

# 砂地盤の強度異方性とその土質工学的意義

## STRENGTH ANISOTROPY OF SAND GROUND AND ITS SIGNIFICANCE IN SOIL ENGINEERING

小田 匡 寛\*・小石川 功\*\*

By Masanobu ODA and Isao KOISHIKAWA

### 1. はじめに

土の力学は、従来、土の等方性を前提として議論されることが多かった。特に砂地盤の場合、球状に近い形状の粒子からなるために、等方性の前提は是認し得るものとされた。この論文は以下に述べる 4 項目を総合的に検討することによって、砂地盤の異方性の実体とその土質工学的意義を解明しようとするものである。

(1) 天然に堆積した砂の土粒子配列を子細に観察し、その特徴を把握する。

(2) 天然に堆積した砂にみられる土粒子配列の異方性を人工的に作り、それを供試体にして砂の三軸圧縮試験、平面ひずみ試験を行う。砂の構造異方性と強度異方性との関連を実験結果から吟味する。

(3) 小型の模型地盤を用いて帯基礎の支持力実験を行い、地盤の異方性が支持力値に及ぼす影響を具体的に把握する。

(4) 地盤の異方性を加味した剛塑性論を支持力問題に適用して、理論的側面から異方性の土質工学的意義を検討する。

なお、研究成果の一部は、すでにいろいろな機会に報告されている<sup>1)~4)</sup>。したがって、実験の方法や結果の詳細は文献に譲ることとし、ここでは現在までの研究成果を総括的に記述して、砂地盤が異方性であることの土質工学的意義の解明に、焦点を絞って論ずることにする。

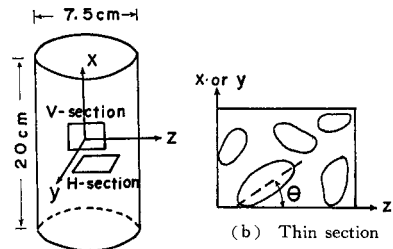
### 2. 天然に堆積した砂の構造異方性

河川、砂浜、砂丘などは、天然の砂地盤の中でも代表的なものであろう。そこで、これらの砂地盤から合計 8 地点を特に選び、その不攪乱試料を直径 7.5 cm × 長さ 20 cm のシンウォール・サンプラーに採取した。試料（河川砂：No. 6, No. 11, No. 12, No. 31, No. 32, No. 33, 砂浜砂：No. 20, No. 52, 砂丘砂：No. 16, No. 19）の採取地とその物理的性質を **Table 1** にとりまとめて示した。

あらかじめ炉乾燥した試料に固化時間を調整した溶液

**Table 1** Physical properties of naturally deposited sands

	Name of Sample	Locality	Specific gravity	Mean size (mm)	Uniformity coefficient	Void ratio	Relative density (%)
River sand	No. 6	Fuji river	2.73	0.65	1.11	0.92	14
	No. 11	Yoro river	2.61	0.22	1.50	0.76	84
	No. 12	Obitsu river	2.59	0.25	1.69	0.88	35
	No. 31	Sinano river	2.66	0.29	2.00	0.96	31
	No. 32		2.67	0.21	2.09	1.04	0
	No. 33		2.64	0.35	2.00	0.97	14
Beach sand	No. 20	Shirako beach	2.63	0.25	1.75	0.71	78
	No. 52	Kugenuma beach	2.82	—	—	0.87	60
Dune sand	No. 16	Ohara, Chiba	3.23	0.25	1.50	0.65	67
	No. 19	Shirako, Chiba	2.67	0.23	1.47	0.69	73



(a) Stabilized specimen

**Fig. 1** Preparation of thin section and measurement of  $\theta$  in thin section

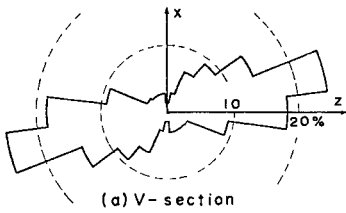
\* 正会員 工博 埼玉大学助手 工学部建設基礎工学科

\*\* 学生会員 埼玉大学大学院 工学部建設基礎工学科

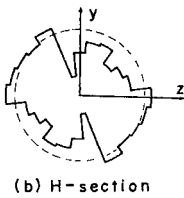
状の接着剤を浸透させる。試料が十分に固結すれば、鉛直断面と水平断面とで切断して、そのおののちに平行な2枚の薄片を作る (Fig. 1(a)). 2枚の薄片を偏光顕微鏡で観察し、あらかじめ定めた基準となる方向 ( $z$  軸) と各粒子のみかけの長軸とのなす角度  $\theta$  を計測する (Fig. 1(b)). 便宜上、鉛直断面に平行な薄片を V-section とよび、水平断面に平行な薄片を H-section とよぶことにする。各薄片から 200~300 個の粒子を無作為に選んで  $\theta$  を計り、粒子のみかけの長軸の頻度図を得る。V-section, H-section での  $\theta$  の頻度図から、粒子の定方向配列による異方性 (構造異方性) の特徴を調べた。

河川砂の構造異方性: Fig. 2 と Fig. 3 は、それぞれ No. 6 と No. 12 の河川砂の  $\theta$  の頻度図をローズ・

ダイヤグラムで示したものである。なお、座標軸  $x, y, z$  は次の方向を意味している:  $x$  の正軸=鉛直上向き方向,  $z$  の正軸=河川の下流方向,  $y$  軸= $x, z$  軸に直交する方向。河川砂の V-section でみる限り (Fig. 2(a), Fig. 3(a)), 粒子のみかけの長軸は  $z$  軸と  $+10^\circ \sim 20^\circ$  をなす方向に卓越している。一方, H-section では、分布がランダムな例 (Fig. 2(b)) と、 $y$  軸に近い方向に卓越する例 (Fig. 3(b)) とがある。同じ河川砂といえども、砂粒子の堆積条件や粒度組成の差によって、構造異方性の強度・内容に微妙な違いを認めることができる。しかし、ここでは既報の文献<sup>3), 6)</sup>をも参考にして、河川砂の土粒子構造を Fig. 8(a) の模式図で表わして

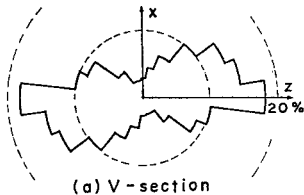


(a) V-section

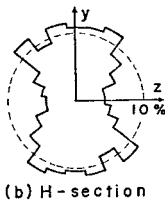


(b) H-section

Fig. 2 Rose diagrams to show preferred orientation of particle in a river sand (No. 6)

