を起こした砂はより液状化を起こしやすい状態になっていると報告しているが，図—25 から液状化後の再圧密により D_r が大きくなるので，液状化が起こりにくい状態になっているといえる．しかし，繰り返しせん断による間隙水圧は D_r だけでなく供試体の状態に敏感であり，供試体の作り方，供試体の突き固め方等の影響を受けるため上記の点については明言できない．

b） 繰り返しせん断による過剰間隙水圧に及ぼす粒径の影響

繰り返しせん断時における過剰間隙水圧の発生は砂の粒径が大きいほど小さく液状化が起こりにくいといわれている（たとえば Lee & Fitton[16]）．著者も人工砂を用いて三軸試験機で粒径の影響を調べるべく非排水の繰り返しせん断試験を行ったが，人工砂は粒度分布が悪く，このような砂は一つの間隙の寸法が大きいため，次項で述べるゴム膜の粒子間への出入が大きくよい結果は得られなかった．式（10）からもわかるように $\Delta u_{dR}'$ は繰り返しせん断時の圧縮の残留体積変化量 $(\Delta V/V)_{dR}$ と c_s の値で決まる．c_s の値は多くの一次元圧縮試験の結果より粒径が変化してもあまり変らないことがわかった．次に $(\Delta V/V)_{dR}$ は 図—17 に示すように同じ間隙比に対して粒径による差はわずかであり，粒径によるというよりは最大間隙比 e_{max} と最小間隙比 e_{min} の差によるものと思われる．したがって，液状化の起こりやすさは石原[13] らが主張するように $e_{max}-e_{min}$ によると考えたほうがよい．ただし，現地にあっては透水係数等が流状化の難易を左右するので粒径の影響についてそれらを加味せねばならない．

c） 試験機による過剰水圧発生の相違と現地盤との比較に関する考察

一般に，三軸試験機によるよりも単純せん断試験のほうが同じ (τ_{ap}/σ') に対し早く液状化に至るといわれている[2),4)]．この相違については現地との状態も考慮して従来より研究されてきた[2),4),8),11)]．しかし，三軸と単純せん断との違いが主応力の回転，K_0 値の違い，平面変形，三軸での最大・最小主応力方向の逆転といったところにあり，これがどのように具体的に過剰水圧の発生に影響しているかについては統一された意見がない．著者は，具体的に過剰水圧に及ぼす影響として次のことがらをあげた．

（1） 現地盤や単純せん断では側方への変化がないため，有効垂直応力は等方的な状態ではない．すなわち，K_0 値が1でない．しかし，せん断応力によって発生した過剰間隙水圧は等方的であるため，実地盤で鉛直方向の全垂直応力が一定であれば全平均主応力 σ_m は $\Delta\sigma_m$ だけを増減する．したがって，飽和地盤では $\Delta\sigma_m=\Delta u_m$ だけ間隙水圧が付加されることになる．K_0 すなわち有効鉛直応力と有効水平応力の比 σ_h'/σ_v' は砂層が圧縮されないかぎり変化しないと仮定し，K_0 状態にある地盤に発生する過剰水圧 Δu_g，繰り返しせん断応力のみによって発生するそれを Δu_{dR} とすれば次式を得る．

$$\left.\begin{aligned}\Delta u_g&=\Delta u_{dR}+\Delta u_m=\frac{2}{3}(1-K_0)\Delta u_g+\Delta u_{dR}\\ \Delta u_g&=\frac{3\,\Delta u_{dR}}{1+2K_0}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(11)$$

したがって，$K_0=1$ であれば等方状態で三軸試験での繰り返しせん断で発生する Δu_{dR} と一致する．単純せん断や現地盤では $K_0<1$ が多いので一般に三軸試験のときよりも大きな過剰水圧が発生する．石原[8] らは式（11）をねじり試験によって確かめている．

（2） 砂質土に対する三軸試験で有効応力が変化するとゴム膜が粒子間に出入し，土粒子骨格の圧縮や膨張のほかにみかけ上の体積変化が生ずる．いま，ゴム膜 1 cm² 当りの粒子間への貫入によるみかけの体積変化 $\Delta V_m=f(\sigma')$ は有効応力の関数である．貫入を正とする．供試体 1 cm³ 当りの値 $\Delta V_m/V$ は次式となる．

$$\frac{\Delta V_m}{V}=\frac{2\pi rh\Delta V_m}{\pi r^2h}=\frac{2\,\Delta V_m}{r}\quad\cdots\cdots(12)$$

