

## 洪水追跡における実河道の単純化に関する一考察\*

A CONSIDERATION ON THE SIMPLIFICATION OF IRREGULAR  
NATURAL RIVER REACHES IN FLOOD FLOW ROUTING

常 松 芳 昭\*\*

By Yoshiaki TSUNEMATSU

## 1. 緒 言

洪水は水理学的には開水路不定流の問題であることはいうまでもない。その追跡法には大別して、不定流に関する運動方程式と連続方程式より逐次計算する方法、連続方程式と貯留方程式より逐次計算する方法の二つがある<sup>1)</sup>。しかし、前者の方法に関して、一般に、洪水流の運動の場は複雑かつ不規則な水路であるために、一次元解析法によって得られる不定流の基礎方程式の理論的解析はきわめて困難であり、また、その数値解析さえも必ずしも容易でない。したがって、現実の複雑かつ不規則な河道を幾何学的に単純な形状の河道モデルに置換する方法の開発は、水理学的な洪水追跡法を進展させるうえにおいて、きわめて重要な課題といえよう。

この実河道のモデル化の問題は、従来においては、主として河川不定流の基礎方程式の数値解析において避けられない技術的問題点の一つとして研究されてきたようである。そして、それらの研究の多くは不規則な実河道を一様と思われる区間に大きく分割して、このような水路の連結によって河道のモデル化を行っている<sup>2), 3)</sup>。すなわち、実河道断面を河道の各断面における水面幅を水路幅とし、断面積が等しくなるような水深を有する長方形断面に置換し、そのいくつかを水路幅および水深について平均化することによって、その区間を水路幅、粗度、勾配の様な長方形断面水路としてモデル化するものである。あるいは、河道の不規則性に起因する遊水効果を考慮に入れて、河道断面を主流路断面と貯留域に分割して洪水流を取り扱う方法<sup>4), 5)</sup>も提案されている。また、流下方向に不規則に変化する河道断面形状を確率モデルでシミュレーションし、河川不定流を解析する方法<sup>6), 7)</sup>

も提案されている。いずれにせよ、これらの研究では洪水流の挙動の解明が中心的課題とされており、河道そのもののモデル化はむしろ副次的にしか取り扱われていないようであり、モデル水路の粗度係数などの評価には、なお論議すべき余地が残されているように思われる。また、河道の不規則性が著しくない場合、単純な一様水路の取扱いによれば、水理学的な洪水追跡計算は比較的容易に進められ、適当な粗度係数の評価によって十分の精度が得られるものと考えられるので、実河道を一様水路でモデル化する方法自体は数値解法が進歩している今日においても、なお実用上の価値を失うものでないといえよう。

一方、Muskingum 法をはじめとして簡便でしかも実用的な不定流の近似解法の多くは貯留量を用いたいわゆる入・出力モデル、あるいは Black Box モデルと称されるものに基礎をおいている。このようにもともと分布型としての河道系を集中型河道モデルで取り扱うことは、単に追跡計算が容易になるためばかりでなく、水系内の洪水流下過程のシミュレーション手順の系統化が可能になるという利点をも有している<sup>8)</sup>。また、このような貯留方程式は形式上水路区間の持つ洪水伝達特性の一表現式にほかならないので、その内容が具体的に解明されるならば、これに基づいて水路特性量の評価に関する有用な情報を導出することも可能であろうと思われる。

そこで、上述の観点から、本研究は、まず一様水路における洪水流に対する貯留方程式について理論的に考察し、新たにこれに基づく実河道の単純化の手法を提示しようとして試みたものである。もとより、以下においては、単純な一様断面水路の洪水流に対する貯留方程式に依拠した議論がなされることから示唆されるように、河道断面が流下方向にきわめて不規則に変化し、遊水域の効果が卓越するような河道に対しては、流れの水理特性が一様水路におけるそれと本質的に異なるために、本論とは別の観点から考察される方が適当であることはいま

\* 昭和 47 年度土木学会関西支部年次学術講演会 II-7 にて一部発表

\*\* 正会員 工博 広島大学助教授 工学部地域環境工学

でもない。

2. 一樣水路に対する貯留方程式の誘導

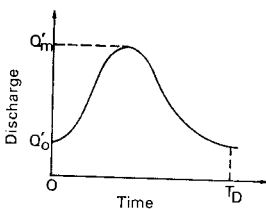
一樣水路における不定流の理論的解析には林<sup>9)</sup> および高橋<sup>10)</sup>らの研究がみられる。なかでも、高橋は、洪水ハイドログラフ全体の特性追跡という点に留意して、洪水波形の伝播と変形に対しては、一次的には水位の時間的变化率が重要であると考え、水位変化速度と長波の伝播速度の比の値を表わす指標を導入し、これによって不定流の特性を明らかにしている。本研究は、基本的には、洪水の局所的な特性を明らかにすることより、むしろ実河道を通過して上流での流入洪水が全体としてどのような変形を受けて下流地点に伝播するのを知ろうとする立場にある。さらに、実際の追跡計算にまで立ち入って考えれば、実河道における水位に対応して、これに等価な仮想の一樣水路での水位を境界条件として設定するよりも、むしろ実河道の流量と仮想水路のそれとが等しいとして境界条件を設定するほうが問題はより少ないといえよう。そこで、これらの点を考慮して、ここでは高橋が行ったのとほぼ同様の方法に従って不定流の理論的解析を取り扱うことにしよう。

いま、簡単のため、一樣水路として長方形断面の水路を考えることにする。次元解析法によって得られる不定流の数学モデルは運動方程式と連続方程式とにより構成され、流量と水深を変量とすれば、横からの流出入流量がないとき、これは次のように表わされる<sup>11)</sup>。

$$i - \left(1 - \frac{Q'^2}{gH^3}\right) \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{1}{gH} \frac{\partial Q'}{\partial t} + \frac{2Q'}{gH^2} \frac{\partial Q'}{\partial x} + \frac{n^2 Q'^2}{\rho^2 H^{10/3}} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Q'}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 $H$ ：水深、 $Q'$ ：単位幅流量、 $i$ ：水路床勾配、 $n$ ：Manningの粗度係数、 $\rho = \{B/(B+2H_0)\}^{2/3}$ 、 $B$ ：水路幅、 $H_0$ ：洪水時の平均水深、 $g$ ：重力の加速度、 $t$ ：時間、 $x$ ：流下距離である。