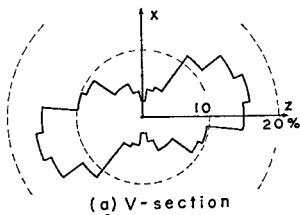


(a) V-section

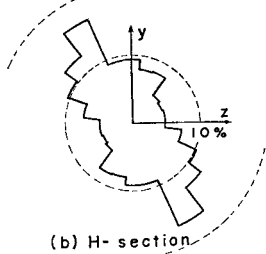


(b) H-section

Fig. 4 Rose diagrams to show preferred orientation of particle in a beach sand (No. 52)

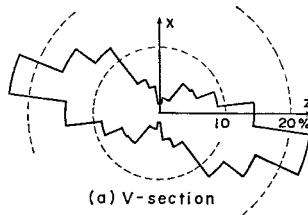


(a) V-section

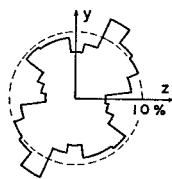


(b) H-section

Fig. 3 Rose diagrams to show preferred orientation of particle in a river sand (No. 12)

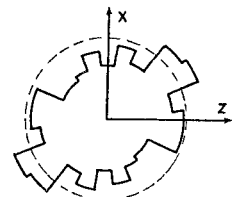


(a) V-section

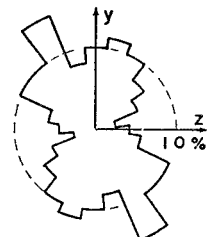


(b) H-section

Fig. 5 Rose diagrams to show preferred orientation of particle in a beach sand (No. 20)

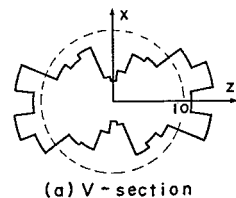


(a) V-section

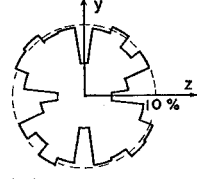


(b) H-section

Fig. 6 Rose diagrams to show preferred orientation of particle in a dune sand (No. 19)



(a) V-section



(b) H-section

Fig. 7 Rose diagrams to show preferred orientation of particle in a dune sand (No. 16)

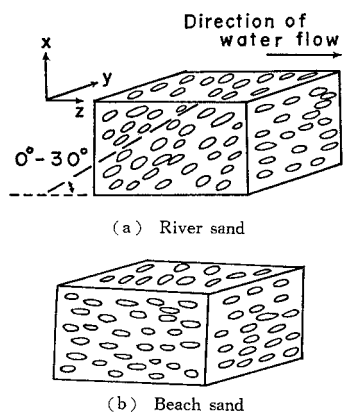


Fig. 8 Block diagrams to show particle orientation in river and beach sands

こととする。2枚の V-section でみる限り (Fig. 4(a), Fig. 5(a)), みかけの長軸の卓越方向は z 軸に  $\pm 20^\circ$  の中にありほぼ一致しているとみてよい。また、H-section では、いずれも海岸線の方向にほぼ平行した弱い配列性を認めることができる。Fig. 8(b) には、砂浜砂の構造異方性を模式図で示している。

砂丘砂の構造異方性: Fig. 6 と Fig. 7 とに、砂丘砂の 2 例を示す。なお、図中の x, y, z 軸は、砂浜砂の例に準じて選んだ。Fig. 6 (No. 19) の例では、H-section にも V-section と同程度の定方向配列が認められ、一方、Fig. 7 (No. 16) の例では、河川砂や砂浜砂にみられたように、V-section により顕著な定方向配列が認められる。一般的に風成の砂層は水中堆積した砂層に比べて、より等方的な土粒子構造を示すと考えられている<sup>6)</sup>。

以上述べた河川砂、砂浜砂、砂丘砂の例は、典型的な砂地盤の土粒子構造を代表していると考えてよい。その

いずれもがなんらかの構造異方性を示す点は特筆すべきである。

Fig. 9 の縦軸として取られている V·M は、V-section におけるみかけの長軸の配列強度を示す指標である<sup>1), 7)</sup>。すなわち、V·M=100% は各粒子の長軸が特定方向に完全に配列することを意味し、V·M 値の減少で配列傾向も弱まり、V·M=0% で完全に

ランダムな配列を表わす。また、Fig. 9 の横軸の  $\bar{R}$  は、粒子形状を表わす 1 指標であり、細長比とよばれる<sup>1)</sup>。 $\bar{R}$  の値が 1 に近い砂は、球状の形状をした砂粒子からなり、また、逆に 0 に近い砂は、棒状・板状の砂粒子からなる。Fig. 9 には、乱さない河川砂、砂浜砂、砂丘砂の V·M $\sim\bar{R}$  関係を示すとともに、L-方法、V-方法で人工的に詰めた砂のものをも参考として示している (なお、L-方法とは、10~30% の相対密度となるように砂を容器に緩く盛る方法であり、また、V-方法とは、L-方法で詰めた後さらに上下の振動を加えて 60~80% の相対密度とする方法である<sup>2)</sup>)。図にみられるとおり、V·M $\sim\bar{R}$  の相関関係は単純ではないが、一般的に  $\bar{R}$  の小さい砂ほど大きい V·M 値を示す傾向にある、と結論してよいと思われる。すなわち、構造異方性の強さは、砂の堆積方法だけではなく、砂の粒子形状にも依存しているといえる。また、室内で人工的に締固めた砂にも、天然の砂と類似の構造異方性が認められるので (Fig. 9)、人工か天然かの区別なく、一般に砂層は、土粒子の定方向配列による構造異方性を示すと考えて間違いない。

### 3. 砂の強度異方性

#### (1) 三軸圧縮試験<sup>3)</sup>と平面ひずみ試験<sup>4)</sup>

前節で述べたことから砂の構造異方性の存在が確認された。そこで、このような砂の構造異方性と強度異方性との関連性を検討するために、 $\bar{R}=0.605$  とする豊浦標準砂を用いて、三軸圧縮 ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$ ) と平面ひずみ ( $\epsilon_2 = 0$ ) の条件で強度試験を行った。なお、一般に天然に産する砂の  $\bar{R}$  値は 0.5~0.7 の範囲にあり、豊浦標準砂の  $\bar{R}$  値はほぼ中間的なものである。