ここに，r は供試体の半径，h は高さである．繰り返し三軸試験で発生した間隙水圧を Δu_t，そのときの真に発生すべきそれを Δu_r とすれば，

$$\begin{aligned}\Delta u_t&=\Delta u_r+\frac{1}{m_s}\int_{\sigma_0'}^{\sigma_0'-\Delta u_t}\frac{2\,\Delta V_m/r}{d\sigma'}d\sigma'\\&=\Delta u_r+\frac{1}{m_s r}\{f(\sigma_0'-u_t)-f(\sigma_t')\}\quad\cdots(13)\end{aligned}$$

ここに，m_s は膨張係数である．

$f(\sigma')$ は砂の粒径，粒度分布，密度，ゴム膜の条件等によって決まる．もし，$f(\sigma')$ が求まれば式（13）により補正が可能である．式（13）の第2項の { } 内は負の値となるから三軸試験では真の値より小さな発生間隙水圧となり現地盤や単純せん断よりも液状化しにくい一原因であると思われる．

（3） 単純せん断試験では上下面にせん断応力を作用させるだけであり，供試体内の応力分布も一様にならないといわれている[8]．したがって，供試体内では繰り返しせん断によって平均主応力 σ_m が部分的に増減が繰り返される．一方，砂の圧縮係数 m_v と膨張係数 m_s を比較すると m_v が 5～10 倍程度大きいので供試体全体としての平均的な σ_m は一定であっても，σ_m の増減によって排水時には圧縮が生ずる．また，非排水のときは，供試体全体としての体積変化は零であっても部分的な体積変化の増減が生じ，σ_m の増加の部分と減少の部分が等しければ，圧縮しようとする体積変化のほうがはるかに大きいため，供試体全体として有効応力が減少せねばならず，過剰水圧が生ずることになる．この大きさは $(m_v-m_s)/m_s$ の大きさで決まる．したがって，単純せん断における応力分布の不均一性は繰り返しせん断において大きな過剰間隙水圧を与えることになる．

4. 地震による砂層中の過剰間隙水圧，液状化の予測，沈下，支持力の減少

（1） 過剰間隙水圧と液状化の予測

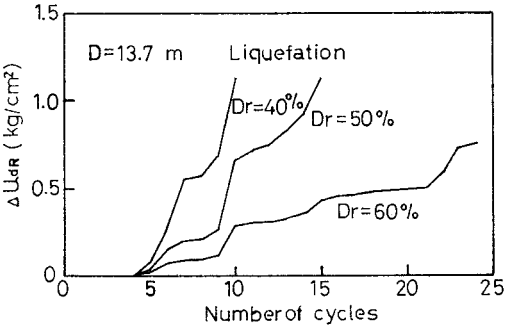
地震による現地盤における砂層の過剰間隙水圧や液状化の予測には次の問題点があると思われる．① 地震によって発生した不規則せん断波の処理，② 過剰間隙水圧の発生過程の定量的な推定，③ 室内試験結果の現地盤への適用性，④ 現地盤の状態の把握等である．このうち，①,② については以下の計算に際して考慮している．③については **3.(3) c**）で考察したが具体的に補正するには資料不足である．④ については本文の目的とは異なるが，砂地盤における相対密度の的確な推定法や K_0 値等の応力状態の推定法が問題である．

ここでの計算では実験では検証していないが，式 (10) が $\tau_{ap}/\sigma_m' \leqq 0.2$ 以下でも成立すると仮定した．砂層の厚さを地表面より 15 m とし，地下水面は地表面下 1.0 m とした．地震によるせん断応力波として 図—**23** に示す Idriss と Seed[14] らによって計算された各深さのものを用いた．ただし，計算にあたっては 図—**24** と同様の処理を行った．砂層の単位体積重量は 1.76 t/m³ (飽和状態) とし，D_r は 40%，50%，60% に対し計算した．したがって，式 (10) の k は 図—**25** よりおのおのの D_r に対し 15, 8.5, 4.0 cm²/kg となる．計算方法は，まず単位体積重量から任意の深さにおける水平面上の有効垂直応力 σ_{v1}' を求め，第1サイクル目 τ_{ap1} と σ_{v1}' の比 τ_{ap1}/σ_{v1}' を式 (10) に代入して $\Delta u_{dR1}'$ を求めるというように順次計算する．n 回目まで計算しその合計