図一1 流量時間曲線の模式図

上流端  $x=0$  において、図一1に示すような流量時間曲線が与えられたとき、次のような変数

$$\left. \begin{aligned} H &= H_{mc} \cdot h \\ Q' &= Q_m' \cdot q \\ t &= \frac{H_{mc} \cdot T_D}{H_{mc} - H_{oc}} \tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

$$x = \frac{Q_m' \cdot T_D}{H_{mc} - H_{oc}} \xi \Bigg|$$

を行う、ただし、 $T_D$ ：上流端の流量変動の継続時間、 $Q_m'$ ：最大流量、 $Q_0'$ ：初期定常流量であり、

$$H_{mc} = \sqrt[3]{Q_m'^2/g}, H_{oc} = \sqrt[3]{Q_0'^2/g} \dots\dots\dots(4)$$

である。すなわち、 $H_{mc}$ 、 $H_{oc}$  はそれぞれ最大流量、初期定常流量に対する限界水深を表わしている。また、 $h$ 、 $q$ 、 $\tau$  および  $\xi$  はそれぞれ  $H$ 、 $Q'$ 、 $t$  および  $x$  の無次元量である。

変換の結果、式(1)および(2)は次のようになる。

$$1 - \frac{1}{F_r^2} \frac{q^2}{h^{10/3}} = \mu \left\{ \left(1 - \frac{q^2}{h^3}\right) \frac{\partial h}{\partial \xi} + \frac{1}{h} \frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{2q}{h^2} \frac{\partial q}{\partial \xi} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} + \frac{\partial q}{\partial \xi} = 0 \dots\dots\dots(6)$$

ここに、

$$F_r = \frac{\rho \cdot H_{mc}^{5/3} \cdot i^{1/2}}{n \cdot Q_m'} \dots\dots\dots(7)$$

$$\mu = \frac{H_{mc}(H_{mc} - H_{oc})}{i \cdot Q_m' \cdot T_D} \dots\dots\dots(8)$$

である。無次元量  $\mu$  は高橋の導入した水位変化速度と長波の伝播速度の比の程度の値を表わす指標  $\lambda$  とは、上流端の境界条件として、前者は流量時間曲線を、後者は水位時間曲線を与えていることにより、表現式形において異なるものの、両者は同じ性質のものである。しかるに、高橋は一樣水路における不定流の特性を  $\lambda$  によって段波と洪水波とに分け、特に、 $\lambda \ll 1$  のとき波の主要部分は Kinematic Wave として伝播し、流れは一般に洪水流とよばれるものになることを示している<sup>12)</sup>。

そこで、通常の洪水では、論理的な証明は別として、 $\mu$  は  $\lambda$  より小さいから、不定流の特性分類指標  $\lambda$  に類似の  $\mu$  についても上述の結果が準用されて、 $\mu \ll 1$  の場合、流れは洪水流として考えてよいことになる。このとき、次の初期条件と境界条件を満足する式(5)および(6)の  $\mu$  に関する振動解を求めることができる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \tau=0 \text{ のとき } h(\xi, 0) &= h_0(\xi, 0) = \text{一定} \\ \tau=0 \text{ のとき } q(\xi, 0) &= q_0(\xi, 0) = \text{一定} \\ \xi=0 \text{ のとき } q(0, \tau) &= q_0(0, \tau) = f(\tau) \\ \xi=0 \text{ のとき } q_1(0, \tau) &= q_2(0, \tau) = \dots = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

$$\left. \begin{aligned} h(\xi, \tau) &= h_0(\xi, \tau) + h_1(\xi, \tau) \cdot \mu + h_2(\xi, \tau) \cdot \mu^2 + \dots \\ q(\xi, \tau) &= q_0(\xi, \tau) + q_1(\xi, \tau) \cdot \mu + q_2(\xi, \tau) \cdot \mu^2 + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

とする。まず、 $\mu$  の0次の項まで考えれば、第1近似解は、

$$h_0 = \frac{q_0^{3/5}}{F_r^{3/5}} \dots\dots\dots(11)$$

$$q_0 = f \left( \tau - \frac{3\xi}{5 F_r^{3/5} q_0^{2/5}} \right) \dots\dots\dots (12)$$

である。次に、 $\mu$  の 1 次の項まで考え、式 (10) を式 (5) に代入すれば、次式が得られる。

$$\frac{10}{3} \frac{h_1}{h_0} - \frac{2q_1}{q_0} = \left( 1 - \frac{q_0^2}{h_0^3} \right) \frac{\partial h_0}{\partial \xi} + \frac{1}{h_0} \frac{\partial q_0}{\partial \tau} + \frac{2q_0}{h_0^2} \frac{\partial q_0}{\partial \xi} \dots\dots\dots (13)$$

上式に式 (11) および (12) を用いれば、

$$h_1 = \frac{3q_1}{5 F_r^{3/5} q_0^{2/5}} + \left( \frac{9q_0^{1/5}}{50 F_r^{6/5}} - \frac{2}{25} F_r^{3/5} q_0^{2/5} \right) \frac{\partial q_0}{\partial \xi} \dots (14)$$

となる。ところで、 $\mu$  の 1 乗に関する連続方程式は、

$$\frac{\partial h_1}{\partial \tau} + \frac{\partial q_1}{\partial \xi} = 0 \dots\dots\dots (15)$$