三軸圧縮試験用供試体 (直径 8 cm × 高さ 8 cm) は、砂を水中でゆっくり堆積させた後、モールドの側壁を十分に連打して、その間隙比  $e$  を 0.67~0.68 に調整したものである。これを用いて、拘束圧  $\sigma_3$  を 0.5, 1, 2 kg/cm<sup>2</sup> の 3 段階とする排水三軸圧縮試験を行った。一方、平面ひずみ試験用の供試体 (幅 8 cm × 高さ 6 cm × 奥行き 4 cm) は、空気中での落下高さを調整して、間隙比を 0.66~0.67 にしたものである。これを用いて、最小主応力  $\sigma_3$  を 0.5, 1, 2, 4 kg/cm<sup>2</sup> の 4 段階とし、側面 (6 × 4 cm) の変位を拘束する排水平面ひずみ試験を行った。なお、いずれの試験でも、供試体と剛な上下加圧板や側板との間のまさは、シリコングリスを塗付した 2 枚のメンブレンで軽減した。

Fig. 10(a) と Fig. 11 の V-section にみられるとおり、土粒子は水平方向 (z 軸) に顕著な定方向配列を

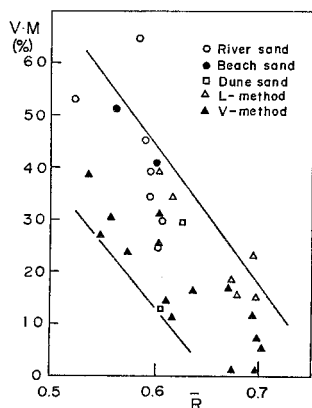


Fig. 9 Relation between vector magnitude V·M and axial ratio  $\bar{R}$

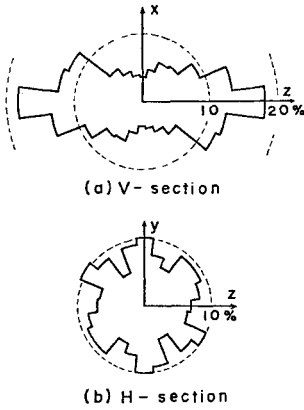


Fig. 10 Rose diagrams to show anisotropic fabric in specimens of triaxial compression tests

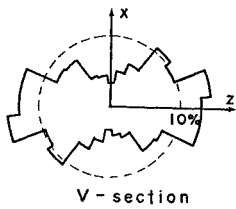


Fig. 11 Rose diagram to show anisotropic fabric in specimens of plane strain tests

示してあり、三軸圧縮試験用供試体と平面ひずみ試験用供試体はともに構造異方性を示している。三軸圧縮試験用供試体では、V-sectionでの粒子の配列強度を表わすV・M値として35%を取り、一方、平面ひずみ試験用供試体では29%となる。豊浦標準砂の $\bar{R}$ 値は約0.61に等しいことを考えると、これらのV・M値から予想される構造異方性は、天然に堆積した砂のものにほぼ対応しているとみなせる (Fig. 9)。したがって、天然の砂の構造異方性は実験室で人工的に再現できたと考えられる。

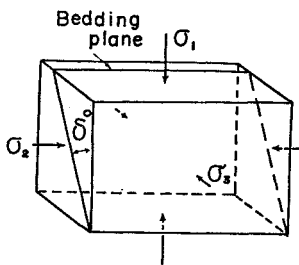


Fig. 12 Tilting angle  $\delta$  of bedding plane to maximum principal stress axis

このように構造異方性のはっきりした供試体を用いて、堆積面(土粒子の長軸の配列方向)と最大圧縮応力 $\sigma_1$ の方向とのなす角 $\delta$ を種々に変えて、一連の実験を行った。

(Fig. 12) 三軸圧縮試験では、 $\delta$ を $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の4段階に変化させ、また、平面ひずみ試験では、 $0^\circ, 15^\circ, 24^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の7段階とした。

(2) 試験結果

$\sigma_3 = 0.5 \text{ kg/cm}^2$ での応力~ひずみ関係を Fig. 13 と

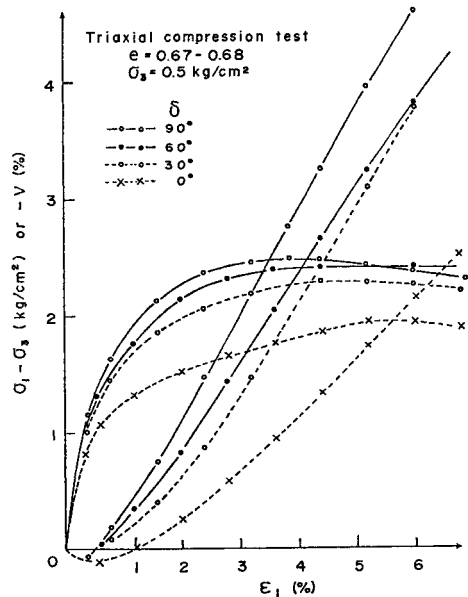


Fig. 13 Stress-strain relations in triaxial compression tests of  $\sigma_3 = 0.5 \text{ kg/cm}^2$

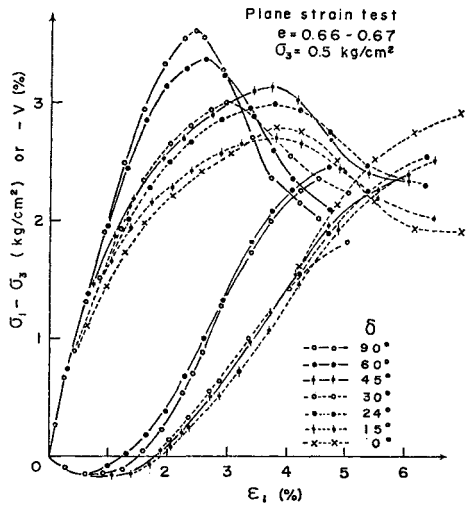


Fig. 14 Stress-strain relations in plane strain tests of  $\sigma_3 = 0.5 \text{ kg/cm}^2$

Fig. 14 に示す。供試体の初期間隙比は、いずれも0.66~0.68の狭い範囲に入るように調整してある。したがって、 $\delta$ による破壊時の主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ の有為な差は、砂の異方性によるものである。 $\delta$ のこのような影響をさらに明確にするために、三軸圧縮試験と平面ひずみ試験の結果を $\phi_t, \phi_p \sim \delta$ 関係として Fig. 15 と Fig. 16 にそれぞれ示す。ただし、 $\phi_t, \phi_p$ は破壊時の主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ と主応力和 $(\sigma_1 + \sigma_3)_f$ とから次式で計算された。