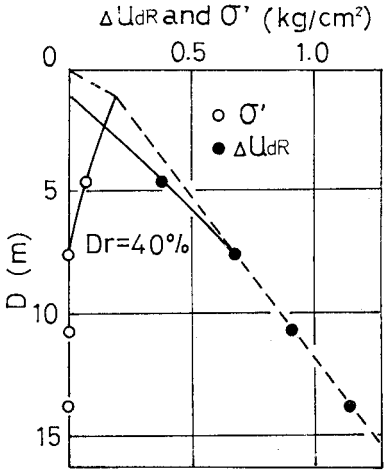
$$\sum_{i=1}^{n} \Delta u_{dRi}' = \Delta u_{dR}$$

が発生間隙水圧である．これが σ_{v1}' を越えると液状化が生ずることになる．ここでの液状化は $\sigma' \fallingdotseq 0$ の完全液状化である．なお，計算では 図—**23** の 0～15 秒までのせん断波を用いた．

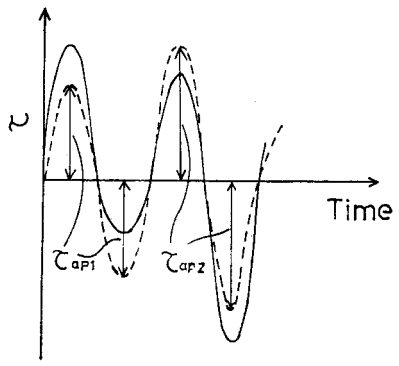
各砂地盤の深さ 13.7 m に



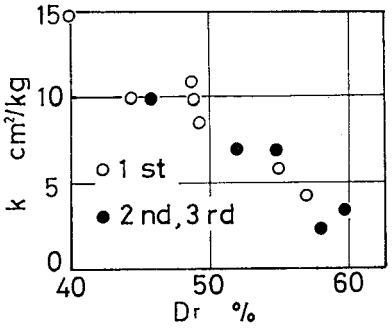
図—26 過剰間隙水圧の上昇過程（計算値）



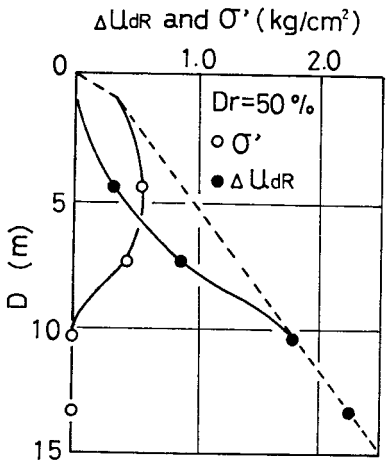
図—27 過剰間隙水圧と有効応力の分布



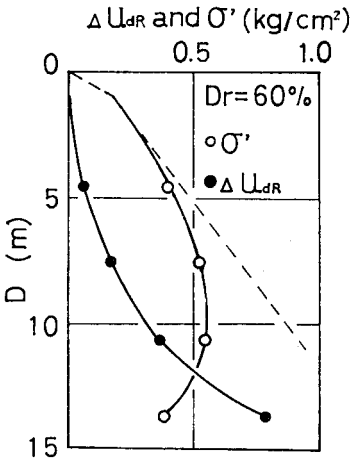
図—24 不規則波の変形



図—25 相対密度と式 (10) の k の関係



図—28　過剰間隙水圧と有効応力の分布



図—29　過剰間隙水圧と有効応力の分布

表—4　新潟地盤の被害激基地における相対密度

深　さ (m)	有効上載圧　力 (kg/cm²)	N　値	相対密度 (%) Terzaghi and Peck	Gibbs and Holtz	平均値
0	0	6	25	65	45
3.1	0.333	7	27	60	44
6.1	0.578	7	27	52	39
9.2	0.823	12	40	61	50
12.2	1.068	25	58	80	69
15.3	1.313	32	68	82	75
18.3	1.558	39	74	86	80
21.4	1.803	43	79	86	83

