

道路橋床版の輪荷重直下の応力の算定について

ON EVALUATION OF STRESSES UNDER WHEEL LOADING
FOR ROAD BRIDGE DECK SLABS

園田 恵一郎*・堀川 都志雄**

By Keiichiro SONODA and Toshio HORIKAWA

1. ま え が き

最近、道路橋鉄筋コンクリート床版において、過大なひびわれやコンクリートの部分的なはく落等による損傷が多く見られるようになった。このような損傷の原因は、交通荷重の増大、繰り返し荷重による疲労、施工不良、コンクリートの乾燥収縮等いろいろといわれているが、新しい床版が竣工後数年にして、使用に支障をきたすほど劣化するという事実にかんがみれば、鉄筋コンクリート床版（以下、RC床版とよぶ）の従来の設計法にも大きな問題が潜んでいるように思われる¹⁾。

わが国の道路橋示方書で規定されたRC床版の設計法は、主として曲げ耐力に注目している。すでに昭和40年ごろより、RC床版の損傷がクローズアップされて以来、道路橋示方書の設計公式の問題点が指摘されてきた^{2)~5)}。

それらを挙げると、①配力鉄筋量の不足、②床版のたわみ剛性の不足、③主桁の不等沈下の影響などであり、それらの問題点の一部は、すでに現行の示方書（昭和48年度版）では配慮されている。

しかしながら、実際の床版の損傷は、自動車の走行によって下面のひびわれが床版全体に拡がると同時に断面内に進展することに伴って起こることが指摘されている⁶⁾。すなわち、道路橋床版のような辺長に比して板厚の小さい板構造においては、自動車の輪荷重のような局部的に集中した荷重の下では、非常に大きな曲げモーメントが発生し、その値は荷重の作用面が小さくなればなるほど大きくなるという特徴を持っている。したがって、比較的小きな輪荷重の作用下においてもひびわれが入り、輪荷重の移動とともにひびわれは床版全体に拡がるものと予想できる。現行の道路橋示方書の設計曲げモ

ーメント公式は、薄板弾性理論に基づいており、輪荷重の分布幅の取り方については、舗装表面でタイヤの接地圧を $20 \times 50 \text{ cm}^2$ の長方形等分布とし、舗装および床版の厚みの $1/2$ を通して 45° 方向に分散させ、床版の中央面で $(50 + 2 \times \text{舗装厚} + \text{床版厚}) \times (20 + 2 \times \text{舗装厚} + \text{床版厚})$ の長方形等分布荷重を仮定している。このようにタイヤ接地圧を 45° 方向に分散させる根拠は明確でなく、戦前の古い示方書より慣習的に引き継がれてきたように思われるが、半無限体の表面に集中荷重が作用した場合のブーシネスクの解に基づく鉛直応力の分布形からヒントを得たものとも推測される⁷⁾。

すでに述べたように、局部的に集中した荷重を受ける場合には、床版に作用する曲げモーメントは荷重の作用面積の大きさに敏感に影響される。

本研究は、アスファルト舗装およびRC床版を2層弾性板と見なし、舗装表面に作用するタイヤの接地圧が床版断面内にどのような応力および断面力を発生させるかを3次元弾性理論に基づいて調べたものである。

理論解析に用いた床版モデルは、ほぼ一方向板と見なせる辺長比が $1:3$ の周辺単純支持板であり、アスファルト舗装とコンクリート床版は弾性係数の異なる板と見なし、それらの接合面にはずれがなく、変位は完全に連続するものと仮定した。なお、アスファルトを弾性体と見なすことには疑問が残るが、主として走行自動車を対象とした解析であるため容認されると思われる。

以上の床版モデルについての理論解析の結果より、現行の道路橋示方書で規定された荷重分布幅の取り方の妥当性を検討するとともに、実際に自動車の走行時に測定されたタイヤの接地圧分布⁸⁾に対する解析も行い、より合理的な荷重分布幅の提案を試みた。さらに、水圧を利用した載荷実験を行い、舗装と床版の間の鉛直応力分布に関して実験値と計算値を比較し、本理論解析法の信頼性を検証した。

* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科

2. 解析のためのモデル化

実際の床版は、主桁で弾性的に支えられ、また、コンクリート橋などでは、横桁でも弾性的に支えられた構造であり、桁と床版は剛に接合されている場合が多い。しかしながら、本研究は、後輪作用点近傍の局所応力の照査を目的としており、曲げモーメントの大きい床版中央部の局所応力特性に対しては、床版の支持条件の影響をあまり受けないと考えられるため、解析上の床版モデルは、図-1 に示すようなほぼ一方向板と見なせる辺長比 1 : 3 の単純支持板とした。

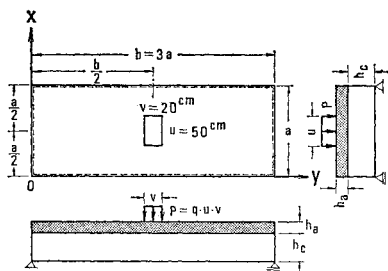


図-1 解析のためのモデル床版

舗装については、アスファルトを想定したが、主として自動車の走行時を対象としたため、クリープ等の塑性変形は無視し、弾性体として取り扱った。また、舗装と床版との間にはずれがなく、変位は完全に連続するとし、全体の構造を2層弾性板と見なした。さらに、温度によるアスファルト舗装の影響は、弾性係数を変化させることによって考慮した。

2層弾性板の解析法として、三次元弾性論に基づく厚板理論を用い、単純支持の条件は、ポアソン型の条件、すなわち支持辺に沿った鉛直および水平変位ならびに支持辺に直角な方向の曲げモーメント、軸力がいずれも零である条件を、それぞれの板に対して用いた^{11), 12)}。