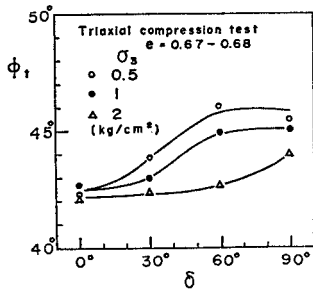


Fig. 15 Relation between friction angle  $\phi_t$  and tilting angle  $\delta$  in triaxial compression tests

$$\phi_{t,p} = \sin^{-1} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) f}{(\sigma_1 + \sigma_3) f} \dots\dots\dots (1)$$

ここで注意すべきは、 $\phi_t$ ,  $\phi_p$  のいずれも本来の意味におけるまさつ角を示すものではなく、ただ単に破壊の条件を表わすパラメーターにすぎない点である。Fig. 15 と Fig. 16 とから次の点が明らかである。

- (1) 初期間隙比を 0.66~0.68 ( $D_r \approx 90\%$ ) とする密な豊浦標準砂では、 $\phi_p > \phi_t$  の関係が成立する。しかし、 $\delta$ ,  $\sigma_3$  の値のいかんによっては、 $\phi_p < \phi_t$  の可能性も残されている。
- (2)  $\phi_t$ ,  $\phi_p$  の絶対値は  $\sigma_3$  の増加で減少する。特にこの傾向は平面ひずみ試験において著しく、 $\phi_p$  の  $\sigma_3$  依存性が重要となる。
- (3)  $\delta$  が  $0^\circ$  から  $90^\circ$  へ大きくなると、 $\phi_t$  も漸次増加する<sup>1), 8), 9)</sup>。その増加幅は大きな拘束圧  $\sigma_3$  を加えると小さくなり、 $\sigma_3$  の増加によって砂の強度異方性は消滅する傾向にある。一方、 $\phi_p$  の場合、特に  $\sigma_3 = 2, 4 \text{ kg/cm}^2$  とする平面ひずみ試験において明らかなように、 $\delta = 24^\circ$  の近傍で極小値を取るのが特徴である。また、 $\delta = 24^\circ$  と  $\delta = 90^\circ$  の供試体の間の  $\phi_p$  の差は  $4^\circ \sim 8^\circ$  に達し、 $\sigma_3$  の増加によってむしろその差は大きくなっている。

三軸圧縮試験と平面ひずみ試験とのこのような差は、たとえば次の理由によって説明できよう。三軸圧縮試験では、側方へのひずみの拘束条件はなく、粒子の動きは比較的自由であろう。したがって、せん断変形の進行に伴って、粒子の再配列は容易に起こりうる<sup>10)</sup>。このような粒子の再配列は構造異方性を消滅させる方向に作用し、したがって、強度異方性も低く押えられる。また、 $\sigma_3$  を大きくすると、破壊までの軸ひずみ  $\epsilon_f$  も飛躍的に伸び、初期構造の逐次的変化は増々助長されよう。一方、平面ひずみ試験では、 $\sigma_2$  方向のひずみ  $\epsilon_2$  が拘束されるために、三軸圧縮試験の場合に比べて初期構造の全面的な再配列は相対的に困難である。このために初期の

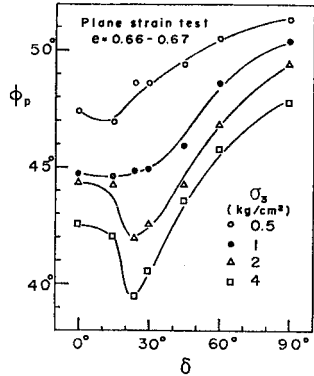


Fig. 16 Relation between friction angle  $\phi_p$  and tilting angle  $\delta$  in plane strain tests

構造異方性は破壊時にもよく保存され、著しい強度異方性をもたらすものである。 $\sigma_3$  が増加しても、破壊ひずみの増加は三軸圧縮試験の場合に比べて小さい。

砂の構造異方性の強さは、すでに述べたように、砂の堆積条件だけでなくその構成粒子の形状  $\bar{R}$  にも左右される (Fig. 9)。したがって、堆積条件を等しくすれば、板状、棒状の粒子からなる砂は、球状粒子からなる砂に比べてより顕著な強度異方性を示すものと予想される。同じ間隙比を持つ供試体の三軸圧縮試験では、 $\delta = 90^\circ$  とする主応力差  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{f(\delta=90^\circ)}$  が最大となり、 $\delta = 0^\circ$  とする主応力差  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{f(\delta=0^\circ)}$  が最小となることから、強度異方性の程度を表わす 1 尺度として強度比  $R_s$  を次式で定義する。

$$R_s = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_{f(\delta=0^\circ)}}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{f(\delta=90^\circ)}} \dots\dots\dots (2)$$

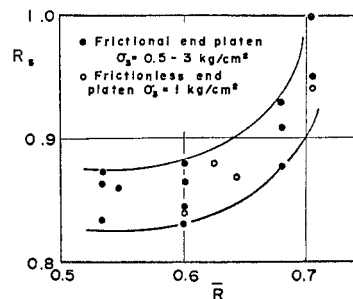


Fig. 17 Relation between strength ratio  $R_s$  and axial ratio  $\bar{R}$  in triaxial compression tests

Fig. 17 は強度比  $R_s$  を細長比  $\bar{R}$  に対してプロットしたものであり、粒子形状と強度異方性との関連性を示すものである。強度比  $R_s$  は拘束圧  $\sigma_3$  の大きさにもよるので、単純な一对一の相関は望めないが、 $\bar{R}$  が小さいほど強度比  $R_s$  は小さくなると結論できる。

#### 4. 小型土槽による帯基礎の支持力実験

砂地盤はその土粒子構造の観点だけにとどまらず、強度特性の面でも異方性を呈することが明らかになった。砂地盤が異方性であることの土質工学的意義をさらに検討するために、一例として帯基礎の極限平衡状態を考えてみよう。極限平衡にある地盤で作用している主応力  $\sigma_1$  の方向は、堆積面と種々の角度をなすはずである。したがって、地盤の強度定数として  $\delta = 90^\circ$  に固定した平面ひずみ試験から求めた値を一律に適用するのは疑問であり、地盤の異方性をも正しく考慮して選択されるべ

きである。砂の強度異方性が地盤の支持力特性に及ぼす影響を実験的に調べるために、豊浦標準砂による以下の模型実験を行った。

(1) 実験の概要

小型実験土槽の寸法は、幅 100 cm×高さ 100 cm×奥行 11 cm である。その前面はガラスで、また、背面はよく磨いたステンレスで張った。土槽には補強リブを配して剛性を高めたが、実験中土槽の前後への張り出しは防げず、疑似平面ひずみの条件で載荷が行われた。フーチングの底面(幅 7 cm×奥行き 10 cm)のまさは、シリコングリースを塗付した 2 枚のメンブレンによって軽減した。

