

## 正規圧密粘土の軸対称圧縮状態における応力-ひずみ式

STRAINS IN TRIAXIAL COMPRESSION TESTS ON  
NORMALLY CONSOLIDATED CLAYS軽部大蔵\*  
By Daizo KARUBE

## 1. ま え が き

## (1) 研究の目的

この論文の研究対象は正規圧密された粘土が通常の三軸圧縮試験機の中で示す応力とひずみの関係である。

構造物の基礎地盤や土質構造物を安全に、しかも経済的に処理し、あるいは建設するという土質工学の目的からすれば、均一な土要素の力学的な性質を解明するという課題は、土質工学の分野のごく一部を占めるにすぎない。しかも、均一な土要素といっても、あるものは不飽和状態にあり、他のものは過圧密状態にある。また、それら土要素が受けている応力条件もさまざまであるから、この論文が扱っている分野は非常に狭いといわねばならない。にもかかわらず、著者が研究対象をこのように限定した第1の理由は、多くの課題の中にあって、均一な土要素の力学的性質を明らかにすることこそは土質工学が独自に解決すべき課題だからである。第2の理由は、粘性土に関する従来の多くの研究は、その目的がどのようなものであれ飽和した正規圧密粘土の軸対称圧縮状態におけるせん断特性に言及しており、そのために実験例においても理論的成果においても、すでに膨大な蓄積がなされていることによっている。すなわち、この対象について一般に認められている実験事実や研究方法を著者なりにまとめながら、いまだに解明すべき部分があれば、これを埋めるべく努力する。また、このような作業を通じて、少なくとも正規圧密粘土が一般的な応力状態におかれているときに示す応力-ひずみ関係を式示すための手がかりを得るのが、この論文の目的である。

## (2) 従来の研究

土のせん断強度（たとえば、最大主応力と最小主応力

の比の最大値で定義する）は、ごく緩い土を除いては体積ひずみと無関係に表示し得ない。図-1は、土のせん断試験中に得られる典型的な2つの応力-ひずみ曲線を示しているが、図中の実線のように試験中につねに体積が減少し続ける土では、主応力比が最大値に達したときには体積減少も停止するので、体積ひずみの影響を考慮する必要はない。しかし、破線で示した土のように、激しい膨張を続けている間に主応力比が最大値に達する場合は、せん断強度は体積ひずみ増分と主ひずみ増分の比によって大きく変化する。このため、土のせん断強度定数は、体積ひずみ条件をもあわせて表現できるように、排水状態のものは  $\phi_d, c_d$ 、非排水状態のものは  $\phi', c'$  などの記号であらわされる。しかし、たとえば三軸圧縮試験を排水状態で行う場合、側圧の変化のさせ方いかんでは、供試体に収縮も膨張も起こさせることができるので、上記のような記号だけではせん断条件を正しく表現したことはならない。

正規圧密粘土の多くは、せん断中に収縮傾向を示すので上述のような強度上の問題は少ないが、しかし、土質構造物などの進行性破壊や変位を解析するには強度のほかに任意の方向のひずみが与えられなければならない。このためには、3つの主ひずみのように独立な3つのひずみ成分が既知である必要がある。したがって、せん断中に収縮を引き起こす土についても軸ひずみあるいは主ひずみ差のみがたとえばコンドナーの

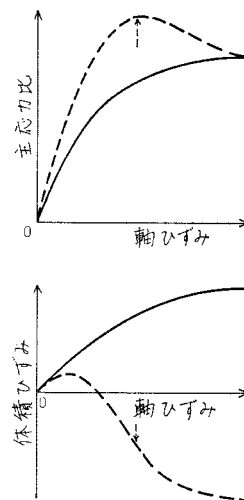


図-1 ダイレイタンスー傾向と主応力比の関係

\* 正会員 工博 神戸大学助教授 工学部土木工学科

式で与えられていても、これだけから土質構造物の変位等を解析することはできない。

等方的な弾性体が軸対称応力状態（2つの主応力が等しい状態）にあるとき、その応力とひずみを関係づけるパラメーターとしてよく用いられるのは、弾性係数  $E$  とポアソン比  $\nu$  の組合せである。平均主応力増分  $\Delta p$ 、主応力差増分  $\Delta q$  によって等方弾性体に生じる体積ひずみ増分  $\Delta v$ 、主ひずみ差増分  $\Delta \epsilon_d$  は次の式であらわされる。

$$\Delta v = \frac{3(1-2\nu)}{E} \Delta p \dots\dots\dots(1)$$

$$\Delta \epsilon_d = \frac{1+\nu}{E} \Delta q \dots\dots\dots(2)$$

ただし、主応力を  $\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3$ 、主ひずみを  $\epsilon_1, \epsilon_2 = \epsilon_3$  であらわすと、 $p = \sigma_1 + 2\sigma_3/3$ 、 $q = (\sigma_1 - \sigma_3)$ 、 $v = (\epsilon_1 + 2\epsilon_3)$ 、 $\epsilon_d = (\epsilon_1 - \epsilon_3)$ 、また、 $d$  は増分をあらわす。

通常の土は、平均主応力を一定に保っても、主応力差が増加すれば体積ひずみが起こる（ダイレイタンスー現象）ので、弾性定数またはポアソン比、あるいはその両者が主応力差の関数であると考えたうえで、上式のかわりに次式によりひずみを定義する必要がある。

$$v = \left\{ \frac{3(1-2\nu)}{E} p \right\} - \left\{ \frac{3(1-2\nu)}{E} p \right\}_1 \dots\dots(3)$$

$$\epsilon_d = \left\{ \frac{1+\nu}{E} q \right\} - \left\{ \frac{1+\nu}{E} q \right\}_1 \dots\dots\dots(4)$$

ここに、添字「1」は、初期状態（ひずみ測定の原点）をあらわす。

式(3)、(4)の全微分をとれば、

$$\Delta v = \frac{\partial \{3(1-2\nu)p/E\}}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial \{3(1-2\nu)p/E\}}{\partial q} \Delta q \dots\dots\dots(5)$$

$$\Delta \epsilon_d = \frac{\partial \{(1+\nu)q/E\}}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial \{(1+\nu)q/E\}}{\partial q} \Delta q \dots\dots\dots(6)$$

ところで、土のダイレイタンスー現象や、主応力比を一定に保ちながら平均主応力を増加させたとき（異方圧密時）に主ひずみ差が増加する現象を表現しようとすれば、式(5)、(6)によらなくても次式を考えざるを得ないことは明らかである。

$$\Delta v = Q \Delta p + R \Delta \eta \dots\dots\dots(7)$$

$$\Delta \epsilon_d = S \Delta p + T \Delta \eta \dots\dots\dots(8)$$

ここに、 $\eta = q/p$ 、また、 $Q \sim T$  は係数である。なお、式の右辺第2項の増分が  $\Delta \eta$  とされているのは、正規圧密粘土のひずみは  $q$  ではなく  $\eta$  と直接結びついているからである。

Roscoe を中心とするグループは、三軸圧縮試験における実験事実を用いて式(7)、(8)の係数を求めた。まず、Roscoe and Poorooshasb (1963 a) は、正規圧密粘土をせん断する場合、その間隙比  $e$  が応力径路によら

ず応力状態が決まるという実験事実（直交座標空間  $e-p-q$  に形成される曲面を状態境界面とよんでいる）から出発して式(7)の積分形を得、次に式(8)の  $\Delta p$  を式(7)を用いて消去した形

$$\Delta \epsilon_d = \frac{S}{Q} \Delta v + \left( T - \frac{RS}{Q} \right) \Delta \eta \dots\dots\dots(8)'$$

の係数が  $\eta$  のみの関数として実験的に決定できることを示した。

この研究で彼らが直面した問題は、求められた関係の成立範囲（許容し得る応力変化方向の範囲）が明確でない点と、式(8)'の係数が式の形としては得られなかった点であると思われる。前者の問題点について、Calladine (1963) は、粘土を弾塑性材料と見なすときの弾性領域と塑性領域の境界線（降伏曲線）の式を導き、式の適用範囲を明らかにした。引き続いて、Roscoe ら (1963 b) は Calladine の降伏曲線が同時に塑性ひずみの等ポテンシャル線でもあるという仮定 (associated flow rule) と、土要素に加えられる仕事のつり合い式（エネルギー式）を新たに導入して画期的な応力-ひずみ関係式を導いた。この式に含まれているパラメーターは、せん断抵抗係数  $M$  ( $\phi_{cv}$  の関数) と、膨潤指数と圧縮指数の比  $\kappa/\lambda (= C_s/C_c)$  だけである。しかし、この式は、① 後に彼ら自身が述べているように、ひずみを大きく予測しすぎる。② 応力径路に無関係に塑性ひずみ増分比が決まり、等方圧密中にもかなりの主ひずみ差が発生しなければならぬ。③ パラメーターに含まれる膨潤係数は過圧密比によって変化することが多いから、採用すべき値が客観的に決まらない。などの問題点を含んでいる。

Roscoe and Burland (1968) は、上述の問題点①、②を解決し、さらに、式の適用範囲を軽く過圧密された粘土や軸対称伸張状態 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) や平面ひずみ状態にまで広げたという式を導いた。この式について彼ら自身は、① ひずみを小さめに予測するという問題点だけを指摘しているが、もっと本質的な問題点として、② 依然として塑性ひずみ増分比が応力状態によって決まると仮定しているから、等方応力状態からせん断をはじめるとき、主応力差の増分に対して主ひずみ差の増分とダイレイタンスーの増分が零（応力-ひずみ曲線の初期接線係数が無限大）となっていることを指摘したい。このように、Roscoe らのグループの理論が等方応力状態付近で実験事実と食い違いを起こすのは、彼らが塑性ひずみポテンシャルを応力径路に無関係に応力状態のみの関数と仮定しているところに起因している。等方応力状態付近では、塑性ひずみ増分の方向が応力変化の方向に強く影響されることは周知の事実であり、このことは、Lewin and Burland (1970) の実験でも実証されている。