以上の解析法において、床版を弾性体として取り扱っているが、実際の床版では、ひびわれが入っている。しかしながら、自動車の走行によって、ひびわれは床版のほぼ全体に広がるので、ひびわれ先端における応力集中の問題を除けば、ひびわれ床版は、剛性が低下した均質弾性体と近似的に見なすことができる。したがって、舗装と床版の剛性比を操作することによって、ひびわれ床版にも本解析法を適用させることができるものと思われる。

3. 三次元弾性論に基づく2層厚板の解析法

ここで取り扱う床版は、辺長に比して適度な板厚を持

つとし（辺長と板厚が同じオーダーであるものは除外）、応力解析には厚板理論を適用する。

厚板理論における支持辺の条件は、断面力または断面変形量によって与えられるので、ここで用いた理論を、3次元弾性論におけるガラーキネクトルとプーシネスク関数の一成分によって構成する。

板の中央面に x, y 軸をとり、中央面に鉛直下向きに z 軸をとれば、ガラーキネクトルとプーシネスク関数の鉛直成分 (F_z, θ_z) と変位の関係および対応するつり合い方程式は、下記のように表わされる^{9)~12)}。

$$\left. \begin{aligned} 2Gu &= -\frac{\partial^2 F_z}{\partial x \partial z} + 2\frac{\partial \theta_z}{\partial y} \\ 2Gv &= -\frac{\partial^2 F_z}{\partial y \partial z} - 2\frac{\partial \theta_z}{\partial x} \\ 2Gw &= 2(1-\nu) \Delta F_z - \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta \Delta F_z &= 0, \quad \Delta \theta_z = 0 \\ \Delta &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 u, v, w は直交座標 x, y, z 方向の変位、 G : せん断弾性係数。

周辺単純支持された長方形板に対しては、式 (2) の関数 F_z, θ_z を薄板理論におけるレビー (Lévy) 解と同様、 x, y 方向にはそれぞれ三角級数で、 z 方向には双曲線関数で次のように表わす。

$$F_z = \sum_m \sum_n [C_1 \text{sh } rz + C_2 \text{ch } rz + C_3 rz \text{sh } rz + C_4 rz \text{ch } rz] \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \dots\dots\dots (3)$$

$$\theta_z = \sum_m \sum_n [C_5 \text{sh } rz + C_6 \text{ch } rz] \cos \alpha_m x \cos \beta_n y \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b},$$

$$r^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2, \quad \text{ch } rz = \cosh rz, \quad \text{sh } rz = \sinh rz,$$

a, b はそれぞれ x, y 方向の辺長。

上式中 $C_1 \sim C_6$ は積分定数で、板の上・下面の境界条件より決定する。

式 (1) より得られるひずみとフックの法則より、応力 $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \left(\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{\partial F_z}{\partial z} + 2\frac{\partial^2 \theta_z}{\partial x \partial y} \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^3 F_z}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial x^2} \\ \tau_{xz} &= (1-\nu) \frac{\partial \Delta F_z}{\partial x} - \frac{\partial^3 F_z}{\partial x \partial z^2} + \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial y \partial z} \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

また、他の応力 $\sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}$ は、 x, y, z をそれぞれ入れ換えることによって得られる。さらに、モーメント M_x, M_y, M_{xy} 、せん断力 Q_x, Q_y 、軸力 N_x, N_y, N_{xy} は、上述の応力を積分することにより得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz, & M_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz \\ M_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz, & Q_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz \\ Q_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz, & N_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz \\ N_y &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz, & N_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 h は板の厚さである。

次に、板の下面において、 x, y, z 方向にそれぞれ X^l, Y^l, Z^l なる強度をもつ荷重が、また上面において、それらと逆方向の荷重 X^u, Y^u, Z^u が作用するとし、積分定数 $C_1 \sim C_6$ を求めると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\bar{Z}_p}{2r^3 \operatorname{ch} \zeta} \cdot \frac{\zeta \operatorname{ct} \zeta + 2\nu}{D_p} \\ &\quad - \frac{\beta_n \bar{Y}_m + \alpha_m \bar{X}_m}{2r^4 \operatorname{sh} \zeta} \cdot \frac{\zeta \operatorname{tn} \zeta - (1-2\nu)}{D_p} \\ C_2 &= \frac{\bar{Z}_m}{2r^3 \operatorname{sh} \zeta} \cdot \frac{\zeta \operatorname{tn} \zeta + 2\nu}{D_m} \\ &\quad - \frac{\beta_n \bar{Y}_p + \alpha_m \bar{X}_p}{2r^4 \operatorname{ch} \zeta} \cdot \frac{\zeta \operatorname{ct} \zeta - (1-2\nu)}{D_m} \\ C_3 &= -\frac{\bar{Z}_m}{2r^3 \operatorname{sh} \zeta} \cdot \frac{1}{D_m} + \frac{\beta_n \bar{Y}_p + \alpha_m \bar{X}_p}{2r^4 \operatorname{ch} \zeta} \cdot \frac{1}{D_m} \\ C_4 &= -\frac{\bar{Z}_p}{2r^3 \operatorname{ch} \zeta} \cdot \frac{1}{D_p} + \frac{\beta_n \bar{Y}_m + \alpha_m \bar{X}_m}{2r^4 \operatorname{sh} \zeta} \cdot \frac{1}{D_p} \\ C_5 &= -\frac{\beta_n \bar{X}_p - \alpha_m \bar{Y}_p}{2r^3 \operatorname{ch} \zeta} \\ C_6 &= -\frac{\beta_n \bar{X}_m - \alpha_m \bar{Y}_m}{2r^3 \operatorname{sh} \zeta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

