

# マグニチュードに基づく流域地形統計則および その位数理論との関連性

## STATISTICAL LAWS OF GEOMORPHOLOGY OF DRAINAGE BASINS BASED UPON MAGNITUDE AND THEIR RELATIONSHIP WITH STREAM ORDER THEORY

岩佐 義 朗\*・小林 信 久\*\*

By Yoshiaki IWASA and Nobuhisa KOBAYASHI

### 1. 序 論

河道網のトポロジー特性は、河道の幾何学的特性ならびに流域の形状および構造とに密接な関係があるだけでなく、流域区分が河道網のトポロジー特性に注目して行われるという点で重要である。しかし、流域の複雑な地形形態をより詳しく把握するためには、河川流域の幾何学的特性と密接な関係をもつと考えられる各種の地形量をも含めて、総合的に解析を行う必要がある。このため、本研究は、河川流域の地形形態の特性を表わす独立指標として、トポロジー特性を表わすソース数  $n$ 、最大位数  $k$ 、河道長に関する特徴を表わす外部および内部リンクの平均長  $l_e, l_i$ 、二次元的特性を示す外部および内部リンクに付随する平均流域面積  $a_e, a_i$ 、および三次元的特性を表わす外部リンクの平均勾配  $\bar{S}_i$ 、および本論文で提案する勾配係数を選び、流域内の任意の地点およびその地点より上流流域に対して定義される本川長、集水面積河道リンク勾配等の地形量を、その地点のマグニチュードの関数として表わし、マグニチュード理論に基づく地形則としてまとめようとしたものである。次に、これらマグニチュード理論に基づく地形則と著者らが提唱したソース数則より、位数理論に基づく従来の経験的地形則が誘導されることを示すとともに、河道長比、集水面積比等の無次元量を、独立指標の関数として表わして、河川流域の地形形態の特徴を表わす各種指標の相互関係を明らかにした。本研究の結果、河道網のトポロジー特性のみならず、河道の幾何学的特性ならびに流域の形状、構造をも考慮し、総合的に流域区分を行う方が合理的であることが実証された。また、地形図の縮尺および地形図上でのソースの位置の決定法とこれらの指標ならびに

地形量との関係についても考察を加えており、地形図より流域地形を把握する際に生じる問題の解決を試みている。

### 2. 従来の研究

流域地形形態の特性を定量的に把握、表現しようとする研究は、Horton<sup>1)</sup> が位数に基づく河道数則、河道長則、河道勾配則を提唱したことに始まった。Horton の提案した位数化の方法によって、河道は本川と支川とに区別されることになるが、複雑なうえに、主観的な判断も入るので、Strahler<sup>2)</sup> はこの方法を簡潔にして、本川と支川の区別をなくした。現在では、Strahler 位数の方が広く用いられており、Strahler 位数に対してもこれらの地形則がほぼ成立することが確かめられている。その後、Schumm<sup>3)</sup> によって集水面積則、全河道長則が、また、Morisawa<sup>4)</sup> によって河道高低差則が提案された。本研究では、Strahler 位数を用いているが、Horton 位数に対する河道長則、河道勾配則、河道高低差則にそれぞれ対応するものとして本川長則、本川勾配則および本川高低差則を新たに提案している。

Melton<sup>5)</sup> は、性質の異なった多くの流域を調査し、流域における単位面積あたりの河道長を表わす河川密度  $DD$  と単位面積当りの河道セグメント数を表わす河道セグメント頻度  $F_k$  との間に次の関係が、地形図の縮尺いかににかかわらず成り立つことを実証した。

$$F_k/DD^2 \approx 0.69 \dots \dots \dots (1)$$

一方、Shreve<sup>6)</sup> は、河道網を構成する最小単位であるリンクの長さおよびリンクに付随する流域面積がすべて等しいと仮定して、おおまかではあるが、河道長則および集水面積則が成立することを証明した。また、Melton の調査と同一の流域に対して、河道セグメント頻度  $F_k$  の代りに、単位面積当りのリンク数を表わす河道リンク頻度  $F_n$  を用いれば、式 (1) は次のようになることを

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

\*\* 学生会員 工修 京都大学大学院博士課程 (アメリカ合衆国マサチューセッツ工科大学大学院留学中)

示した。

$$F_n/DD^2 \approx 0.97 \dots\dots\dots (2)$$

流域の三次元的特性に関しては、熱力学との類似性によって河川の縦断面形状を求めようとする試みもなされている。Yang<sup>7)</sup> の average stream fall の法則によれば、動的平衡状態に達した流域では、河道高低差則が成立し、河道高低差比は1となる。しかし、このようにして得られた理論が現実の河川に対し普遍的に成立するかどうかはわからない。

Smart<sup>8)</sup> は、Shreve<sup>6)</sup> らによって提案された河道網のトポロジーのランダム性の仮定 (I) に加え、内部リンク長のランダム性を仮定することによって、位数  $u$  の河道長を河道数と外部 および内部リンクの平均長  $l_e, l_i$  で表わした。また、内部リンクに付随する流域面積のランダム性をも仮定して、マグニチュード  $i$  の小流域に含まれるすべてのリンクの長さの総和と定義される全リンク長  $TL$  およびこの小流域の集水面積  $A$  をそれぞれ次のように表わした。

$$TL = l_e \cdot i + l_i(i-1) \dots\dots\dots (3)$$

$$A = a_e \cdot i + a_i(i-1) \dots\dots\dots (4)$$

Shreve<sup>9)</sup> は、Smart が提案した仮定を、「気候および地質条件が一樣な流域においては、内部および外部リンクの長さならびにそれに付随する流域面積はそれぞれ別個の統計的分布を持ち、位置にはほぼ無関係である」という仮定 (II) に表現し、この仮定とトポロジー的ランダム性の仮定 (I) とをあわせ用いて、本川長が小・中流域 ( $1 \sim 10^3 \text{ km}^2$ ) では集水面積の0.6乗、また、大流域 ( $10^7 \text{ km}^2$ ) では0.5乗に比例することを、モンテカルロ法を用いた数値計算によって実証した。

Flint<sup>10)</sup> は、集水面積  $A$  と河道勾配  $S$  との関係を経験的に次のように表わした。

$$S = \alpha A^\beta \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\alpha, \beta$  は定数である。また、マグニチュード  $i$  のリンクの勾配  $S_i$  を、マグニチュード  $i$  の関数として次式で与えている。

$$S_i = k'(2i-1)^\beta \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $k'$  は定数である。同時に、11の流域に対する実測値の回帰分析より  $\beta$  は  $-0.6$  前後の値となることを得た。

Coffman<sup>11)</sup> らは、地形図と精度のよい空中写真との相対的精度を比較するため、インディアナ州の地質構造の異なる最大位数6 (以下、Strahler 位数を略して位数という) までの流域をランダムに選び出し、縮尺 1:24000 の地形図上に青線で表わされる河道のみを対象とした場合と空中写真によって河道を識別した場合とを比較した。その結果、どの流域に対しても、位数ごとにほぼ同じ割合の河道が地形図上に青線として記されてい

た。この縮尺の地形図では、位数1および2の河道のほとんどが青線で記されず、また、位数3の河道ではその1/3が、位数4の河道ではほぼすべてが青線で記されていた。さらに、青線で示された河道も、正確に位数の識別が可能な河道は少ない。これらの調査は位数に対してなされたものであり、地形図上のどの地点で河道が青線として記されるかによって下流の位数も変化する。マグニチュードの場合、ある地点のマグニチュードはその地点より上流のソース数と定義されるので、地形図より判読されるその地点のマグニチュードは、実際のソース数と地形図上に記されるソース数の割合によってのみ決まる。

一方、Stall<sup>7)</sup> は、縮尺 1:62500 と 1:24000 の2つの地形図を用い、12の流域に対して河道数、河道長および河道勾配を測定した。その結果、9流域に対しては、分岐比、河道長比および河道勾配比の値が地形図の縮尺とは無関係であることを知った。また、縮尺 1:62500 と 1:24000 の地形図における位数をそれぞれ  $u^*, u$  で表わすと、次の関係が成立することも示した。

$$u^* = u - \delta \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\delta$  は定数である。

