

密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究*

FUNDAMENTAL STUDY ON DYNAMICS OF THE HEAD
OF GRAVITY CURRENTS

福岡 捷 二**・水村 和 正***・加納 敏 行****

By Shoji FUKUOKA, Kazumasa MIZUMURA and Toshiyuki KANO

1. 序 論

塩水または泥水のような濁水が、これより密度の低い流体中に流入すると、周囲水との密度差のために濁水は水底に沿って進行する。この時、密度流先端部 (head) は周囲の静止流体を押しつけて進行するため、密度流の運動エネルギーの一部は、先端部で位置と圧力のエネルギーに変換される。この結果、先端部水深は、それに続く定常部水深よりも高まり、先端部は定常部よりも遅い流速で流下することになり、濁水がたえず先端部に流入してくる。先端部の流動特性が定常部と著しく異なるのはこのためである。

このような2つの流体間の密度差のために生ずる密度流先端部の研究は、Schmidt¹⁾, Kuenen^{2), 3)}, Bell⁴⁾ らの先駆的研究以来、地質学、地球物理学の分野の研究者によって精力的に進められてきた。地質学者にとってもっとも関心の深い density current は、土砂の浮遊によって形成される“turbidity current”である。これは、海底や大貯水池底でしばしば観察されるもので、たとえば、1929年11月18日に Grand Banks Earthquake によって起こった turbidity current や Lake Mead での turbidity current⁵⁾ はよく知られている。地質学者の turbidity current に対する主要な関心は、turbidity current が、海底の堆積物や海底地形と密接な関連があることに根ざしていた²⁾。他の1つは³⁾、濁水層がある厚さと密度分布をもつ時、この層の移動速度はどのくらいかを推算し、観測された移動速度 (主として Grand Banks

Turbidity Current の値) と比較し、turbidity current が運ぶ土砂の輸送量を求めようとするものであった。しかし、計算法はきわめて大ざっぱなもので、水理学、流体力学の知識に基づいて算定するというよりも、経験的に導かれた関係式による推算のため、一般性に乏しいものであった。一方、地球物理学者の gravity current に対する関心は、大気中の cold flow の front⁶⁾、対流不安定の期間に砂漠で生ずる dust storm^{7), 8)} (砂じんあらし、これはスーダンで haboob、北西インドで andhi とよばれる)、sea breeze front^{9), 10)} 等大規模な大気の運動にあった。Simpson¹¹⁾ は大気中でみられる大規模な gravity current と、実験室規模の密度流先端部の運動を比較し、先端部の形状、head 前面の上昇流など両者はよく似ていることを示し、両者の力学的相似に言及した。Simpson¹²⁾ はさらに先端部の形状特性、形状に及ぼす底面の影響などを実験的に調べ、興味ある結果を得た。Kármán¹³⁾ は非粘性流の条件を用いて、head の前面の傾斜角は $\pi/3$ であることを、理論的に示した。このような gravity current の head の問題は、工学がかかわる分野でもしばしば見られる。lock exchange flow^{14), 15)}、感潮域での塩水密度流^{16), 17)}、貯水池への濁水の進入による turbidity current^{18), 19)} 等がそうである。Keulegan¹⁴⁾ は、lock から水平水路に流入する塩水サージの先端部の形状と移動速度を実験的に調べ、先端の初期速度、移動速度に関する関係式を得た。Ippen と Harleman¹⁷⁾ は勾配の異なる水路を流下する塩水の先端部の運動を調べ、先端の形状を最大水深で無次元化すると、head の形は勾配に無関係に相似であることを示した。Middleton²⁰⁾ は、塩水密度流とプラスチック球を浮遊した、turbidity current の2組の実験を行い、Keulegan によって見出された塩水密度流先端部の法則が、turbidity current に対しても成立することを示した。Middleton はまた、head の形、head 内の運動、head の前面の運動についても若干の実験的考察を行った。Benjamin²¹⁾

* この研究は一部文献 19) に発表しているが、本論文はさらにその後の研究成果を加えて取りまとめたものである。

** 正会員 Ph. D., 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 Ph. D., 日本テトラポッド (株) 応用水理研究所 (当時 東京工業大学土木工学科助手)

**** 学生会員 東京工業大学大学院修士課程土木工学専攻

は、水平方向の運動量と圧力勾配のつりあいを考えて、そのような流れでは、“breaking head wave”が常に生じなければならないことを予測した。

しかし、先端部の流動に関するこれらの実験的研究はいずれも定性的な検討にとどまっております。密度流先端部がどのように形成し発達するか、head 内の流速分布、濃度分布はどのようなもので、定常部との違いを引起こす原因はいかなるものかなど、実験的に明らかにされていない点が多い。また、先端の移動速度、最大水深、先端部長さなどは、経験的な関係式に頼らざるを得ないのが現状である。したがって、先端部の流動特性を理解し、理論を確立することは、自然界で広くみられる gravity current の力学の理解に有用な情報を与えると思われる。

本研究は、上述の問題点を踏まえて、静水中に密度差のある流体が流入する時に形成される密度流、特に貯水池密度流を念頭において、先端部の内部構造と流動機構を実験的、理論的に考察した。貯水池水が成層している場合には、図-1 に示すように、密度流が水路底を離れてそれぞれの密度の等しい層の中に水平に進入していく。この時、重力の影響が減ずるために進行速度が著しく遅くなり、長時間にわたり貯水池の広い範囲に濁質の滞留が起る。このような成層化した貯水池での濁度物質の挙動を調べるための第一歩として、本研究では密度が一樣な流体からなる貯水池中を濁水が一様勾配の底面に沿って進行していく時に形成される head について理論と実験の両面から考察する。さらに、内部境界面に発生する大きな渦運動の特性を明らかにし、渦運動が先端部の運動および形状に及ぼすかについても考察をくわえる。

2. 密度流先端部物理量の定義

座標は図-2 に示すように上流端から水路底に沿って流下方向に x 軸、直角上向きに y 軸をとる。下層を流れる密度流は、次の3つの領域からなる。

- (i) 先端部：流下方向に内部境界面の高さが大きく変化する非定常性の強い領域。
- (ii) 定常部：内部境界面までの高さがほぼ一定で、下層密

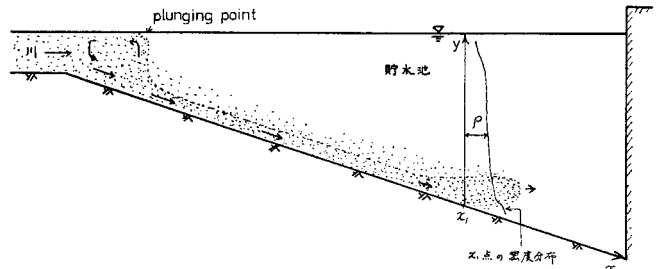


図-1 成層化している貯水池内の密度流

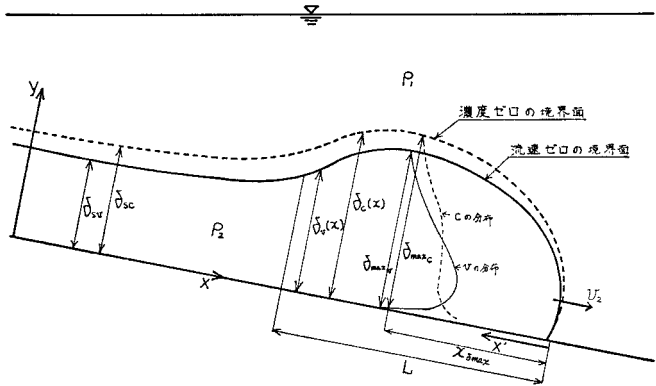


図-2 座標系と先端部の記号の説明

度流がほぼ等流とみなされる領域。

- (iii) 遷移部：先端部と定常部を接続するゆるやかに水深の変化する領域。

遷移部は距離的に短かいので、本研究ではこれを定常部に含めて考えることにする。

実験結果の検討に先だって、内部境界面の高さを定義しておく必要がある。二次元密度流の内部境界面は、次の2つの方法で定義することができる。

- (i) 濁度が及んでいる高さ、実質的には濃度が零に近い等濃度の高さを連ねた水深。
- (ii) 下層密度流の流速零の高さを連ねた水深。

図-2 に示すように、これらの定義に基づく内部境界面の高さを、それぞれ $\delta_c(x)$, $\delta_v(x)$, 先端部最大水深を δ_{maxc} , δ_{maxv} , 定常部水深を δ_{sc} , δ_{sv} で表わす。(i) と (ii) から定義した内部境界面の高さは、物理的にはそれ