さて、上述の論文は、すべてせん断応力は試料の収縮（負のダイレイタンス）を引き起こすという結果を与えるものである。しかし、正規圧密粘土でもカオリン質のものや、低い含水比で練り返したものは破壊寸前に膨張（正のダイレイタンス）を引き起こすことがある。Roscoe らのグループが導いた応力-ひずみ式のうちで、このような粘土に適用できるのは、Wroth and Bassett (1965) のいわゆる exponential function のみであると思われるが、この関数は実験定数を 2 個含んでいるので、あらかじめ、これらを決定するためのせん断試験を行う必要がある。せん断の途上でダイレイタンスが負から正へ変化する土に適用できる式を組み立てる際に出会う第 1 の困難は、このような実験定数の個数の増加であり、この事情は松岡の一連の研究 (Matsuoka : 1974 a, 同 b 等) を見ても明らかである。第 2 の困難は、ダイレイタンスが正の領域では、異方圧密中の  $e-\log p$  直線の勾配が異方応力度  $\eta$  によって変化するのではないかと推測される点である。粘土ではダイレイタンスが正となる領域で異方圧密をすることは困難であるが、砂による試験結果（たとえば、El-Sohdy : 1969, 吉田・軽部 : 1976）から類推する限りでは、ほとんどの応力-ひずみ式の誘導に利用されてきた  $e-\log p$  直線の平行性は仮定できない。したがって、このような粘土の応力-ひずみ式を実用に供し得る形で得るためには、なお多くの実験事実が発見されなければならない。

一方、Rowe らのグループは、せん断中の砂粒子の動きを主として理論的に研究し、せん断抵抗角を媒介として主応力比と主ひずみ増分比を結びつける、いわゆる Stress-Dilatancy 式を導いた（たとえば、Horne : 1965）。しかし、実験結果をこの理論で説明しようとするれば、せん断進行に伴って、せん断抵抗角が変化しなければならない。同じ方向をとっている松岡の研究は、丸棒の積層体の動きを観測した結果を基礎としているが、導かれた基本式の一つは Rowe らの Stress-Dilatancy 式と本質的には同じであると思われる。ただし、Rowe らが実験結果を無理に理論と対比させているのに対して、松岡は実験結果をそのまま認める理論式を仮定し、多くの成果をあげている。

応力-ひずみ関係を現場に適用する際に重要なもう一つの問題は、変位が時間の経過とともに進行する現象に理論式が適応できるかということである。特に土中に過剰水圧が発生する場合は、応力状態はたやすく破壊応力に近づくから、建設工事の途上においては、この水圧が破壊を引き起こすかどうかを予測することが重要となる。土の時間-ひずみ関係の研究は、圧密に関するものを除けば、主として主応力差と軸ひずみの関係の時間的推移に重点がおかれてきた。しかし、現場問題の解析には前

述のように、軸ひずみとは別に、これとは独立なひずみ成分の時間的推移も与えられていなければならない。この分野における最近の研究としては、赤井・足立・安藤 (1975) および関口 (1976) をあげることができよう。

(3) 非線形弾性仮定の限界

前述のように、正規圧密粘土を等方的な弾性体と仮定する場合、その応力-ひずみ式は式 (3), (4), あるいは式 (5), (6) のような全微分形式をとる必要がある。ここで、以後の記述を簡素にするため、次の記号を定義する。

$$K = \frac{3(1-2\nu)}{E} \dots\dots\dots(10)$$

$$\nu' = \frac{1+\nu}{3(1-2\nu)} \dots\dots\dots(11)$$

$$x = (\eta/M) \dots\dots\dots(12)$$

ただし、 $M$  は塑性平衡状態における  $\eta$  の値であり、ダイレイタンスが発生しない状態でのせん断抵抗角  $\phi_{cv}$  とは軸対称圧縮の場合、次の式で結ばれている。

$$M = \frac{6 \sin \phi_{cv}}{3 - \sin \phi_{cv}} \dots\dots\dots(13)$$

定義式 (10)~(13) を用いて式 (5), (6) を書き直せば、

$$dv = \frac{\partial(Kp)}{\partial p} dp + \frac{\partial(Kp)}{\partial x} dx \dots\dots\dots(14)$$

$$d\varepsilon_d = \frac{\partial(M\nu'xKp)}{\partial p} dp + \frac{\partial(M\nu'xKp)}{\partial x} dx \dots\dots\dots(15)$$

問題は、上式（に含まれるパラメーター  $K, \nu'$ ）が正規圧密粘土の力学的挙動を表現できるかである。この論文で扱う試料を負のダイレイタンス（収縮）を示すものに限定すると、試料に作用する応力と間隙比の間には、次の式が成立するといわれている（たとえば、文献 20)）。

$$-(e-e_1) = \lambda(\ln p - \ln p_1) + g(x) - g(x_1) \dots\dots\dots(16)$$

ただし、 $e$  は試料の間隙比、 $g(x)$  は  $x$  のみの関数であり、ダイレイタンス成分をあらわす。 $\lambda$  は圧密中の試料の間隙比と平均主応力の関係を  $e-\ln p$  関係にプロットしたときの勾配で、圧縮指数を  $C_c$  であらわせば  $\lambda = (C_c/2.3)$  となる。また、添字「1」は測定の原点における値を示す。この式が成立すると確認されている範囲は ( $e \leq e_1, x \geq x_1$ ) である。

間隙比が  $e_1$  から  $e$  まで変化する間に発生する体積ひずみ  $v$  は、

$$v = -\frac{e-e_1}{1+e_1} \dots\dots\dots(17)$$

したがって、式 (16) は、

$$v = \frac{\lambda}{1+e_1} \ln \frac{p}{p_1} + \frac{g(x) - g(x_1)}{1+e_1} \dots\dots\dots (16)'$$

$p, x$  に関して微分すれば,

$$dv = \frac{\lambda}{1+e_1} \frac{1}{p} dp + \frac{g'(x)}{1+e_1} dx \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $g'(x)$  は  $d\{g(x)\}/dx$  である。式 (14) と式 (18) を比較すれば,

$$Kp = \frac{\lambda}{1+e_1} \ln p + \frac{g(x)}{1+e_1} \dots\dots\dots (19)$$

式 (18) は体積ひずみ増分の基本式である。

次に、異方圧密中の主ひずみ増分比 ( $d\epsilon_1/d\epsilon_3$ ) は平均主応力には無関係に異方応力度によって決まるといわれている (たとえば、文献 6)。したがって、式 (14) と (15) の比は  $dx \equiv 0$  のとき  $x$  のみの関数となるべきである。いま、この比を  $r$  であらわし、式 (19) を利用して計算すると、

$$r = \left( \frac{d\epsilon_1}{dv} \right)_{dx=0} = \frac{\partial(Mv'xKp)/\partial p}{\partial(Kp)/\partial p} \\ = Mv'x + \frac{\partial(Mv'x)}{\partial p} \left\{ \frac{\lambda}{1+e_1} \ln p + \frac{g(x)}{1+e_1} \right\} \frac{1+e_1}{\lambda} p \dots\dots\dots (20)$$

上式において、 $v'$  が  $p$  に無関係であれば  $r$  はたやすく  $x$  のみの関数となるから、ここではそのように仮定しておく。そうすれば式 (20) は、

$$r = Mv'x \dots\dots\dots (21)$$

式 (19)、(21) を式 (15) に代入すれば、

$$d\epsilon_d = \frac{\lambda}{1+e_1} \frac{r}{p} dp + \frac{\lambda}{1+e_1} \frac{dr}{dx} \ln p dx \\ + \frac{d}{dx} \left\{ r \frac{g(x)}{1+e_1} \right\} dx \dots\dots\dots (22)$$

上式の積分形は、

$$\epsilon_d = \frac{1}{1+e_1} \left[ r \{ \ln p + g(x) \} \right]_{x_1}^x \dots\dots\dots (23)$$

主ひずみ差が式 (23) のとおり応力状態のみの関数として与えられることは、土を弾性体と仮定している以上、当然であるが、実験的には正規圧密粘土の主ひずみ差は、次に述べるように応力経路にも影響される。さらに、式 (18) あるいは (19) も条件 ( $dv \geq 0, dx \geq 0$ ) を満足する範囲で成立するものである。したがって、正規圧密粘土を弾性体と仮定する方法は、土要素が特定の応力経路をたどることを前提としない限り用いられない。

## 2. 応力-ひずみ式の誘導

### (1) 応力-ひずみ関係の基本式

弾性体仮定から離れて応力-ひずみ式を導くために概念式 (7)、(8) に立ち戻ることとする。両式の  $\eta$  をせん

断抵抗係数  $M$  で割って標準化すると、

$$dv = Qdp + R_1 dx \dots\dots\dots (24)$$

$$d\epsilon_d = Sdp + T_1 dx \dots\dots\dots (25)$$

ただし、 $R_1 = MR, T_1 = MT$ 。

これらの式の係数は、応力変化の方向 ( $dp, Mpdx$ ) によって変化することを前提としているから、ここで議論の範囲を実験資料が豊富な ( $dv \geq 0, dx \geq 0$ ) に限定しておく。まず、体積変化の式 (24) としては式 (18) が利用できるから、

$$Q = \frac{\lambda}{1+e_1} \frac{1}{p} \dots\dots\dots (26)$$

$$R_1 = \frac{g'(x)}{1+e_1} \dots\dots\dots (27)$$

弾性体仮定が捨てられた理由の1つは、主ひずみ差に応力経路依存性を導入できないところにあった。すなわち、たとえば、図-2の1から2'まで応力を変化させるときの発生する主