ここに、

$$\begin{aligned} D_m &= \zeta(\operatorname{ct} \zeta - \operatorname{tn} \zeta) - 1, & D_p &= \zeta(\operatorname{tn} \zeta - \operatorname{ct} \zeta) - 1, \\ \operatorname{ct} \zeta &= \operatorname{coth} \zeta, & \operatorname{tn} \zeta &= \operatorname{tanh} \zeta, & \zeta &= r h / 2, \\ \bar{X}_p &= \bar{X}^l + \bar{X}^u, & \bar{X}_m &= \bar{X}^l - \bar{X}^u, & \bar{Y}_p &= \bar{Y}^l + \bar{Y}^u \\ \bar{Y}_m &= \bar{Y}^l - \bar{Y}^u, & \bar{Z}_p &= \bar{Z}^l + \bar{Z}^u, & \bar{Z}_m &= \bar{Z}^l - \bar{Z}^u \end{aligned}$$

$\bar{X}^l, \dots, \bar{Z}^u$ は、それぞれ X^l, \dots, Z^u を 2 重フーリエ級数で展開したときの係数、すなわち、

$$X^l = \sum_m \sum_n \bar{X}^l \cos \alpha_m x \sin \beta_n y, \dots$$

である。

これらの積分定数 $C_1 \sim C_6$ を応力、変位、断面力の式 (3), (4), (1), (5), (6) に代入すれば、上・下面に種々の外荷重が作用する場合の 3 次元弾性解が得られる。

次に、材質の異なる弾性板が、完全に接合 (x, y, z 方向の変位 u, v, w が完全に連続する) されている 2 層板を考え、式 (1)~(7) をおのおのの板に適用し、上層板 (アスファルト舗装) と下層板 (RC 床版) との応力、変位の連続条件を次のように与える。なお、添字 u, l は、それぞれの板の上・下面を意味する。

応力の連続条件;

$$\left. \begin{aligned} [\tau_{xz}^l]_{z=h_a/2} &= [\tau_{xz}^u]_{z=-h_c/2} \\ [\tau_{yz}^l]_{z=h_a/2} &= [\tau_{yz}^u]_{z=-h_c/2} \\ [\sigma_z^l]_{z=h_a/2} &= [\sigma_z^u]_{z=-h_c/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

変位の連続条件;

$$\left. \begin{aligned} [u^l]_{y=h_a/2} &= [u^u]_{z=-h_c/2} \\ [v^l]_{z=h_a/2} &= [v^u]_{z=-h_c/2} \\ [w^l]_{z=h_a/2} &= [w^u]_{z=-h_c/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 h_a : 上層板の厚さ、 h_c : 下層板の厚さ。

式 (8), (9) を用いて、接合面で 6 つの連続条件式と、2 層板の上・下面でそれぞれ 3 つの応力境界条件式とを連立に解けば、それぞれの板における積分定数 $C_1^i \sim C_6^i$ ($i=1, 2$) が決定できる。しかしながら、このままでは、連立方程式の元数が 6 になるので、級数の高次項における計算誤差が大きくなり、十分な精度をもつ解を得ることは、困難になる。それゆえ、接合面間で伝達される力を X, Y, Z とし、おのおのの板における上・下面の変位 u, v, w を X, Y, Z を用いて表わし、それらを式 (9) の変位の連続条件式に代入することによって、未知力 X, Y, Z を求める。この方法によれば、連立方程式の元数は 3 となり、計算も容易になる。

上層の鉛直荷重が作用する場合の未知力 X, Y, Z を求める式は、おのおののフーリエ級数の項数に対して次のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{13} \\ a_{13} & a_{13} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\alpha_m}{r} X \\ \frac{\beta_n}{r} Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

ここに、

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{2G_a} \left[(1-\nu_a) \left(\frac{\operatorname{tn} \zeta_a}{D_{ma}} + \frac{\operatorname{ct} \zeta_a}{D_{pa}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\beta_n^2}{\alpha_m^2} (\operatorname{tn} \zeta_a + \operatorname{ct} \zeta_a) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2G_c} \left[(1-\nu_c) \left(\frac{\operatorname{tn} \zeta_c}{D_{mc}} + \frac{\operatorname{ct} \zeta_c}{D_{pc}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\beta_n^2}{\alpha_m^2} (\operatorname{tn} \zeta_c + \operatorname{ct} \zeta_c) \right], \\ a_{12} &= \frac{1}{2G_a} \left[(1-\nu_a) \left(\frac{\operatorname{tn} \zeta_a}{D_{ma}} + \frac{\operatorname{ct} \zeta_a}{D_{pa}} \right) \right. \\ &\quad \left. + (\operatorname{tn} \zeta_a + \operatorname{ct} \zeta_a) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2G_c} \left[(1-\nu_c) \left(\frac{\operatorname{tn} \zeta_c}{D_{mc}} + \frac{\operatorname{ct} \zeta_c}{D_{pc}} \right) \right. \\ &\quad \left. + (\operatorname{tn} \zeta_c + \operatorname{ct} \zeta_c) \right] \\ a_{13} &= \frac{1}{2G_a} \left[1 + (1-\nu_a) \left(\frac{1}{D_{ma}} + \frac{1}{D_{pa}} \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2G_c} \left[1 + (1-\nu_c) \left(\frac{1}{D_{mc}} + \frac{1}{D_{pc}} \right) \right] \\ a_{22} &= \frac{1}{2G_a} \left[(1-\nu_a) \left(\frac{\operatorname{tn} \zeta_a}{D_{ma}} + \frac{\operatorname{ct} \zeta_a}{D_{pa}} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\alpha_m^2}{\beta_n^2} (\tan \zeta_a + \cot \zeta_a) \Big] \\
 & + \frac{1}{2G_c} \left[(1-\nu_c) \left(\frac{\tan \zeta_c}{D_{mc}} + \frac{\cot \zeta_c}{D_{pc}} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{\alpha_m^2}{\beta_n^2} (\tan \zeta_c + \cot \zeta_c) \right] \\
 a_{33} = & \frac{1}{2G_a} \left[(1-\nu_a) \left(\frac{\cot \zeta_a}{D_{ma}} + \frac{\tan \zeta_a}{D_{pa}} \right) \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2G_c} \left[(1-\nu_c) \left(\frac{\cot \zeta_c}{D_{mc}} + \frac{\tan \zeta_c}{D_{pc}} \right) \right] \right] \\
 b_1 = & \frac{\bar{P}_0}{2G_a} \left[(1-\nu_a) \left(\frac{1}{D_{ma}} - \frac{1}{D_{pa}} \right) \right] \\
 b_2 = & \frac{\bar{P}_0}{2G_a} \left[(1-\nu_a) \left(\frac{\cot \zeta_a}{D_{ma}} - \frac{\tan \zeta_a}{D_{pa}} \right) \right] \\
 \zeta_a = & \frac{r h_a}{2}, \quad \zeta_c = \frac{r h_c}{2}
 \end{aligned}$$