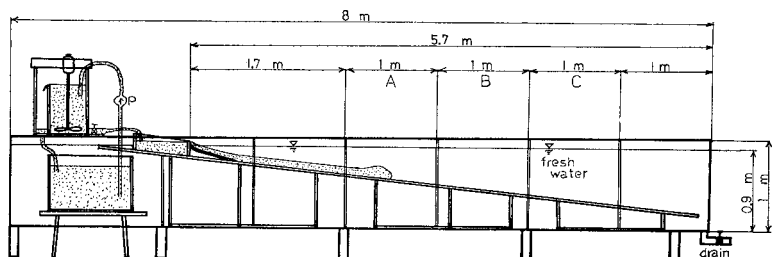


図-3 実験装置

ぞれ物質が拡がる上限、運動量が拡がる上限を示しており、両者の関係については実験データに基づいて考察する。

3. 実験装置と実験方法

実験装置を図-3に示す。水路は、幅0.6m、深さ1.0m、長さ8.0m、の水槽を仕切り板で幅を0.21mに縮め、その中に1/10勾配の底板を敷いた、長さ5.7mの片面ガラス張り開水路である。水槽全体が貯水槽として使える構造に作られているので、流入水量は貯水池水量に比して十分に小さい。一定濃度に調整された濁水をポンプで攪拌器を取りつけた一定ヘッドタンクに導く。この濁水は流量制御バルブを通過し、矩形ぜきから静かに静水中へ流下し、密度流先端部を形成する。矩形ぜきから静水中に流下直後に、濁水の周囲水との混合による希釈を小さくするために、ゆるやかな傾斜板をとりつけ、濁水がなめらかに底板上を流下するようにした。濁度物質としてベントナイト(比重2.42、平均粒径0.11 μ)水溶液と塩水を用いた。2種類の濁度物質を用いた理由は、泥水密度流と塩水密度流の先端部の運動を比較するためである。実験条件を表-1に示す。Run No. 4, No. 12は濁水を21秒間通水し、先端部を形成させた後通水を止め、その後の先端部の運動を調べるために行ったものである。このように、先端部形成後は上流から運動量の供給がないため、純粋に密度差のみに起因する運動をinclined thermalとよび、上流から運動量の連続的な供給がある場合をinclined plumeとよぶことにする²²⁾。Run No. 15, 16, 17は、特に界面に発生する大きな渦運動の特性を調べるために行ったものである。表-1に記載されている比重は流入前の比重である。流入直後の濁水は、Wall jet状を呈し、周囲水と激しい混合を起し、密度流の流量は通常給水量の5~6倍になる。このため、濁水は流入前に比してかなりの程度(本実験では約10倍)うすまる。

測定は、次の項目について行われた。

(i) 先端部形状と最大水深

着色した濁水先端部の運動を8mm撮影し、フィルムより1秒ごとの先端部縦断形状 $\delta_c(x)$ 、最大水深 δ_{maxc} を読みとった。また、先端が上流端より1.7, 2.7, 3.7, 4.7mの位置を通過する時の最大水深 δ_{maxc} を肉眼により読みとった。

(ii) 先端部移動速度

8mm撮影より先端部最先端の位置を1秒ごとに読みとり、移動速度を求めた。また、図-3の区間AとCを1m流下するに要した時間をストップウォッチで計測し、平均速度を求めた。

表-1 実験条件

Run No.	Discharge (l/s)	Kind of Turbidity	Specific Weight of Turbid Water	Condition of Flow	Temperature (°C)
1	0.1	Bentnite	1.0095	Plume	16.0
2	0.2	"	"	"	18.5
3	0.4	"	"	"	15.0
4	0.4×21 sec	"	"	Thermal	14.0
5	0.2	"	1.0205	Plume	14.0
6	0.1	Salt	1.0050	"	11.0
7	0.15	"	"	"	11.0
8	0.2	"	"	"	11.0
9	0.4	"	"	"	11.0
10	0.2	"	1.0095	"	13.5
11	0.4	"	"	"	7.0(i) 7.5(ii)
12	0.4×21 sec	"	"	Thermal	7.5
13	0.2	"	1.0205	Plume	12.6(i) 7.5(ii)
14	0.4	"	1.0250	"	19.7
15	a 0.06 b 0.08 c 0.1 d 0.15 e 0.2 f 0.4	"	1.0050	"	11.0
16	a 0.06 b 0.08 c 0.1 d 0.15 e 0.2 f 0.4	"	1.0100	"	7.3
17	a 0.06 b 0.08 c 0.1 d 0.15 e 0.2 f 0.4	"	1.0050	Thermal	6.8

注) (i) 濃度分布測定時の温度
(ii) 流速分布測定時の温度

(iii) 流速分布

濁水がベントナイト溶液の場合には、直径5mmの2本の超小型プロペラ流速計を、上流端から3.2mの位置に鉛直方向に1cm離して設置し、流速計を通過していく濁水の速度をビジュグラフに連続的に記録して読みとった。塩水の場合は、水素気泡発生装置を用い、次の2つの方法で測定した。

㊸ 密度流最先端が上流端より4.5mの位置に達した時、その最先端より10, 20, 30, ..., 100, 200cm地点に水素気泡を発生させ、それぞれの流速分布を写真撮影し、読みとる。㊹ 水素気泡発生装置を上流端から3.2mの位置に設置し、先端部がその地点から10cm進むごとに写真撮影し、測定する。

㊹の方法は、濁水がベントナイト水溶液の場合の方法と同じである。ここでは、㊸の測定法をLagrange的、㊹をEuler的に測られた流速分布とよぶ。濁水の流量と比重を正しく調整しさえすれば、先端部の流れの再現性は良好であったので、繰り返し実験を行い、最先端から種々の距離の流速分布を求めた。

(iv) 濃度分布

先端部および定常部の濃度分布は、サイフォン原理を

用いて以下のように測定した。水路区間 B で採水器を密度流最先端から一定の距離を保ちながら水路底に平行に移動させ、1断面内 10 点同時に採水する。採水した濁水の体積と濁水中に含まれるペントナイトまたは塩の乾燥重量から濃度を求めた。

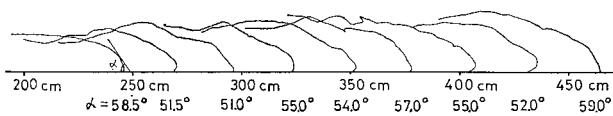
(v) 先端部の内部境界面に形成される大きな渦
8 mm 映画撮影と肉眼による測定を併用して、渦がもっとも発達した状態の時間間隔から、渦の発生周期を測定し、この渦と先端部最大水深、移動速度の関係を調べた。

4. 実験結果と考察

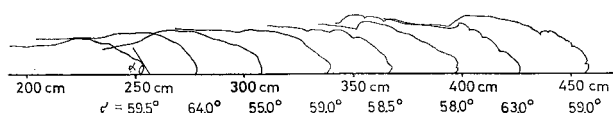
(1) 先端部の形成・発達機構

密度流先端部がどのようにして形成されるかを調べるために、次のような実験を行った。着色していない流入濁水が先端部を形成したあと、上流端でこれと同じ密度の着色濁水を 50 cc ずつ一定時間間隔に注入し、これらの着色水の動きを観察した。着色水は定常部底面付近の速い層によって最先端に到着し、先端部を占めていた流体と混合する。すなわち、定常部の底付近に生ずる速い流速は、先端部移動速度より速いため、先端部に濁水が滞留し、流下につれてその大きさを増してゆく。この先端部への濁水の流入が先端部の流動特性を著しく定常部と異ならせる要因である。最先端部の横断面形を下流から見たものが写真一1である。写真から明らかなように、最先端部には下面、または後面から種々の大きさの濁水塊がせり出してくるような特徴的な運動がみられ、内部に強い混合が推察される。図一4 は、先端部を連続的に撮影した映画より、2 秒ごとに読みとった先端部形状の距離的（時間的）変化と先端部前面の傾斜角 α を示す。これより傾斜角はほぼ 60 度で、底勾配がある場合にも Kármán の理論値¹³⁾に近い値をとることが知れる。先端部形状には、界面に生ずる大きな渦運動の影響

$R = 1.0125$



$R = 1.0150$



図一4 先端部形状の距離的变化

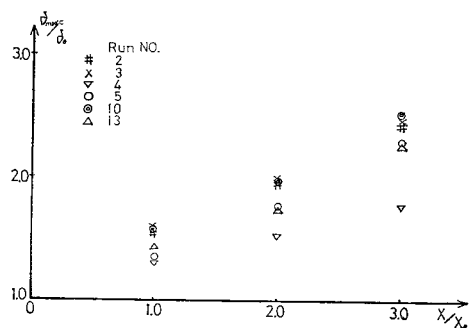


写真一1 密度流先端部前面の流況, Run No. 10

が現われてはいるが、先端部の形状は流下方向にほぼ相似形状を保ちながら流下する。図一5 は密度流先端部最大水深 δ_{maxc} が、流下とともにどのように変化するかを、濁度が及んでいる最大高さを指標に測定したものである。図中 δ_0 は、基準点 x_0 の最大水深である。測定値は同一の実験条件でも内部境界面に発生する大きな渦運動のため、多少のばらつきはあったが、図中の点はそれらの平均値を示す。同図より、次のことがいえる。

- (i) 先端部の最大水深は、ほぼ距離に比例して増加する。
- (ii) 流量が大きいほど、また、密度差が小さいほど最大水深は大きい。
- (iii) thermal の最大水深の発達率は、plume に比して小さい。