小型土槽への砂の充填は、90 cm の高さに設置した可動式ポッパーによって行った。砂の間隙比は 0.65~0.66 である。この充填方法は平面ひずみ試験の供試体製作方法と同じであり、その構造異方性の性質についてもすでに述べたとおりである (Fig. 11)。

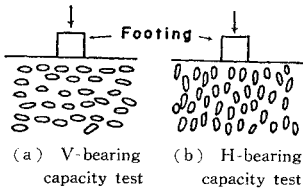


Fig. 18 Two types of bearing capacity test

次の 2 種類の支持力試験の結果を相互に比較することによって、地盤の極限支持力値に及ぼす異方性の影響を評価することにする。① V-支持力試験：堆積面に垂直な方向から載荷する支持力試験 (Fig. 18(a))。② H-支持力試験：堆積面と一致する方向から載荷する支持力試験 (Fig. 18 (b))。なお、砂中には約 170 個の標点が埋め込まれており、各載荷ステップごとに、その動きを読み取り顕微鏡で追跡した。有限要素法の手法に準じて、標点の移動量から地盤内のひずみ分布を求め、ひずみ分布の特性と砂の異方性との関連性についても検討した。

(2) 実験結果

Fig. 19 に V-支持力試験、H-支持力試験の荷重  $P$  ~変位  $\zeta$  関係を示す。荷重  $P$  は破壊荷重近くまでほぼ直線的に増加し、破壊後残留強度にまで急激に低下している。V-支持力試験から得られる平均的な極限支持力値は  $3.37 \text{ kg/cm}^2$  であり、H-支持力試験の平均値  $2.11 \text{ kg/cm}^2$  と比較すると、約 1.6 倍の値となっている。地盤の強度異方性は、その極限支持力値に無視し難い影響を及ぼすといえる。

V-, H-支持力試験の極限支持力に有為な差が認められるのに対し、荷重  $P$  ~変位  $\zeta$  曲線の初期接線勾配は、両試験でほぼ似た値を示す。同様な傾向は Fig. 14 の

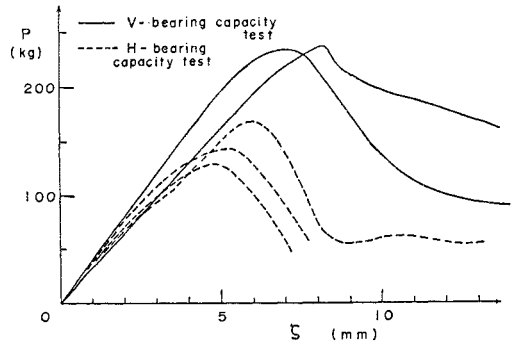
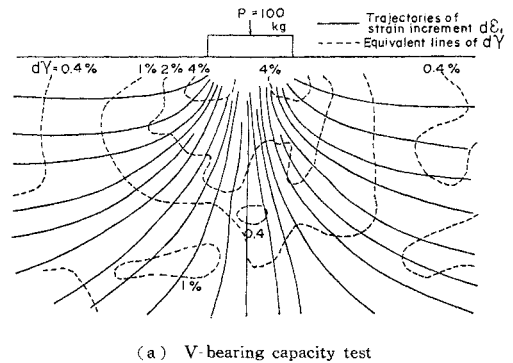
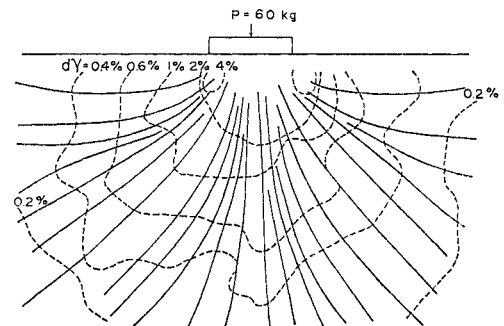


Fig. 19 Relation between applied load  $P$  and displacement  $\zeta$  in two types of bearing capacity test

応力~ひずみ関係においても認められる。すなわち、 $\delta$  の値によって、破壊時の主応力差  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  の大幅な変化に比較して、応力~ひずみ関係の初期接線勾配は  $205 \sim 225 \text{ kg/cm}^2$  の狭い範囲で変化するだけである。Fig. 19 や Fig. 14 に示す曲線の初期接線勾配は、おもに砂の弾性変形によるものである。したがって、土粒子の定方向配列による構造異方性は、砂の強度や支持力を考えるうえで重要であるが、弾性変形の異方性との関連性は薄いと考えられる。El-Sohby ら<sup>11)</sup> は、砂の等方圧縮に



(a) V-bearing capacity test



(b) H-bearing capacity test

Fig. 20 Trajectories of principal strain increment  $d\epsilon_1$  and contours of shear strain increment  $d\gamma$  in two types of bearing capacity test

よる全ひずみ成分を可逆的な成分（弾性ひずみ）と不可逆的な成分（塑性ひずみ）とに分けて、塑性ひずみに異方性の影響を認めることができるが弾性ひずみは等方的である、と述べている。したがって、微小ひずみレベルでの砂の動的せん断剛性率  $G$  のように弾性変形のみを対象とする場合には、砂の構造異方性を無視しても大きな誤りに陥ることはないであろう。

Fig. 20 は、極限荷重の約 1/3 にまで載荷して得られる主ひずみ増分線と等せん断ひずみ増分線を示している。V-支持力試験と H-支持力試験との間に、フーチング直下のひずみ分布等に特筆すべき差を認めることができない。よく縮まった砂地盤の弾性的沈下だけに注目すれば、砂の異方性の及ぼす影響は比較的小さいとみてよい。

5. 剛塑性理論からの検討

砂地盤の異方性は、特に強度や極限支持力に重要な影響を及ぼすことが実験的に確認された。理論的な裏づけをさらに付与することによって、地盤の異方性と支持力問題との関係をより具体的に明らかにする。剛塑性論に立脚した Kötter の方程式は、地盤の支持力問題を解くうえできわめて有用である<sup>12),13)</sup>。特に、境界条件が複雑であったり、また、地盤の強度定数  $c, \phi$  が場所の関数となる場合には、唯一の解析手段となる<sup>14),15)</sup>。この論文では、Kötter の方程式を異方性地盤の支持力問題に適用できるように拡張して使い、土の自重  $r$  による支持力係数  $N_i$  を数値解析から求めた。理論的な観点から、地盤が異方性であることの土質工学的意義をいっそう明確にしたい。