### 3. マグニチュードに基づく地形則

#### (1) 流域の一次元的特性

流域の一次元的特性とは、地形図上に投影された河道網の構造と流域の外形とから測定される地形量の特徴である。

河道網のトポロジー特性に関しては、著者らはその研究結果<sup>12)</sup>を別に報告している。対象河道網のトポロジー特性を表わす指標として、ソース数  $n$ 、最大位数  $k$  を与えれば、そのほかの河道網のトポロジー特性を表わす地形量は、 $n, k$  および対象とするリンクのマグニチュード  $i (1 \leq i \leq n)$  によってほぼ表わされる。いま、その結果をまとめると次のようである。

$$\text{分岐比} : R_b = n^{1/k-1} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{リンク数} : m_i^n &= (n-i+1) Z_i Z_{n-i+1} / Z_n \\ Z_n &= {}_{2n-2}C_{n-1} / n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{河道リンク位} : \bar{u}_i = 1 + \log i / \log R_b \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{平均ソース高} : \bar{e}_i &= 1 & (i=1) \\ &= 2 & (i=2) \\ &= 1.78\sqrt{i-1} & (3 \leq i \leq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{最大ソース高} : \bar{d}_i &= 1 & (i=1) \\ &= 2 & (i=2) \\ &= 3.56\sqrt{i-1} - 1 - \log i / \log R_b & (3 \leq i \leq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

また、位数理論による河道網のトポロジー特性を表わすものとしては、次の2つがある。

河道数:  $N_u = R_b^{k-u}$  ..... (13)

ソース数:  $\bar{i}_u = R_b^{u-1}$  ..... (14)

次に、河道長と関係する地形量としては、対象流域内のマグニチュード  $i$  のリンクより上流の小流域の  $i$  個の外部パスに沿う河道長の最大値と定義される本川長  $L_i$ 、この小流域に含まれる全リンク長  $TL_i$ 、および  $i$  個の外部パスに沿う河道長の算術平均値と本論文で新たに定義する平均流域長  $EL_i$  が考えられる。

内部および外部リンク長のランダム性の仮定より、 $L_i$ 、 $EL_i$  および  $TL_i$  の平均値  $\bar{L}_i$ 、 $\bar{EL}_i$ 、 $\bar{TL}_i$  はそれぞれ次のように表わされる。

$\bar{L}_i = l_e + l_i(\bar{d}_i - 1)$  ..... (15)

$\bar{EL}_i = l_e + l_i(\bar{e}_i - 1)$  ..... (16)

$\bar{TL}_i = l_e \cdot i + l_i(i-1)$  ..... (17)

ここに、 $l_e$ 、 $l_i$  はそれぞれ、ソース数  $n$  の河道網の  $n$  個の外部リンク および  $n-1$  個の内部リンクの平均長である。外部リンクはそれに付随する山腹斜面から流出する雨水を集める機能を有するが、内部リンクには上流端からの流入が河道に加わるので、その流入水を下流端まで流下させる機能をも有する。したがって、外部リンクと内部リンクとは、その河道として果たす機能も異なり、区別するのが適当であろう。

式 (12) を式 (15) に、また、式 (11) を式 (16) に代入すると、 $\bar{L}_i$ 、 $\bar{EL}_i$  はそれぞれ次のように表わされる。

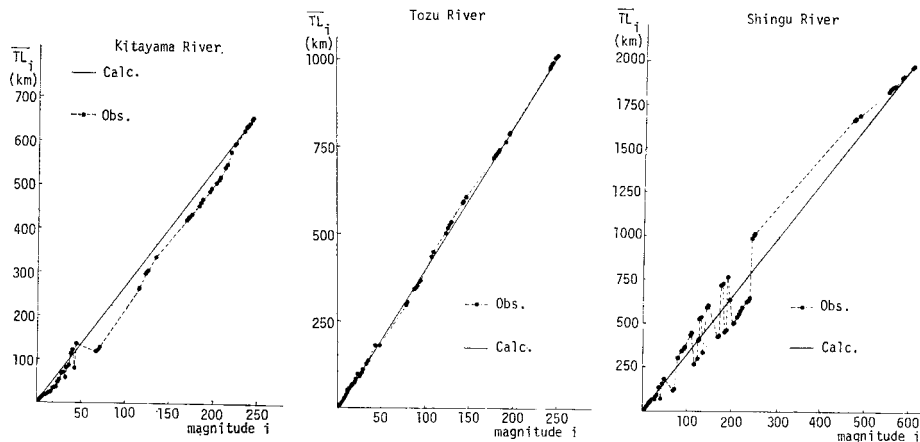
$$\left. \begin{aligned} \bar{L}_i &= l_e & (i=1) \\ &= l_e + l_i & (i=2) \\ &= l_e + l_i(3.56\sqrt{i-1} - 2 - \log i / \log R_b) & (3 \leq i \leq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{EL}_i &= l_e & (i=1) \\ &= l_e + l_i & (i=2) \\ &= l_e + l_i(1.78\sqrt{i-1} - 1) & (3 \leq i \leq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

本研究では、新宮川等の8河川流域に対して、また、特に、新宮川に関しては、その支川である北山川と十津川をもそれぞれの流域として、理論の検証を行っている。以下に、検証の結果の例を、各地形量について示し、マグニチュード理論の地形則がほぼ成り立つことを例示しよう。また、実測値と理論値とを比較、検討することにより把握できる各流域の地形形態の特徴について考察を加える。測定には、国土地理院発行の縮尺5万分の1の地形図を用い、河道およびソースの位置は地形図

**Table 1** Number of sources, order of basin, mean link lengths, mean associated link areas and mean slope of exterior links for 10 rivers.

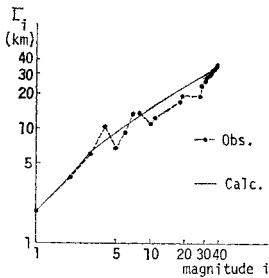
River	n	k	$\bar{l}_e$ (km)	$\bar{l}_i$ (km)	$r_1$	$a_e$ (km <sup>2</sup> )	$a_i$ (km <sup>2</sup> )	$r_a$	$\bar{S}_1$
Shingu	607	6	1.62	1.70	1.05	2.17	1.80	0.83	0.156
Kitayama	243	5	1.27	1.47	1.16	1.73	1.78	1.03	0.196
Tozu	251	5	2.03	2.06	1.01	2.91	2.02	0.69	0.126
Ōi	223	5	1.62	2.08	1.28	2.89	2.88	1.00	0.198
Ibi	111	5	2.33	1.78	0.76	4.34	2.42	0.56	0.110
Ado	95	5	1.58	1.67	1.13	1.25	1.41	1.06	0.115
Kizu	369	6	1.93	1.62	0.84	2.49	2.05	0.83	0.048
Katsura	293	5	1.38	1.28	0.93	1.43	1.27	0.89	0.099
Yasu	71	4	2.42	1.72	0.71	3.09	2.39	0.73	0.045
Echi	38	4	1.91	1.96	1.03	2.57	2.27	0.89	0.107



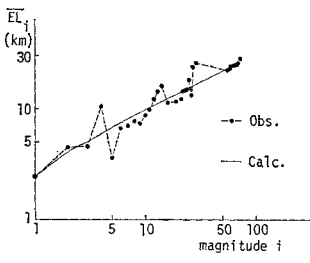
**Fig. 1** Observed and calculated average total link length  $\bar{TL}_i$  versus magnitude  $i$  for Kitayama, Tozu and Shingu River.