上述の結果より、先端部最大水深を決定する主因は、先端部に流入する濁水量であることが明らかである。図一5 の結果は、界面に現われる大きな渦運動の影響を平



図一5 δ_{maxc}/δ_0 と x/x_0 の関係

均して測定したもので、渦運動の界面高さへの影響については(6)で詳述する。実験結果は本実験の範囲内で成立するもので、流下距離が長くなると、最大水深がどのようになるかについては明確ではない。5.で論ずる理論解析結果から推察すると、最大水深の増加率は次第に緩慢になると考えられる。

2. で述べた内部境界面の2つの決定方法に基づいて、濁度の拡がり幅と、運動量の拡がり幅の関係を検討する。図-6は、(a)濃度がその断面の最大濃度の5%の点を連ねた線 $C/C_{max}=0.05$, (b) $C=1.0 \times 10^{-3}$ の等濃度線, (c) 流速零の高さ δ_v を連ねた線で示した内部境界面の位置を示す。 $C=1.0 \times 10^{-3}$ を連ねた等濃度線は、ほぼ濁度が及んでいる高さ δ_c と一致する。図-6より δ_c/δ_v を求め、先端部全体に関して平均すると $\delta_c/\delta_v \approx 1.3$ を得る。このことは濁度が運動量より拡がりやすいという従来の実験事実を裏づける^{23), 24)}。しかし、濁度は流速よりも界面付近の渦運動の影響を受けやすいので、界面高さを濁度の拡がりから決めると誤差を伴いやすい。図-7は、密度流が任意の距離 x を通過していく時の、先端部最大水深 $\delta_{maxv}(x)$ と最小水深(定常部水深) $\delta_{sv}(x)$ の比に対する、距離と先端部移動速度であらわした Re 数, $Re_x = v_2 x / \nu$ の関係を示す。測定は、流量 $(v_2 \cdot \delta_v)$ と測定断面を種々変化させて得られたものである。これより $\delta_{maxv}/\delta_{sv}$ は、 Re_x に無関係にほぼ一定で、 $\delta_{maxv}/\delta_{sv} \approx 1.5$ の値をとることがわかる。

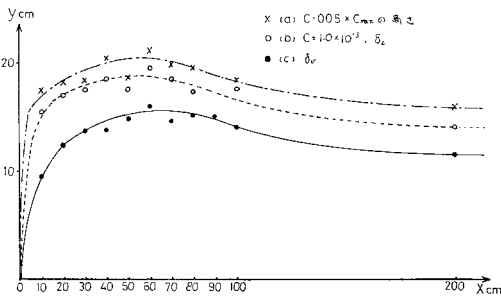


図-6 濃度と運動量の拡がり幅の比較 (Run No. 5)

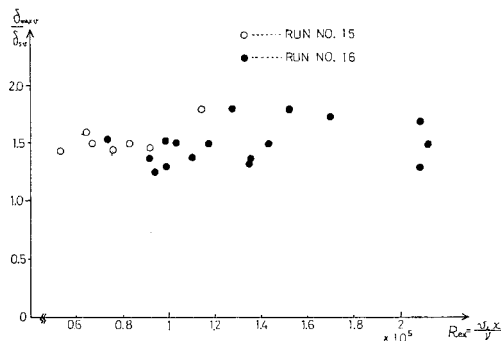


図-7 $\delta_{maxv}/\delta_{sv}$ と Re_x 数の関係

(2) 密度流最先端の様相と先端部移動速度

密度流最先端の様相は絶えず変化しつづける。平均的に 60 度の傾きを持つ最先端前面には、写真-1 が示すように密度流前面から周囲水より重い異なった大きさの濁水塊がせり出し、丸くふくらんだ耳たぶ状の突出部を形成する。この突出部は、先端部前面の平均速度よりやや速い速度で前方に動きながら、垂直および水平に広がり始めるため、やがて先端部本体の速度より遅くなる。この時、突き出していた部分は本体に吸収され始める。1つのふくらみが吸収され、消滅始めると、次の新しいふくらみが生れる。このように、前面では濁水塊のかたまりの生成、消滅を繰り返しながら、先端部は前進をつづける。先端部移動速度は、このような最前線の位置を時間的に追跡することによって求めた。図-8は、種々の水理条件のもとで、AとC区間各1mを流下するに要する時間から求めた平均速度を示す。長さ5.7mの本実験水路では、いずれの条件でもわずかな加速性を示した。当然のことながら、移動速度は流量、密度差が大きいほど速く、thermal よりも plume が速い。界面の大きな渦運動が移動速度に及ぼす影響については、(6)で詳述する。

(3) 流速分布

図-9は、密度流最先端から測った種々の距離 x' の水路中心線上で測定された鉛直流速分布の一例を示す。流速計は、低流速 (3 cm/s 以下) では信頼性に欠けるので、内部境界面付近の流速は点線で示されている。濁水流入量は、貯水池水量に比して十分小さいために、静止流体中に測定し得るほどの逆流は生じなかった。先端部は定常部に比して流れの非定常性が強いいため、測定値はばらつく傾向がある。特に最先端から 0.4 m までは、非定常性と内部での混合が強いために、かなりのばらつきがみられたが、図中の実線は測定値の中心を通るようにひいたものである。しかし、先端部内を上流に進むほ

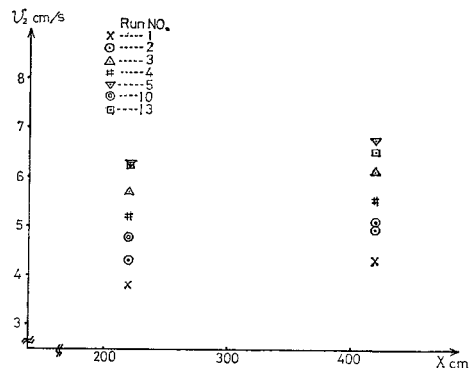


図-8 先端部移動速度の実測値

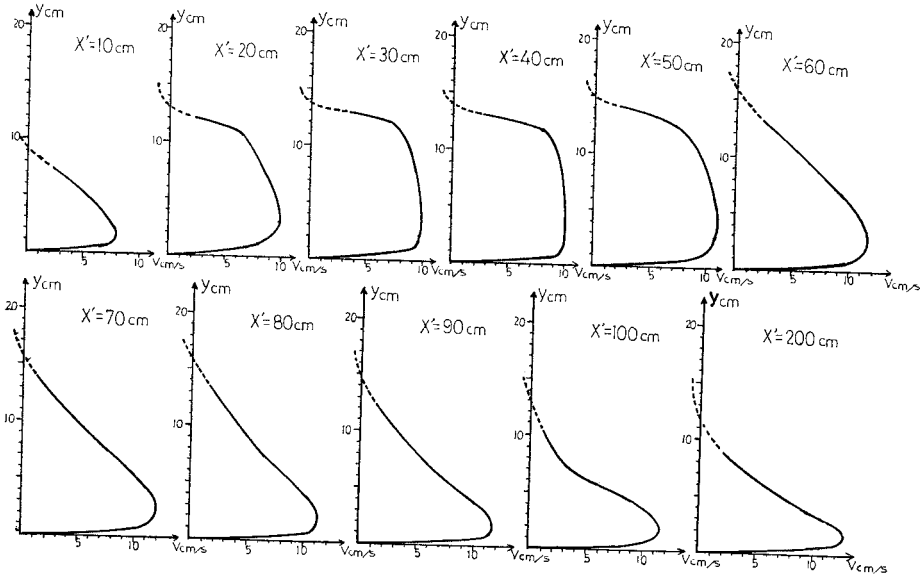


図-9 先端部の流速分布, Run No. 5

どばらつきの程度は小さい。 $x'=0.4\text{ m}$ までは流速分布はかなり一様化しており、最大流速の現われる位置は明確ではない。これは後でもふれるが、図-10 に示すように、最先端部では前面と下面より密度の小さい周囲水が混入し、濁水層が対流的不安定となる。その結果、大きな渦運動が先端部の前に生じるため、流速分布が一様化する。一方、 $x'=0.4\text{ m}$ より上流では底付近で最大流速が現われ、上流に進むにつれて定常部の流速分布 ($x'=2.0\text{ m}$) に近づく。図-9 の流速分布図によれば、先端部の断面を通過する流量は定常部 ($x'=2.0\text{ m}$) の流量より大きいことがわかる。これは前述したように、定常部から流入してくる濁水が先端部に貯留されていることを示している。塩水とベントナイト水溶液の流速分布には、認め得る差はなかった。また、流速分布の測定方法の違い (Lagrange 的方法と Euler 的方法) によって分布形に有意な差は生じなかった。