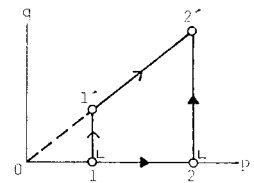


図-2 主ひずみ差は応力経路によって異なる

ひずみ差を考えてみると、実験的には  $1 \rightarrow 1'$  の間に発生するひずみと  $2 \rightarrow 2'$  の間に発生するひずみは等しくなるから、 $1'$  を経由する場合の方が  $2$  を経由する場合より  $1' \rightarrow 2'$  間の異方圧密中のひずみ増加分だけ大きなひずみを引き起こす。このような実験事実が表現できるように弾性式 (22) を修正するには、その右辺第2項を取除いて、

$$d\epsilon_d = \frac{1}{1+e_1} \left[ r \frac{\lambda}{p} dp + \frac{d}{dx} \{ r \cdot g(x) \} dx \right] \dots\dots\dots (28)$$

とすればよい。この論文では式 (28) を主ひずみ増分の基本式とする。したがって、概念式 (25) の係数は、

$$S = \frac{\lambda}{1+e_1} \frac{r}{p} \dots\dots\dots (29)$$

$$T_1 = \frac{d}{dx} \left( r \frac{g(x)}{1+e_1} \right) \dots\dots\dots (30)$$

このようにして、ひずみ増分の基本式は式 (18) および式 (28) と定められたが、両式には未知関数  $r$  と  $g(x)$  が含まれている。以下に、順次これらの未知関数を決定していく。

### (2) 異方圧密中のひずみ増分比

先述のように正規圧密粘土では、異方応力度  $\eta = Mx$  が変化しない限りひずみ増分比  $r$  は変化しない。図-3は既存資料から求めた  $r$  と  $x$  の関係を示している。図中の資料 (3) は長期クリープ試験の結果であり、他は異方圧密試験 ( $dx=0, dp > 0$ ) の結果である。図からわかるように、 $r$  と  $\log_{10}(1-x)$  は資料 (20) を除いて直

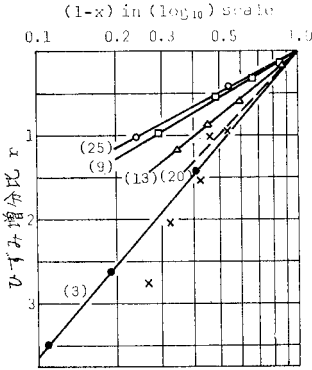


図-3 異方圧密時のひずみ増分比 (番号は文献番号)

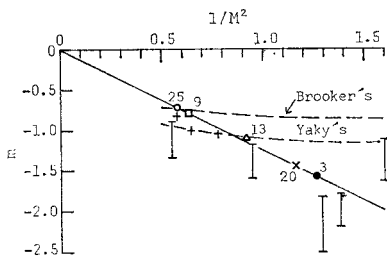


図-4 ひずみ増分比配と  $M$  の関係 (番号は文献番号)

線関係を示している。この直線関係を

$$r = m \cdot \ln(1-x) \dots\dots\dots (31)$$

であらわし、係数  $m$  の要因を探するために、試みに  $M$  との関係をもてみると、図-4 が得られる。ただし、資料 (20) については  $K_0$  状態 ( $r=1$ ) の点で全体を代表させている。図から明らかなように、 $r$  と  $M$  の関係は次の実験式であらわすことができる。

$$r = -\frac{1.25}{M^2} \ln(1-x) \dots\dots\dots (32)$$

上式を検証するために、Bishop (1958) が収集した  $K_0$  値の実測値を  $x$  に換算して式 (31) に代入し、左辺を 1 とおいて  $m$  を逆算すると図-4 のプラス印 (あるいはその範囲) が得られた。また、図中には、著名な 2 つの経験式:

Jaky 式  $K_0 = 1 - \sin \phi'$   
 Brooker 式  $K_0 = 0.95 - \sin \phi'$

を破線で記入した。  $K_0$  資料群は、どちらかといえば新しい実験式 (32) のまわりに分布しているといえるのではなからうか。この論文では、 $(dx=0, dp \geq 0)$  のときのひずみ増分比を式 (32) で与えることにする。

(3) エネルギー式

未知関数  $g(x)$  を求める手段として、Roscoe ら (1963 b) にない、三軸供試体に作用する仕事の収支を考える。外部から供試体に加えられる仕事の増分を  $dE'$  と

し、このとき供試体内部で塑性的に消費される仕事増分を  $dW$ 、弾性ひずみとして内部にたくわえられるエネルギーを  $dU$  とすると、静的な試験では加速度成分はないから、

$$dE' = dW + dU \dots\dots\dots (33)$$

$dE'$  は、供試体に作用している応力を ( $p, q = Mp \sin \phi'$ )、その間のひずみ増分を ( $dv, d\epsilon_d$ ) とすると、次の式で与えられる。

$$dE' = pdv + \frac{2}{3} Mp \sin \phi' d\epsilon_d \dots\dots\dots (34)$$

次に、 $dW$  を求めるために、供試体のひずみは、主ひずみ増分 ( $d\epsilon_1, d\epsilon_2 = d\epsilon_3$ ) が、主応力 ( $\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3$ ) の作用のもとで順次に一次的に起こった結果 (重ね合せ) であり、しかも、これら一次元ひずみは供試体内のすべりによって引き起こされたと考え、上記のひずみ増分に伴う塑性仕事分は、

$$dW = \sqrt{\sigma_1 \sigma_3} \tan \phi' (|d\epsilon_1| + 2|d\epsilon_3|) \dots\dots\dots (35)$$

ここに、 $\phi' = \phi_{CV}$  (塑性平衡状態におけるせん断抵抗角) であり、絶対値記号は、仕事が増分の方向にかかわらないことを示している。式 (35) を書き直すと、

$d\epsilon_3 \geq 0$  のとき、

$$dW = \frac{M}{2} \sqrt{\frac{(1+2Mx/3)(1-Mx/3)}{(1+2M/3)(1-M/3)}} pdv \dots\dots\dots (36 \cdot a)$$

$d\epsilon_3 \leq 0$  のとき、

$$dW = \frac{2M}{3} \sqrt{\frac{(1+2Mx/3)(1-Mx/3)}{(1+2M/3)(1-M/3)}} p \cdot \left( d\epsilon_d - \frac{dv}{4} \right) \dots\dots\dots (36 \cdot b)$$

上式に含まれる ( $\sqrt{\quad}$ ) の値を  $M=0.8 \sim 1.6$  ( $\phi' = 20.7^\circ \sim 39.2^\circ$ ) の範囲ですべての  $x$  について計算すると図-5 に示すように、1 に近似できる。したがって、上式は次の近似式におきかえることができる。

$d\epsilon_3 \geq 0$  のとき、

$$dW = \frac{M}{2} pdv \dots\dots\dots (37 \cdot a)$$

$d\epsilon_3 \leq 0$  のとき、

$$dW = \frac{2M}{3} p \left( d\epsilon_d - \frac{dv}{4} \right) \dots\dots\dots (37 \cdot b)$$

式 (37・b) において  $dv$  項を無視すれば Roscoe が仮定した仕事消費項に等しくなる。

エネルギー式を求めるうえで最も問題が多いのは弾性エネルギー増分  $dU$  の決定法である。供試体の弾性ひずみ増分を

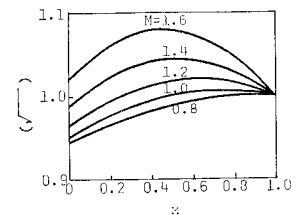


図-5 式 (36・a, b) の ( $\sqrt{\quad}$ ) の値

( $dU^e, d\epsilon_d^e$ ) であらわすと、

$$dU = p dv^e + \frac{2}{3} M p x d\epsilon_d^e \dots\dots\dots (38)$$

主ひずみ差は弾性成分を持たないと考え、弾性体積ひずみを求めるために等方圧密中のエネルギー式を考える。式 (33) に式 (34), (37・a) および (38) を代入すると、

$$p dv = \frac{M}{2} p (dv - dv_0) + p dv^e \dots\dots\dots (39)$$

ただし、 $v_0$  は圧密圧縮量  $v$  のうちで、仕事を消費せず起こる圧縮量である。このような圧縮は試料土の間隙比が大きく、その構造が綿毛構造のように発達している場合において、この鎖状の構造が荷重を受けて急激に破壊すると、鎖に囲まれた中空が潰されるために発生すると考えられる。この考え方は、Shibata and Ohta (1973) の「座屈モデル」に類似のものである。

次に膨潤過程におけるエネルギー式を考えると、 $v_S$  を膨潤ひずみ（膨張を正とする）とすれば、

$$p dv_S = p (dv^e - dv_{ir}) - \frac{M}{2} p dv_S \dots\dots\dots (40)$$

ただし、 $v_{ir}$  は弾性ひずみのうちで、圧密（膨潤）試験 ( $dx=0$ ) では解放されない部分である。このような弾性ひずみ分は、土粒子が密に、しかもランダムに詰っているときに発生し、せん断過程 ( $dx > 0$ ) において土粒子間に大きな相対変位がもたらされるときのみ解放されるものと考えられる。また、右辺の最終項は膨潤時にも塑性的な仕事に伴うという仮定をあらわしており、検討の余地を残している。

式 (39) と (40) から  $dv^e$  を消去すると、

$$\frac{dv_S}{dv} = \frac{1 - \frac{M}{2}}{1 + \frac{M}{2}} + \frac{\frac{M}{2} \frac{dv_0}{dv} - \frac{dv_{ir}}{dv}}{1 + \frac{M}{2}} \dots\dots (41)$$