上の青線および青線最上流端とした。

**Table 1** には、10 河川流域の地形形態的特性を表わす指標の値を示している。本論文では、 $r_l$  および  $r_a$  をそれぞれ、 $l_i/l_e$ 、 $a_i/a_e$  と定義し、リンク長比ならびにリンク面積比とよんでいる。**Fig. 1** は、全リンク長  $\overline{TL}_i$  とマグニチュード  $i$  の関係を示している。十津川、北山川においては、気候および地質条件がほぼ一様と考えられるため、実測値と理論値はよく一致している。この表より、北山川と十津川とでは、そのトポロジー特性にはあまり相違はないが、十津川の方が河道網を構成するリンク長が長く、リンクに付随する流域面積が大きくなっており、これら2つの流域の幾何学的特性は異なる。そのため、新宮川全体に対する実測値と理論値の適合性は悪い。したがって、新宮川流域の地形形態を把握、表現するには、流域を十津川流域、北山川流域および合流点より下流域の3流域に区分して行うのが適当と思われる。



**Fig. 2** Observed and calculated average mainstream length  $L_i$  versus magnitude  $i$  for Echi River.



**Fig. 3** Observed and calculated average mean basin length  $EL_i$  versus magnitude  $i$  for Yasu River.

**Fig. 2** には、愛知川流域の本川長  $L_i$  とマグニチュード  $i$  との関係を示している。愛知川中流域では、実測値は理論値より小さくなっており、河道配列は密であるが、下流域では本川長が急に大きくなっている。このことより、愛知川の流域形状が上流域では横幅が広く、下流域では細長いこの状になっていることがわかる。これは、愛知川流域の地質構造が、上流域では頁岩、砂岩、角岩などの古生層からなっているのに対し、下流域では沖積層であることと関係があると思われる。

(2) 流域の二次元的特性

流域の二次元的特性とは、面積の測定を必要とする地形量の特徴である。マグニチュード  $i$  のリンクより上流の小流域の集水面積  $A_i$  の平均値  $\overline{A}_i$  は、式 (4) より次のように表わされる。

$$\overline{A}_i = a_e \cdot i + a_i(i-1) \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $a_e$ 、 $a_i$  はそれぞれ、 $n$  個の外部リンクおよび  $n-1$  個の内部リンクに付随する流域面積の平均値である。

このマグニチュード  $i$  の小流域に対する河川密度  $DD_i$  の平均値  $\overline{DD}_i$  を次のように定義する。

$$\overline{DD}_i = \overline{TL}_i / \overline{A}_i \dots\dots\dots (21)$$

式 (17) および (20) を式 (21) に代入すると、

$$\overline{DD}_i = \{(l_e + l_i)i - l_i\} / \{a_e + a_i\}i - a_i \dots\dots (22)$$

となり、 $i$  が大きい場合、 $\overline{DD}_i$  は  $(l_e + l_i) / (a_e + a_i)$  に近づき、一定値をとる。

マグニチュード  $i$  の小流域の河道リンク頻度  $F_i$  の平均値  $\overline{F}_i$  を

$$\overline{F}_i = (2i - 1) / \overline{A}_i \dots\dots\dots (23)$$

によって定義する。式 (20) を上式に代入すると、

$$\overline{F}_i = (2i - 1) / \{a_e + a_i\}i - a_i \dots\dots\dots (24)$$

マグニチュード  $i$  が大きい場合、 $\overline{F}_i$  は  $2 / (a_e + a_i)$  となり、一定となる。

次に、流域の形状を示す指標として、単一形状係数 (unity shape factor)  $B_i$  の平均値  $\overline{B}_i$  を

$$\overline{B}_i = \overline{L}_i / \sqrt{\overline{A}_i} \dots\dots\dots (25)$$

と定義すると、式 (18) および (20) を上式に代入して得られる式より、 $i$  が十分大きい場合、 $\overline{B}_i$  は  $3.56 l_i / \sqrt{a_e + a_i}$  となる。このことは、 $i$  が十分大きい場合、次の関係が成立することを表わしており、shreve の得た結果と一致する。

$$\overline{L}_i \propto (\overline{A}_i)^{0.5} \dots\dots\dots (26)$$

平均流域長  $\overline{EL}_i$  と集水面積  $\overline{A}_i$  の関係は、式 (19) および (20) より、 $i$  が大きい場合、次のようになる。

$$\overline{EL}_i \approx 1.78 l_i \sqrt{\overline{A}_i} / \sqrt{a_e + a_i} \dots\dots\dots (27)$$

すなわち、流域の代表長として平均流域長を選べば、流域の幾何学的相似性がほぼ成立することがわかる。

**Fig. 4** に集水面積  $\overline{A}_i$  とマグニチュード  $i$  との関係を示している。十津川流域と北山川流域とでは、その二次元的特性が異なるので、新宮川に対する理論値と実測値の適合性はよくない。**Fig. 5** は、揖斐川に対する河川密度  $\overline{DD}_i$  とマグニチュード  $i$  との関係である。平均値を定義する際の問題点を例示するため、 $\overline{DD}_i$  の実測値は、同じマグニチュード  $i$  の小流域に対するそれぞれの河川密度の算術平均、すなわち、 $(\overline{TL}_i / \overline{A}_i)$  として求めている。そのため、 $\overline{DD}_i$  の実測値は、式 (22) より計算された理論値に比べて、かなり大きくなっている。ところが、 $\overline{DD}_i$  の実測値を式 (21) によって求めると、

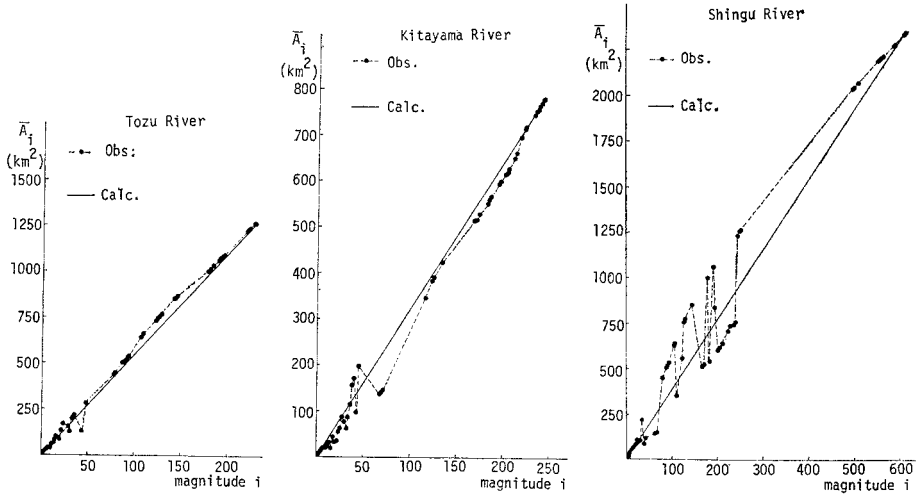


Fig. 4 Observed and calculated average basin area  $\bar{A}_i$  versus magnitude  $i$  for Kitayama, Tozu and Shingu River.

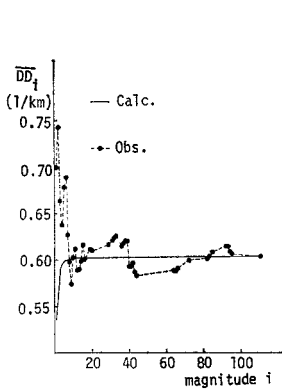


Fig. 5 Observed and calculated average drainage density  $\overline{DD}_i$  versus magnitude  $i$  for Ibi River.

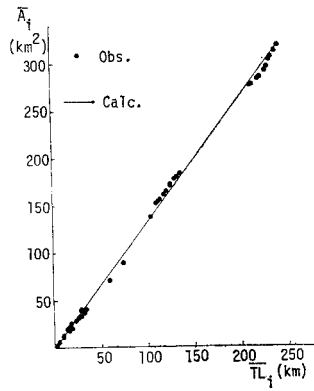


Fig. 6 Relation between average total link length  $\overline{TL}_i$  and average basin area  $\bar{A}_i$  for Ado River.

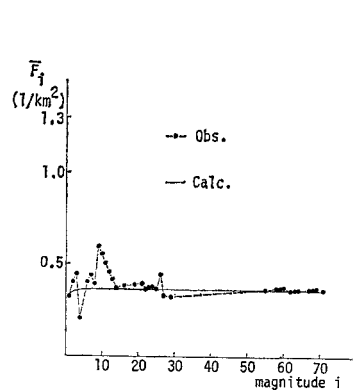


Fig. 7 Observed and calculated average channel link frequency  $\bar{F}_i$  versus magnitude  $i$  for Yasu River.