であるから、これに式 (14) を入れると、次のような  $q_1$  に関する 1 階偏微分方程式が得られる。

$$\frac{3}{5 F_r^{3/5} q_0^{2/5}} \frac{\partial q_1}{\partial \tau} + \frac{\partial q_1}{\partial \xi} = - \frac{2q_1}{5q_0} \frac{\partial q_0}{\partial \xi} + \left( \frac{3q_0^{3/5}}{10 F_r^{3/5}} - \frac{2}{15} F_r^{6/5} q_0^{4/5} \right) \frac{\partial^2 q_0}{\partial \xi^2} + \left( \frac{9}{50 F_r^{3/5} q_0^{2/5}} - \frac{8 F_r^{6/5}}{75 q_0^{1/5}} \right) \left( \frac{\partial q_0}{\partial \xi} \right)^2 \dots\dots\dots (16)$$

式 (16) より、式 (12) を考慮すれば、境界条件  $\xi=0$  のとき  $q_1=0$  を満足する解は特性曲線

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{5}{3} F_r^{3/5} q_0^{2/5} \dots\dots\dots (17)$$

のうえで、

$$q_1 = \frac{f^{8/5}}{4 f F_r^{3/5} (6 \xi f^2 - 25 F_r^{3/5} f^{7/5})^2} \times \{ 12 \xi f^3 (27 - 14 F_r^{3/5} f^{1/5}) + 225 F_r^{3/5} f^{7/5} f^2 - 125 F_r^{3/5} f^{12/5} \dot{f} (9 - 4 F_r^{9/5} f^{1/5}) \} \cdot \left\{ 1 - \exp \left( \frac{6 f \xi}{25 F_r^{3/5} f^{7/5} - 6 f \xi} \right) \right\} \dots (18)$$

で与えられる。ここに、 $\dot{f}$  は関数  $f$  の時間微分を表わしている。

同様に、 $q_2$  も求められるが、通常の洪水波を対象とする場合、 $\mu$  の 1 次の項まで考慮すれば十分であると考えられるから、以下においては、 $\mu$  の 2 次以上の項は省略する。このとき、式 (10) より、

$$\left( \frac{\partial h}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = \left( \frac{\partial h_0}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} + \mu \left( \frac{\partial h_1}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} \dots\dots (19)$$

である。これは、式 (12) を考慮し、式 (11)、(14) および (18) を用い若干の計算を行えば、次のようになる。

$$\left( \frac{\partial h}{\partial \xi} \right)_{\xi=0} = - \frac{9f}{25 F_r^{6/5} f^{4/5}}$$

$$+ \mu \left\{ \frac{1}{F_r^{12/5} f^{8/5}} \left( - \frac{162}{3 \cdot 125} \dot{f}^2 + \frac{81}{625} f \dot{f} \right) + \frac{1}{F_r^{3/5} f^{7/5}} \left( \frac{36}{3 \cdot 125} \dot{f}^2 - \frac{36}{625} f \dot{f} \right) \right\} \dots\dots\dots (20)$$

また、 $\xi=0$  の点における  $h$  は、境界条件を考慮すれば、

$$(h)_{\xi=0} = \frac{f^{3/5}}{F_r^{3/5}} + \mu \left( \frac{6}{125} \dot{f} - \frac{27}{250 F_r^{9/5} f^{1/5}} \dot{f} \right) \dots\dots\dots (21)$$

となる。

以上、得られた結果の式 (20) および (21) は、水位時間曲線を上流端の境界条件として、広幅の長方形断面一様水路について高橋の導いた結果と本質的には同じものである。しかし、これらの式は流量時間曲線という上流端での境界条件のもとに誘導されたものであり、表現形式において両者は明らかに異なるものである。

ここで、無次元表示の式 (20) および (21) をもとの次元に直すと、

$$H(x, t)|_{x=0} = \frac{n^{3/5}}{\rho^{3/5} i^{3/10}} Q^{3/5} + \frac{6}{125 g i} \dot{Q}' - \frac{27 n^{9/5}}{250 \rho^{9/5} i^{9/10}} \frac{\dot{Q}'}{Q^{1/5}} \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} H(x, t)|_{x=0} = - \frac{9 n^{6/5}}{25 \rho^{6/5} i^{3/5}} \frac{\dot{Q}'}{Q^{4/5}} + \frac{n^{12/5}}{\rho^{12/5} i^{11/5} Q^{7/5}} \left( - \frac{162}{3 \cdot 125} \dot{Q}'^2 + \frac{81}{625} Q' \ddot{Q}' \right) + \frac{n^{9/5}}{\rho^{9/5} g i^{9/10} Q^{7/5}} \left( \frac{36}{3 \cdot 125} \dot{Q}'^2 - \frac{36}{625} Q' \ddot{Q}' \right) \dots\dots\dots (23)$$

式 (22) および (23) はそれぞれ上流端における水深および水面勾配のその地点における流量との関係を示すものであり、これらの関係式は、長方形断面の一様水路において、任意の地点の水深および水面勾配とその地点の流量との間にも成立することは明らかである。

ところで、一様水路における不定流の水面形は直線に近いなめらかな曲線であること<sup>13)</sup>、また、結果的には貯留量が問題にされていることから、任意時刻の水路区間内の水面形はその時刻における上・下流端の水深と水面勾配に関する境界条件、すなわち、 $H_{x=0}$ 、 $H_{x=L}$ 、 $(\partial H / \partial x)_{x=0}$ 、 $(\partial H / \partial x)_{x=L}$  を満足する三次曲線で表わされると仮定する。ここに、 $L$ : 区間長である。時刻  $t$  における区間貯留量を  $S(t)$  で表わすと、

$$S(t) = \int_0^L B \cdot H(x, t) dx \dots\dots\dots (24)$$

である。これは上述の水面形に関する仮定を考慮すれば、

$$S(t) = \frac{BL}{2} (H_{x=0} + H_{x=L})$$

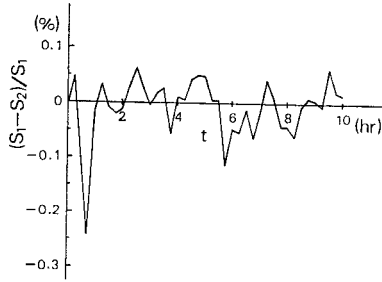


図-2 近似式(25)による貯留量の変動

$$+ \frac{BL^2}{12} \left\{ \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=0} - \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=L} \right\} \dots \dots \dots (25)$$