上式の左辺は圧密試験における膨潤指数 ( $C_S$ ) と圧縮指数 ( $C_C$ ) の比に等しいから、

$$\frac{\kappa}{\lambda} = \frac{1 - \frac{M}{2}}{1 + \frac{M}{2}} + \frac{d}{1 + \frac{M}{2}} \dots\dots\dots (42)$$

ただし、 $\kappa = C_S/2.3$ ,  $\lambda = C_C/2.3$ 。また、

$$d = \frac{M}{2} \frac{dv_0}{dv} - \frac{dv_{ir}}{dv} \dots\dots\dots (43)$$

式 (41)~(43) を式 (40) に代入すれば、

$$\frac{dv^e}{dv} = \frac{dv_{ir}}{dv} + \frac{\kappa}{\lambda} \left( 1 + \frac{M}{2} \right) \dots\dots\dots (44)$$

先に述べたように、 $v_0$  と  $v_{ir}$  は土の構造と密接に関係しており、両者のひずみを同時に保持することはないと考えられる。いま、 $dv_{ir}=0$  の場合、式 (42)~(44) より、

$$d = \frac{M}{2} \frac{dv_0}{dv} \geq 0 \quad \left. \vphantom{\frac{M}{2} \frac{dv_0}{dv}} \right\}$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} \frac{\kappa}{\lambda} &\geq \frac{1 - \frac{M}{2}}{1 + \frac{M}{2}} \\ \frac{dv^e}{dv} &= \frac{\kappa}{\lambda} \left( 1 + \frac{M}{2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

一方、 $dv_0=0$  の場合は、式 (39), (42) および (43) より、

$$\left. \begin{aligned} d &= -\frac{dv_{ir}}{dv} \leq 0 \\ \therefore \frac{\kappa}{\lambda} &\leq \frac{1 - \frac{M}{2}}{1 + \frac{M}{2}} \\ \frac{dv^e}{dv} &= 1 - \frac{M}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (46)$$

既存資料によれば、海成粘土や有機質粘土の  $\kappa/\lambda$  は、 $(1-M/2)/(1+M/2)$  より大きく、練返しカオリンの  $\kappa/\lambda$  はそれより小さい場合が多い。

式 (45) あるいは (46) を式 (18) に代入すると、

$$\left\{ \begin{aligned} dv_e &= \frac{\kappa}{1+e_1} \left( 1 + \frac{M}{2} \right) \frac{dp}{p} \dots\dots (47 \cdot a) \\ \text{あるいは、} \\ dv_e &= \frac{\lambda}{1+e_1} \left( 1 - \frac{M}{2} \right) \frac{dp}{p} \dots\dots (47 \cdot b) \end{aligned} \right.$$

したがって、弾性エネルギー増分の式 (38) は、

$$\left\{ \begin{aligned} dU &= \frac{\kappa}{1+e_1} \left( 1 + \frac{M}{2} \right) dp \dots\dots (48 \cdot a) \\ \text{あるいは、} \\ dU &= \frac{\lambda}{1+e_1} \left( 1 - \frac{M}{2} \right) dp \dots\dots (48 \cdot b) \end{aligned} \right.$$

となる。これでエネルギー式の 3 つの成分が決定された。

(4) ダイレイタンシー関数の誘導

ダイレイタンシー関数  $g(x)$  は、試料の条件が ( $dv \geq 0, dx \geq 0$ ) の範囲にある限り応力径路には無関係と仮定されているから、便宜上、非排水試験中のエネルギー式を考える。このときのエネルギー式 (33) は、式 (34), (37) と (48・a) あるいは (48・b) と組み合わせることにより、

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{2}{3} M (1-x) d\epsilon_d &= -\frac{\kappa}{1+e_1} \left( 1 + \frac{M}{2} \right) \frac{dp}{p} \\ &\dots\dots\dots (49 \cdot a) \\ &\text{etc.} \dots\dots\dots (49 \cdot b) \end{aligned} \right.$$

上式に式 (18) と (28) を代入すると、

$$\left\{ \begin{aligned} g'(x) &= \frac{2}{3} \frac{\lambda}{\kappa} \frac{M}{1 + \frac{M}{2}} (1-x) \frac{dr}{dx} g(x) \\ &\dots\dots\dots (50 \cdot a) \\ &\text{etc.} \dots\dots\dots (50 \cdot b) \end{aligned} \right.$$

上式中で  $r$  の微分形は式 (32) より、

$$\frac{dr}{dx} = \frac{1.25}{M^2} \frac{1}{1-x} \dots\dots\dots (51)$$

これを式 (50・a), (50・b) に代入して積分すれば,

$$\ln\{g(x)\} = Hx + C \dots\dots\dots (52)$$

ここに,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\kappa}{\lambda} \geq \frac{1 - \frac{M}{2}}{1 + \frac{M}{2}} \text{ のとき:} \\ H = \left\{ 1.2 M \left( 1 + \frac{M}{2} \right) \left( \frac{\kappa}{\lambda} \right) \right\}^{-1} \dots\dots (53 \cdot a) \\ \frac{\kappa}{\lambda} \leq \frac{1 - \frac{M}{2}}{1 + \frac{M}{2}} \text{ のとき:} \\ H = \left\{ 1.2 M \left( 1 - \frac{M}{2} \right) \right\}^{-1} \dots\dots (53 \cdot b) \end{array} \right.$$

また, C は積分定数である.

いま, ある1つの非排水径路が点  $(x=0, p=p_0)$ , および点  $(x=x_1 > 0, p=p_1)$  を通るとすると, 式 (52) は,

$$g(x) = g(0) \cdot \exp(Hx) \dots\dots\dots (54 \cdot a)$$

また,

$$g(x) = g(x_1) \cdot \exp\{H(x-x_1)\} \dots\dots\dots (54 \cdot b)$$

$$\therefore g(x_1) = g(0) \cdot \exp(Hx_1) \dots\dots\dots (54)$$

したがって,  $g(0)$  が既知ならば, 任意の初期条件  $(x=x_1 \geq 0, p=p_1, e=e_1)$  に対応する  $g(x)$  を決定することができる. ここで,  $g(0)$  の性格を明らかにするために, 点  $(x=0, p=p_0, e=e_1)$  からはじまり,  $p=h(x)$  なる応力径路をたどるせん断試験の主ひずみ差増分を考えると, 式 (28) より,

$$d\epsilon_d = \frac{\lambda}{1+e_1} \frac{r_0 h'(0)}{h(0)} + \frac{r_0 g'(0) + r_0' g(0)}{1+e_1}$$

ここに,  $r_0$  は  $x=0$  における  $r$  であり,  $r_0'$  は  $x=0$  における  $r$  の微係数である. したがって,  $r_0=0, r_0'=1.25/M^2$  であるから,  $h'(0)$  および  $g'(0)$  がともに有限の値を持つならば,

$$\frac{g(0)}{1+e_1} = 0.8 M^2 \left( \frac{d\epsilon_d}{dx} \right)_{x=0} = 0.8 M^2 \alpha \dots\dots (55)$$

ここに,

$$\alpha = \left( \frac{d\epsilon_d}{dx} \right)_{x=0} \dots\dots\dots (56)$$

式 (55) は,  $g(0)$  が等方応力状態からはじまるせん断試験の  $(\epsilon_d \sim x)$  曲線の初期接線係数 (式 (56) により  $\alpha$  であらわされる) とせん断強度係数  $M$  の関数であることを示している. しかし, この初期接線係数  $\alpha$  は, ここでは未知であるので, ダイレイタンシー関数  $g(x)$  は依然として未知係数  $\alpha$  を含んだままであることに変わりはない.

(5) 応力-ひずみ式

式 (18) および (28) に式 (32), (54・b), (54), (55) を代入すれば排水試験中の応力径路-ひずみ式が求められる. すなわち, 初期状態  $(x_1, p_1, e_1)$  から  $(x \geq x_1, p=p)$  まで応力が変化したときに発生するひずみは,

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \frac{\lambda}{1+e_1} \ln \frac{p}{p_1} + 0.8 M^2 \alpha \\ \quad \cdot \{\exp(Hx) - \exp(Hx_1)\} \dots\dots\dots (57) \\ \epsilon_d = -\frac{1.25 \lambda}{M^2(1+e_1)} \int_{x_1}^x \frac{\ln(1-x)}{p} dp \\ \quad - \alpha \{\ln(1-x) \exp(Hx) \\ \quad - \ln(1-x_1) \exp(Hx_1)\} \dots\dots\dots (58) \end{array} \right.$$

ここに,  $H$  は式 (53・a) あるいは (53・b) で定義される定数である. また,  $\alpha$  は実験定数であり, この論文では, まず多くの資料の実測ひずみに最も近い計算ひずみを得られるように  $\alpha$  を逆算し, 次にこれらの  $\alpha$  を支配する要因を調べ, 実験式にまとめあげる方針をとっている.