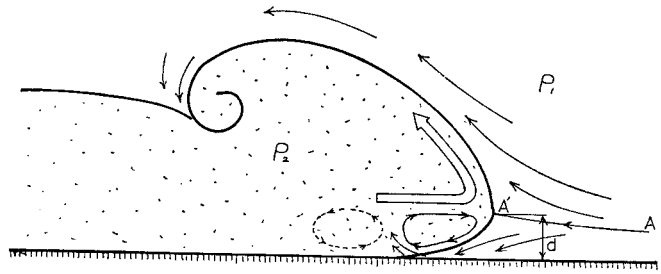


図-10 先端部の流況

(4) 濃度分布

濃度分布の実測例を図-11, 12 に示す。図中の数字は最先端からの距離を示す。注目に値する点は先端部濃度が定常部濃度 ($x'=2.0\text{ m}$) に比して底付近を除いて高いことである。これは、底付近では定常部の流速は最大であり、濃度も最大であるため、定常部から絶えず高濃度の濁水が先端部に送りこまれ、濁質の貯留が起っているためである。Run No. 2 では $x'=0.4\sim 0.5\text{ m}$ で断面最大濃度が起っているが、Run No. 5 では $x'=0.2\sim 0.3\text{ m}$ で起っている。この違いは上流から流入する濁

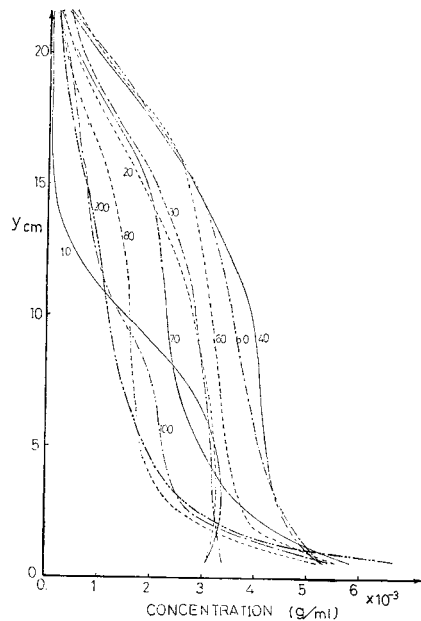
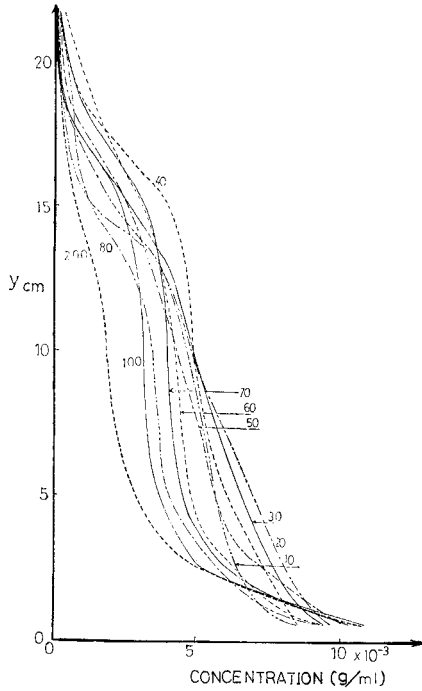
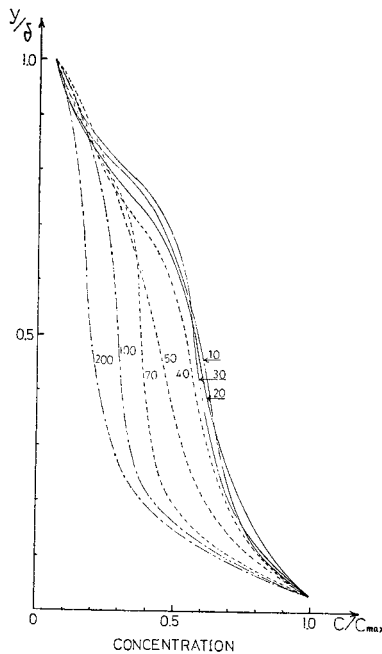


図-11 濃度分布, Run No. 2



図—12 濃度分布, Run No. 5

水のもつ運動量の差に関係がある。図—10 に示す最先端部の下面からの清水の混入は、先端部の濃度分布形に興味深い影響を及ぼす。濃度が低い Run No. 2 では、最先端に近い $x'=0.1, 0.2\text{ m}$ で下面から周囲水が流入するため、底面付近の濃度がうすまる。したがって $x'=0.1, 0.2\text{ m}$ では、最大濃度が底から $2\sim 3\text{ cm}$ で起っており、底面に最大が現われる他の断面と異なる。流入濁水濃度がさらに小さくなると、下面からの清水の混入による影響は相対的にいっそう顕著になる。しかし、Run No. 2 のほぼ 2 倍の濃度の Run No. 5 では、最先端下面からの周囲水の混入は、Run No. 2 と同程度であるにもかかわらず、濃度の希釈は相対的に弱く、最大値はどこでも底面にみられる。図—13 は Run No. 5 に対し各点濃度を最大濃度で、底からの高さをそれぞれの断面の濁水層厚さ δ_c で無次元化した分布形を示す。無次元濃度分布形は、最先端から濁水層

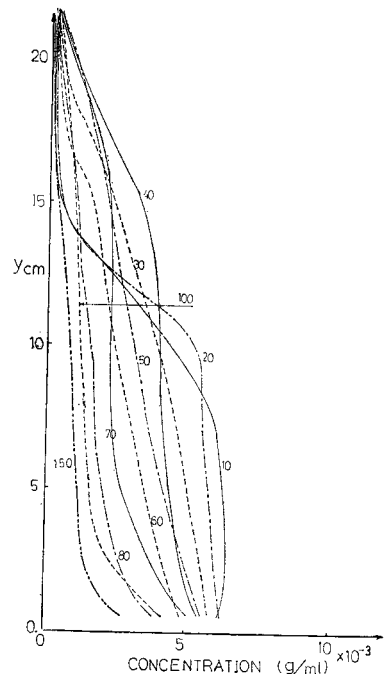


図—13 無次元濃度分布, Run No. 5

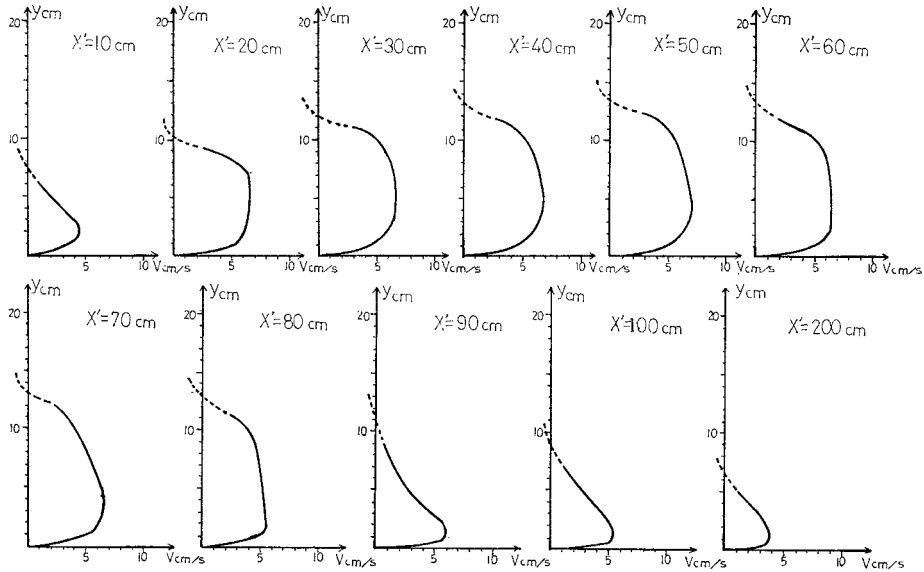
の最大水深までの距離 $x_{\delta_{max}}$ ($40\sim 50\text{ cm}$) と、それより上流では異なる。すなわち、 $x_{\delta_{max}}$ より上流に進むにつれて、定常な密度流の分布形に近づき、水深方向に指数関数的に減少する分布をもつ。一方、最先端から $x_{\delta_{max}}$ までは、対流的不安定性と上流から流入してくる濁水のため生ずる渦運動により混合が活発になり、濃度分布形は流速分布形と同様にかなり一様化し、ほぼ相似形に近い分布形を呈する。

(5) Inclined thermal の濃度分布と流速分布

thermal では上流より高濃度の濁水の供給がない（定常部が存在しない）ために、最大水深 $\delta_{max c}$ の発達率は 図—5 に示したように、plume に比して緩慢である。図—14, 15 は thermal の最先端からの種々の距離 x' での濃度分布、流速分布を示す。thermal を動かす唯一の力は、密度差（濃度差）に起因する重力の流下方向成分である。thermal の濃度は plume と異なり、front から tail の方向に次第に減少している。すなわち、濃度の高い部分は重力の作用で前方へ速く移動し、濃度の低い部分は相対的に取り残されている。図—15 の流速分布は濃度への強い依存を示しており、thermal の前部では濃度、流速が高く、後部では濃度、流速が低い。したがって、長い距離流下後には thermal の後部は徐々に前部から取り残され、分解し、やせ細ってゆくことが予想される。本実験水路内での thermal の移動速度は 図—8 に示すようにほぼ一定であったが、十分に長