となる。式(25)は長方形断面一様水路の区間貯留量と水路幅、区間長、上・下流端における水深および水面勾配との関係を表わすものである。

なお、図-2は、式(24)および(25)で与えられる区間貯留量をそれぞれ  $S_1$  および  $S_2$  とするとき、長方形断面一様水路における不定流の数値計算結果より両者の差  $(S_1 - S_2)$  と  $S_1$  との比率の時間的変動の一例を示したものである。この場合に用いた計算諸条件は水路幅 100 m、水路床勾配 1/1 000、粗度係数  $0.025 \text{ sec/m}^{1/3}$ 、水路区間長 8 km および 図-3 に示すような上流端における流量時間曲線であり、数値計算は Dynamic Wave モデルに基づいて行われた。図-2 において、洪水継続時間全体を通して、 $S_1$  と  $S_2$  との差異はきわめて小さく、比率は絶対値においてわずかに  $10^{-1}$  のオーダーのパーセントにすぎないことにより、式(25)は一様水路における不定流の区間貯留量を十分近似しうるものと考えてよいことがわかる。また、図-3 のモデル洪水の場合、 $\mu = 6.5 \times 10^{-3}$  であるが、普通に生起する多くの洪水での  $\mu$  の値は  $10^{-3} \sim 10^{-4}$  程度のオーダーであることを考えれば、計算条件として用いた上流端ハイドログラフは波形特性において実際洪水に類似のものであることもわかる。

さて、以上の結果を用いて、長方形断面一様水路の区間貯留量を上・下流端における流量によって表現することができる。すなわち、 $I$ ：水路区間への流入流量、 $O$ ：

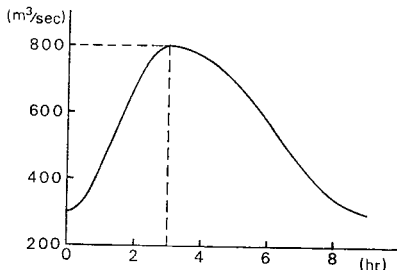


図-3 上流端ハイドログラフ

水路区間からの流出流量とし、式(25)に式(22)および(23)を適用すれば、

$$S(t) = \alpha(I^{3/5} + O^{3/5}) + \beta \left( \frac{\dot{I}}{I^{1/5}} + \frac{\dot{O}}{O^{1/5}} \right) + \gamma(\dot{I} + \dot{O}) - \frac{3}{25} \alpha^2 \left( \frac{\dot{I}}{I^{4/5}} - \frac{\dot{O}}{O^{4/5}} \right) + \frac{4}{25} \alpha \beta \left( \frac{\dot{I}^2}{I^{8/5}} - \frac{\dot{O}^2}{O^{8/5}} \right) - \frac{2}{5} \alpha \beta \left( \frac{\ddot{I}}{I^{3/5}} - \frac{\ddot{O}}{O^{3/5}} \right) + \frac{2}{25} \alpha \gamma \left( \frac{\dot{I}^2}{I^{7/5}} - \frac{\dot{O}^2}{O^{7/5}} \right) - \frac{2}{5} \alpha \gamma \left( \frac{\ddot{I}}{I^{2/5}} - \frac{\ddot{O}}{O^{2/5}} \right) \dots \dots \dots (26)$$

である。ここに、 $\alpha$ 、 $\beta$  および  $\gamma$  は次式で定義されるパラメータであり、水路および洪水の特性によって定まるものである。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} \rho \cdot L \cdot B^{2/5} \\ \beta &= -\frac{27}{500} \frac{\rho^3 \cdot L \cdot B^{1/5}}{i} \\ \gamma &= \frac{3}{125} \frac{L}{g \cdot i} \\ \rho &= \frac{n^{2/5}}{\rho^{3/5} \cdot i^{3/10}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

式(26)は複雑ではあるが長方形断面一様水路に対する貯留方程式である。明らかに、区間貯留量は流入・流出流量そのもののほかにそれらの流量時間曲線の時間的変化率と曲率にも関係していることがわかる。

試みに、長方形断面一様水路における洪水流を Dynamic Wave モデルに基づいて数値解析した結果より、式(26)の右辺の各項、すなわち  $S_i$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ ) の

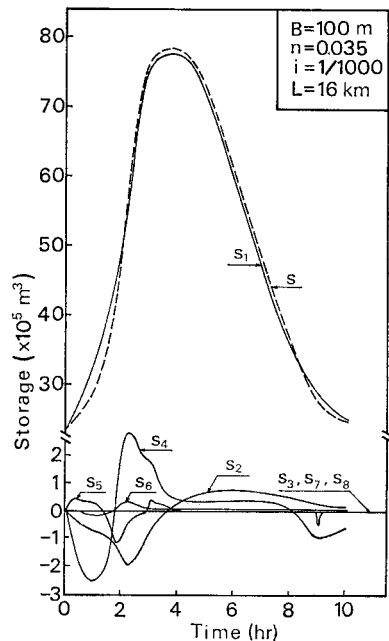


図-4 貯留方程式の各項の比較

大きさを一例として示せば、図-4 のようである。なお、この場合に用いた上流端ハイドログラフは図-3 に示すものとまったく同じである。これより、第1項  $S_1$  に比べて他の各項はきわめて小さいことが知られる。このような結果と、すでに指摘したように、計算に用いたモデル洪水は実際洪水と同様のものであることを勘案すれば、一様水路の洪水流の場合、実際には、貯留方程式のうち  $S_1$  のみが重要であるとしてさしつかえないであろう。そこで、 $S_1$  以外の項を省略することにすれば、一様水路の区間貯留量は次式ようになる。

$$S = \alpha(I^{3/5} + O^{3/5}) \dots\dots\dots (28)$$

ところで、Muskingum 式をはじめとして、貯留方程式の多くは次の経験式に基礎をおいている<sup>14)</sup>。

$$S = K\{W \cdot I^N + (1 - W) \cdot O^N\} \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 $K$ ：比例係数、 $W$ ：数値パラメータ、 $N$ ：指数である。長方形断面一様水路においては、流入、流出の流量の重みは等しいから、 $W=0.5$  である。また、指数  $N$  は Manning 式を用いるとき、0.6 である<sup>15)</sup>。ここにおいて、長方形断面一様水路を問題とすると、従来の経験的な式 (29) は理論的に誘導された式 (26) の十分な近似式 (28) と形式上まったく一致し、 $K=2\alpha$  なることが知られ、上述の誘導結果は経験式 (29) に理論的基礎を与えるものであるということが指摘されよう。また、この結果は貯留方程式の誘導過程において設けた仮定の妥当性を示す一証左とも考えることができる。