$\overline{DD}_i$  の実測値と理論値はともに  $l_e/a_e$  となり、一致する。したがって、河川密度、河道リンク頻度あるいは河道勾配等の平均値を比較する際、同じ方法によって求めた平均値を用いる必要がある。河川密度は、上流域で少し大きくなる傾向はあるが、中・下流域ではほぼ一定となっている。Fig. 6 は、安曇川流域の全リンク長  $\overline{TL}_i$  と集水面積  $\bar{A}_i$  との関係である。実測値は理論直線によく載っており、このことから河川密度が流域全体においてほぼ一定であることがわかる。Fig. 7 には、野洲川流域の河道リンク頻度  $\bar{F}_i$  とマグニチュード  $i$  との関係が示されている。河道リンク頻度は、流域全体においてほぼ一定となり、4 個の指標  $l_e, l_i, a_e, a_i$  の代わりに、リンク長比  $r_l$ 、リンク面積比  $r_a$ 、流域全体の河川密度  $DD$ 、河道リンク頻度  $F_n$  によって、流域の河道長および二次元的特徴を表わすこともできる。

Fig. 8 に木津川の単一形状係数  $\bar{B}_i$  とマグニチュー

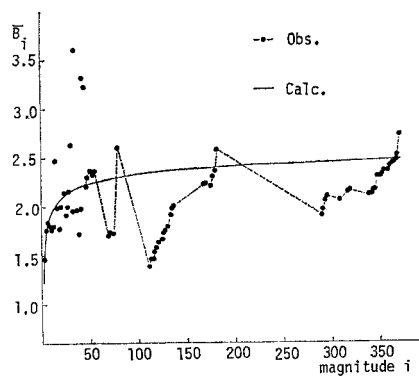


Fig. 8 Observed and calculated average unity shape factor  $\bar{B}_i$  versus magnitude  $i$  for Kizu River.

ド  $i$  との関係を示している。木津川は、マグニチュード 129、位数 5 の伊賀川とマグニチュード 160、位数 5 の

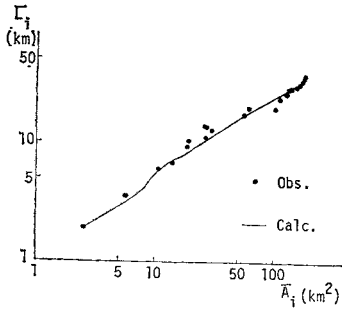


Fig. 9 Relation between average mainstream length  $\bar{L}_i$  and average basin area  $\bar{A}_i$  for Echi River.

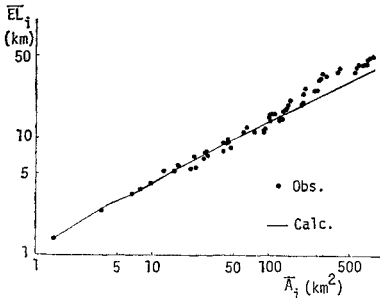


Fig. 10 Relation between average mean basin length  $\bar{EL}_i$  and average basin area  $\bar{A}_i$  for Katsura River.

名張川とが合流してできる河川である。単一形状係数は、大きなマグニチュードの2つの支川が合流すると、減少することがわかる。Fig. 9 および Fig. 10 は、愛知川流域における本川長  $\bar{L}_i$  と集水面積  $\bar{A}_i$ 、桂川における平均流域長  $\bar{EL}_i$  と集水面積  $\bar{A}_i$  との関係を示している。桂川流域の地質構造は、流域全体が秩父古生層で、わずかに下流本川沿いの亀岡盆地付近が、沖積層ならびに新洪積層という新しい年代の地層である。亀岡盆地では、リンク長およびリンクに付随する流域面積が大きくなっており、そのため、桂川の下流域では、集水面積の割には平均流域長が長くなっている。

(3) 流域の三次元的特性

流域の三次元的特性とは、高低差の測定を必要とする地形量の特徴である。流域の三次元的特性と関係する地形量としては、マグニチュード  $i$  のリンクの高低差  $h_i$  およびその勾配  $S_i$ 、このリンク上流の小流域に対する本川の高低差  $H_i$  およびその勾配  $BS_i$ 、この小流域に含まれるすべての外部パスの高低差の算術平均と本論文で新たに定義する平均流域高低差  $\bar{EH}_i$  およびその勾配  $\bar{ES}_i$  が考えられる。

式 (5) において、 $S$  としてマグニチュード  $i$  のリンクの勾配の平均的な値  $\bar{S}_i$ 、 $A$  として、式 (20) で与えられる  $\bar{A}_i$  を用いれば、式 (5) は次のようになる。

$$\bar{S}_i = \bar{S}_i \{ (1+r_a)i - r_a \}^{SF} \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 $\bar{S}_i$  は外部リンクの平均的な勾配、 $r_a$  はリンク面積比、また、 $SF$  は定数で、河道リンク勾配係数と名づけることにする。

同様に、本川勾配  $BS_i$ 、平均流域勾配  $ES_i$  の平均的な値  $\bar{BS}_i$  および  $\bar{ES}_i$  はそれぞれ次のように表わされる。

$$\bar{BS}_i = \bar{S}_i \{ (1+r_a)i - r_a \}^{SB} \dots\dots\dots (29)$$

$$\bar{ES}_i = \bar{S}_i \{ (1+r_a)i - r_a \}^{SE} \dots\dots\dots (30)$$

ここで、定数  $SB, SE$  をそれぞれ本川勾配係数、平均流域勾配係数と名づけることにする。

$SF, SB, SE$  は個々の流域の三次元的特性によって決まる定数である。これらの係数を実測値の  $\bar{S}_i, \bar{BS}_i, \bar{ES}_i$  を用い、ソース数  $n$  の流域に対して回帰分析により決めると、これらは次のように表わされる。

$$SF = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \log(\bar{S}_i / \bar{S}_i) \right\} / \sum_{i=1}^n (W_i^2) \dots\dots\dots (31)$$

$$SB = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \log(\bar{BS}_i / \bar{S}_i) \right\} / \sum_{i=1}^n (W_i^2) \dots\dots\dots (32)$$

$$SE = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \log(\bar{ES}_i / \bar{S}_i) \right\} / \sum_{i=1}^n (W_i^2) \dots\dots\dots (33)$$

ただし、 $W_i = \log\{ (1+r_a)i - r_a \}$

次に、リンク高低差  $h_i$ 、本川高低差  $H_i$  および平均流域高低差  $\bar{EH}_i$  の平均値  $\bar{h}_i, \bar{H}_i$  および  $\bar{EH}_i$  はそれぞれ、 $\bar{S}_i, \bar{BS}_i, \bar{ES}_i$  の定義より次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{h}_i &= l_e \cdot \bar{S}_i \quad (i=1) \\ &= l_i \cdot \bar{S}_i \quad (2 \leq i \leq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

$$\bar{H}_i = \bar{L}_i \cdot \bar{BS}_i \dots\dots\dots (35)$$

$$\bar{EH}_i = \bar{EL}_i \cdot \bar{ES}_i \dots\dots\dots (36)$$

$\bar{S}_i$  に式 (28)、 $\bar{L}_i$  に式 (18)、 $\bar{BS}_i$  に式 (29)、 $\bar{EL}_i$  に式 (19)、 $\bar{ES}_i$  に式 (30) を代入すれば、 $\bar{h}_i, \bar{H}_i$  および  $\bar{EH}_i$  は指標とマグニチュード  $i$  の関数として表わされるが、ここではそれらの結果を省略する。

平均流域高低差  $\bar{EH}_i$  は、式 (9) で与えられるリンク数の期待値  $m_{in}$  とリンク高低差  $\bar{h}_i$  によって、近似的に次のように表わされる。

$$\bar{EH}_i = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i j \cdot \bar{h}_j \cdot m_j^i \dots\dots\dots (37)$$

また、本川高低差  $\bar{H}_i$  も、トポロジー的ランダム性の仮定 (I) を用いれば、リンクの高低差  $\bar{h}_i$  より近似的に求められる。したがって、流域の三次元的特性を表わす係数  $SB, SE$  は、河道網のトポロジー特性を表わす指標と  $SF$  とで表示される

Table 2 Three slope factors for 4 rivers.