図—14 Thermal の濃度分布, Run No. 4



図—15 Thermal の流速分布, Run No. 4

い水路で観測すれば、先端部の分解と清水の混入による有効重力の減少のため、移動速度も次第に小さくなるものと思われる。

(6) 先端部の渦運動と先端部形状の関係

図—16 は、流下する密度流先端部を 3 秒間隔に撮影したもので、内部境界面に現われたくびれが次第に大きさを増す様子を示す。このくびれは、最先端前面で発生した渦が、内部境界面に働く強いシアのために次第に成長したものである。前面からある時間間隔で発生した 2 つの渦は、内部境界面沿いに上流に動き、両渦の移動速度の違いのために次第に接近する。図—17 は、2 つの渦がこのような状態にある時の両渦の相互作用を模式的に示したものである。底面の境界条件を満たすため、鏡像の位置に反対方向の回転をもつ渦を置く。渦 A (循環 Γ_A) の中心には、自分自身以外の 3 つの渦から太い実線の方向 (右下向き) に流れが誘起され、渦 B (循環 Γ_B) には同様にして右上向きに流れが起る。このため 2 つの渦を囲むように点線で示した大きな回転運動が現われ、渦 A の付近では界面が下降し、渦 B の付近では上昇する。この渦運動に伴って、界面の低下した付近から強い周囲水の混入が起る。図—16 に基づいてこのプロセスを説明すると次のようになる。渦 A より前に発生した渦 (図—16 ではこの渦は視界を通り過ぎ、写っていない) は、この段階で非常に遅い速度になっているために、渦 A は次第に接近する。両渦は 図—16 (d) の段階でもっとも強い相互作用を及ぼし合い、ほぼ合体し、図—17 に示した強い回転運動に伴うくびれを生ずる。その後は、合体した渦は強さを次第に弱め、ほぼ静止状態

に近くなり、下流側から移動してくる新しい渦 B がある距離に近づいてくるまで、両渦の相互作用は現われない。図—16 から明らかなように、先端部の最大水深は渦の合体と密接なかわりがあるようにみえる。

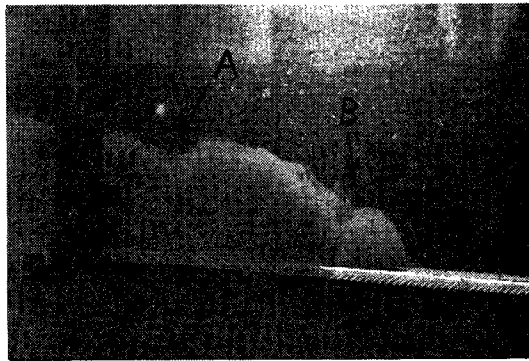
次にこのような渦の合体周期について考察する。合体周期は、2 つの渦の相互作用がもっとも強く、界面のくびれが最大になる時間間隔から決定した。種々の異なった条件に対し、plume と thermal の先端移動速度 v_2 、最先端から界面がもっともくびれる位置までの距離 S 、周期 T 、最大水深 $\delta_{max c}$ を測定した。測定値の一覧を表—2 に示す。周期 T は、同じ条件で測定するとほぼ一定であるので、表—2 にはそれらの平均値を示す。

表—2 界面に発生する大きな渦の特性

Run No.	v_2 (cm/s)	S (cm)	δ_{max} (cm)	T (sec)	$\frac{1}{St} = \frac{v_2 T}{\delta_{max}}$	$R_e = \frac{v_2 \delta_{max}}{\nu}$	Temperature (°C)
15 a	2.8	33	15	12	2.2	3 000	7.8
b	2.9	46	21	15	2.1	4 350	”
c	3.3	48	22	12	1.8	5 186	”
d	3.4	51	23	14	2.1	5 586	”
e	4.0	62	22	14	2.5	6 286	”
f	5.0	71	24	14	2.9	8 571	”
16 a	4.0	65	19	12	2.5	5 429	7.5
b	4.3	68	18	12	2.9	5 529	”
c	4.3	75	19	12	2.7	5 836	”
d	4.5	80	21	12	2.7	6 750	”
e	4.8	86	23	13	2.7	7 886	”
f	6.1	90	20	10	3.1	8 714	”
17 a	1.7	36	13	14	1.8	1 579	7.5
b	2.4	48	14	11	1.9	2 400	”
c	2.1	38	13	11	1.8	1 950	”
d	2.4	46	14	10	1.7	2 400	”
e	2.8	46	15	11	2.1	3 000	”
f	3.5	59	17	10	2.1	4 250	”

$v_2, S, \delta_{max c}$ もすべて平均値である。 $T, v_2, \delta_{max c}$ からなるストローハル数の逆数 $1/S_t = v_2 T / \delta_{max c}$ と $Re = v_2 \delta_{max c} / \nu$ の関係を 図—18 に示す。 $10^3 < Re < 10^4$ の範囲では、 $1/S_t$ は微増する傾向にあるが、ほぼ一定で $1/S_t \approx 2.5$ である。 さきの実験的に求めた $\delta_c / \delta_v \approx 1.3$ の関係を用いると、 $1/S_t = v_2 T / \delta_{max v} \approx 3.3$ となる。 v_2, δ_{max} が後節の方法で理論的に計算できると、この関係より渦の合体周期を予測することができる。 図—19 は、撮影した映画より 1 秒間隔に読みとった先端部最大水深 $\delta_{max c}$ と、最先端の位置の時間変化から読み取った、先

端部移動速度 v_2 の時間的（距離的）変化の一例を示す。 図—5 の肉眼による測定値と同様に、 $\delta_{max c}$ は時間とともにほぼ直線的に増大するが、一定時間間隔（この場合、 $T=9.0$ 秒）で、 $\delta_{max c}$ の値にギャップが現われる。 この時間は、ほぼ渦の合体時に相当し、合体が周期的に起ることを示している。 先端の移動速度 v_2 はほぼ一定であるが、渦の合体時付近で v_2 は急減している。 これは、合体して形成された大きな渦が、先端部の進行によって先端部から置去られる瞬間に、抵抗が働くためである。 渦が先端から離脱してしまうと、ただちに移動速度



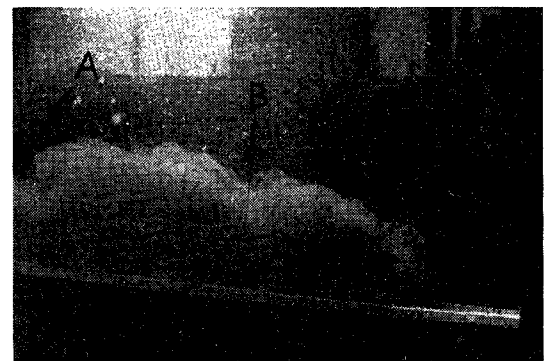
(a) $t = t_0$ sec



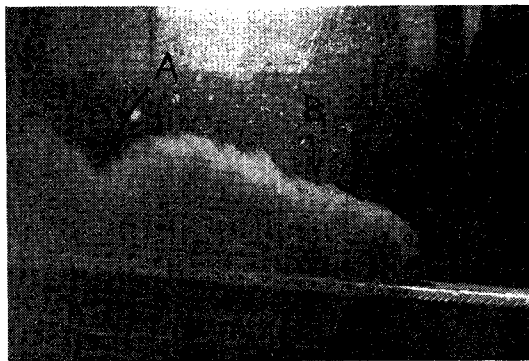
(d) $t = t_0 + 9$



(b) $t = t_0 + 3$



(e) $t = t_0 + 12$



(c) $t = t_0 + 6$



(f) $t = t_0 + 15$

図—16 先端部に見出される大きな渦運動, Run No. 7

は回復する。このことは、渦の合体によって形成される大きな渦運動は先端部の運動に対する抵抗としては、底面および内部境界面の抵抗に比して小さいことを示す。しかし、大きな渦運動が周囲水の混入に果たす役割は重要である。

(7) 先端部境界面からの周囲水の混入

周囲の密度の小さい流体が先端部に捕えられる機構は、大別すると次の3つに分類される。

(i) 最先端前面からの清水の捕捉

最先端前面では耳たぶ状に突き出した濁水塊が、生

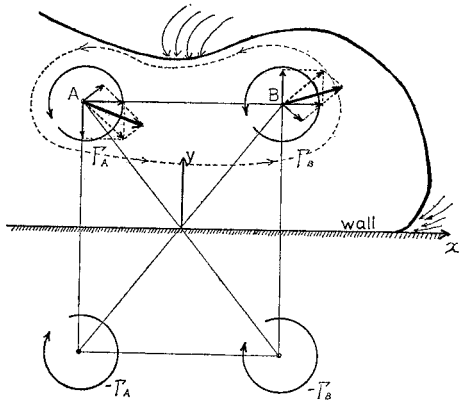


図-17 渦の相互作用

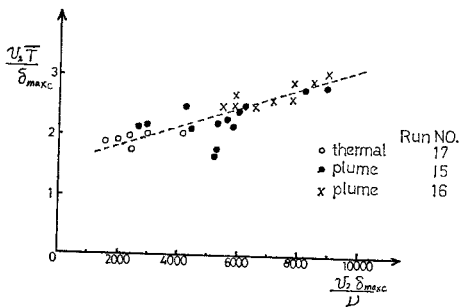


図-18 Strohal 数と Re 数の関係

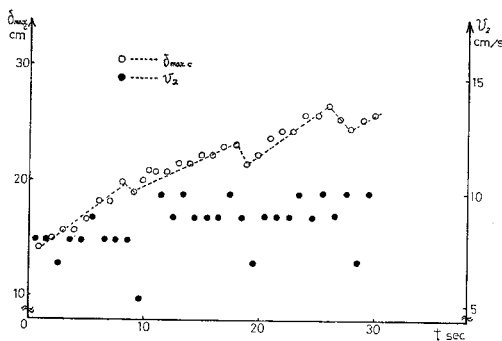


図-19 先端部の $\delta_{max,c}$ と v_2 の時間的变化, Run No. 14

成・消滅を繰り返しながら前進していることを(2)で述べた。この時、図-20 が示すように2つの隣りあった丸い出っばりは、異なった進行速度を持ちながら同時に膨張し、両塊を境するきれつにはさまれた密度の小さい周囲水を巻きこむ。このような周囲水の捕捉は、先端の前面で絶えず起こっている。