(1) 理論の概要

鉛直下向きを  $x$  の正軸、水平右向きを  $y$  の正軸とする (Fig. 21)。最大主応力  $\sigma_1$  の方向と  $x$  の正軸とのなす角度を  $\alpha$ 、また、堆積面と  $y$  軸とのなす角（傾斜角）を  $\beta$  とする（ただし、反時計方向を正とする）。 $\alpha$  と  $\beta$

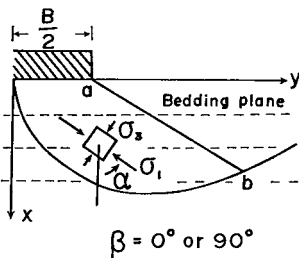


Fig. 21 Reference axes  $x, y$  and definition of angles  $\alpha$  and  $\beta$

の定義から、 $\sigma_1$  の方向と堆積面とのなす角度  $\delta$  は次式を満足している。

$$\delta = |\alpha - \beta| \quad \dots\dots (3)$$

平面ひずみの力のつり合い条件は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} &= r \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

非粘性材の破壊規準  $\tau = \sigma_N \cdot \tan \phi$  を満足する応力成分  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  は次式で与えられる（ただし、 $\phi$  は内部まさつ角である）。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma (1 + \sin \phi \cdot \cos 2\alpha) \\ \sigma_y &= \sigma (1 - \sin \phi \cdot \cos 2\alpha) \\ \tau_{xy} &= \sigma \cdot \sin \phi \cdot \sin 2\alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)$$

ただし、 $\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y)$  であり、地盤の異方性を考慮するとすれば、内部まさつ角  $\phi$  は  $\alpha$  の関数となる。式 (5) を式 (4) に代入して整理すれば、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} P_1 \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) + Q_1 \left( \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) + R_1 \left( \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right) + S_1 \left( \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) &= r \\ P_2 \left( \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) + Q_2 \left( \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) + R_2 \left( \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right) + S_2 \left( \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (6)$$

ただし、

$$\begin{aligned} P_1 &= 1 + \sin \phi \cdot \cos 2\alpha \\ Q_1 &= \sin \phi \cdot \sin 2\alpha \\ R_1 &= \sigma \left( \cos \phi \cdot \cos 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} - 2 \sin \phi \cdot \sin 2\alpha \right) \\ S_1 &= \sigma \left( \cos \phi \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} + 2 \sin \phi \cdot \cos 2\alpha \right) \\ P_2 &= \sin \phi \cdot \sin 2\alpha = Q_1 \\ Q_2 &= 1 - \sin \phi \cdot \cos 2\alpha \\ R_2 &= \sigma \left( \cos \phi \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} + 2 \sin \phi \cdot \cos 2\alpha \right) \\ S_2 &= \sigma \left( 2 \sin \phi \cdot \sin 2\alpha - \cos \phi \cdot \cos 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} \right) \end{aligned}$$

式 (6) の係数行列式を 0 と置き  $\left( \frac{dy}{dx} \right)$  について整理すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} &\sigma \left( \cos \phi \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} + 2 \sin^2 \phi + 2 \sin \phi \cdot \cos 2\alpha \right) \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \\ &+ 2 \sigma \left( \cos \phi \cdot \cos 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} - 2 \sin \phi \cdot \sin 2\alpha \right) \left( \frac{dy}{dx} \right) \\ &+ \sigma \left( 2 \sin^2 \phi - \cos \phi \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha} - 2 \sin \phi \cdot \cos 2\alpha \right) = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots (7)$$

式 (7) を  $\frac{dy}{dx}$  について解き、2つの特性方向  $\left( \frac{dy}{dx} \right)_{1,2}$  として次式を得る。

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{1,2} = \frac{2 \sin 2\alpha - \cos \phi \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha}}{\cot \phi \cdot \sin 2\alpha \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \alpha}} *$$

$$\frac{\pm \sqrt{\cot^2 \phi \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial \alpha}\right)^2 + 4 \cos^2 \phi}}{+2(\sin \phi + \cos 2\alpha)} \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) は明らかに 2 つの実根を持つので、式 (6) の微分方程式は双曲型である<sup>16)</sup>。ここで、地盤の等方性を仮定して  $\frac{\partial \phi}{\partial \alpha} = 0$  と置けば、式 (8) は次式となる。

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{1,2} = \tan \left[ \alpha \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\phi\right) \right] \dots\dots\dots (9)$$

式 (9) は、等方性地盤の特性方向と完全に一致している。式 (9) で与えられる特性方向は、普通すべり線の方向と一致するものと a priori に仮定されている<sup>17)</sup>。しかし、一方では、すべり線は zero-extension の方向に発生するとの実験結果も多数報告されているし<sup>18), 19)</sup>、また、応力の特性方向がすべり線と一致する保証はない<sup>20)</sup>。著者らもすべり線を zero-extension とみなす見解に賛成するものであるが、ここではこの問題に深く立ち入らないことにする。

第一の特性方向 ( $s_1$ ) に沿って、

$$\phi_{11} \frac{d\sigma}{ds_1} + \phi_{21} \frac{d\alpha}{ds_1} = \rho_1 \dots\dots\dots (10)$$

第二の特性方向 ( $s_2$ ) に沿って、

$$\phi_{12} \frac{d\sigma}{ds_2} + \phi_{22} \frac{d\alpha}{ds_2} = \rho_2 \dots\dots\dots (11)$$

ただし、

$$\phi_{11} = -R_1 P_2 \left(\frac{dy}{dx}\right)_1 + S_1 P_2 + R_2 P_1 \left(\frac{dy}{dx}\right)_1 - S_2 P_1$$

$$\phi_{21} = S_1 R_2 - S_2 R_1 = \phi_{22}$$

$$\phi_{12} = -R_1 P_2 \left(\frac{dy}{dx}\right)_2 + S_1 P_2 + P_1 R_2 \left(\frac{dy}{dx}\right)_2 - S_2 P_1$$

$$\rho_1 = - \frac{\left[ S_2 - R_2 \left(\frac{dy}{dx}\right)_1 \right] \gamma}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_1^2}}$$

$$\rho_2 = - \frac{\left[ S_1 - R_2 \left(\frac{dy}{dx}\right)_2 \right] \gamma}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_2^2}}$$

強度定数  $\phi$  を定数とすれば (すなわち、 $\frac{\partial \phi}{\partial \alpha} = 0$ )、式 (10), (11) は Kötter の方程式に還元される。