おける過剰間隙水圧の計算結果を 図—**26** に，その深さに対する 分布を 有効応力と合せて示したのが 図—**27～29** である．点線は地震前の鉛直有効応力を示す．これらより D_r=40% の地盤では 7 m 以深で，D_r=50% では 10 m 以深で液状化が生じており，D_r=60% では液状化が生じていないことがわかる．表—**4** に新潟地盤の推定の D_r を示すが，これより D_r=39%，6.1 m および 9.2 m の D_r=50% では地震発生後 15 秒間で液状化の発生が推定され 12.2 m の D_r=69% で液状化が生じていないと判断される．したがって，新潟地盤での液状化の 範囲は地表面下約 5～10 m の範囲と推定される．Seed[3]，谷本[19] の推定範囲はおのおの 4.0～8.5 m，4.5～7.5 m であり，上記の値と比較すると本文での方法ではやや深いところでの液状化を予測することになる．

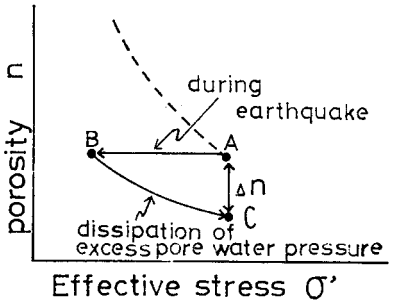
（2） 残留過剰間隙水圧の消散による砂地盤の沈下

前項で地震による繰り返しせん断による飽和砂層の過剰間隙水圧の計算を行った．この 過剰水圧は 時間 とともに 消散し，沈下を生じながら再びもとの鉛直有効応力の状態になる．この沈下量がどの程度のものであるか，どのように計算するかを示す．繰り返しせん断で過剰水圧が発生し，その消散で沈下が生ずるまでの有効応力の径路は 図—**30** に示すようである．B 点から C 点までの有効応力の増加に対し Δn の間隙率の減少があり，この有効応力の増加は全応力の変化なしに過剰水圧の減少によるものである．砂の場合，このような過剰水圧の減少による有効応力の増加に対する割線圧縮係数は D_r が同じであれば，間隙水圧が一定で全応力が増加するときの割線圧縮係数と同じであることが非排水繰り返しせん断で発生した過剰水圧を消散させたとき測定した体積変化によって確かめられた．したがって，この計算に際して一般に行われている圧縮試験による割線圧縮係数を用いることができる．

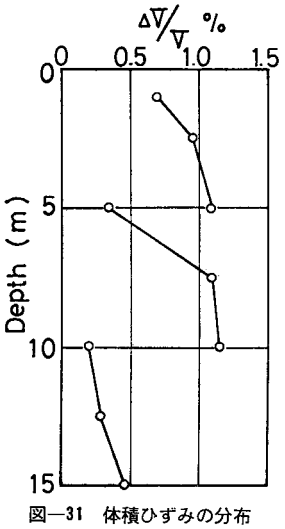
いま，このような沈下量がどの程度であるかを示すため，地表面下 1～5 m まで D_r=40%，5～10 m まで D_r=50%，10～15 m まで D_r=60% として 図—**27～29** に示した過剰水圧の分布を用いて 層厚 15 m の砂層の沈下量を計算する．図—**30** の B→C 点に相当する割線圧縮係数は一次元圧縮による値を用いた．この結果体積圧縮ひずみの深さ方向の分布を示したのが 図—**31** である．これを 深さ方向に 積分すると沈下量が求まり約 10 cm となる．