### 3. 実河道に等価な一様水路モデル

単一河道における上・下流の二地点の洪水資料に関して、精度の高いものが得られているような特別の場合には、それらの実測資料を利用して当該河道をこれに等価な長方形断面一様水路に置換する方法の一つとして、前章において誘導した貯留方程式 (26) のパラメータ  $\alpha, \beta$  を同定することによって行う方法が考えられる<sup>16)</sup>。しかし、実際、洪水に関する流量ハイドログラフの資料のほとんどは等流近似による水位～流量曲線に基づいて観測水位から推定されていること、ならびに、貯留方程式 (26) の右辺第1項のみがきわめて支配的であること、などを勘案すれば、上述のような二つのパラメータの同定を通して行う置換方法は必ずしも実用的で有意義なものとはいえない。

そこで、このような点にかんがみ、以下においては、簡単な1パラメータの貯留方程式 (28) に基礎をおいた実河道の等価一様水路への置換法について検討することにしよう。なお、本文では実河道における上・下流地点の流量波形と置換された仮想的な水路におけるそれらと

が同等であることをもって等価とよぶことにする。

#### (1) パラメータ $\alpha$ の推定

式 (28) はパラメータとして  $\alpha$  のみを含んでいるため、一般に、流入流量および流出流量に関する資料からこれを推定することは容易である。すなわち、式 (28) は任意の時間について成立するものであるが、通常、得られている流量資料は離散的な時刻についてのものがほとんどであるため、実際には次に示す手順によって得られる  $m$  個の  $\alpha$  に関する連立方程式を解くことによって推定される。

(i) 単一河道の上・下流の二地点において、流量時間曲線  $I(t), O(t)$  を調べる。

(ii) 時刻  $t_j$  ( $j=1, 2, \dots, m$ ) について、 $C(t_j) \equiv (I^{3/5} + O^{3/5})$  を計算する。

(iii) 時刻  $t_j$  の区間貯留量  $S(t_j)$  を次式により計算する。

$$S(t_j) = \int_0^{t_j} \{I(t) - O(t)\} dt + S_0 \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 $S_0$ ：初期定常状態のときの区間貯留量。

(iv) 以上のステップによって、式 (28) は  $\alpha$  に関する  $m$  個の連立方程式を構成する。

ところで、 $m$  は流量時間曲線上の点の個数であり、普通、 $m > 2$  である。この場合、上記の手順によって得られた連立方程式より  $\alpha$  は一義的に決定されえないが、最小二乗法<sup>17)</sup>を用いてその最確値を推定することは可能である。すなわち、

$$\bar{\alpha} = \frac{[S \cdot C]}{[C \cdot C]} \dots\dots\dots (31)$$

ここに、 $\bar{\alpha}$ ：パラメータ  $\alpha$  の推定値、

$$[X \cdot Y] \equiv \sum_{j=1}^m X(t_j) \cdot Y(t_j)$$

である。

#### (2) 等価粗度係数の算定

実河道について、その区間長および平均的な河床勾配は河川の縦断面資料から容易に決定されうるのに対し、一般に、水面幅および粗度係数は流れの時間的変化に伴って場所的に、また時間的にもかなり変動するので、水路幅と粗度係数を合理的に評価することは前二者の評価ほど容易ではない。

しかし、実河道に等価な長方形断面一様水路の諸元を決定するにあたって、 $L_e$  および  $i_e$  (以下、添字  $e$  は等価水路におけるものを意味する) にそれぞれ置換対象河道の区間長と平均河床勾配を用い、さらに、洪水時の平均水深  $H_{0e}$  を平均流入流量  $Q_m$  に対応する等流水深で近似することにすれば、 $\bar{\alpha}$  を用いて等価水路に対する水路幅と粗度係数との関係が定式化されうる。その際、 $\bar{\alpha}$

ラメータの同定によって定められる等価水路の特性量の個数は原理的に唯一であり、これに  $B_e$  あるいは  $n_e$  のいずれをあてればよいか問題となる。実際、粗度係数は水路の底質、表面の不整、障害物、植物および蛇行の程度などの計量化しがたい要素によって影響を受け、その次元のもつ物理的意味は不明であるのに対して、水路幅は単なる幾何学的な量でしかなく、河川の横断面資料などによってその定量的な評価は比較的容易である。したがって、今の場合、パラメータの同定によって評価算定されるものに粗度係数を選ぶ方が適当であるといえよう。このような観点から、式 (27) を考慮すれば、等価粗度係数は、

$$n_e = k \left( \frac{B_e}{B_e^2 + 4b} \right)^{2/3} \dots\dots\dots (32)$$

で定式化される。また、 $\rho_e$  を 1 と仮定した場合、

$$n_e = k \cdot B_e^{-2/3} \dots\dots\dots (33)$$

となる。ここに、 $b \equiv \bar{\alpha} Q_m^{3/5} / L_e$ 、 $k \equiv \sqrt{i_e} (2 \bar{\alpha} / L_e)^{5/3}$  である。

明らかに、 $B_e$  が同一という条件のもとでは、式 (33) は式 (32) によるものよりも大きな  $n_e$  を与えるが、 $B_e \rightarrow \infty$  のとき  $\rho_e \rightarrow 1$  であるから、広幅の等価一樣水路の場合、式 (32) の代りに簡単な式 (33) を用いて  $n_e$  を算定して十分なことが推察される。