(ii) 最先端部下面境界からの周囲水の混入

周囲の流体を押しわけながら、先端部が底面沿いに進行する時、最先端下面は図-10のように底面に密着することなく、わずかに上昇する。この上昇は底面壁の存在と、先端部内の流体のもつ流速の違いにより起る。上昇部分の下面から周囲水が最先端部に流入することは、最先端内部の運動に重要な役割りを果たす。図-10の streamline AA' より上側では、自由表面まで十分な高さがあるため、流体は容易に押し上げられ、上側の内部境界面は、先端部内の流体のもつ運動量に応じたなめらかな形を持つ。一方、 AA' より下面では壁の存在のため流体は内部境界の下側にもぐる。しかも、最先端部内の流体の下層の速度は小さいため、周囲の流体は下面から先端部内に進入する。この時の先端部内の流れの様子を可視化すると、図-10のような渦運動が認められる。底面から鼻までの高さ d については、Simpson¹²⁾ が先端部のもつ慣性力を考慮に入れて、実験式を導いている。

正面図 平面図

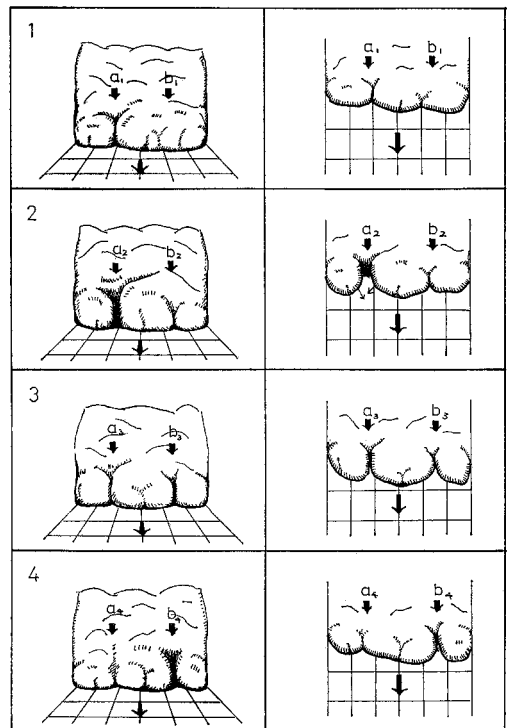


図-20 最先端前面からの周囲水の捕捉の状況

(iii) 内部境界面の大きな渦運動に伴う周囲水の混入
先端部が進行する時、図-16 にみられるような、先端部最大水深付近の境界面に大きな渦運動が周期的に現われ、この渦運動に伴って周囲水が先端部に引き込まれる。

周囲水の混入は (iii) の場合がもっとも強く、混入時に着色した濁水が、境界面から底面方向に帯状に薄まるのが認められる。しかし、混入水が先端部内の運動に与える影響は (i) と (ii) のほうが大であるといえる。(i) と (ii) の混入現象は最先端部に対流を生み出す不安定な状況をつくり出すため、その影響が速度分布、濃度分布に顕著に現われる。一方、(iii) の型式の混入は最大水深の後部で起こるため、先端部の平均運動を決定する要因が第一義的には最先端から最大水深までの先端部の重力の流下方向成分であることを考えると、(iii) の型式の混入が先端部の運動にそれほど大きな影響を及ぼすことはないと考えられる。(i) と (ii) に起因する強い混合作用は、流路底面から先端部への土砂の巻込みを促し、これが turbidity current が停止せずに運動を維持する力を与える原因にもなる。この問題については別の機会に発表する予定である。

(8) 泥水密度流先端部と塩水密度流先端部の比較

同一の水理条件で、濁度のみが異なるベントナイト水溶液と塩水密度流先端部の運動の比較を行った。この点に関して Middleton²⁰⁾ は泥水密度流と塩水密度流先端部移動速度、先端部内およびまわりの流況がほぼ同じであることから、両者の先端部の運動特性に差異が存在しないことを結論した。著者らの実験によっても最大水深の x 方向変化、先端部移動速度、流速分布など先端部の平均的な流動特性は、図-5, 8 に示すように両者はほとんど差がない。先端から種々の距離での濃度分布も塩水が底付近で泥水よりもやや一様化していることを除いて、図-11, 12 と同じである。底面に沿って運動する密度流の R_c 数が本実験の範囲内にあり、濁質がベントナイト粒子程度の大きさであれば、濁度粒子の沈降性が先端部の流動機構に及ぼす影響は無視してもよいと思われる。したがって、いずれか一方の先端部の挙動を知れば、他方を知ることができる。実験を行う立場からすると、塩水密度流の実験の方が格段に容易である。この事実が明らかになった後、著者らは濁度流として塩水密度流を用い先端部の運動を詳細に検討した。また、後述する理論解析においては濁質の沈降性を無視している。

5. 理論的考察

前節までに明らかにされた実験事実に基づいて、先端部移動速度、最大水深を理論的に求めてみる。理論解析にあたって、先端部とともに移動する座標系を用い、以下の仮定を行う。

(i) 密度流を先端部と定常部に分け、定常部は等流水深で流れるものとする。

(ii) 先端部形状は、図-21 に示すように最先端部の三角形部分と、それに続く水面に平行な内部境界面をもつ台形部分からなる。これは、先端部形状の実測から決めたもので、 $x_{\delta_{max}}$ と δ_{max} の関係は $x_{\delta_{max}}/\delta_{max} = \alpha \approx 1.8$ となり、三角形部分は相似形を保ちながら運動する。したがって、先端部長さ L は、先端部最大水深 δ_{max} と定常部水深 δ_s を用いて、

$$L = \frac{\delta_{max} - \delta_s}{\tan \theta} + x_{\delta_{max}} = \frac{\delta_{max} - \delta_s}{\tan \theta} + 1.8 \delta_{max}$$

で与えられる。

(iii) 内部境界面から先端部への周囲水の混入は無視し、先端部と定常部の濃度は同一でかつ一様である。

(iv) 濁水は、先端速度よりも速い流速を持つ定常部の $0 \sim \delta_s'$ 部分から、先端部へ流入する。流入した濁水はそのまま先端部に貯留され、先端部水深および長さの増大に寄与する。この仮定では $\delta_s' \sim \delta_s$ 間より流出する濁水量は考慮していない。これは上流側定常部からの流入濁水によって先端部が常に大きさを増し続けるという実験事実により、 $0 \sim \delta_s'$ 面からの流入量が $\delta_s' \sim \delta_s$ 面よりの流出量よりも十分大きいためである。

(v) 先端部全体の移動速度は v_2 である。

(vi) 先端部に作用する圧力は静水圧分布である。

(vii) 先端部の流動に伴う全抵抗は次式で表わされる。

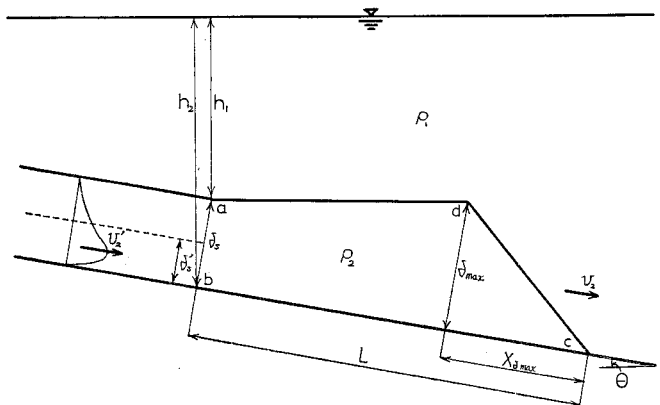


図-21 先端部形状のモデル化

$$F_D = C_D \frac{\rho_1}{2} v_2^2 \delta_{\max} \dots \dots \dots (1)$$

以上の仮定のもとに、非定常運動量方程式、連続方程式を適用する。一般に非定常運動量方程式は次式で与えられる。

$$F = \frac{d}{dt} (mv) \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 F は外力、 m は質量、 v は速度である。

先端部には次の4つの外力が作用する。

- (1) 重力の流下方向成分
- (2) 全静水圧の流下方向成分
- (3) 上流側から先端部に流入する濁水のもつ運動量に起因する力
- (4) 内部境界面、水路底面に働くせん断抵抗、造波抵抗、および先端部の形状抵抗