$$D_{ma} = \zeta_a (\cot \zeta_a - \tan \zeta_a) - 1$$

$$D_{pa} = \zeta_a (\tan \zeta_a - \cot \zeta_a) - 1$$

$$D_{mc} = \zeta_c (\cot \zeta_c - \tan \zeta_c) - 1$$

$$D_{pc} = \zeta_c (\tan \zeta_c - \cot \zeta_c) - 1$$

G_a, G_c : 上層板 (アスファルト舗装) および下層板 (RC床版) のせん断弾性係数,

ν_a, ν_c : 上層板および下層板のポアソン比,

\bar{P}_0 : 上層板の上面に作用する鉛直荷重 p_0 のフーリエ係数,

さらに, 式 (7) の積分定数 $C_1^i \sim C_2^i (i=1, 2)$ に代入すると, 各層の応力, 断面力などが得られる。

4. 数値解析の検討

(1) 解の収束性

荷重としては, 道路橋示方書 (昭和 48 年度版) で規定された後輪荷重 (20×50 cm² の長方形等分布荷重) を用い, この荷重を 2 重フーリエ級数によって表示した。

フーリエ級数は, 無限級数であるから, 項数を多くとればとるほど, 解析の精度が上がることになるが, 計算時間および労力の関係上, 一定の有限項に止めなければならない。下記の諸元をもつ床版に対して (図-1 参照)

$$\left. \begin{aligned}
 a &= 2.0 \text{ m}, E_a = 1.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \\
 b &= 6.0 \text{ m}, E_c = 30.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \\
 h_a &= 5 \text{ cm}, \nu_a = 0.4 \\
 h_c &= 17 \text{ cm}, \nu_c = 0.16
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここに, 添字 a, c は, アスファルト舗装および RC 床版を意味する。

荷重面中心の接合面および床版中央のたわみ, 面内および面外方向の直応力の計算値と級数の項

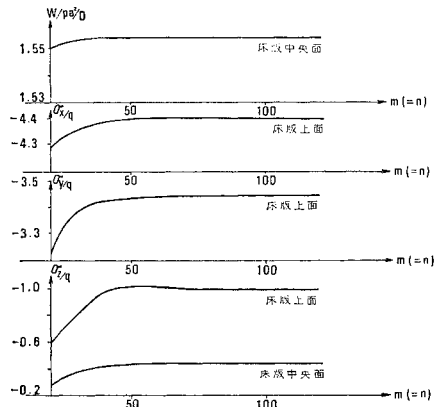


図-2 級数の項数 (m, n) による載荷面中央のたわみおよび応力の収束状況

数 (2 重級数の x, y 方向の項数は同じものとした) との関係を図-2 に示した。

一般に, 荷重作用面に近い位置の応力の精度が級数の項数に一番影響されやすく, 断面力, たわみ等は, 同じ項数の下では応力よりはるかに精度がよくなるので, 図-2 より判断すれば, 60 項以上とれば, 十分に信頼できる計算結果が得られるものと推測できる。

(2) 荷重面下の応力分布

荷重面直下の鉛直応力 (σ_z) の分布形を図-3 に示す。これは, 級数の項数 91 による結果である。

荷重接触面では, 端部において脈動しているが, これは矩形波の級数展開におけるギブスの現象であり, この点を除けば, 応力分布は非常になめらかであり, 荷重面から遠ざかるにつれて, その強度は減少していることがわかる。一方, 荷重面近傍の断面における床版の面内方向の応力 (σ_x, x は支間方向) の分布を図-4 に示すが, この程度の板厚/スパン比 ($h_c/a=0.085$) では, ほとんど直線分布に近く, 舗装接合面での圧縮応力の集中はごくわずか見られるのみである。