ところで、式 (32) に関して、 $B_e = 2\sqrt{b}$  のとき  $(n_e)_{\max} = k / \sqrt[3]{16b}$  となることから、この関係式はさらに次のように無次元表示される。

$$U_2 = \left( \frac{2U_1}{U_1^2 + 1} \right)^{2/3}, \quad U_1 > 0, U_2 > 0 \dots\dots (34)$$

ここに、 $U_1$  および  $U_2$  は、

$$U_1 = \frac{B_e}{2\sqrt{b}}, \quad U_2 = \frac{n_e}{k / \sqrt[3]{16b}} \dots\dots\dots (35)$$

で定義される無次元量である。

いま、ここで式 (34) の表わす性状を示せば、図-5 のようである。これより、 $U_1 = 1$ 、換言すれば、 $B_e = 2H_{0e}$  のとき  $U_2$  は最大値 1 となること、そして、 $U_1$  が 1 より遠ざかるにつれて  $U_2$  は次第に小さくなることが知られる。また、 $U_2$  は  $U_1$  に関して 1 個の関数である反面、 $U_1$  は  $U_2$  に関して 2 個の関数であることも明らかである。いうまでもなく、式 (34) の有するこのような性質は、先にも論じたように、パラメータの同定を通して

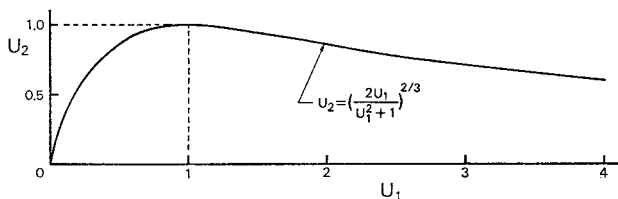


図-5  $U_1 \sim U_2$  の関係

$n_e$  を算定することのほうが計算論理の面においてもまた有利なものであることを示唆している。

以上、要するに、等価水路における洪水時の平均水深を当該洪水の平均流入流量に対応する等流水深で近似する限りにおいては、パラメータを同定することにより、与えられた  $B_e$  に対する  $n_e$  は式 (32) あるいは式 (34) によって算定され、等価一樣水路モデルが得られることになる。

4. 数値計算例

実際に、いくつかの実河道の貯留解析に前章で述べた手法を適用し、パラメータ  $\alpha$  の推定と等価粗度係数の計算を行ってみた。以下にその結果と等価一樣水路モデルを用いて洪水をシミュレートした一例を示すことにする。

(1)  $\bar{\alpha}$  および  $n_e$  の計算結果

実際、河道の上・下流の二地点において水理水文資料が整っていて、しかも、その間において水路の横からの流入流出流量のないような単一河道区間の例はきわめてまれである。そこで、ここではこれにできるだけ近い河道区間の例として、次に述べる一級河川の河道区間を選び、解析の対象とした。すなわち、淀川水系木津川の中流部である加茂から飯岡までの約 13.7 km の区間、吉井川の周匝から岩戸までの約 13.4 km の区間、日野川の溝口から車尾までの約 12.4 km の区間および斐伊川の新伊萱から大津までの約 12.2 km の区間の 4 つである。

図-6~9 はこれらの区間の河道の平面形状の概略を示したものである。これらの図からわかるように、木津川および吉井川の当該河道区間にはその途中に顕著な流入流量をもつ支川の



図-6 木津川平面図

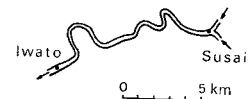


図-7 吉井川平面図

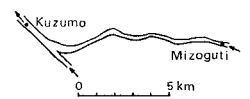


図-8 日野川平面図

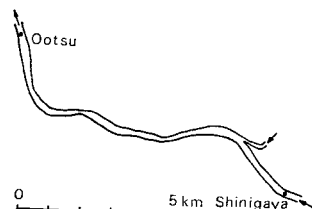


図-9 斐伊川平面図

表-1 対象洪水

河川名	洪水名	洪水番号
木津川	6524号出水	1
	6734号出水	2
吉井川	昭和42年7月出水	3
	昭和45年8月出水	4
日野川	昭和40年6月出水	5
	昭和42年7月出水	6
斐伊川	昭和37年7月出水	7
	昭和39年7月出水	8

合流はないが、一方、日野川および斐伊川のそれには途中で支川が合流している。したがって、前二者の河道区間は、後二者のそれに比べて、単一河道により近いものであることは明らかである。次に、これらの各河道区間に対する貯留解析には

表-1 に示す出水を用いた。これらの出水は、いくつかある出水記録の中でもとりわけ上・下流の二地点において精度のよいと思われる資料の得られているもので、しかも、河道区間の途中からの流入流量がかなり少ないとみなされるものである。このうち、日野川ならびに斐伊川の出水については、支川からの流入流量をまったく無視することは適当でないと考えられる。そこで、支川について詳細な流出解析を行うのに十分な水文資料は得られていないことから、これらの河道に対しては、便宜的に流域面積比により区間下流端の実測資料に基づくハイドログラフを修正し、これを単一河道の区間下流端からの流出ハイドログラフとして用いた。

表-2 対象河道区間の幾何学的諸元

河川名	区間長 (km)	区間平均河幅 (m)	平均河床勾配
木津川	13.73	360	1/1100
吉井川	13.40	160	1/920
日野川	12.38	170	1/195
斐伊川	12.16	220	1/650

さて、表-2 に示す対象河道の区間長とその平均河床勾配をそれぞれ等価一様水路の区間長と水路床勾配とし、前述した手順に従って、表-1 の出水についてパラメータ  $\alpha$

の推定を行った。得られた結果を河道貯留の特性を表わす一指標と考えられる平均貯留量  $S_m$  との関係において示せば 図-10 のようである。同図において、 $S_m = \left( \int_0^{t_s} S dt \right) / t_s$ 、 $t_s$  : 区間貯留量  $S$  が最大となる時間であ