次に、これらの力について順番に考えてみる。

- (1) 先端部の単位幅あたりの体積は、

$$\frac{\delta_{\max}^2 - \delta_s^2}{2 \tan \theta} + \frac{a}{2} \delta_{\max}^2$$

であるから、重力の流下方向成分は

$$\rho_2 g \left(\frac{\delta_{\max}^2 - \delta_s^2}{2 \tan \theta} + \frac{a}{2} \delta_{\max}^2 \right) \sin \theta$$

となる。

- (2) 図-21の先端部の各面に働く静水圧の流下方向成分は次のようになる。

- (i) $a-b$ 面に働く静水圧の流下方向成分

$$\rho_1 g \frac{h_1 + h_2}{2} \delta_s + 4\rho g \frac{\delta_s^2}{2}$$

h_1 は a 点の水深、 h_2 は b 点の水深、 4ρ は $\rho_2 - \rho_1$ を示す。

- (ii) $b-c$ 面に働く静水圧の流下方向成分は 0。

- (iii) $c-d$ 面に働く静水圧の流下方向成分

$$-\rho_1 g \frac{h_1 + h_2 + L \sin \theta}{2} \delta_{\max}$$

- (iv) $a-d$ 面に働く静水圧の流下方向成分

$$\rho_1 g h_1 (L - x_{\delta_{\max}}) \sec \theta \cdot \sin \theta$$

(i)~(iv)までの静水圧を加え合わせると次式を得る。

$$\frac{1}{2} \rho_1 g \cos \theta (\delta_s^2 - \delta_{\max}^2) - \frac{a}{2} \rho_1 g \delta_{\max}^2 \sin \theta + \frac{1}{2} 4\rho g \delta_s^2$$

(3) 先端部とともに移動する座標系でみると、単位時間に流入する濁水量は $\delta_s'(v_2' - v_2)$ であり、流入濁水のもつ運動量は $\rho_2 \delta_s'(v_2' - v_2)^2$ となる。先端部に流入した濁水は、流入した瞬間に v_2 まで速度を減ずると考えているので、流入濁水のもつ運動量は先端部に作用する流下方向の力となる。ゆえに、上流側から流入する濁水による力は、 $\rho_2 \delta_s'(v_2' - v_2)^2$ で与えられる。

- (4) 先端部に作用する抵抗は、形状抵抗、内部境界

面および水路底面のせん断抵抗、内部境界面の造波抵抗が考えられるが、各抵抗成分の大きさを見積もることは困難であるので、すべての抵抗をまとめて式(1)で表現する。

以上の外力を式(2)の左辺に代入し、前記の仮定のもとに非定常運動量方程式と連続方程式をたてる。

非定常運動量方程式：

$$\begin{aligned} & \rho_2 g \left(\frac{\delta_{\max}^2 - \delta_s^2}{2 \tan \theta} + \frac{a}{2} \delta_{\max}^2 \right) \sin \theta \\ & + \frac{1}{2} \rho_1 g \cos \theta (\delta_s^2 - \delta_{\max}^2) - \frac{a}{2} \rho_1 g \delta_{\max}^2 \sin \theta \\ & + \frac{1}{2} 4\rho g \delta_s^2 + \rho_2 \delta_s'(v_2' - v_2)^2 - C_D \frac{\rho_1}{2} v_2^2 \delta_{\max} \\ & = \rho_2 \left(\frac{\delta_{\max}^2 - \delta_s^2}{2 \tan \theta} + \frac{a}{2} \delta_{\max}^2 \right) \frac{dv_2}{dt} \\ & + \rho_2 v_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta_{\max}^2 - \delta_s^2}{2 \tan \theta} + \frac{a}{2} \delta_{\max}^2 \right) \dots (3) \end{aligned}$$

連続方程式：

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta_{\max}^2 - \delta_s^2}{2 \tan \theta} + \frac{a}{2} \delta_{\max}^2 \right) \delta t = (v_2' - v_2) \delta_s' \delta t \dots \dots \dots (4)$$

式(4)の右辺項は、定常部から先端部へ流入してくる単位幅あたりの濁水の体積である。

計算条件を表-3に示す。与えられている数値は、実験から決められたものである。

表-3 計算条件

Run No.	$[\delta_{\max}]_{t=0}$	$[v_2]_{t=0}$	δ_s	δ_s'	v_2'	ρ_1	ρ_2	$\tan \theta$	a	v
Run No. 10	10 cm	4.5 cm/s	10 cm	5.5 cm	10 cm/s	1.0000 g/cm ³	1.0025 g/cm ³	0.1	1.8	
Run No. 13	10 cm	5.5 cm/s	10 cm	5.0 cm	12 cm/s	1.0000 g/cm ³	1.0038 g/cm ³	0.1	1.8	

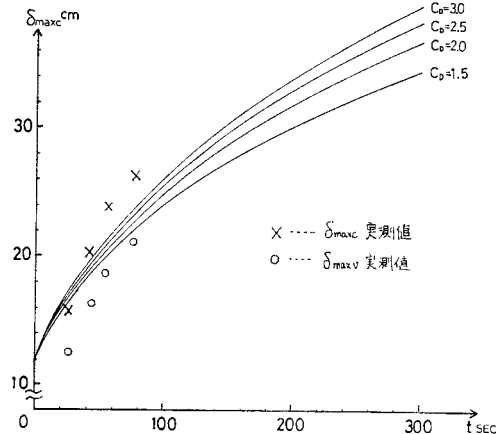


図-22 先端部最大水深の時間変化, Run No. 10

図-22 と 図-23 は先端部最大水深の時間変化の実測値 δ_{maxc} , δ_{maxv} とこれに対応する数値計算結果を示す。最大水深は時間とともに増し、その増加率はしだいに減少する。これは定常部速度が先端部移動速度より速いため、先端部に絶えず濁水が流入するためである。しかし、その増加率が小さくなるのは後述するように、先端部移動速度がしだいに増すため、先端部への流入濁水

量が時間とともに減少することに起因する。抵抗係数を大きくとるほど最大水深は大きく計算されるが、これは抵抗が大きいほど先端速度が小さく計算され、その結果、流入濁水量が多くなるためである。

先端部移動速度の実測値と数値計算結果を図-24, 25 に示す。数値計算によれば、先端速度は時間とともに増加し、定常部流速にしだいに近づく。しかし、始めの数秒内で流速が一度急激に減少したり増加するのは次のような理由による。理論計算の初期値は実測データに基づいて与えているが、実際現象ではそれらの条件で流れが決まっても、さまざまな仮定を導入した理論式では、そのまま与えた条件が適合するとは限らない。急減する場合についていえば、与えた抵抗値が初期状態の先端部に作用する流下方向の力よりも大きすぎたために、移動速度はいったん急激に減少する。移動速度が減少すれば流入濁水はそのぶんだけ増すので、先端部の質量は増加し、流下方向の力は質量の増加分だけ増す。やがて、流下方向の力は抵抗力を上まわり、先端速度は増加し始める。先端速度が増加するに従って、先端部への濁水の流