（3） 過剰水圧発生時の支持力

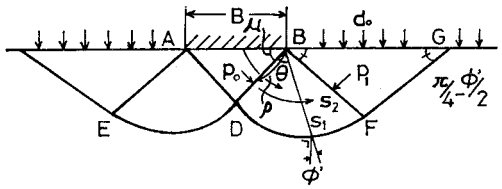
地震のような繰り返しせん断によって過剰間隙水圧が発生したときの飽和砂地盤の支持



図—30　地震時および地震後の鉛直有効応力の経路



図—31　体積ひずみの分布



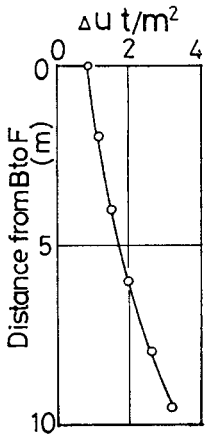
図—32　仮定したすべり線

力の低下の計算は過剰間隙水圧の分布が複雑であるため解析的には困難を伴う．しかし，過剰水圧分布が複雑であっても 図—32 に示すようなすべり面であると仮定すると，解析的に支持力の減少量 Δq が計算できる．支持力論[20]に従って計算を進めると結局 Δq は Terzaghi の支持力の公式における地表面載荷の部分にのみ影響し，それに対する Terzaghi の支持力係数 N_q を用いると次式を得る．

$$\Delta q=\frac{2N_q}{B\cos\varphi'}\cdot\int_0^{\frac{B}{2\cos\varphi'}}e^{\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi'}{2}\right)\tan\varphi'}\times\Delta u\cdot e^{-\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\varphi'}{2}\right)\tan\varphi'}d\rho_{BF}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

ここに，B：基礎幅，φ'：内部摩擦角，Δu：発生過剰間隙水圧，e：指数である．ρ：対数ら線の動径である．

実際にどの程度の Δq になるかを計算例で示すため，次のモデルについて砂地盤の D_r が 60% の 図—29 の過剰水圧分布の場合を示す．モデルとして B=5.0 m，根入れ 5.0 m の帯状基礎，φ'=30°，地下水面の位置は地表面下 1.0 m とする．Δu は 図—32 の $\overline{BF}$ 上での過剰水圧の分布である．$\overline{BF}$ の長さを計算すると 9.7 m，Δu の分布は一般に適当な関数形で示すことはできないので，図—29 の分布の深さ 5.0～9.7 m を 1 m ごとに読み $\overline{BF}$ 上の分布として示したのが 図—33 である．この図と式 (14) より Δq を求めると次のようになる．



図—33　図—32 の $\overline{BF}$ 上の過剰間隙水圧の分布

$$\Delta q=\frac{2N_g}{5\times\frac{\sqrt{3}}{2}}\cdot e^{-\left(\frac{8\pi}{12}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}\int_0^{9.7}\Delta u\,d\varphi_{BF}$$

$$=2.62\,N_g=59.0\ \mathrm{t/m^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

一方，過剰水圧が発生していないときの支持力 q_0 は Terzaghi の公式より，砂の水中単位体主量を 1.0 t/m³ とすると，

$$q_0=178.3\ \mathrm{t/m^2}$$

となり，q_0 にはさらに静水圧 4.0 t/m² を加えるので 182.3 t/m² となる．したがって，図—28 のような過剰水圧の発生により全支持力の 1/3 が減ぜられることになる．

5. あとがき

地震のような不規則なせん断波に対して飽和砂地盤中に発生する過剰間隙水圧を与える式を示し液状化の予測等に適用した．しかし，繰り返しを受けた砂の力学特性は複雑でもあり，また，液状化を起こす地震に 5～10 年に 1 度しか発生せず，また，いつ発生するかも予測できないので，実地盤の検討は非常に困難である．ここに示した式も現地での適用性の検討はなされていないが，一応，三軸試験という限られた状態ではよい結果を示していると思われる．今後はいろいろの条件のもとでの経験を得てさらに検討を進めたい．

ここで得られたおもな結論を記述する．

（1） 繰り返しせん断における繰り返し回数とせん断応力が零における残留体積変化 $(\Delta V/V)_{dR}$ の関係は式 (1) で示す双曲線で表わされ，この式により繰り返し回数の十分大きい場合の終局的な体積圧縮量が推定できる．

（2） $(\Delta V/V)_{dR}$ は応力比 (τ_{ap}/σ') の 3 乗に比例し，比例係数は有効応力と相対密度の関数となる．

（3） 図—1 に示すような砂では $(\Delta V/V)_{dR}$ に及ぼす粒径の影響はあまり大きくない．

（4） $(\Delta V/V)_{dR}$ の特性をもとにして導いた繰り返しせん断時の過剰間隙水圧を表わす式 (10) は飽和砂地盤内で地震のような不規則なせん断波に対しても過剰水圧の発生過程を追跡することができる．