非排水試験中のストレスパスは, まず式 (54) を零とにおいて,  $x$  に対応する  $p$  を求める.

$$\frac{p}{p_1} = \exp \left[ \frac{0.8 M^2 (1+e_1) \alpha}{\lambda} \cdot \{\exp(Hx_1) - \exp(Hx)\} \right] \dots\dots\dots (59)$$

ただし,  $(x_1, p_1, e_1)$  は非排水せん断の初期状態である. 上式において,  $x=q/(Mp)$  であるから,

$$\frac{q}{p_1} = \frac{M}{H} \frac{p}{p_1} \ln \left\{ \exp \left( \frac{M}{H} \frac{q_1}{p_1} \right) - \frac{\lambda}{0.8 M^2 (1+e_1) \alpha} \ln \left( \frac{p}{p_1} \right) \right\} \dots\dots\dots (60)$$

ただし,  $q_1 = Mp_1 x_1$  である.  $q_1 = x_1 = 0$  のときは,

$$\frac{q}{p_1} = \frac{M}{H} \frac{p}{p_1} \ln \left\{ 1 - \frac{\lambda}{0.8 M^2 (1+e_1) \alpha} \ln \left( \frac{p}{p_1} \right) \right\} \dots\dots\dots (60)'$$

一方, 非排水試験中の主ひずみ差は, 式 (18) を零とおいた式と, 式 (28) から  $(\lambda/p) dp$  を消去して,

$$\epsilon_d = \alpha \int_{x_1}^x \frac{\exp(Hx)}{1-x} dx \dots\dots\dots (61)$$

3. 間隙水圧特性

非排水試験中に発生する間隙水圧  $u$  は, 供試体に作用する全応力表示の平均主応力を  $p_T$  とすれば, 式 (59) より,

$$u = p_T - p = p_T - p_1 \exp \left[ \frac{0.8 M^2 (1+e_1) \alpha}{\lambda} \cdot \{\exp(Hx_1) - \exp(Hx)\} \right] \dots\dots\dots (62)$$

ところで, 非排水試験中に発生する間隙水圧について

は、古くから多くの実験式や概念式が提案されている。たとえば、

スケンプトンの式：

$$\Delta u = B \{ \Delta \sigma_3 + A (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \} \dots\dots\dots (62)$$

ここに、 $\Delta u$  は発生間隙水圧、 $\Delta \sigma_1$ 、 $\Delta \sigma_3$  はそれぞれ全応力表示の最大、最小主応力の変化量、 $A$ 、 $B$  は係数。

ヘンケルの式（飽和土）：

$$\Delta u = \Delta \sigma_{oct} + a \Delta \tau_{oct} \dots\dots\dots (63)$$

ここに、 $\Delta \sigma_{oct}$ 、 $\Delta \tau_{oct}$  はそれぞれ全応力表示の正八面体垂直応力、せん断応力の変化量であり、 $a$  は係数である。

これらの式を用いてせん断試験中の間隙水圧特性を表現しようとしても、係数  $A$  あるいは  $a$  が試験中に大幅に変わるので、わずかに破壊時における係数値  $A_f$  等が測定結果として記録されるにとどまっている。

柴田（1963）は、三軸圧縮試験から得られた等含水比線群を解析して、次の関係式を得た。

$$(v)_{dp=0} = D \frac{q - q_0}{p_1} \dots\dots\dots (64)$$

ここに、 $(v)_{dp=0}$  は平均主応力一定試験中に発生する体積ひずみ、 $p_1$  は圧密およびせん断中の平均主応力、 $q$  はせん断中の主応力差、 $q_0$  は体積ひずみの発生限界、 $D$  はダイレイタンシーの起こりやすさをあらわす係数で、せん断過程を通じてほぼ一定値となる。

柴田の研究をひきついで、軽部・栗原（1966）は、非排水試験について、次の式（66）が軸対称応力状態のみならず一般的応力状態（ $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ）のもとでも成立するという実験結果を示した。すなわち、ダイレイタンシー指標  $d'$  を次のように定義すれば、

$$d' = \frac{u - \Delta p_T}{p_1} \dots\dots\dots (65)$$

ここに、 $p_1$  は圧密平均主応力、 $\Delta p_T$  はせん断中の全応力表示の平均主応力と圧密中のそれとの差、 $u$  はせん断開始後発生した間隙水圧。

$$d' = k \frac{\tau_{oct}}{\sigma_{oct}} - c \dots\dots\dots (66)$$

ただし、 $\sigma_{oct}$  はせん断中の有効応力表示の正八面体垂直応力、 $\tau_{oct}$  は正八面体せん断応力、 $k$ 、 $c$  は定数であり、 $c$  はダイレイタンシーの発生限界をあらわしている。

式（66）は、軸対称圧縮状態において、次のように変形できる。

$$\frac{q}{p_1} = -\frac{3}{\sqrt{2}k} \left( \frac{p}{p_1} \right) \left\{ \left( \frac{p}{p_1} \right) - (1 + ck) \right\} \dots\dots\dots (66)'$$

ここに、 $p_1$  は圧密時の平均主応力、 $p$ 、 $q$  はそれぞれせん断中の有効平均主応力と主応力差。

式（66）' は非排水ストレスパスが図-6 に示すように縦軸に平行な対称軸を持つ放物線で近似できることを示

している。これに関して興味深いことは、Roscoeらの弾塑性仮定を用いた理論から導かれたストレスパスは式（66）'に近い形をしているが、彼らがそれ以前に実験式として用いていたストレスパス

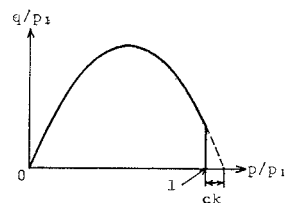


図-6 軽部・栗原のストレスパス（式（66）'）

は、式（66）'とは対称軸が直交するような放物線（たとえば、Roscoeら（1958））であったことである。

さて、柴田の式（64）と式（66）は同じではない。式（64）が正規圧密粘土の状態境界面（ $e-p-q$  曲面）を  $p = p_1 = \text{一定}$ 、で切った断面形をあらわしているのに対し、式（66）は  $e = e_1 = \text{一定}$ 、で切った断面形をあらわしている。

本論文の式を用いて、これらの断面形をあらわしてみると、まず式（64）と比較できるものとして、点（ $p_1$ 、 $x_1=0$ ）からはじまる平均主応力一定の排水試験中に発生する体積ひずみは、式（57）より、

$$v = 0.8 M^2 \alpha \{ \exp(Hx) - 1 \} \dots\dots\dots (67)$$

式（64）が直線式であるのに対し、本論文の応力-ひずみ式は下に凸の曲線を与える。

次に、式（66）'と比較できるものは式（59）より、

$$d' = 1 - \frac{p}{p_1} = 1 - \exp \left[ - \frac{0.8 M^2 (1 + e_1) \alpha}{\lambda} \cdot \{ \exp(Hx) - 1 \} \right] \dots\dots\dots (68)$$

式（66）'は直線式であるが、式（68）は一般に  $d'$  が  $x$  に対して単調増加する S 字形曲線である。図-7 は式（68）の計算例として、 $H=1.5$  のときの曲線形を示している。式中の諸定数の組合せ方によっては式（68）は式（66）'に近似できるであろう。

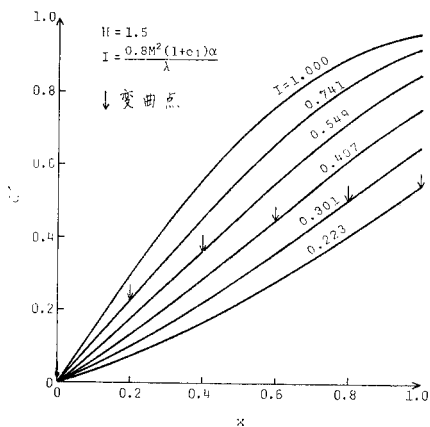


図-7 ダイレイタンシー指標  $d'$  の形（ $H=1.5$  の場合）



### 4. 既存資料による理論式の検討

#### (1) 実測値への理論式のあてはめ

求められた応力-ひずみ理論式 (57), (58) あるいは式 (59), (61) は, 実験定数  $\alpha$  を含んでいる.  $\alpha$  が現実どのような値をとるかを調べるために, 既存の三軸圧縮試験資料と理論式の比較を行った. 以下にその数例を示す. なお, 理論計算に必要な膨潤指数は  $e-\log p$  曲線の過圧密比 10 までの部分の最急膨潤勾配から求めた. また, 負のダイレイタンスを仮定しているので, 資料中の  $\phi'$  はすべて  $\phi_{CV}$  と見なした.

排水試験 図-8 は, いろいろな異方応力度で異方圧密

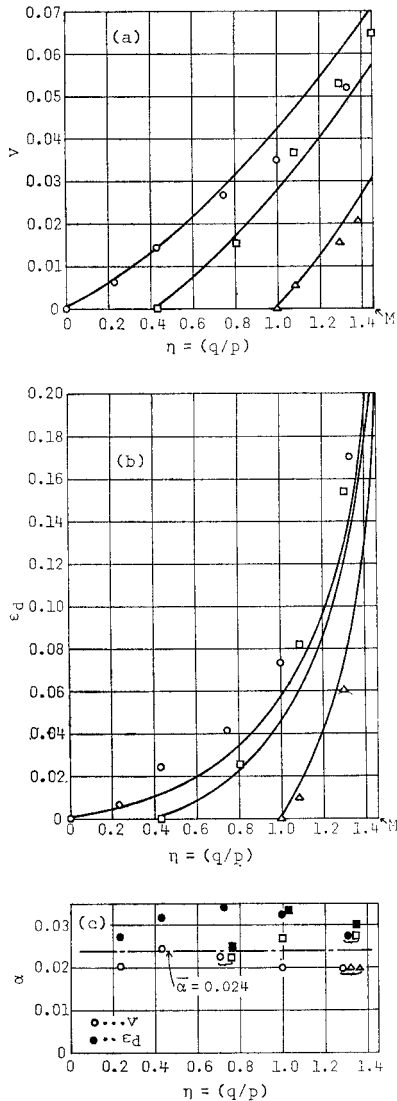


図-8 排水せん断 (文献 25) への理論のあてはめ

された練返し横須賀粘土を平均主応力  $p = p_1 = 3.5 \text{ kg/cm}^2$  のもとで段階載荷により排水せん断したときの応力-ひずみ関係を示している. 試料土の性質や試験時間は後掲の表-1 にまとめて示されているが, 図-8 のプロットは縦距零のものが圧密終了状態をあらわし, 順次, 各荷重段階の最終ひずみがプロットされている. 各プロットの応力とひずみの組合せを式 (57) あるいは (58) に代入すると  $\alpha$  が逆算される. 図-8 (c) は, このようにして計算された  $\alpha$  を示している.  $\alpha$  は一定値とはならず, かなりばらついているが, これらを平均値  $\bar{\alpha} = 0.024$  で代表させて式 (57), (58) に入れ, 応力-ひずみの理論値を求めると 図-8 (a), (b) 中の実線のようにになる. 実験値との一致はあまり良好とはいえないが, むしろ実験値のばらつきもかなり影響しているようなので, カーブ・フィッティングとしてはほぼ満足すべき結果と思われる.