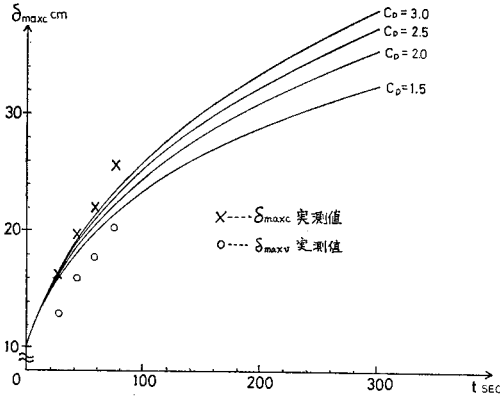


図-23 先端部最大水深の時間変化, Run No. 13

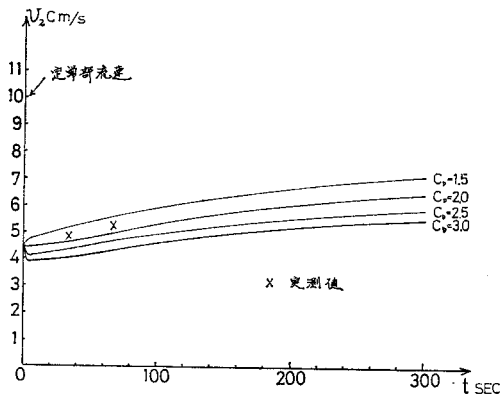


図-24 先端部移動速度の時間変化, Run No. 10

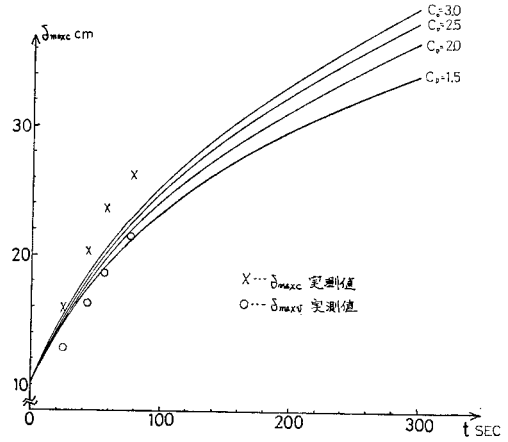


図-26 初期値を変えた場合の先端部最大水深の時間変化, Run No. 10

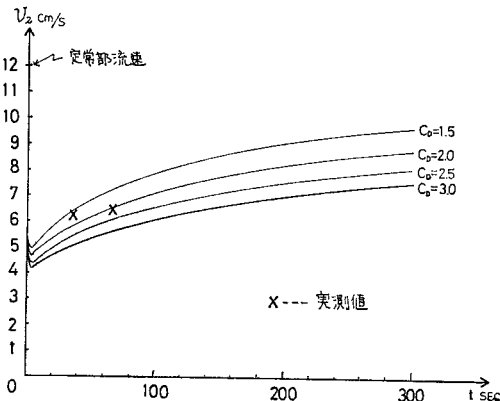


図-25 先端部移動速度の時間変化, Run No. 13

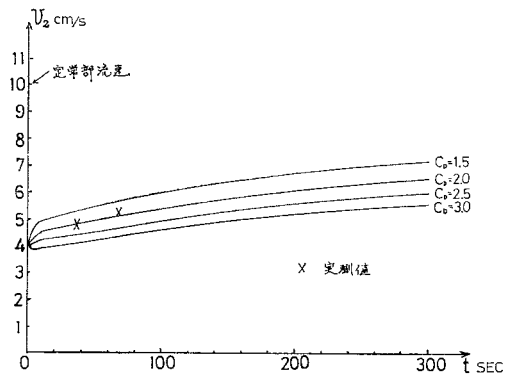


図-27 初期値を変えた場合の先端部移動速度の時間変化, Run No. 10

入は少なくなり、速度の増加率はしだいに小さくなる。理論式の誘導でなされた仮定から、先端部移動速度は定常部流速よりも速くなることはなく、しだいに定常部流速に近くなる。

図—26, 27 は初期条件だけ変化させた場合、 $[\delta_{\max}]_{t=0} = 12 \text{ cm}$, $[v_2]_{t=0} = 4.0 \text{ cm/s}$ の数値計算結果である。最大水深、移動速度ともに $t=100$ 秒後には 図—22 と 24 の結果にほぼ一致している。数値計算結果から明らかのように、式 (15) の解は容易に求まり、また、初期値 $[\delta_{\max}]_{t=0}$, $[v_2]_{t=0}$ の値にはそれほど関係していない。数値計算による誤差は、差分間隔、精度、方法を変えてもほとんど値に違いが生じなかったことから小さいと思われる。

抵抗係数 C_D の値は 図—22~25 の理論値と実測値との比較により、本実験の範囲では $C_D=2.0$ が最適と思われる。しかし、式 (1) にはすべての抵抗を含めて考えており、さらに実際現象と仮定したモデル現象との違いに起因する影響も C_D の値に反映されているので、これらの各影響について今後さらに検討する必要がある。

最後に、本理論式のもつ主たる問題点を列挙すると、次のとおりである。

- (1) 下層密度流は二次元に限定される。
- (2) 流路底勾配は一定である。
- (3) plunging point 直後における密度流の状態を知る必要がある。
- (4) 上流から連続的に濁水の供給が必要である。
- (5) 周囲水の密度は一樣で、水路底からの濁質の巻き上げ、沈降が存在しない。

6. 結 論

二次元下層密度流先端部の内部構造と運動を実験と理論の両面から調べた。得られた主要な点は次のとおりである。

(1) 密度流先端部の形成・発達は、先端部の移動速度が定常部の底面付近の流速よりも遅いため、定常部の底面付近の高い濃度の濁水が絶えず先端部に送込まれ、貯留されることに起因することを示した。そして、先端部形状、先端部最大水深、移動速度の距離的（時間的）変化を実験的に明らかにした。

(2) 先端部の流速分布、濃度分布形は次の 2 つの影響が組み合わさるために、定常部の流速分布、濃度分布と異なる。

- (a) 定常部から流入してくる高い濃度の濁水のもつ運動量。
- (b) 最先端前面、下面からの周囲流体の混入に伴う対流的不安定によって引起こされる渦運

動。

この結果、先端部最大水深の下流では、流速分布、濃度分布はかなり一樣化し、上流に進むにつれて次第に定常部の分布形に近づくことを示した。

(3) 先端部に現われる大きな渦運動の特性を調べ、渦運動が先端部形状、先端部の運動にどのような影響を及ぼすかを明らかにした。

(4) 内部境界面からの周囲水の混入様式が、3 種類に大別されることを実験的に示し、先端部の運動との関係を明らかにした。

(5) 塩水密度流先端部と泥水密度流先端部の内部構造と運動機構には、有意な違いが存在しないことを示した。

(6) inclined plume と inclined thermal の運動機構の違いを明確にした。

(7) 先端部の運動についてたてられた、非定常連続方程式と運動量方程式から、先端部最大水深と先端部移動速度の時間的（距離的）変化を求め、理論が二次元下層密度流先端部の実測値にかなりよい説明を与えることを示した。

最後に、本研究を取りまとめるにあたり、有益な助言をいただいた東京工業大学 吉川秀夫教授に深甚の謝意を表します。また、本研究の一部は、文部省科学研究費、自然災害特別研究（貯水池濁度の水理に関する災害科学的研究、代表者、足立昭平名大教授）の援助をうけた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Schmidt, W. : Gewitter and Böen, rasche Druckanstiege. Sitzber. Akad. Wiss. Wien, Math. Naturw., Kl. Abt. 11 a, 119, 1910.
- 2) Kuenen, PH. H. : Experiments in connection with Daly's hypothesis on the formation of submarine canyon, Leidse Geol. Mededel. 8, 1937.
- 3) Kuenen, PH. H., and Migliorini, C.I. : Turbidity currents as a cause of graded bedding, Jour. of Geol., Vol. 58, No. 2, 1950.
- 4) Bell, H.S. : Density currents as agents for transporting sediments, Jour. of Geol. Vol. 50, 1942.
- 5) Howard, C.S. : Density currents in Lake Mead, Proc. Minn. Int. Hyd. Convention, 1953.
- 6) Berson, F.A. : Some measurements on undercutting cold air, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. Vol. 84, No. 359, 1958.
- 7) Idso, S.B., Ingram, R.S. and Pritchard, J.M. : An American haboob, Bull. of the Am. Meteorol. Soc. Vol. 53, No. 10, 1972.
- 8) Barenblatt G.I., and Golitsyn, G.S. : Local structure of mature dust storms, Jour. of Atmospheric Science, Vol. 31, No. 7, 1974.
- 9) Simpson, J.E. : Sea-breeze fronts in Hampshire, Weather, 19, 1964.
- 10) Simpson, J.E. : Aerial and rader observation of some sea-breeze fronts, Ibid, 22, 1967.
- 11) Simpson, J.E. : A comparison between laboratory and

- atmospheric density currents, Quart. J.R. Meteorol. Soc. 95, 1969.
- 12) Simpson, J.E. : Effect of the lower boundary on the head of a gravity current, Jour. of Fluid Mech., Vol. 53, Part 4, 1972.
 - 13) Kármán T. Von. : The engineering grapples with nonlinear problems, Bull. Am. Math. Soc. 46, 1940.
 - 14) Keulegan, G.H. : Thirteen progress report on model laws for density currents, An experimental study of the motion of saline water from locks into fresh water channels, U.S. Natl. Bur. Standards Rept. 5168, 1957.
 - 15) Abraham, G. and Vreugdenhil. : Discontinuities in stratified flows, Jour. of Hydraulic Res., Vol. 9, No. 3, 1971.
 - 16) Keulegan, G.H. : Twelfth progress report on model laws for density currents. The motion of saline fronts in still water. U.S. Natl. Bur. Standards Rept. 5831, 1958.
 - 17) Ippen, A.T. and Harleman, D.R.F. : Steady-state characteristics of subsurface flow. U.S. Natl. Bur. Standards, Circ. 521, 1952.
 - 18) 安芸周一 : 貯水池濁水現象, 1975年水工学に関する夏期研修会講義集, Aコース, 1975.
 - 19) 福岡捷二・水村和正・加納敏行 : 泥水密度流先端部の流動特性, 第21回水理講演会論文集, 1977.
 - 20) Middleton, G.V. : Experiments on density and turbidity currents, I. Motion of the head, Canadian Jour. of Earth Science, Vol. 3, 1966.
 - 21) Benjamine, T.B. : Gravity currents and related phenomena, Jour. of Fluid Mech., Vol. 31, Part 2, 1968.
 - 22) Turner, J.S. : Buoyancy effects in fluids, Cambridge University Press, 1973.
 - 23) 吉川秀夫・福岡捷二・吉川勝秀 : 流体と固体粒子の相互作用に関する研究, 土木学会論文報告集, 第260号, 1977年.
 - 24) 福岡捷二・佐藤郁太郎 : 周囲水の混入及び物質の拡散と組織的渦の関係について, 第9回乱流シンポジウム, 1977年.

(1977.9.28・受付)