（5） 式 (10) で計算した過剰間隙水圧の分布を用いて飽和砂地盤の繰り返しせん断による沈下や支持力の減少を計算することができる．

終りに，懇篤なご指導を賜わった京都大学名誉教授 村山朔郎博士，金沢大学教授 西田義親博士，京都大学教授 柴田 徹博士に対し心から感謝の意を表わす次第である．また，実験等に協力いただいた金沢大学工学部土木工学科土質工学研究室職員・学生の諸氏にも謝意を表する．

参考文献

1) H.B. Seed and K.L. Lee : Liquefaction of Saturated Sand during Cyclic Loading, Jour. of the Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE, Vol. 92, No. SM 6, pp. 105～134, 1966.
2) W.H. Peacock and H.B. Seed : Sand Liquefaction under Cyclic Loading of Simple Shear Condition, Jour. of the Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 94, No. SM 3, pp. 689～708, 1968.
3) H.B. Seed and I.M. Idriss : Simplified Procedure for Evaluating Soil Liquefaction Potential, Jour. of the Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 97,

No. SM 9, pp. 1249～1273, 1971.
4) D.L. Finn, D.J. Pickering and P.L. Bransby : Sand Liquefaction in Triaxial and Simple Shear Test, Jour. of the Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 97, No. SM 4, pp. 639～659, 1971.
5) 谷本喜一・植村隆晴：周期載荷を受ける飽和砂の破壊，土木学会論文報告集，第183号，pp. 63～71, 1970.
6) 柴田 徹・行友 浩：飽和砂の繰り返し荷重による液状化現象の研究，土木学会論文報告集，第180号，pp. 83～89, 1970.
7) 柴田 徹・三好 学：飽和砂の液状化現象に関する考察（2報），京都大学防災研究所年報，第14号B, pp. 655～666, 昭和46年.
8) K. Ishihara and S. Li : Liquefaction on Saturated Sand in Triaxial Tortion Shear Test, Jour. of the Japanese Soc. of Soil Mech. and Found. Eng. Vol. 2, No. 2, pp. 20～39, 1972.
9) 第16回土質工学シンポジウム論文集，土質工学会，1971.
10) 佐々木次郎・根岸久雄：締固め工法の研究［1］(c) 砂の転圧機構 (2)，農業技術研究所報告下，第5号，昭和27年.
11) S. Murayama : Stress-Strain-Time Behaviour of Soils Subjected to Deviatric Stress, Proc. of the 7th Int. Conf. on S.M.F.E., Vol. 1, pp. 297～305, 1973.
12) M.L. Silver and H.B. Seed : Volume Change in Sands During Cyclic Loading, Jour. of the Soil Mech. and Found. Div. ASCE, Vol. 97, No. SM 9, pp. 1171～1182, 1971.
13) 石原研而・渡辺忠雄：飽和土の液状化に及ぼす粒度と間げき比の影響，第7回土質工学研究発表会講演集，pp. 313～316, 昭和47年.
14) I.M. Idriss and H.B. Seed : Seismic Response of Horizontal Soil Layers, Jour. of the Soil Mech. and Found. Div. Proc. of ASCE, Vol. 94, No. SM 4, pp. 1003～1030, 1968.
15) D.L. Finn, P.L. Bransby and D.J. Pickering : Effect of Strain History on the Liquefaction of Sand, Jour. of Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE, Vol. 96, No. SM 6, pp. 1917～1934, 1970.
16) K.L. Lee and J.A. Fitton : Factor Affecting the Cyclic Loading Strength of Soil, Vibration Effect of Earthquakes on Soil and Foundation, American Soc. for Testing Materials STP 450, pp. 71～95, 1968.
17) 柴田 徹：飽和砂の液状化現象—繰り返し三軸試験結果の評価—，第16回土質工学シンポジウム論文集，pp. 15～20, 1971.
18) K.H. Roscoe : An Apparatus for the Application of Simle Shear to Soil Samples, Proc. of the 3rd Int. Conf. on S.M.F.E., Vol. 1, pp. 186～191, 1953.
19) 谷本喜一：飽和砂質土の室内実験による液状化，第16回土質工学シンポジウム論文集，pp. 21～24, 1971.
20) 最上武雄・渡辺 隆・山口柏樹：土質工学，応用力学講座，共立出版社，pp. 70～73.

（1977.7.25・受付）