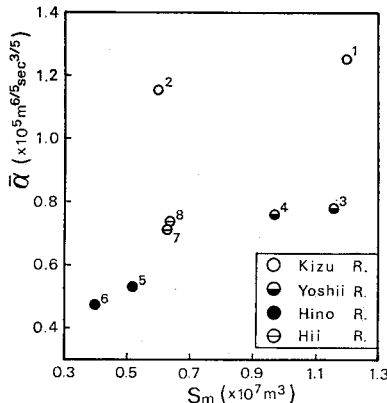


図-10 パラメータ  $\alpha$  の推定値

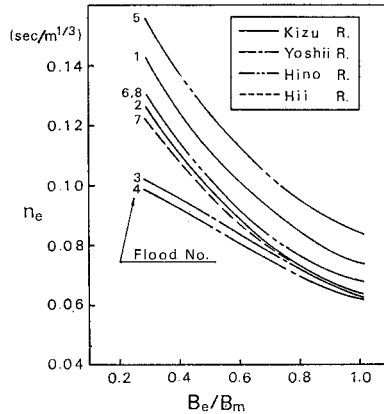


図-11 等価粗度係数の計算値

る。また、図内の数字は表-1 の洪水番号に対応している。

図-10 によれば、各河道区間について、パラメータ  $\alpha$  の推定値は平均貯留量が大きくなるにつれて若干増大する傾向にあるものの、出水規模によって著しく変動することはなく、 $\alpha$  は各河道区間にそれぞれ固有の大きさとなるように見受けられる。このような定性的な結果は、式 (27) より  $\alpha \propto L \cdot B^{2/3} / i^{3/10}$  なることを考慮すれば、おおむね妥当なものであることが理解されよう。

次に、図-11 は各出水について式 (32) により計算された等価粗度係数の値を等価水路幅との関係において示したものである。同図において、 $B_m$  は表-2 に示されている区間平均河幅である。通常概念のもとでの等価水路幅は  $B_m$  の数 10% 程度、すなわち  $B_e/B_m < 1$  であることに配慮すれば、従来の解析結果から当該河道区間の平均的な粗度係数の値は 0.040 前後の大きさと考えられるので、対象河道区間に対する等価粗度係数の値は実河道のそれよりも大きいことがわかる。また、本来ならば、 $B_e/B_m$  が 1.0 の近傍において  $n_e$  は実河道の粗度係数の値にかなり近いことが期待されるが、このような領域においても  $n_e$  の値はなお実河道のそれより幾分大きい結果となっている。今の場合、 $n_e$  に関してこのような結果が得られたのは、もともと式 (28) は水路の不規則性に起因する遊水効果などを考慮に入れて導かれたものでないにもかかわらず、パラメータ  $\alpha$  の推定段階において死水域による貯留効果を受けた実測の河道貯留量を用いているため、結果的に  $\alpha$  が過大評価されていることによるものであろう。なお、図-11 のグラフは 図-5 の  $U_1 \geq 1$  の領域における曲線の一部に相当していることは明らかである。

(2) 等価一様水路モデルの適用例

まず、本モデルによって洪水をシミュレートした河道

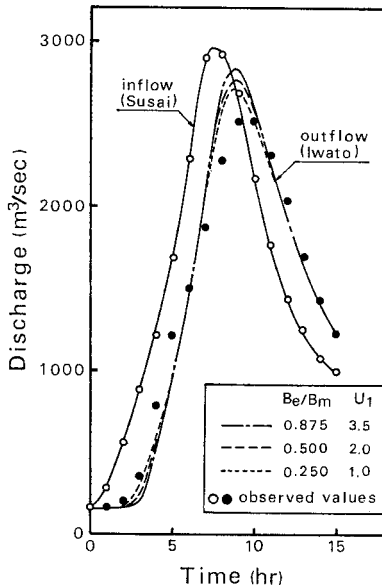


図-12 洪水追跡計算例

区間は貯留解析に使用した河道区間のうちの一つの吉井川の周匝から岩戸までのものである。なお、これは流量資料がもっともよく整備されていること、また単一河道に近いこと、さらには区間全体を通して単断面形状であることなどの理由から選ばれた。

次に、追跡計算は以下のような手順によった。すなわち、区間上流端に相当する周匝における流量資料を上流端の境界条件として与え、等価一様水路における不定流の基礎方程式をこの境界条件のもとに2 Step Lax-Wendroff 法<sup>13)</sup>によって数値的に解き、下流端の岩戸における流量波形を追跡するというものである。

図-12 は、実際に  $\bar{\alpha} = 0.77 \times 10^5 \text{ m}^{6/5} \text{ sec}^{-1/5}$ 、 $Q_m = 1400 \text{ m}^3/\text{sec}$  の条件のもとで、等価水路幅をいくつか設定し、昭和45年8月の出水を追跡した結果を示したものであるが、流量の計算値と実測値の一致の程度は、洪水の立ち上りとピーク付近を除けば比較的良好である。

ところで、かなり不規則な河道区間を本文の等価一様水路モデルで取り扱えば、河道の不規則性による形状抵抗、死水域による貯留の影響など不明確な要素のすべてが粗度係数に背負い込まれる結果になるため、 $n_e$  は実際の粗度係数の値よりもかなり大きくなるであろうことは容易に想像される。また一方、等価水路幅は式(32)によって規定されているので、 $B_e$  は逆に著しく小さくなる。しかし、このように  $n_e$  および  $B_e$  が常識的な値から大きく遊離したものになることは、その本来の物理的意味という側面からみれば、きわめて不都合である。したがって、上述の点を考慮すれば、図-12 にみられる計算ピーク流量と実測ピーク流量との差異は、 $B_e$  と

$n_e$  の組合せのいかんによって説明される性質のものではなく、当該河道区間が遊水効果などを考慮すべき程度に不規則であることに起因しているものと推察される。

以上、吉井川における洪水をシミュレートした結果は、図-7 からわかるように、対象河道区間は著しく屈曲していることもあって、実測ピーク流量の低減量はかなり大きく、本モデルの適用性を明確にするまでには至らないが、洪水波形全体としての特性追跡という点ではかなり良好な結果が得られたことより、提示した等価一様水路モデルの手法は遊水効果が大きくない程度の実河道の単純化の問題に対する有効な一接近法であると考えられる。