(2) 支持力係数  $N_\gamma$  の計算

式 (8), (10), (11) を用いて、根入れのない帯基礎の極限支持力を求めた。なお、実際の数値計算にあたっては、次下の仮定ならびに条件を与えた。

(1) 理論式の強度定数  $\phi$  は、式 (1) で計算される  $\phi_p$  に等しいものとする。

(2)  $\phi_p$  は  $\alpha$  のみの関数とする。ただし、 $\alpha \sim \phi_p$  の

関係は、Fig. 16 に与えられる  $\delta \sim \phi_p$  関係を式 (3) を用いて書き換えたものである。実際には、 $\phi_p$  の値は  $\sigma_3$  の値 (あるいは  $\sigma$  の値) にも依存している。したがって、 $\phi_p = f_1(\alpha, \sigma_3)$  あるいは  $\phi_p = f_2(\alpha, \sigma)$  とすべきである。しかし、 $\phi_p = f_1(\alpha, \sigma_3)$  などの関数関係は、特に  $\sigma_3$  の小さい領域において、不明な部分が多い。この論文では、地盤の異方性の極限支持力に及ぼす効果を明確にする目的のために、 $\sigma_3 = 0.5, 1, 2, 4 \text{ kg/cm}^2$  でのおおの  $\alpha \sim \phi_p$  関係を用いて 4 通りの計算を行い、間接的に  $\sigma_3$  あるいは  $\sigma$  の支持力係数  $N_\gamma$  に与える影響の大きさを評価した。しかし、理論解を実験値と厳密に比較するには、 $\phi_p = f_2(\alpha, \sigma)$  の関係を実験的に求めるとともに、式 (5) の  $\phi$  を  $\alpha$  と  $\sigma$  の関数として理論を再構成する必要がある。

(3) 数値計算の詳細は、Graham の方法<sup>14)</sup> に準じた。すなわち、あらかじめ自由表面上に仮定したサーチャージが極限支持力の値に影響を与えなくなるまで計算域を拡大して、自重の項のみによる支持力係数  $N_\gamma$  を求めた。

(4) フーチング底面の粗さ角を 0 とする。

(5) 地層面の傾斜角  $\beta$  が  $0^\circ$  ないし  $90^\circ$  の場合には、土の構造は荷重に対し左右対称をなす。したがって、地盤が極限応力状態に達すれば、Fig. 21 に示すような左右対称の特性線を考えることができる。一方、 $\beta$  が  $0^\circ, 90^\circ$  以外の場合には、その特性線は非対称なものとなり、地層の傾斜方向に破壊が進むものと思われる。このような場合の  $N_\gamma$  の計算には、(4) で仮定した底面の粗さ角以外に、さらにフーチング底面の接地圧分布に関するなんらかの仮定を必要とする。今回は、 $\beta = 0^\circ$  と  $90^\circ$  の場合についての計算例を報告する。

(3) 計算結果

最小主応力  $\sigma_3$  を  $0.5 \text{ kg/cm}^2$  とする平面ひずみ試験から求めた  $\alpha \sim \phi_p$  関係を用いて、地層の傾斜角を  $0^\circ$  と  $90^\circ$  とする場合の支持力係数  $N_\gamma$  が計算された。それによると  $\beta = 0^\circ$  の時  $N_\gamma = 300$ 、また、 $\beta = 90^\circ$  の時  $N_\gamma = 330$  となる。普通土の強度定数  $\phi_p$  は、 $\delta = 90^\circ$  とする供試体の平面ひずみ試験から求められる。そこで、地盤の等方性を仮定し、かつ、 $\delta = 90^\circ$  とする供試体から得られた  $\phi_p$  を地盤の内部まさつ角に等しいとする。この仮定のうえに得られた支持力係数  $N_\gamma$  は、540 となる。すなわち、地盤の異方性を考慮した値の約 1.6~1.8 倍となり、無視しがたい過大な予測値を与える点に注意したい。地盤を等方的とみなすことの危険性が理論的側面からも支持されたといえる。

4. で述べた V-支持力試験、H-支持力試験は、 $\beta = 90^\circ, \beta = 0^\circ$  とする条件にそれぞれ対応している。 $\beta = 90^\circ$



で  $N_f=330$ ,  $\beta=0^\circ$  で  $N_f=300$  として計算された支持力係数は, ① 底面の粗さ角を  $0^\circ$  とし, また, ②  $\phi_p$  は平均主応力  $\sigma$  に依存しない, との条件を与えて求められたものである. したがって, これらの計算値は, 4. で述べた実験値と一対一に比較できない. V-, H-支持力試験から求められる  $N_f$  は, それぞれ 596 と 373 となり, 計算値の 340 と 300 と比較して大きい値を取る.  $\beta=90^\circ$  と  $\beta=0^\circ$  での支持力係数  $N_f$  の差は, 実測値で約 37%, 計算値で約 12% となる. 理論から予想されるものよりも, 実測値により大きな異方性の影響を読み取ることができる.

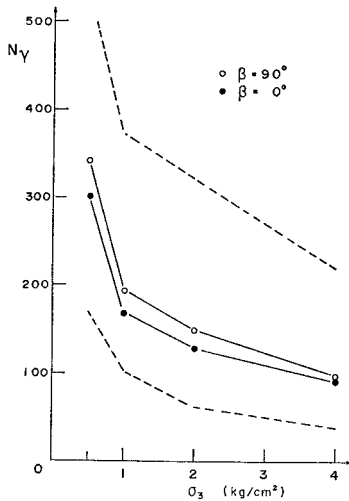


Fig. 22 Change of bearing capacity factor  $N_f$  with increasing minor principal stress  $\sigma_3$

$\sigma_3=0.5, 1, 2, 4 \text{ kg/cm}^2$  とする平面ひずみ試験から, それぞれの  $\sigma_3$  に対応した  $\alpha \sim \phi_p$  を求め, その関係を用いて支持力係数  $N_f$  を計算した. 計算結果をとりまとめて Fig. 22 に示す. 図には地盤の等方性を仮定して求めた  $N_f$  の値をも示している. すなわち, 破線で示す上限線は,  $\delta=90^\circ$  の供試体の  $\phi_p$  を, また, 破線で示す下限線は,  $\delta=24^\circ$  の供試体の  $\phi_p$  を用いてそれぞれ計算されたものである. 異方性を考慮して求めた計算値 (図の実線) は, いずれも上限線と下限線の間に位置している.