非排水クリープ試験 図-9 は, Burland (1969) が行った Single-increment test (等方圧密供試体に, 所定の軸荷重を一挙に載荷する試験) の非排水期間における応力点 (○印, 数字は試験番号) に合致するように  $\bar{\alpha} = 0.0195$  を用いて理論曲線を計算した結果を示している. なお, 図中の ×印は, 別の「標準的非排水三軸試験」から得られた主応力差最大点と主応力比最大点をあらわしている.

応力緩和試験 図-10 のプロットは赤井ら (1974) が行った応力緩和試験の緩和時間 5 日における測定値を示している.  $x-\epsilon_d$  関係は原点を通る曲線であらわしにくい分布を示し, ストレスパスも S 字形に巻き上る形状をとるものと考えられる. 本論文の理論式は, このような粘土にはうまく適用できない. 図中の実線は, なんらかの原因で主ひずみ差の原点が 0.5% だけずれたものと考え, また, ストレスパスについては, 右上方に巻き上っ

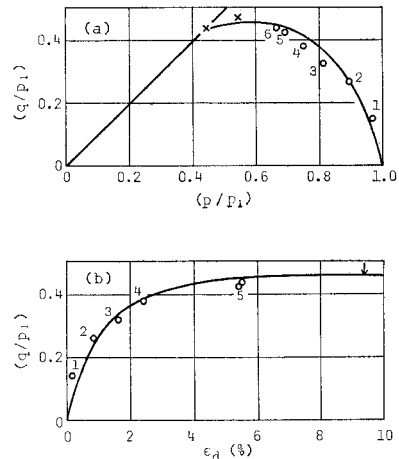


図-9 非排水クリープ (文献 4) への理論のあてはめ

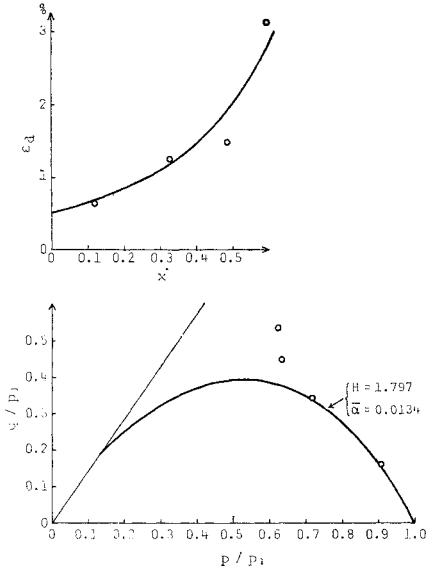


図-10 応力プローブ試験(文献 1)への理論のあてはめ

て行く部分をやむを得ず無視してあてはめを行った結果を示している。

(2) 応力変化の方向とひずみ増分の関係

これまでの議論は ( $dv \geq 0, dx \geq 0$ ) の範囲内で進められてきた。しかし、現場の解析には、任意の方向の応力-ひずみ関係式が必要である。応力変化の方向とひずみ増分の関係を調べる実験は Stress-probe 試験とよばれている。この試験は、調査しようとしている応力点に達するまで一定の方法(たとえば、異方圧密)で供試体に応力を作用させ、次に任意の1つの方向に一定の小さい応力変化( $\Delta\sigma$ )を与え、それによって生じるひずみを測定するものである。1つの応力変化方向について1つの供試体を必要とするので、詳細な研究には膨大な試験個数が必要である。

横須賀粘土の試験結果が 図-11 に示されている。図-11 (a) は試験中の応力経路の概念図である。図-11 (b)~(e) のプロットは応力変化方向とひずみ増分の実測値である(文献 25)。この試験は前項で例示した排水試験と同時にやったものなので、その実験定数  $\bar{\alpha} = 0.024$  を利用して、応力増分に対応するひずみ増分の理論値を計算することが可能である。図-11 (b), (c) 中の実線および点線(ドット)は、この理論値を示している。図から明らかなように、実線部分はともかくとして、点線部分は実測値とかけはなれている。そこで、これまでの議論と矛盾しない限りで式(57), (58)を多少修正し、できるだけ実験値に近いひずみを出す式を考えたい。すなわち、

(i) 主ひずみ差について

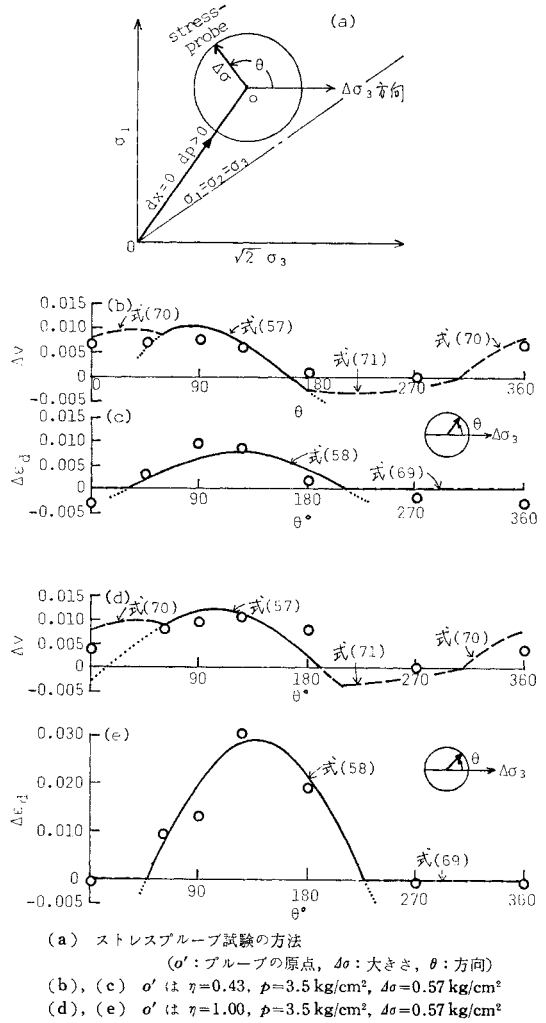


図-11

式(58)によって計算される  $\epsilon_d$  が負となる範囲は、  
 $\Delta \epsilon_d = 0 \dots \dots \dots (69)$

(ii) 体積ひずみについて

$\Delta x < 0, \Delta p > 0$  の範囲では、式(57)のダイレイタンスー項を無視し、

$$\Delta v = \frac{1}{1+e_1} \frac{\Delta p}{p_1} \dots \dots \dots (70)$$

また、 $\Delta p < 0$  の範囲で式(57)から計算される  $dv$  が負となる範囲は、

$$\Delta v = \frac{\kappa}{1+e_1} \frac{\Delta p}{p_1} \dots \dots \dots (71)$$

ただし、 $\Delta p$  はストレスプローブ試験における平均主応力の変化量、 $\Delta v$  は体積ひずみ増分、 $\kappa = (C_s/2.3)$  である。式(69)~(71)は 図-11 (a), (b) 中に破線で示されている。

図-12 は、Lewin and Burland (1970) の試験結果を示している。試験結果に全体として合致するように



表-1  $\alpha$  を逆算した資料一覧

番号	$\alpha$	$e_1$	$t_c$ (日)	$t$ (日)	試験方法および試料の ( $M, C_c$ )	文献
13	0.007	0.77~0.79	2	2	ストレスループ試験, カオリン (1.04, 0.21)	13
9	0.0106	0.90~0.94	3	7	異方圧密後排水試験, 深草粘土 (1.27, 0.30)	9
25	0.024	1.49~1.70	0.5	0.25	異方圧密後排水試験, 横須賀粘土 (1.46, 0.63)	25
4	0.0195	1.42~1.43	2	10(分)	等方圧密後非排水クリープ, カオリン (0.9, 0.61)	4
1a	0.0101	0.90	1	7	等方圧密後非排水クリープ, 深草粘土 (1.44, 0.24)	1
1b	0.0134	0.89	1	5	等方圧密後応力緩和試験, 深草粘土 (1.43, 0.23)	1
27	0.007	0.58	0.25	0.125	異方圧密後排水試験, 信楽粘土 (1.15, 0.22)	—
28	0.0078	0.62	0.5	0.25	等方圧密後排水試験, 信楽粘土 (1.14, 0.19)	—
29	0.0225	1.55	0.5	0.25	等方圧密後排水試験, 大阪港粘土 (1.20, 0.78)	—

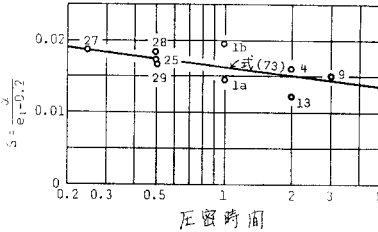


図-17  $\beta$  と圧密時間の関係 (番号は 図-16 に同じ)

ただし,  $t_0$  は単位時間 (1 日).