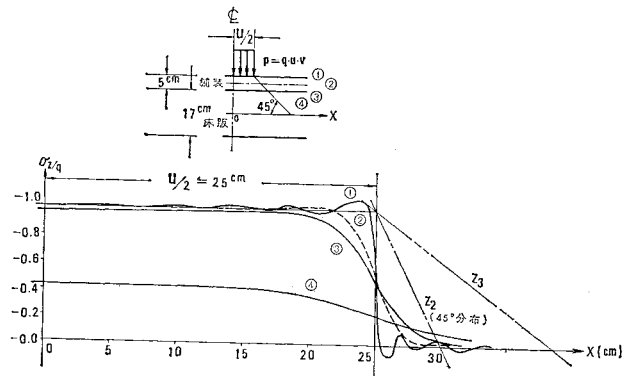


図-3 荷重面直下の σ_z/q の分布形 ($y=b/2$ 断面)

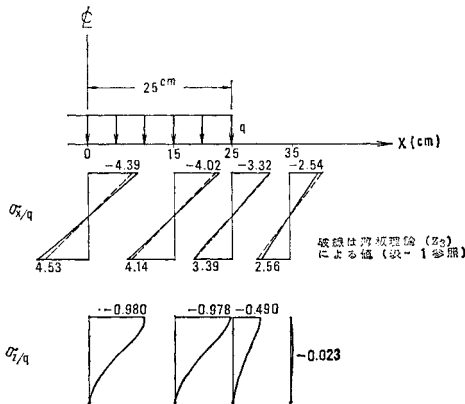


図-4 荷重面近傍の床版の応力分布 (y=b/2 断面)

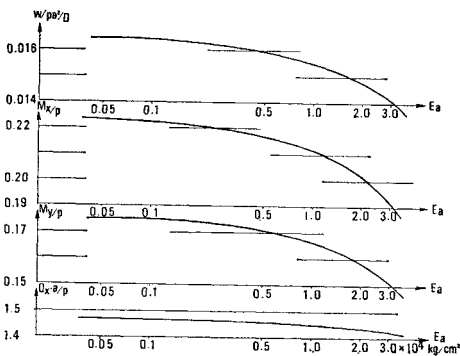


図-5 舗装材の弾性係数の変動によるたわみ、モーメントおよびせん断力の変化 (y=b/2 断面)

次に、舗装材の弾性係数の変動の及ぼす影響について考える。アスファルトのような舗装材は、夏期と冬期ではその剛性は大きく変化する。文献 13) によれば、厳冬期ではアスファルトの弾性係数は、 $3.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ 程度であり、炎天下では非常に低く $0.05 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ 以下になることもあるといわれている。図-5 は、式 (11) の諸元の床版についての計算結果より、舗装材の弾性係数と載荷面中央のたわみおよび断面力の関係を示したも

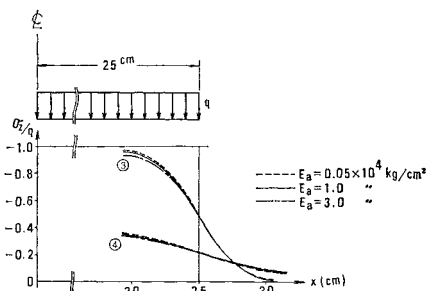


図-6 舗装材の弾性係数の変動による σ_x/q の分布形の変化 (y=b/2 断面、図-3 参照)

のである。この結果によれば、厳冬期に比して夏期では、たわみおよびモーメントとも 16% 程度増加することになる。この増加量は、主として舗装材自身の抵抗力の減少によって起こる分であり、舗装材の剛性が、荷重の分散に与える影響はほとんどないようである (図-6 参照)。

したがって、床版の設計計算上、舗装材に発生する応力を無視するならば、路面上の荷重の舗装内での分散は舗装の剛性によってほとんど影響されないといえる。

5. 道路橋示方書における輪荷重分布幅についての検討

現行の道路橋示方書 (昭和 48 年度版) の設計曲げモーメントは、車道部橋軸方向に 1 台、幅方向には、着目点の曲げモーメントが最大になるように何台かを載せ、主桁で支えられた帯状板として薄板理論に基づいて算定されている。しかしながら、通常の支間長 (主桁間隔) では、床版の設計において最も重要と思われる支間中央の正の最大曲げモーメントは、支間中央に位置する後輪荷重によって支配され、他の輪荷重の影響は、わずかであると考えられる。局所荷重点下の曲げモーメントを薄板理論により算定する場合、荷重値は同じであっても、その分布形状に大きく影響されることは、周知のとおりである¹⁴⁾。現行道路橋示方書・同解説では、舗装表面に $20 \times 50 \text{ cm}^2$ の大きさの等分布荷重が作用し、それが舗装厚 (5 cm) および床版厚の 1/2 まで 45° 方向に一樣に分布すると仮定し、薄板の理論計算に用いる荷重としては $(50 + 2 \times 5 + \text{床版厚}) \times (20 + 2 \times 5 + \text{床版厚})$ の等分布荷重を採用している。また、現行のコンクリート標準示方書 (昭和 49 年度版) でも、集中的な荷重の分布幅の取り方は、同じ考えに基づいている。このような 45° 方向に荷重を分散させる根拠は、明確でなく、おそらく集中荷重を受けた半無限体の鉛直方向応力の分布形から類推して、慣習的に決められたものと思われる。

さて、本研究では、3. で述べたように、道路橋 RC 床版を 2 層弾性板として取り扱い、上述の輪荷重分布幅の取り方について検討する。

舗装材および床版の諸元が、

$$\left. \begin{aligned} E_a &= 1.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2, \nu_a = 0.4, h_a = 5 \text{ cm} \\ E_c &= 30.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2, \nu_c = 0.16 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