## 5. 結 言

本論文は不規則性の規模の大きくない実河道を対象として、これをできるだけ単純なしかもその洪水伝達機能の本質が失われていない形の概念的なモデル水路に置換する手法について考察したものであるが、得られた結果を要約すれば、以下のようである。

(1) 長方形断面一様水路における洪水流に関して、任意の地点の水深と水面勾配はその地点における流量時間曲線によって定まり、それぞれ式(22)および式(23)で与えられる。

(2) 長方形断面一様水路において、区間への流入流量を入力、区間からの流出流量を出力、区間貯留量を内部変量としたいわゆる入・出力システムの数字モデル(貯留方程式)は水路ならびに洪水の特性パラメータを用いて式(26)で表現される。また、この式は式(28)で近似して実用上十分である。さらに、従来の経験的な式(29)は本文で理論的に誘導された貯留方程式の近似式として得られる。

(3) 一般に、洪水資料の精度は必ずしも高いとはいえないので、式(28)に含まれるパラメータ  $\alpha$  を同定することによって、当該河道をこれに等価な長方形断面一様水路に置換する手法を提示した。

(4) いずれの河道区間についても、パラメータの推定値  $\bar{\alpha}$  は洪水の規模が大きくなるに従い若干増大する傾向がみられるにすぎない。また、これは各河道区間ごとにみればそれぞれにほぼ固有の大きさである。

(5) 本文で提示した等価一様水路モデルの手法を実際に洪水追跡に適用した結果、計算ピーク流量と実測のそれとの間には多少差異が生ずるうらみはあるが、本手法によって全体としての波形はかなりよく再現されることがわかった。

(6) 同一洪水について単一河道の上・下流地点における流量記録などが必要とされる関係上、提示した手法



はこうした資料の不備な河川における洪水追跡に基本的に適用しがたいものである。また、不規則性による遊水効果の卓越するような河道に本手法を適用すれば、等価一様水路の粗度係数ならびに水路幅は実河道のそれらから著しく遊離した値になるという不都合が生じるため、このような河道に対しては、死水現象を考慮に入れた死水幅をもつ一様水路モデル<sup>19), 20)</sup>など別の観点から考察される必要がある。

以上、解析データの個数は必ずしも十分であるとはいえないため、実河道の不規則性の規模からみた本モデルの適用限界など、今後さらに明確にすべき点はいくつか残されているが、本研究は洪水追跡における実河道の単純化という課題に取り組むうえで、有用な一情報を提示し得たものと考えられる。

最後に、本研究をすすめるうえで、貴重なご助言ご指導を賜った京都大学工学部 岩佐義朗教授に深甚の謝意を表す。また、計算その他の面においてご助力いただいた当時京都大学大学院生（現在、建設省土木研究所）の関 正和氏をはじめとして鳥取大学ならびに広島大学の水工学研究室の学生諸氏にも謝意を表す。さらに、水文基礎資料を快く提供していただいた関係各方面の方々にも謝意を表す次第である。

なお、本研究は文部省科学研究費特定研究（1）環境汚染制御、代表者 岩佐義朗教授の援助を受けたこと、計算は京都大学大型計算機センターの FACOM 230-75 および広島大学計算センターの HITAC 8700 によったことを付記しておく。

#### 参 考 文 献

- 1) 吉川秀夫：河川工学，朝倉土木工学講座 17，朝倉書店，1966。
- 2) Baltzer, R.A. and Lai, C. : Computer Simulation of Unsteady Flows in Waterways, Jour. of the Hydraulic Div., ASCE, Vol. 94, No. HY 4, 1968.
- 3) 是枝 忍・秋元 保・丸岡 計：河川における洪水伝播のシミュレーション，第 13 回水理講演会講演集，土木学会水理委員会，1969。
- 4) 高橋 保：不規則断面水路の洪水流（1），京都大学防災研究所年報，第 13 号 B, 1970.
- 5) 高橋 保：不規則断面水路の洪水流（2），京都大学防災研究所年報，第 14 号 B, 1971.
- 6) Chiu, C.-L. : Stochastic Open Channel Flow, Jour. of the Engg. Mechanics Div., ASCE, Vol. 94, No. EM3, 1968.
- 7) Chiu, C.-L. and Lee, T.S. : Stochastic Simulation in Study of Transport Processes in Irregular Natural Streams, School of Eng. Publication Series No. 4, Univ. of Pittsburgh, U.S.A., 1971.
- 8) 岩佐義朗・常松芳昭：洪水追跡法に関するグラフ理論的考察，土木学会 第 28 回年次学術講演会講演概要集，第 2 部，1973.
- 9) Hayashi, T. : Mathematical Theory and Experiment of Flood Waves, Trans. of the Japan Society of Civil Eng., No. 18, 1953.
- 10) Takahashi, T. : On the Flood Waves in a Prismatic Open Channel, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 19, 1970.
- 11) 岩佐義朗：水理学，朝倉土木工学講座 3，朝倉書店，1967.
- 12) 前出 10).
- 13) Iwasa, Y., Inoue, K. and Tsunematsu, Y. : Systems Simulation of Streamflows, Systems Approach to Hydrology, Water Resources Pub., Fort Collins, Colo., U.S.A., 1971.
- 14) Chow, V.T. : Open-Channel Hydraulics, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1959.
- 15) 前出 14).
- 16) 岩佐義朗・常松芳昭・関 正和：洪水追跡を対象とした実河道のモデル化について，土木学会 関西支部年次学術講演会講演概要，1972.
- 17) Wylie, C.R. : Advanced Engineering Mathematics, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1960.
- 18) Richtmyer, R.D. and Morton, K.W. : Difference Methods for Initial Value Problems, 2nd Edition, John Wiley and Sons, New York, 1967.
- 19) 岩佐義朗・常松芳昭・長尾貞夫：河道モデルの洪水伝達特性について，土木学会 第 27 回年次学術講演会講演概要集，第 2 部，1972.
- 20) 前出 4).

(1975.9.18・受付)