で近似すると, 式 (72), (73) より  $\alpha$  の実験式として,

$$\alpha = \{0.016 - 0.004 \log(tc/t_0)\} (e_1 - 0.2) \dots (74)$$

が得られる.

(2) 時間-ひずみ関係

初期接線係数  $\alpha$  の要因としては, 上述の 2 つのほかにはせん断時間 (せん断速度) が考えられる. 表-1 の資料はほとんどが段階載荷によるものであるから, せん断時間として 1 段階当りの載荷時間をとることにする.

さて, クリープ試験中の軸ひずみは経験的にも理論的にも, 次の式であらわされる.

$$\epsilon = \epsilon_0 + b \log(t/t_0) \dots (75)$$

ここに,  $\epsilon$  はクリープ時間  $t$  におけるひずみ,  $\epsilon_0$  は即時ひずみ,  $t_0$  は単位時間,  $b$  は土によって決まる定数.

この式は, Bishop and Lovénbury (1969) の 3 年に及ぶクリープ試験でも成立している. したがって, せん断時間が長いものは  $\alpha$  が大きくなるべきであるが, 上記の Bishop らの実験結果も含めて, 一般に, 全ひずみに占める即時ひずみの割合が大きいために, クリープ時間が表-1 の資料のように数時間から数日の間に散らばっていても, これが  $\alpha$  に与える影響は資料のばらつきと分離できない程度になってしまうものと考えられる.

Murayama and Shibata (1958) のレオロジー理論によれば, 上限降伏値以下のクリープ応力を受ける粘土のひずみ-時間関係は, 次の直線式で近似できる.

$$\epsilon = q \{a' + b' \log(t/t_0)\} \dots (76)$$

ここに,  $q$  は主応力差,  $\epsilon$  は軸ひずみ,  $a', b'$  は定数,  $t$  はクリープ時間,  $t_0$  は単位時間. ただし, クリープひ

ずみ ( $\epsilon - \epsilon_0$ ) が, 試料のレオロジー的性質で決まる一定のひずみ量に達すると, 以後は式 (76) は成立せず, ひずみは収束に向かう.

式 (76) の係数は上限降伏値以下の応力範囲では一定であるので, クリープを表現する式としては式 (75) より優れている. しかし, 式 (76) の意味するところは, クリープ時間を一定とすれば, 上

限降伏値以下の範囲では応力とひずみが比例関係にあるということである. この程度の近似のうえに立って議論を先へ進めると, 初期接線係数  $\alpha$  は, 少なくとも上限降伏値以下の応力範囲では, 応力の大きさの影響を受けず, せん断時間が  $t_1$  および  $t$  の試験から得られる  $\alpha_1$  および  $\alpha$  は, 次の式を満足するであろう.

$$\frac{\alpha}{\alpha_1} = \frac{a' + b' \log(t/t_0)}{a' + b' \log(t_1/t_0)} \dots (77)$$

上式中の  $\alpha_1$  は圧密時間  $t_c$  の影響を受けるから, これを評価するために, 特定の試料をいろいろな時間圧密した後, 同一のせん断時間  $t_1$  で軸方向圧縮して  $\alpha_1$  を実測すれば, これらは, 式 (72) の関係を満たすと考えられるから,

$$\alpha_1 = \beta_{t_1} (e_1 - 0.2) \dots (72)'$$

ここに,  $\beta_{t_1}$  は, せん断時  $t_1$  間の試料における圧密影響係数  $\beta$  である. 式 (72)' を式 (77) に代入すれば,

$$\alpha = \beta_{t_1} \frac{a' + b' \log(t/t_0)}{a' + b' \log(t_1/t_0)} (e_1 - 0.2) \dots (78)$$

式 (78) において, 各試料土の特性は係数  $\beta_{t_1}$  には含まれていないと仮定できれば, 特定の試料について  $\beta_{t_1}$  を求めておきさえすれば, 与えられた試料の  $\alpha$  を求めるために必要な作業は, 1 個の供試体を上限降伏値以下の 1 つの応力でクリープ試験して, 係数  $a', b'$  を求めるだけでよい. たとえば, 表-1 に掲げた資料のせん断時間は 10 分から 1 週間にわたっているが, すべてせん断時間 1 日の資料とみなすことができるとすれば, 式 (74), (78) より,

$$\alpha = \left\{ 0.016 - 0.004 \log \left( \frac{t_c}{t_0} \right) \right\} \cdot \left\{ 1 + \left( \frac{b'}{a'} \right) \log \left( \frac{t}{t_0} \right) \right\} (e_1 - 0.2) \dots (78)'$$

ここに,  $t_0$  は 1 日,  $t_c$  は圧密時間 (日),  $t$  はせん断時間 (日).

式 (78) あるいは (78)' 中のクリープ係数  $a', b'$  は, 現在のところ実験によって決めざるを得ないが, 従来の研究によれば  $b'$  は温度の上昇とともに増大し (Murayama ら: 1958), また, 間隙比の増大とともに増大する (Mesri: 1973). 今後, クリープや二次圧縮の研究

が進めば、これらのクリープ係数は試験によらず推定できることになるかもしれない。

いずれにせよ、 $\alpha$  が式 (78) の形式で与えられるとすれば、これをひずみの式 (57), (58) 等に代入して、載荷後任意の経過時間におけるひずみを求めることができるわけであるが、ここで注意すべきは、式 (78) のもととなっている村山・柴田のクリープひずみ式 (76) は、前述のようにクリープひずみがある限度に達するまでの区間で成立するものであり、無限時間後には理論的に予見された一定のひずみに収束することである。したがって、本論文で導いた応力-ひずみ式を応力-ひずみ-時間式にまで高めるには、式 (78) の適用限界と無限時間後の  $\alpha$  の値を明らかにしなければならないが、このためには村山・柴田の理論を有効応力の観点から整理する必要があると思われる。

6. 結論とその拡張上の問題点

正規圧密粘土の軸対称圧縮状態における応力-ひずみ式を導いた。また、村山・柴田のレオロジー理論の一部を適用してひずみに与える時間の影響を検討した。

圧密時間（最大圧密応力を受けている時間）が数時間から数日、せん断時間（一定せん断応力を受けている時間）が数時間から1週間程度の三軸圧縮試験から得られる応力-ひずみ関係は、実験定数  $\alpha$  を含む応力-ひずみ式 (57), (58) あるいは式 (60), (61) に、 $\alpha$  の実験式 (74) を代入することにより予測できる。予測に必要な資料は、試料の塑性平衡状態におけるせん断抵抗角  $\phi_{CV}(=\phi')$ 、膨潤係数と圧縮指数の比  $\kappa/\lambda(=C_s/C_c)$ 、初期間隙比  $e_1$ 、圧密時間  $t_c$  である。

せん断時間の影響は、 $\alpha$  に取り入れることができる。この場合、 $\alpha$  は式 (78) で与えられるが、近似的には式 (78)' で与えられるであろう。式 (78)' を決定するには、上限降伏値以下の応力で、1 個のクリープ試験を行う必要がある。

次に、本論文の結論を他の応力状態における応力-ひずみ式の研究に適用する場合の問題点を述べる。まず、軸対称伸張状態 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) の応力-ひずみ式は、本論文と同じ手法で導くことができる。新たな作業は、① せん断抵抗係数  $M$  を伸張時のものとし、② 異方圧密中のひずみ増分比式を決定すればよい。

軸対称状態をはなれて、一般的応力状態の応力-ひずみ式を導く場合は、平面変形状態を除けば未知の独立ひずみ成分が3個となるので、ひずみ増分比式をもう1つ決めなければならない。また、一般的応力状態の場合は中間主応力がせん断抵抗角に与え

る影響が既知でなければならない。

一般的応力状態におけるひずみの実験的な研究は、著者を含めすでかなりの研究者がとりこんでいるが、高度な実験技術が必要であり、資料の蓄積は思うにまかせないようである。

ところで、応力-ひずみ関係の研究を、現場問題を解くための基礎式を提供するという側面からみれば、ダイレイタンシーや中間主ひずみに対する仮定が、現場問題の解にどれほどの影響を与えるかを評価する研究も重要である。現場問題から離れて一人歩きしはじめた応力-ひずみ式の研究者達にとって、実験結果をどの程度忠実に式示すべきかという問題は切実である。

付録 1 新しい  $K_0$  式

異方圧密中のひずみ増分比式 (32) を利用して、 $K_0$  式を導くことができる。 $K_0$  状態では、式 (32) の  $r$  は 1 であるから、このときの  $x$  は、

$$x = 1 - \exp(-0.8 M^2)$$

$x$  を式 (9), (12) を用いて主応力にもどすと、

$$K_0 = \left( \frac{\sigma_3'}{\sigma_1'} \right)_{K_0} = \frac{9}{2M\{1 - \exp(-0.8 M^2)\} + 3} - \frac{1}{2} \dots \dots \dots (79)$$

式 (79) を図示すれば付図-1 のとおりである。

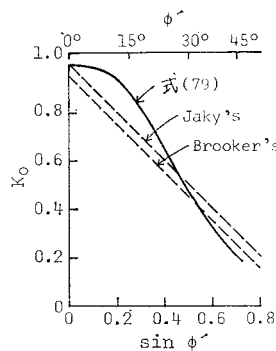
付録 2 ポアソン比の式

応力-ひずみ関係を式 (3), (4) あるいは式 (5), (6) のような全微分形式であらわす場合、ポアソン比は、式 (11), (21), (32) より応力比  $x$  の関数として求められる。すなわち、

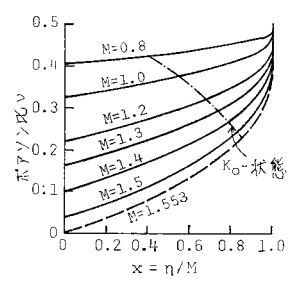
$$\nu = \frac{3\nu' - 1}{6\nu' + 1} \dots \dots \dots (11)$$