であるような床版 (図-1 参照) を取り上げ、図-7 に示すごとく、2 層弾性板としての 3 次元解析 (D_1) と現行の示方書による荷重分布 (Z_3) をして、まったく荷重分散を考えない場合 (Z_1)、舗装部のみ 45° 方向分散を考えた場合 (Z_2) による薄板理論解析とのそれぞれを比

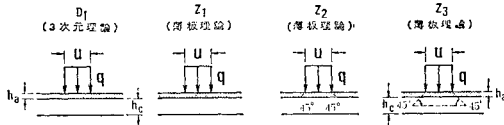


図-7 荷重の状態 ($u=50\text{ cm}$, $v=20\text{ cm}$)

表-1 たわみ, モーメントおよびせん断力の比較 ($P=quv$)

	a (m)	1.0	2.0	3.0	4.0
		h_c (cm)	16	17	20
$(W)_{\max}$ ($\times \frac{P \cdot a^2}{D}$)	D ₁	0.0143	0.0156	0.0161	0.0163
	Z ₁	0.0144	0.0161	0.0165	0.0167
	Z ₂	0.0134	0.0158	0.0164	0.0166
	Z ₃	0.0117	0.0151	0.0159	0.0163
$(M_x)_{\max}$ ($\times P$)	D ₁	0.149	0.212	0.250	0.278
	Z ₁	0.168	0.233	0.271	0.296
	Z ₂	0.147	0.213	0.251	0.278
	Z ₃	0.121	0.187	0.221	0.237
$(M_y)_{\max}$ ($\times P$)	D ₁	0.107	0.167	0.201	0.224
	Z ₁	0.134	0.196	0.234	0.257
	Z ₂	0.108	0.173	0.211	0.244
	Z ₃	0.077	0.140	0.172	0.195
$(Q_x)_{\max}$ ($\times \frac{P}{a}$)	D ₁	0.78	1.45	2.16	2.82
	Z ₁	0.90	1.67	2.48	3.21
	Z ₂	0.73	1.28	1.88	2.52
	Z ₃	0.59	0.94	1.31	1.59

較する。

支間長と板厚の関係は, 示方書で示されたもの(道路橋示方書・同解説, pp. 173, 図一解 6.1.3 参照)を用い上記の各ケースについての計算結果を 表-1 に示す。

また, 支間 2.0 m, 板厚 17 cm の床版のモデルについて, 荷重中心をとる支間方向のモーメントおよびせん断力の分布を 図-8~10 に示す。

これらの計算結果により下記のことが明らかになる。

(1) 道路橋示方書で示された荷重分布幅に対する結果(以下, 示方書による値とよぶ)は, 3次元厚板理論によるそれと, たわみに関してはほとんど変わらない。

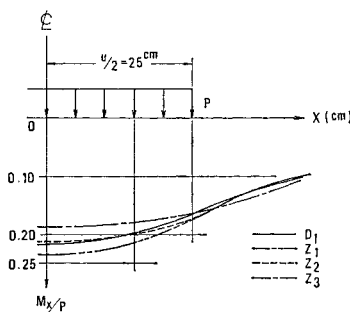


図-8 支間方向のモーメント分布 (M_x) の比較 ($y=b/2$ 断面)

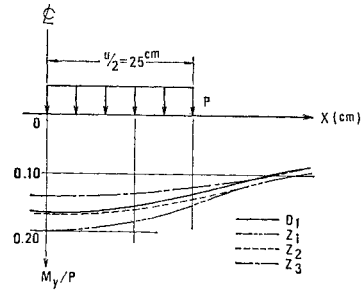


図-9 支間と直角方向のモーメント分布 (M_y) の比較 ($y=b/2$ 断面)

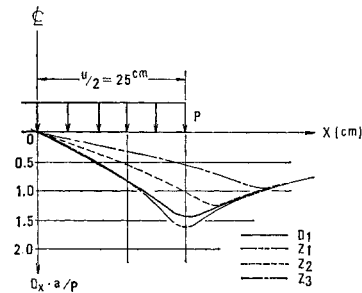


図-10 支間方向のせん断力分布 (Q_x) の比較 ($y=b/2$ 断面)

(2) 支間方向(主筋方向)の曲げモーメント (M_x) に関しては, 示方書による値は, 3次元理論による値より 15~19% ほど小さい。

(3) 支間と直角方向(配力筋方向)の曲げモーメント (M_y) に関しては, 示方書による値は, 3次元理論による値より 13~28% ほど小さい。

(4) せん断力 (Q_x) の最大は, 荷重分布の端部で起こり, その値に関して, 示方書による値は, 3次元理論による値より 25~44% ほど小さく, その比は支間長が大きくなるにつれて増大している。

(5) モーメントおよびせん断力に関して示方書による値と3次元理論による値との差は, 荷重面中央または端部において最も大きく, 荷重面から遠ざかるにつれて小さくなる。

(6) 荷重の分散をまったく考えない場合 (Z_1) でのたわみ, モーメント, せん断力は, いずれも3次元理論による値より大きい。

(7) 舗装部のみ 45° 方向に分散させた場合 (Z_2) の結果は, 3次元理論による値と最も近くモーメントの値では, その差は 1~9% に留まっている。

以上の結果より, 現行の示方書で規定されている後輪荷重の舗装および床版内での 45° 方向への分散は期待できず, それゆえ荷重面直下のモーメントおよびせん断力の算定に対して現行の示方書の計算方法による値は, かなり小さな値を与えることがわかる。