River	SF	SB	SE
Kizu	-0.51	-0.22	-0.29
Katsura	-0.62	-0.39	-0.41
Yasu	-0.66	-0.24	-0.36
Echi	-0.71	-0.39	-0.36

Table 2 に木津川、桂川、野洲川および愛知川の4河川流域に対する  $SF, SB, SE$  の値を表示

している。Table 1 の  $\bar{S}_i$  の値をも考慮すれば、愛知川および桂川は、木津川、野洲川と比較して、流域全体において河道勾配が急であることがわかる。Fig. 11 は、木津川流域のリンク勾配  $\bar{S}_i$  とマグニチュード  $i$  との関係である。マグニチュードが大きくなるにつれて変動が大きくなるのは、計測に用いた 5 万分の 1 の地形図では等高線間隔が 20 m であるため、リンク高低差の測定精度が、リンク長およびリンクに付随する流域面積の測定精度より劣るためと思われる。Fig. 12 に桂川流域

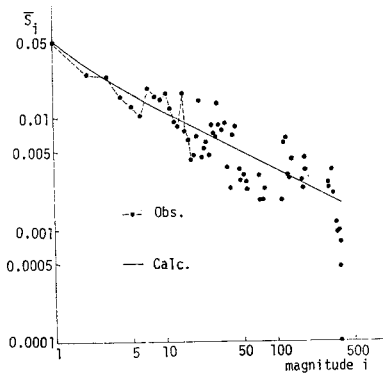


Fig. 11 Observed and calculated average stream link slope  $\bar{S}_i$  versus magnitude  $i$  for Kizu River.

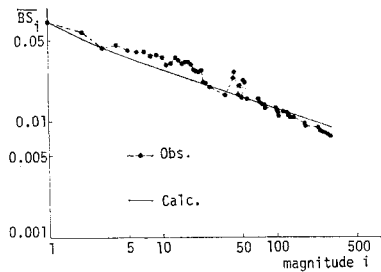


Fig. 12 Observed and calculated average mainstream slope  $\overline{BS}_i$  versus magnitude  $i$  for Katsura River.

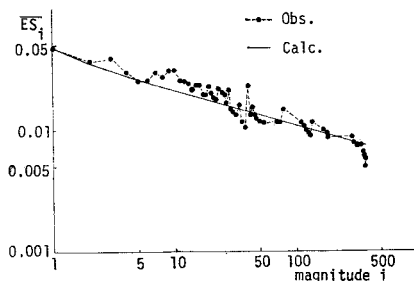


Fig. 13 Observed and calculated average mean basin slope  $\overline{ES}_i$  versus magnitude  $i$  for Kizu River.

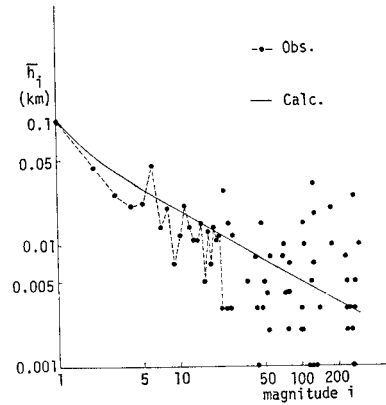


Fig. 14 Observed and calculated average stream link relief  $\bar{h}_i$  versus magnitude  $i$  for Katsura River.

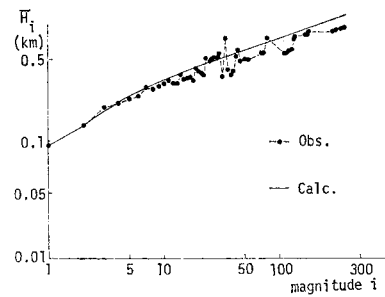


Fig. 15 Observed and calculated average mainstream relief  $\bar{H}_i$  versus magnitude  $i$  for Kizu River.

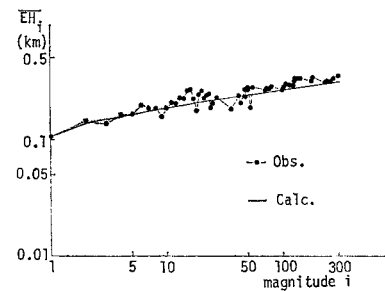


Fig. 16 Observed and calculated average mean basin relief  $\overline{EH}_i$  versus magnitude  $i$  for Katsura River.

の本川勾配  $\overline{BS}_i$  とマグニチュード  $i$ 、Fig. 13 に木津川流域の平均流域勾配  $\overline{ES}_i$  とマグニチュード  $i$  との関係を示している。 $\overline{BS}_i$ 、 $\overline{ES}_i$  に関してはそれぞれ式 (29) および (30) で表わされる関係がほぼ成立することがみられる。また、Fig. 14~16 にそれぞれ、桂川流域のリンク高低差  $\bar{h}_i$ 、木津川流域の本川高低差  $\bar{H}_i$ 、桂川流域の平均流域高低差  $\overline{EH}_i$  とマグニチュード  $i$  との関係を示す。

4. 位数理論とマグニチュード理論との関連性

位数理論の地形則とマグニチュード理論の地形則との関連性を、式(14)で表わされるソース数則を用い明らかにしよう。

まず、位数に対する河道長と関係する地形量としては、位数  $u$  の河道より上流の流域に含まれる全河道長  $TL_u$ 、位数  $u$  の河道セグメント長  $L_u$ 、そして本論文で新たに提案する位数  $u$  に対する本川長  $L_u'$  がある。ここに、 $L_u'$  は位数  $u$  の河道セグメントより上流に、各合流点においては位数の大きい方の河道に沿って、また、もし位数が同じであれば本川長の長い方の河道に沿ってソースまでたどる経路に対する河道長と定義している。 $L_u'$  は必ずしも位数  $u$  の河道より上流の小流域に対する本川長、つまり外部パスに沿う最大河道長と一致するとは限らないが、ほぼ等しいものと思われる。また、 $L_u'$  は Horton 位数に対する河道長と対応するものである。

全河道長  $TL_u$  および本川長  $L_u'$  の平均値  $\overline{TL_u}$ 、 $\overline{L_u}'$  は、式(14)で表わされる位数  $u$  の河道セグメント最下流端リンクのマグニチュードの平均値  $\bar{i}_u$  を、式(17)および(18)に代入してえられる、すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \overline{TL_u} &= l_e \{ (1+r_l) R_b^{u-1} - r_l \} \dots\dots\dots (38) \\ \overline{L_u}' &= l_e \dots\dots\dots (u=1) \\ &= l_e \{ r_l (3.56 \sqrt{R_b^{u-1}} - 1 - u - 1) + 1 \} \dots\dots\dots (u=2, 3, \dots, k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

ここに、 $r_l$  はリンク長比である。式(38)および(39)より、近似的に次の地形則が成立することがわかる。

全河道長則： $\overline{TL_u} = \overline{TL_1} R_l^{u-1} \dots\dots\dots (40)$

$\overline{TL_1} = l_e, R_l = R_b (1+r_l)^{1/k-1} \dots\dots\dots (41)$

本川長則： $\overline{L_u}' = \overline{L_1}' (R_l')^{u-1} \dots\dots\dots (42)$

$\overline{L_1}' = l_e, R_l' = \sqrt{R_b} (3.56 r_l)^{1/k-1} \dots\dots\dots (43)$

$R_l$  は全河道長比とよばれている。また、本論文で新たに提案した本川長則の  $R_l'$  を本川長比と名づけることにする。

位数  $u$  の河道セグメント長  $L_u$  の平均値  $\overline{L_u}$  は、 $\overline{L_u}'$  によって近似的に次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \overline{L_u} &= l_e \dots\dots\dots (u=1) \\ &= \overline{L_u}' - \overline{L_{u-1}}' \dots\dots\dots (u=2, 3, \dots, k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

式(44)に式(39)を代入すると、次の地形則が近似的に成立することがわかる。

河道長則： $\overline{L_u} = \overline{L_1} R_l'^{u-1} \dots\dots\dots (45)$

$$\overline{L_1} = l_e, R_l' = R_l' \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{R_b}} \right)^{1/k-1} \dots\dots\dots (46)$$