ただし、

$$\nu' = - \frac{1.25 \ln(1-x)}{M^2 x} \dots \dots \dots (80)$$



付図-1 著者の  $K_0$  式



付図-2 弾性仮定におけるポアソン比

計算結果は 付図-2 のとおりである。

### 付録 3 記号の定義

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  : 特にことわらない限り有効応力表示の主応力。特にことわらない限り軸対称圧縮状態 ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) にある。

$A, A_f, B$  : スケンプトンの間隙水圧係数, 式 (62)。

$D$  : 柴田の式 (64) のダイレイタンシー係数 (定数)。

$E$  : 弾性係数, 式 (1), (2)。

$E'$  : 供試体の単位体積に外部から加えられる仕事, 式 (33)。

$H$  : ダイレイタンシーの関数の係数 (定数), 式 (53・a, b)。

$K$  : 弾性材料の係数,  $K = \frac{3(1-2\nu)}{E}$ 。

$K_0$  : 一次元圧縮中の主応力比 ( $\sigma_3/\sigma_1$ )。

$Q, R, S, T$  : ひずみ増分概念式 (7), (8) の係数。

$R_1, T_1$  : 同上, 式 (24), (25)。

$U$  : 供試体の単位体積当りに蓄えられる弾性エネルギー。

$W$  : 供試体の単位体積当りで塑性的に消費される仕事。

$a$  : ヘンケルの間隙水圧係数, 式 (63)。

$a'$  : クリープ係数 (定数), 式 (76)。

$b$  : 対数クリープ速度の係数, 式 (75)。

$b'$  : クリープ係数 (定数), 式 (76)。

$c$  : ダイレイタンシー指標の式 (66) の定数項。

$d'$  : ダイレイタンシー指標, 式 (65)。

$e$  : 間隙比。

$g(x)$  : ダイレイタンシー関数, 式 (16)。

$g'(x)$  : 同上の導関数。

$h(x)$  :  $p = h(x)$  の形式で, ストレスパスをあらわす。

$k$  : ダイレイタンシー指標の式 (66) の係数 (定数)。

$m$  :  $r$  の実験式の係数,  $M$  の関数となる。式 (31)。

$p$  : 平均主応力,  $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ 。

$p_T$  : 全応力表示の平均主応力。

$q$  : 主応力差,  $q = (\sigma_1 - \sigma_3)$ 。

$q_0$  : 柴田の式 (64) におけるダイレイタンシーの発生限界。

$r$  : 異方圧密中のひずみ増分比, 式 (20)。

$t$  : せん断時間 (せん断過程におけるクリープ時間)。

$t_c$  : 圧密時間 (最大圧密応力を受けている時

間)。

$t_0$  : 単位時間。

$u$  : 間隙水圧。

$v$  : 体積ひずみ,  $v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$ 。

$v^e$  : 弾性体積ひずみ, 式 (38)。

$v_0$  : 塑性仕事を伴わずに起こる体積ひずみ, 式 (39)。

$v_{ir}$  : 弾性体積ひずみのうち, せん断中に解放される分。

$v_S$  : 膨潤ひずみ (膨張を正とする)。

$x$  : 標準化した異方応力度,  $x = \eta/M$ 。

$d$  : 単独で用いられるときの定義は式 (43)。

他の記号に前置するときは, 増分をあらわす。

$M$  : せん断抵抗係数,  $M = \frac{6 \sin \phi_{CV}}{3 - \sin \phi_{CV}}$ 。

$\alpha$  :  $x - \epsilon_d$  曲線の初期接線係数, 式 (56)。

$\bar{\alpha}$  : 同上の平均値。

$\beta$  :  $\alpha$  の圧密要因をあらわす係数, 式 (72)。

$\epsilon$  : 軸ひずみ, 式 (75)。

$\epsilon_d$  : 主ひずみ差,  $\epsilon_d = \epsilon_1 - \epsilon_3$ 。

$\epsilon_d^e$  : 弾性主ひずみ差, この論文では無視される。式 (38)。

$\epsilon_0$  : 即時軸ひずみ, 式 (75)。

$\eta$  : 異方応力度,  $\eta = q/p$ 。

$\kappa$  : 自然対数による膨潤指数,  $\kappa = C_S/2.3$ 。

$\lambda$  : 同上, 圧縮指数,  $\lambda = C_C/2.3$ 。

$\nu$  : ポアソン比。

$\nu'$  : ポアソン比の関数, 式 (11)。

$\sigma_{oct}$  : 正八面体面上の垂直応力,  $\sigma_{oct} = p$ 。

$\tau_{oct}$  : 同上, せん断応力,

$$\tau_{oct} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} / 3.$$

$\phi'$  : 非排水せん断におけるせん断抵抗角。ダイレイタンシーが負 (収縮) のときは  $\phi_{CV}$  に等しい。

$\phi_{CV}$  : 塑性平衡状態におけるせん断抵抗角。

添字「1」: 各記号が初期状態 (ひずみ測定の原因) であることを示す。

### 参考文献

- 1) 赤井・足立・安藤 : 飽和粘土の応力-ひずみ-時間関係, 土木学会論文報告集, No. 225, pp. 53~61, 1974.
- 2) Bishop, A.W. : Test Requirement for Measuring the Coefficient of Earth Pressure at Rest, Proc. Conf. Earth Pressure Problems, Vol. 1, pp. 2~14, 1958.
- 3) Bishop, A.W. and H.T. Lovenbury : Creep Characteristics of Two Undisturbed Clays, Proc. 7th, Int. Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 29~37, 1969.
- 4) Burland, J.B. : Deformation of Soft Clay Beneath Loaded Areas, Proc. 7th, Int. Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 55~63, 1969.

- 5) Calladine, C.R. : Correspondence on a Paper by Roscoe and Poorooshasb, *Géotechnique*, Vol. 13, No. 3, p. 250, 1963.
- 6) El-Sohby, M.A. : Deformation of Sands under Constant Stress Ratios, Proc. 7th, Int. Conf. SMFE, Vol. 1, pp. 111~119, 1969.
- 7) 古田・軽部 : 異方圧密中の砂のヒズミについて, 土木学会第31回年次学術講演会概要集, 第3部, pp. 58~59, 1976.
- 8) Horne, M.R. : The Behaviour of an Assembly of Rotund, Rigid, Cohesionless Particles, Proc. Royal Soc. of London Series A, Vol. 286, pp. 62~97, 1965.
- 9) 伊藤文平 : 飽和粘土の排水クリープ特性に関する研究, 京都大学修士論文, 1974.
- 10) Janbu, N. : Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests, Proc. Europäische Baugrundtagung, pp. 19~25, 1963.
- 11) Kondner, R.L. : Hyperbolic Stress-strain Response : Cohesive Soils, Proc. ASCE, Vol. 89, SM 1, pp. 115~143, 1963.
- 12) 軽部・栗原 : 繰り返し粘土のダイラタンシーとせん断強度について, 土木学会論文集, No. 135, pp. 16~24, 1966.
- 13) Lewin, P.I. and J.B. Burland : Stress-Probe Experiments on Saturated Normally Consolidated Clay, *Géotechnique*, Vol. 20, No. 1, pp. 38~56, 1970.
- 14) Matsuoka, H. : A Microscopic Study on Shear Mechanism of Granular Materials, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 1, pp. 29~43, 1974 a.
- 15) Matsuoka, H. : Stress-Strain Relationships of Clays Based on the Mobilized Plane, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 2, pp. 47~61, 1974 b.
- 16) Mesri, G. : Coefficient of Secondary Compression, J. of ASCE, SM 1, pp. 123~137, 1973.
- 17) Murayama, S. and T. Shibata : On the Rheological Characteristics of Clay (Part 1), Bulletin of Disaster Prevention Research Inst., No. 26, pp. 1~43, 1958.
- 18) Ohta, H. and T. Shibata : An Idealized Model of Soil Structure, Proc. Int. Symposium on Soil Structure Gothenburg 1973, pp. 123~130, 1973.
- 19) Roscoe, K.H., A.N. Schofield and C.P. Wroth : On the Yielding of Soils, *Géotechnique*, Vol. 8, No. 1, pp. 22~53, 1958.
- 20) Roscoe, K.H. and H.B. Poorooshasb : A Theoretical and Experimental Study of Strains in Triaxial Compression Tests on Normally Consolidated Clays, *Géotechnique*, Vol. 13, No. 1, pp. 12~38, 1963 a.
- 21) Roscoe, K.H., A.N. Schofield and A. Thurairajah : Yielding of Clays in States Wetter than Critical, *Géotechnique*, Vol. 13, No. 2, pp. 211~240, 1963 b.
- 22) Roscoe, K.H. and J.B. Burland : On the Generalized Stress-Strain Behaviour of 'Wet' Clay, *Engineering Plasticity*, Cambridge Univ. Press, pp. 535~609, 1968.
- 23) 関口秀雄 : 飽和粘土の応力-ひずみ-時間関係式とその解析への適用, 第11回土質工学研究発表会講演集, pp. 267~270, 1976.
- 24) 柴田 徹 : 粘土のダイラタンシーについて, 京都大学防災研究所年報6号, pp. 128~134, 1963.
- 25) 玉井・苗村 : 土のストレスプルーブテストについて, 土木学会第28回年次学術講演会概要集, pp. 72~73, 1973.
- 26) Wroth, C.P. and R.H. Bassett : A Stress-Strain Relationship for the Shearing Behaviour of a Sand, *Géotechnique*, Vol. 16, No. 1, pp. 32~56, 1966.

(1977.4.25・受付)