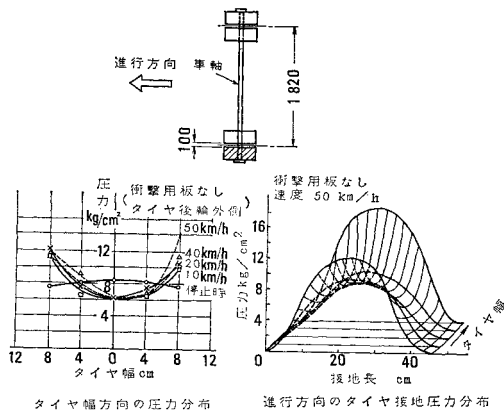


図-11 実測によるタイヤの接地圧力分布

6. 実測によるタイヤ接地圧分布の下での床版応力の検討

道路橋示方書で規定された後輪荷重は、 $20 \times 50 \text{ cm}^2$ の長方形等分布荷重であるが、実際の自動車の静止または走行時のタイヤの接地圧力分布は複雑である。図-11は貞升により計測されたタイヤの接地圧力分布形である⁸⁾。実測された接地圧力分布形を y 方向（支間と直角方向）に対しては、4次曲線で、 x 方向（支間方向）には、2次曲線で示される関数形であらば、さらにその関数形を 3. と同様フーリエ級数に展開し、タイヤ2つ分の後輪荷重をアスファルト舗装の表面に作用させ、3次元理論により、走行時および停止時の2つの場合について断面力計算を行った。計算に用いた床版の諸元は、 $a=2.0 \text{ m}$, $b=6.0 \text{ m}$, $h_c=17 \text{ cm}$, $h_a=5 \text{ cm}$, $E_c=30.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$, $E_a=1.0 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$, $\nu_c=0.16$, $\nu_a=0.4$ である。停止時の接地圧力分布の y 方向の形状は、貞升の論文の中では不明であるので、車の走行速度が 20 km/h 時のものを用いた。これらの計算結果と表-1の載荷状態との比較を表-2に示す。ただし、後輪のタイヤは2個であり、全荷重 (P) は、2つのタイヤで均等に分担されるものとし、タイヤ縁部の外側と内側の接地圧力は等しいとした。

走行時 (50 km/h) における計算結果を D_1 による結果と比較すると、たわみ (w)、モーメント (M_x)、(M_y)、

表-2 実測されたタイヤ接地圧に対する床版の最大たわみ、最大モーメントおよび最大せん断力の比較

	D_1	Z_3	走行時 (50 km/h)	停止時
$(W)_{\max} (\times \frac{Pa^3}{D})$	0.0156	0.0151	0.0151	0.0130
$(M_x)_{\max} (\times P)$	0.212	0.187	0.197	0.175
$(M_y)_{\max} (\times P)$	0.167	0.140	0.151	0.148
$(Q_x)_{\max} (\times \frac{P}{a})$	1.45	0.94	1.32	1.35

せん断力 (Q_x) は、それぞれ 3, 7, 10, 9% ほど小さく、現行の道路橋示方書 (Z_3) の場合と比較すると、たわみはほぼ等しく、モーメント、せん断力は、それぞれ 5, 7, 29% ほど大きく、せん断力における増加量はかなり顕著である。実際の路面での走行状態では、タイヤの接地圧分布および1つのタイヤが分担する荷重は、路面の特性によって大きく影響されるものと思われる。もし、路面の凹凸がひどければ、後輪の1つのタイヤに作用する荷重は、軸重（後輪2つ分）の $1/4$ よりかなり大きく、その結果、荷重面直下のモーメントおよびせん断力が相当大きくなることが予想できる。したがって、走行時に1つのタイヤに作用する荷重の変動がどの程度であるかを知ることが大切になる。

7. 実験結果

舗装と床版の接合面に作用する鉛直応力を計測するために、 $1.5 \times 1.5 \text{ m}^2$ 、厚さ 16 cm の RC 正方形単純支持板を作成した。この床版の上面にストレインゲージタイプの圧力計（外径 $2 \text{ cm} \times$ 高さ 5 mm ）を約 4.4 cm の間隔で配置し、その上に微量のセメントを混入した砂を突き固めて 5 cm の厚さの舗装を作り、舗装表面に正方形等分布荷重を作用させて実験を行った。舗装の弾性係数については、載荷面と同じ大きさの平板載荷実験を行って、約 500 kg/cm^2 の値を得た。載荷装置については、図-12に示すように木枠の中にゴム袋を入れ、上・下面を拘束した状態で、ゴム袋の中に水圧を加えることによって舗装面に等分布荷重を与えた。なお、荷重の検定は、 2 t 用のブルーピングリングを用いて全荷重の値を測定した。結果を図-13に示す。図中の実験値は、載荷面の位置を移動させて数回繰り返して、舗装と床版の接合面の鉛直応力分布の計測した結果の代表値を示している。実験結果と舗装の弾性係数を 500 kg/cm^2 とした場合の計算値を比較すると、両者は非常によく一致していることがわかる。