ここに、 $R_l'$  は河道長比とよばれる定数である。

誘導の過程より明らかなように、本川長則の方が河道長則に比べてよく成立するものと思われる。本川長則は、Horton 位数理論の河道長則にほぼ対応するので、Horton 位数に対する河道長則の方が、Strahler 位数に対するものよりもその適合性がよいと推測される。

Fig. 17 に大井川流域の全河道長  $\overline{TL_u}$  と位数  $u$  との関係を示している。測定された  $\bar{i}_u$  の値を、式(17)に代入して求められた  $\overline{TL_u}$  の値は、実測値と非常によく一致し、流域の河道特性を表わす地形量と位数との関係は、リンク長のランダム性によって十分説明されることがわかる。式(38)より計算された  $\overline{TL_u}$  の値は、実測値の一般的傾向をよく表わしており、式(40)で表わされる全河道長則もほぼ成立することがわかる。

Fig. 18 は、愛知川流域の本川長  $\overline{L_u}'$  および河道セグメント長  $\overline{L_u}$  と位数  $u$  との関係を示している。本川長則(42)は、河道長則(45)と比較してその適合性がよい。愛知川以外の9河川に対してもほぼ同様のことがいわれる。

次に、位数理論における流域の二次元的特性と関係する地形量には、位数  $u$  の河道より上流の小流域の集水面積  $A_u$ 、この小流域の河川密度  $DD_u$  および河道セグメント頻度  $F_u$  がある。

集水面積  $A_u$  の平均値  $\overline{A_u}$  は、式(14)を式(20)に

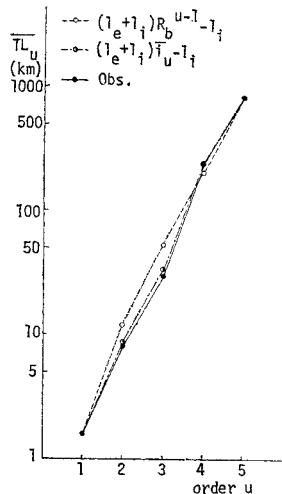


Fig. 17 Observed and calculated average total stream length  $\overline{TL_u}$  versus order  $u$  for  $\bar{O}$ i River.

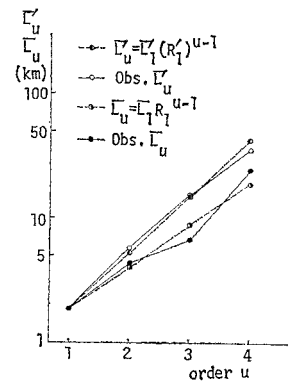


Fig. 18 Observed and calculated average stream segment length  $\overline{L_u}$  and average main-stream length  $\overline{L_u}'$  for Echi River.



代入して、

$$\bar{A}_u = a_e \{ (1+r_a) R_b^{u-1} - r_a \} \dots\dots\dots (47)$$

この式より、集水面積則がほぼ成立することがわかる。

$$\text{集水面積則: } \bar{A}_u = \bar{A}_1 R_a^{u-1} \dots\dots\dots (48)$$

$$\bar{A}_1 = a_e, R_a = R_b (1+r_a)^{1/k-1} \dots\dots\dots (49)$$

ここに、 $R_a$  は集水面積比とよばれている。

河川密度  $DD_u$ 、河道セグメント頻度  $F_u$  の平均的な値  $\bar{D}_u$ 、 $\bar{F}_u$  をそれぞれ次のように定義する。

$$\bar{D}_u = TL_u / \bar{A}_u \dots\dots\dots (50)$$

$$\bar{F}_u = \left\{ \sum_{j=1}^u N_j / N_u \right\} / \bar{A}_u \dots\dots\dots (51)$$

式 (38) および (47) を式 (50) に代入し、 $u$  がある程度大きいとすると、 $\bar{D}_u$  は  $(l_e + l_i) / (a_e + a_i)$  となり、一定となる。 $\bar{F}_u$  も同様に、河道数則 (13) が成立するとして、式 (13) および (47) を式 (51) に代入し、 $u$  がある程度大きいとすると、 $R_b / (R_b - 1) (a_e + a_i)$  となり、一定となる。

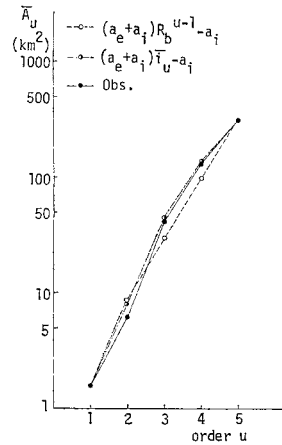


Fig. 19 Observed and calculated average basin area  $\bar{A}_u$  versus order  $u$  for Ado River.

る。式 (47) によって計算された  $\bar{A}_u$  の値は、実測値の一般的傾向をよく表わしており、集水面積則 (48) はほぼ成り立つ。

最後に、位数に対する流域の二次元的特性と関係する地形量メとしては、位数  $u$  の河道セグメントの高低差  $H_u$  とその勾配  $S_u$ 、位数に対する本川の高低差  $H_u'$  とその勾配  $S_u'$  がある。 $H_u'$ 、 $S_u'$  はそれぞれ Horton 位数に対する河道高低差および河道勾配に対応するものである。

河道セグメント勾配  $S_u$  およ

び本川勾配  $S_u'$  の平均的な値  $\bar{S}_u$ 、 $\bar{S}_u'$  はそれぞれ、式 (14) を式 (28) および (29) に代入して求められる。すなわち、

$$\bar{S}_u = \bar{S}_1 \{ (1+r_a) R_b^{u-1} - r_a \}^{SF} \dots\dots\dots (52)$$

$$\bar{S}_u' = \bar{S}_1' \{ (1+r_a) R_b^{u-1} - r_a \}^{SB} \dots\dots\dots (53)$$

式 (52) は、位数  $u$  の河道セグメントの勾配をその河道セグメント最下流端リンクの勾配で代表させることを意味し、実際よりは少し小さい値を与えることになるものと思われる。

式 (52) および (53) より、次の地形則が近似的に成立する。

$$\text{河道勾配則: } \bar{S}_u = \bar{S}_1 R_s^{1-u} \dots\dots\dots (54)$$

$$R_s = R_a^{-SF} \dots\dots\dots (55)$$

$$\text{本川勾配則: } \bar{S}_u' = \bar{S}_1' (R_s')^{1-u} \dots\dots\dots (56)$$

$$\bar{S}_1' = \bar{S}_1, R_s' = R_a^{-SB} \dots\dots\dots (57)$$

$R_s$  は河道勾配比とよばれている。本論文で新たに提案した本川勾配則の  $R_s'$  は、本川勾配比と名づけることにする。

河道セグメント高低差  $H_u$ 、本川高低差  $H_u'$  の平均値  $\bar{H}_u$ 、 $\bar{H}_u'$  はそれぞれ、河道長則 (45) と河道勾配

Fig. 19 は、安曇川流域の集水面積  $\bar{A}_u$  と位数との関係である。測定された  $\bar{A}_u$  の値を式 (20) に代入して求められた  $\bar{A}_u$  の値は、実測値とよく一致する。このことより、流域の二次元的特性を表わす地形量と位数の関係は、リンクに付随する流域面積のランダム性によって十分説明されることがわかる。

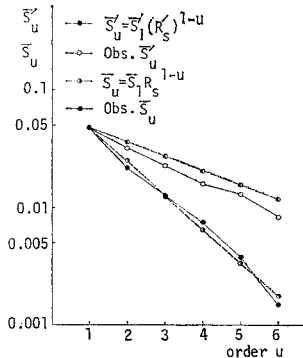


Fig. 20 Observed and calculated average stream segment slope  $\bar{S}_u$  and average mainstream slope  $\bar{S}_u'$  for Kizu River.

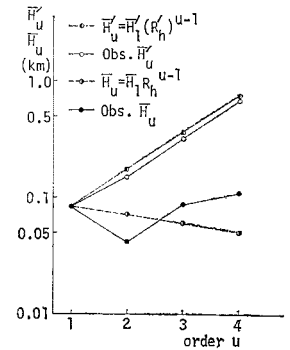


Fig. 21 Observed and calculated average stream segment relief  $\bar{H}_u$  and average mainstream relief  $\bar{H}_u'$  for Yasu River.