Fig. 22 にも明らかに示されるように,  $\sigma_3$  の増加によって  $N_f$  は著しく低下する. このような  $N_f$  の低下は,  $\sigma_3$  の増加による  $\phi_p$  の低下によるものであり, 支持力の size effect の一要因と考えられている<sup>21), 22)</sup>.

## 6. 結 論

この論文は, ① 砂地盤の土粒子構造, ② 砂の強度試

験, ③ モデル地盤の支持力試験, ④ 剛塑性論による理論的検討, の4項目にわたる研究を通して, 砂地盤の異方性とその土質工学的意義を明らかにしたものである. 得られた結果は, いずれも砂地盤の異方性の重要性を示しており, 異方性を無視することによって, 誤った結論や危険側の予測をする可能性の大きいことを示唆している. 結論を要約すれば, 以下のとおりである.

(1) 河川砂, 砂浜砂, 砂丘砂などの代表的な砂地盤は, いずれも構成粒子の定方向配列による構造異方性によって特徴づけられる. 構成粒子の形状とその堆積方法とを考慮することによって, 砂地盤の構造異方性の性質をある程度予測できる.

(2) 砂の構造異方性を反映して, 砂はその強度の面でも異方性を示す. このような強度異方性は, 三軸圧縮の条件 ( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ) よりも平面ひずみの条件 ( $\epsilon_2 = 0$ ) において顕著に現われる. 砂の堆積面に対して圧縮方向を変化させると, 内部まさつ角に換算して  $4^\circ \sim 8^\circ$  の強度変化が認められる. 三軸圧縮の条件では, 堆積面に平行に圧縮すると最も弱く, 一方, 平面ひずみの条件では, 堆積面に約  $24^\circ$  の方向から圧縮すると最も弱い. このような試験条件による差は, 土粒子の動きを拘束する条件の差として説明できる. 強度異方性の程度は, ① 土粒子の形状, ② 試験条件 (あるいは, ひずみの拘束条件), ③ 平均主応力  $\sigma$ , ④ 土粒子の堆積条件などを考慮することによって, ある程度推定することができる.

(3) 同じ条件の地盤でも, 载荷方向が堆積面と直交する支持力試験と平行する支持力試験を比較すると, 前者は後者より約 1.6 倍大きい極限支持力を示した. この結果は, 砂地盤の支持力解析に止まらず, 擁壁にかかる土圧の算定などの問題にも, 砂地盤の異方性を考慮することの重要性を示唆するものである.

(4) Kötter の方程式を異方性地盤の支持力問題に適用し, 支持力係数  $N_f$  を数値解析により求めた. それによると, 地盤の異方性を考慮しないで求めた支持力係数は, 考慮した場合の 1.6~1.8 倍に達する可能性があり, それを用いるときわめて危険な支持力値を予測することになる.

## 参 考 文 献

- Oda, M.: Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material, Soils and Foundations, Vol. 12, No. 1, pp. 1~18, 1972.
- Oda, M.: Fabrics and their effects on the deformation behaviours of sand, 埼玉大学工学部建設基礎工学研究報告, 特別号, pp. 1~59, 1976.
- Oda, M. and Koishikawa, I.: Anisotropic fabric of sands, Proc. of 9th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg., Vol. 1, 1977.
- Oda, M., Koishikawa, I. and Higuchi, T.: Experimental study of anisotropic shear strength of sand

- by plane strain test, *Soils and Foundations*, Vol. 18, No. 1, pp. 25~38, 1978.
- 5) Johansson, G. : Structural studies of sedimentary deposits, *Geologiska Föreningens; Stockholm Förhandlingar*, Vol. 87, pp. 3~61, 1965.
  - 6) Blatt, H., Middleton, G. and Murray, R. : Origin of sedimentary rock, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1972.
  - 7) Curray, J.R. : Analysis of two-dimensional orientation data, *Jour. of Geology*, Vol. 64, pp. 117~131, 1956.
  - 8) Arthur, J.R.F. and Menzies, B.K. : Inherent anisotropy in a sand, *Geotechnique*, Vol. 22, No. 1, pp. 115~128, 1972.
  - 9) Arthur, J.R.F. and Phillips, A.B. : Homogeneous and layered sand in triaxial compression, *Geotechnique*, Vol. 25, No. 4, pp. 799~815, 1975.
  - 10) Oda, M. : Deformation mechanism of sand in triaxial compression tests, *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 4, pp. 45~63, 1972.
  - 11) El-Sohby, M.A. and Andrawes, K.Z. : Deformation characteristics of granular materials under hydrostatic compression, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 9, pp. 338~350, 1972.
  - 12) Sokolovsky, V.V. : *Statics of Soil media*, Trans. by Jones and Schofield, London, Butterworth, 1956.
  - 13) 山口柏樹 : Kötter 方程式の理論土質力学への適用, 土木学会論文集, 第 65 号, pp. 1~9, 1959.
  - 14) Graham, J. : Plane plastic failure in cohesionless soils, *Geotechnique*, Vol. 18, No. 3, pp. 301~316, 1968.
  - 15) Sabzevari, A. and Ghahramani, A. : The limit equilibrium analysis of bearing capacity and earth pressure problems in nonhomogeneous soils, *Soils and Foundations*, Vol. 12, No. 3 pp. 33~48, 1972.
  - 16) 山口柏樹 : 土の塑性力学, 最上武雄編「土質力学」第 7 章, pp. 745~890, 1969.
  - 17) たとえば, 山口柏樹・木村 孟・藤井齊昭 : 遠心載荷装置による浅基礎の支持力実験, 土木学会論文報告集, 第 233 号, pp. 71~85, 1975.
  - 18) Roscoe, K.H. : The influence of strains in soil mechanics, *Geotechnique*, Vol. 20, No. 2, pp. 129~170, 1970.
  - 19) James, R.G. and Bransby, P.L. : Experimental and theoretical investigations of a passive earth pressure problem, *Geotechnique*, Vol. 20, No. 1, pp. 17~37, 1970.
  - 20) Davis, E.H. : Theories of plasticity and the failure of soil masses, *Soil mechanics selected topics* (Edited by Lee, I.K.), Butterworths, pp. 341~380, 1968.
  - 21) De Beer, E.E. : Experimental determination of the shape factor and bearing capacity factors of sand, *Geotechnique*, Vol. 20, No. 4, pp. 387~411, 1970.
  - 22) Graham, J. and Stuart, J.G. : Scale and boundary effects in foundation analysis, *Jour. of Soil Mech. and Found. Division, Proc. of ASCE*, SM. 11, pp. 1533~1548, 1971.

(1977.8.1・受付)