さらに、破線（舗装のみ 45° 分布した場合の載荷端部）で示された箇所より外側の圧力計の値は、ほとんど零を示しており、計算値の妥当性を立証している。

8. 結論

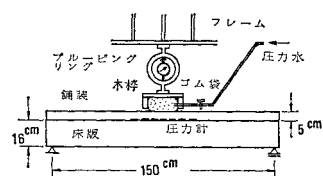


図-12 実験装置

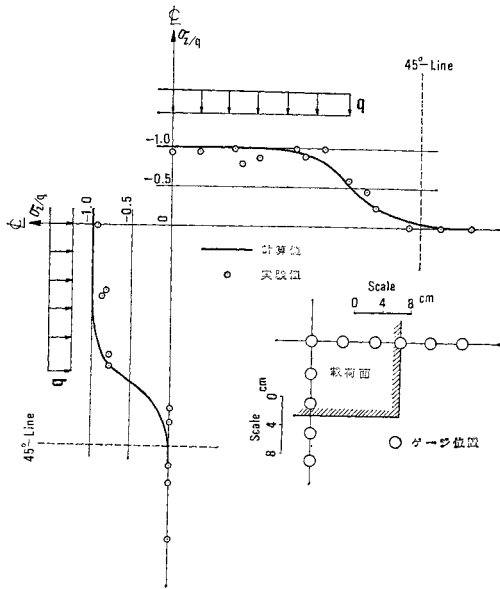


図-13 接合面上における σ_z/q の比較

数値計算結果および実験結果をもとに得られた結論を列記すると、

(1) 夏期と冬期におけるアスファルト舗装の弾性係数の変動は、せん断力に対してはほとんど影響を及ぼさないが、たわみと曲げモーメントに対して、かなりの影響（モデル床版の計算では約 16% の差）を与える。しかしながら、この影響は舗装材自身が応力を分担することによって起こるものであり、舗装の剛性が輪荷重の分散に与える効果はほとんどない。

(2) 現行の道路橋示方書・同解説に示されているように舗装厚および床版厚の 1/2 まで 45° 方向に後輪荷重を分散させた場合には、たわみ、曲げモーメントおよびせん断力とも三次元厚板理論による結果よりかなり小さな値を与える。また、舗装厚のみ 45° 方向に分散させた場合には、三次元厚板理論値と比べて、たわみと曲げモーメントはほぼ同じであるが、せん断力では小さくなっている。さらに、舗装、床版とも荷重分散をまったく考えない場合では、3次元理論による値よりたわみ・曲げモーメントは大きい、せん断力についてはほぼ同じ値を与える。

(3) 自動車走行時の下での実測されたタイヤ接地圧力分布を用い、3次元厚板理論により計算された結果と道路橋示方書・同解説による値とを比較すると、たわみはほぼ同じであるが、モーメント、せん断力はそれぞれ 5, 29% ほど大きく、特にせん断力における増加は顕著である。

(4) 舗装を微量のセメントを混入した砂で作し、水

圧の下での実験を行った結果、舗装と床版の接合面での鉛直応力分布の実験値と計算値は、非常によく一致しており、本論文で用いた理論の妥当性が裏づけられた。

以上より判断すれば、道路橋 R C 床版の設計に際して、現行の道路橋示方書・同解説で示された後輪荷重の分布幅の取り方は、危険側の結果を与えるといえる。

曲げモーメントの算定に対しては、舗装厚のみ 45° 方向に分散させた場合が最も合理的であるが、せん断力に対しては、なお危険側の結果を与える。

したがって、実際の床版では、路面の凹凸によるタイヤ輪に作用する荷重の変動および夏期における舗装の剛性低下等が考えられるので、設計において薄板理論により断面力を算定する場合には舗装および床版とも輪荷重の分散を考慮しない方が妥当であると思われる。

参考文献

- 1) 土木学会関西支部：鉄筋コンクリート床版の損傷と疲労設計へのアプローチ，土木学会関西支部講演会テキスト，昭和 52 年 7 月。
- 2) 佐藤 進・成岡昌夫：支持桁のたわみを考慮した鋼道路橋の鉄筋コンクリートの床版の曲げモーメントについて，土木学会論文報告集，No. 175，pp. 1~13，1970 年 3 月。
- 3) 前田幸雄・松井繁之：道路橋 R C 床版の設計曲げモーメント式に関する一考察，土木学会論文報告集，No. 252，pp. 11~22，1976 年 8 月。
- 4) 国広哲男・井刈治久：床版支持桁の不等沈下によって生ずる床版の曲げモーメント，土木技術資料，Vol. 13-1，昭和 46 年 1 月。
- 5) 国広哲男・井刈治久・伊藤 満：床版支持桁の不等沈下によって生ずる床版の曲げモーメント計算図表，建設省土木研究所資料，第 771 号（昭和 47 年 9 月），第 875 号（昭和 48 年 9 月）。
- 6) 倉田宗章・園田恵一郎・実松秀夫・竹村泰弘：既設道路 R C 床版の疲労破壊実験と疲労破壊機構に関する一考察，第 22 回構造工学シンポジウム，日本学術会議，pp. 63~70，1976 年 1 月。
- 7) 田中 豊・平井 敦 共著：鋼橋 I，技報堂，pp. 250~257，昭和 28 年。
- 8) 貞升文雄：自動車走行時におけるタイヤ接地圧，土木技術資料，Vol. 11，No. 8，pp. 3~5，1969 年 8 月。
- 9) Westergaard, H.M. : Theory of Elasticity and Plasticity, Dover, New-York.
- 10) 宮本 博：三次元弾性論，裳華房，pp. 16~19，昭和 42 年。
- 11) Horikawa, T., Sonoda, K. and Kurata, M. : Studies of a finite deformation of plate due to Reissner's theory and three dimensional theory of thick plate with body forces., Memo., Osaka City Univ., Vol. 15, pp. 121~133, 1974.
- 12) Horikawa, T., Sonoda, K. and Kurata, M. : A comparison of numerical results given by thick plate, Reissner's and thin plate theories., Memo., Osaka City, Univ., Vol. 16, pp. 169~186, 1975.
- 13) 笠原 篤・菅原照雄：アスファルト混合物の動的応答に関する研究，土木学会論文報告集，No. 215，pp. 75~83，1973.
- 14) Nádai, A. : Elastische Platten, Springer.

(1977.8.11・受付)