Table 3 Theoretical ratios, arithmetic mean values of observed successive individual ratios and ratios calculated by regression analysis of observed values of each order for Kizu, Katsura, Yasu and Echi River.

River		$R_b$	$R_t$	$R_1$	$R_1'$	$R_a$	$R_s$	$R_s'$	$R_h$	$R_h'$
Kizu	theo.	3.26	3.68	1.91	2.25	3.68	1.93	1.32	0.99	1.70
	ari.	3.40	3.74	1.96	2.28	3.73	2.04	1.42	1.00	1.61
	reg.	3.33	3.74	1.92	2.23	3.74	1.94	1.40	0.99	1.60
Katsura	theo.	4.14	4.88	2.32	2.74	4.85	2.64	1.84	0.94	1.62
	ari.	4.14	4.88	2.28	2.89	4.87	2.32	1.81	1.03	1.61
	Reg.	4.12	4.86	2.30	2.88	4.82	2.30	1.79	1.01	1.60
Yasu	theo.	4.14	4.95	2.21	2.77	5.01	2.90	1.48	0.85	2.07
	ari.	4.28	5.17	2.63	2.87	5.33	2.12	1.42	1.28	2.02
	reg.	4.27	5.14	2.44	2.89	5.23	2.10	1.43	1.16	2.02
Echi	theo.	3.36	4.25	2.17	2.82	4.15	2.73	1.75	0.85	1.75
	ari.	3.59	4.34	2.28	2.70	4.29	2.42	1.69	0.96	1.61
	reg.	3.24	4.10	2.13	2.68	4.00	2.26	1.71	0.95	1.57

則 (54), 本川長則 (42) および本川勾配則 (56) が成立するならば, 次のように表わされる.

$$\bar{H}_u = \bar{H}_1 R_h^{u-1} \dots\dots\dots (58)$$

$$\bar{H}_1 = l_e \cdot \bar{S}_1, R_h = R_l/R_s \dots\dots (59)$$

$$\text{本川高低差則: } \bar{H}'_u = \bar{H}'_1 (R'_h)^{u-1} \dots\dots\dots (60)$$

$$\bar{H}'_1 = l_e \cdot \bar{S}_1, R'_h = R'_l/R'_s \dots\dots (61)$$

$R_h$  は河道高低差比とよばれている. 本論文で新たに提案した本川高低差則の  $R'_h$  は, 本川高低差比と名づけることにする.

**Fig. 20** に木津川流域の河道セグメント勾配  $\bar{S}_u$  および本川勾配  $\bar{S}'_u$  と位数  $u$  の関係を示している. 河道勾配則 (54) および本川勾配則 (56) はほぼ成立している. 式 (57) より計算された  $R'_s$  の値が, 実測値  $\bar{S}'_u$  の回帰分析より得られる  $R'_s$  の値より少し小さいため,  $\bar{S}'_u$  の理論値は実測値より逆に大きくなっている.

**Fig. 21** は野洲川流域の河道セグメント高低差  $\bar{H}_u$ , 本川高低差  $\bar{H}'_u$  と位数  $u$  の関係である. 本川高低差則はよく成立するが, 河道高低差則はその適合性がよくない. 野洲川以外の 9 河川に対してはほぼ同様の結果が得られている.

**Table 3** にマグニチュード理論の地形則より, マグニチュードと位数との関係 (14) を用い理論的に得られた位数理論の地形則における分岐比等の値と, 実測値より得られる各位数に対する分岐比等の算術平均値, および実測値の回帰分析によって得られた値をあわせて示してある. これによって, マグニチュード理論の地形則より, 位数理論の地形則が理論的に誘導されることがわかる. しかし, 河道長則および河道高低差則は, その地形則としての普遍性には問題がある.

**5. 地形図と地形量の関係**

地形図より計測された地形量の値が, その実際の値とどのような関係にあるかを知ることは, 地形図に基づく流域地形の把握にあたっての基本的な課題である.

いま, ある河川流域に対して精度のよい空中写真を用い, 必要に応じて野外調査を行いソースの位置および河道を識別したとし, この方法によって得られた河道網を河道網 I とよぶことにする. これは実際の河道網をほぼ正確に再現していると考えられる. 次に, 同一流域に対して, ある縮尺の地形図を用い, ある基準に基づいてソースの位置および河道を識別したとする. この方法によって得られた河道網を, 河道網 II とする. また, 河道網 II に対する指標および地形量には星印 \* をつける.

**Table 1** に示したように, リンク長比およびリンク面積比はどの流域に対しても 1 前後の値をとるから, 河道網 I, II のいずれに対してもリンク長比およびリンク面

**Table 4** Drainage density, stream link frequency and stream segment frequency, and their relations.

River	DD(1/km)	$F_n$ (1/km <sup>2</sup> )	$F_k$ (1/km <sup>2</sup> )	$F_n/DD^2$	$F_k/DD^2$
Shingu	0.84	0.50	0.33	0.72	0.46
Tozu	0.83	0.41	0.26	0.59	0.38
Kitayama	0.78	0.57	0.37	0.93	0.60
Kizu	0.78	0.44	0.29	0.72	0.47
Katsura	0.99	0.74	0.48	0.76	0.50
Ōi	0.64	0.35	0.22	0.84	0.54
Ibi	0.61	0.30	0.19	0.80	0.52
Ado	0.82	0.61	0.40	0.92	0.59
Yasu	0.76	0.37	0.24	0.64	0.42
Echi	0.80	0.41	0.27	0.65	0.42
mean	0.79	0.47	0.31	0.76	0.49

積比は変化しないと仮定される.

$$r_l = r_l^* \dots\dots\dots (62)$$

$$r_a = r_a^* \dots\dots\dots (63)$$

次に, ソース数  $n$  と  $n^*$  の比を次のように定義する.

$$\lambda = n^*/n \dots\dots\dots (64)$$

対象流域の集水面積は, 河道網 I, II のいずれに対しても不変であるから, 次の関係が成立する.

$$(a_e + a_i)n - a_i = (a_e^* + a_i^*)n^* - a_i^* \dots\dots\dots (65)$$

$n, n^*$  はある程度大きいから, 式 (65) より次の関係が得られる.

$$a_e^*/a_e = a_i^*/a_i = 1/\lambda \dots\dots\dots (66)$$

さらに, 式 (1) および (2) の関係より類推して, 次の関係が成立すると仮定されよう.

$$F_k/DD^2 = F_k^*/(DD^*)^2 \dots\dots\dots (67)$$

$$F_n/DD^2 = F_n^*/(DD^*)^2 \dots\dots\dots (68)$$

**Table 4** に, 計測を行った 10 河川流域に対するこれらの値とその平均値を示している. これらの 10 河川に対しては, 同じ縮尺の地形図を用いて計測を行ったので,  $DD, F_n$  および  $F_k$  の値はそれほど大きな違いはなかった. また,  $F_k/DD^2, F_n/DD^2$  の値はそれぞれ Melton および Shreve が指摘した値より小さくなっている. これは, 日本の河川流域が十分に発達していないため, リンク長の割にはリンクに付随した流域面積が小さいということかも知れない.  $n, n^*$  がある程度大きいと, 式 (68) は次のように表わされる.

$$(a_e + a_i)/(l_e + l_i)^2 = (a_e^* + a_i^*)/(l_e^* + l_i^*)^2 \dots\dots\dots (69)$$

式 (62), (63), (66) および (69) より次の関係が成立する.

$$l_e^*/l_e = l_i^*/l_i = 1/\sqrt{\lambda} \dots\dots\dots (70)$$

河道網 I, II のいずれに対しても河道数則が成立するとし,  $k, k^*$  がある程度大きいと, 式 (67) は,

$$\frac{R_b}{R_b - 1} \cdot \frac{a_e + a_i}{(l_e + l_i)^2} = \frac{R_b^*}{R_b^* - 1} \cdot \frac{a_e^* + a_i^*}{(l_e^* + l_i^*)^2} \dots\dots\dots (71)$$

となる. 式 (69) を式 (71) に代入すると, 分岐比  $R_b$  と  $R_b^*$  とは等しいことがわかる.

$$R_b = R_b^* \dots \dots \dots (72)$$

したがって、最大位数  $k, k^*$  に関しては、式 (8) および (72) より次の関係が成り立つ。

$$k^* = k + \log \lambda / \log R_b \dots \dots \dots (73)$$

ここで、われわれが知りたいことは、対象河川流域内の任意の地点およびその地点より上流域に対して定義される地形量の値が、河道網 I と II とでどのような関係にあるかということである。いま、河道網 I および II のいずれに対しても、トポロジー的ランダム性の仮定 (I)、ならびにリンク長およびそれに付随する流域面積のランダム性の仮定 (II) が成立するとすると、マグニチュード理論の地形則が両河道網に対して成立する。さらに、流域内の任意の地点より上流域の集水面積は、いずれの場合も不変であるから、式 (20) および (66) より、マグニチュード  $i, i^*$  がある程度大きい場合、次の関係が近似的に成立する。

$$\text{マグニチュード: } i^*/i \simeq \lambda \dots \dots \dots (74)$$

したがって、式 (64) および (74) より、河道網 II では、流域内の任意の地点の実際のマグニチュード  $i$  に比例して、その地点より上流にソース数が増加あるいは減少することになる。次に、位数  $u$  および河道リンク位数  $u_l$  に関しては、式 (14) および (10) より次の関係がほぼ成り立つ。

$$\text{位数: } u^* = u + \log \lambda / \log R_b \dots \dots \dots (75)$$

$$\text{河道リンク位数: } u_l^* = u_l + \log \lambda / \log R_b \dots \dots \dots (76)$$

同様に、 $i, i^*$  がある程度大きい場合、次のような関係がほぼ成立する。ただし、添字の  $i, i^*$  は省略することにする。

$$\text{平均ソース高さ: } e^*/e \simeq \sqrt{\lambda} \dots \dots \dots (77)$$

$$\text{最大ソース高さ: } d^*/d \simeq \sqrt{\lambda} \dots \dots \dots (78)$$

$$\text{本川長: } L^*/L \simeq 1 \dots \dots \dots (79)$$

$$\text{平均流域長: } EL^*/EL \simeq 1 \dots \dots \dots (80)$$

$$\text{全リンク長: } TL^*/TL \simeq \sqrt{\lambda} \dots \dots \dots (81)$$

$$\text{河川密度: } DD^*/DD \simeq \sqrt{\lambda} \dots \dots \dots (82)$$

$$\text{河道リンク頻度: } F^*/F \simeq \lambda \dots \dots \dots (83)$$

$$\text{単一形状係数: } B^*/B \simeq 1 \dots \dots \dots (84)$$

また、リンク長比  $r_l$ 、リンク面積比  $r_a$  および分岐比  $R_b$  が不変の場合は、全河道長比  $R_l$ 、本川長比  $R_l'$ 、河道長比  $R_l$  および集水面積比  $R_a$  はそれぞれ、式 (41)、(43)、(46) および (49) より、 $k$  および  $k^*$  がある程度大きいと、あまり変化しなくなることがわかる。

以上、河川流域の一次的および二次元的特性と関係する地形量についてのみ述べた。流域の三次元的特性を示す指標については、河道リンク勾配係数が不変であると仮定する。

$$SF = SF^* \dots \dots \dots (85)$$

流域内の任意の地点の勾配は不変であるから、式 (28)

で表わされる関係がいずれの場合に対しても成立するならば、 $i, i^*$  がある程度大きい場合、次の関係が成立しなければならない。

$$(\bar{S}_l^*)/\bar{S}_l = \lambda^{-SF} \dots \dots \dots (86)$$

さらに、式 (55) より、河道勾配比  $R_g$  がほぼ不変であることがわかる。

ここで、Stall が縮尺の異なる地形図を用い測定した結果と比較するため、縮尺 1:24 000 および縮尺 1:62 500 の地形図上に記された河道網をそれぞれ、河道網 I、II と考えれば、分岐比、河道長比ならびに河道勾配比が地形図の縮尺によって変化しないことが理解される。また、式 (7) および (75) より  $\delta$  は  $-\log \lambda / \log R_b$  に等しいこともわかる。

## 6. 結 語

本研究では、河川流域の地形形態的特性を定量的に把握、表現するため、地形量とマグニチュードの間に成立する法則性をランダム性の仮定 (I)、(II) を用い統計的に求めるとともに、個々の流域地形のマクロ的特性を表現するには、どのような指標を選べよいかについて検討を加えた。その結果、個々の流域のトポロジー特性を示すソース数および最大位数、河道長の特性を示す外部リンクおよび内部リンクの平均長、二次元的特性を示す外部リンクおよび内部リンクの平均流域面積、また、三次元的特性を表わす外部リンクの平均勾配および勾配係数を独立指標として与えれば、流域内の任意のリンクおよびそれより上流の流域に対して定義される地形量は、そのリンクのマグニチュードの関数として表わされることが実証された。さらに、マグニチュード理論の地形則より、位数の概念を基礎として経験的に得られた地形則が誘導されることも示された。また、地形図と地形量の関係をも吟味し、地形図によって流域地形形態を把握する場合に生じる地形図の精度の問題および地形図上でのソースの位置の決定法等の問題についても実際的な指針を与えることができた。

現在まで単に河道網のトポロジー的側面のみ注目してなされてきた流域区分を、河道の幾何学的特性、流域の形状および構造をも考慮して流域区分を行う方がより合理的であることが、本研究の結果明らかにされた。今後、流域の地形形態的特性を表わす指標と降水量、流量などの水文諸量および土砂流出量等の関係を明らかにすることにより、個々の流域の水理・水文的現象ならびに土砂流出過程をも巨視的かつ定量的により厳密に把握、表現しうるものと思われる。

河川流域の上流域では、自然的要素が卓越するため、以上の方法は有効となるが、下流域になるに従い、開発

が進み、人類社会の発展の結果としての、社会的、人文的要素が卓越するため、これらの要素、さらには経済要素に基づく地域区分が流域に関するさまざまな問題の解析にあたって必要となろう。

最後に、本研究をすすめるにあたり、種々の資料の収集、整理に協力いただいた棚橋通雄（建設省）、吉田八左右（京都大学大学院学生）の両君に謝意を表わす次第であります。

#### 参 考 文 献

- 1) Horton, R.E. : Erosional development of streams and their drainage basins : Hydrophysical approach to quantitative morphology, Geol. Soc. Amer., Bull. 56, 1945.
- 2) Strahler, A.N. : Hypsometric analysis of erosional topography, Geol. Soc. Amer., Bull. 69, 1952.
- 3) Schumm, S.A. : Evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboy, New Jersey, Geol. Soc. Amer., Bull. 67, 1956.
- 4) Morisawa, M.E. : Quantitative geomorphology of some watersheds in the Appalachian Plateau, Geol. Soc. Amer., Bull. 73, 1962.
- 5) Melton, M.A. : Geometric properties of mature drainage systems and their representation in an  $E$ , phase space, J. Geol. 66, 1958.
- 6) Shreve, R.L. : Infinite topologically random channel networks, J. Geol. 74, 1967.
- 7) Stall, J.B. and C.T. Yang : Hydraulic geometry of 12 selected stream systems of the United States, Uni. of Illinois W.R.C. Res. Report, No. 15, 1968.
- 8) Smart, J.S. : Channel networks, Advan. Hydrosoci., 8, 1972.
- 9) Shreve, R.L. : Variation of mainstream length with basin area in river networks, W.R.R. Vol. 10, No. 6, 1974.
- 10) Flint, J.J. : Stream gradient as a function of order, magnitude and discharge, W.R.R. Vol. 10, No. 5, 1974.
- 11) Coffman, D.M., A.K. Turner and W.N. Melhorn : The W.A.T.E.R. system computer programs for stream network analysis, Purdue Uni., W.R.R.C. Indiana, 1971.
- 12) 小林信久 : 流域の地形形態に関する河川工学的研究, 京都大学大学院修士論文, 1976.

(1976.6.9・受付)