

不完全合成桁の有効幅

EFFECTIVE WIDTH OF COMPOSITE GIRDERS
WITH INCOMPLETE INTERACTION

有住 康 則*・浜田 純 夫**・梶田 建 夫***

By Yasunori ARIZUMI, Sumio HAMADA and Tateo KAJITA

1. ま え が き

不完全合成桁では、コンクリートスラブと鋼桁の接合面に、ずれ止めの変形によるずれが生じるため、コンクリートスラブならびに鋼桁の橋軸方向の応力分布は、接合面にずれが生じないものとした完全合成桁と著しく相違する。この接合面のずれを考慮した解析には、Newmark¹⁾の研究以来、Hoischen²⁾, Yam³⁾, Moffatt⁴⁾そして著者⁵⁾らの多くの研究報告がある。しかし、その研究の多くは、理論式が繁雑となるか、あるいは有限要素法等の数値解析によらなければならない、設計までは適用されていない。合成が不完全であるとき、従来の初等ばり理論によって合理的な設計を可能にするためには、コンクリートスラブと鋼桁の接合面のずれを考慮した有効幅を定める必要がある。

合成桁の有効幅を求めた解析に、山本⁶⁾, Heins⁷⁾, Adekola^{8)~10)}の研究がある。Heinsの研究では、接合面のずれは考慮されていない。山本およびAdekolaは、接合面のずれを考慮し、不完全合成桁とあるスラブ幅を有する完全合成桁と曲率が一致するように完全合成桁のスラブ幅すなわち有効幅を定義している。そして、山本の研究では、無限の並列ばりおよび一定幅の単純T形ばりについて言及されている。

実際の合成桁におけるコンクリートスラブには、曲げおよび面内力による変形が共存するが、Rose¹¹⁾, および Stiglat¹²⁾の研究によると、曲げと面内力による変形を考慮した解析と、面内力による変形だけを考慮した解析の差は、有効幅の計算においてはほとんど無視することができる、と報告されている。また、現道路橋示方書¹³⁾は、面内力による変形だけを考慮して有効幅の解析を行

った福田¹⁴⁾の研究等に基づいている。

この研究では、まず、コンクリートスラブを面内力のみを受ける平板(Scheibe)と仮定し、コンクリートスラブと鋼桁の接合面におけるずれ止めの変形によるずれを考慮して、応力関数を用いてコンクリートスラブの有効幅を求めている。著者らはずれ止めの配置法を考慮した不完全合成桁の有限要素解析を行ったが¹⁵⁾、これによると、コンクリートスラブおよび鋼桁の応力は、ずれ止めをせん断力に比例して不等間隔に配置した場合と等間隔に配置した場合とではほとんど差は見られなかった。そこで、ずれ止めを不等間隔に配置した場合(断続配置等の極端な配置法は除く)と等間隔に配置した場合とでは、コンクリートスラブの有効幅に与える影響はわずかであると考えられるので、ここでの解析では、ずれ止めは等間隔に配置されているものとして有効幅を求めた。また、応力関数を用いて得られた結果を検討するため、不完全合成桁のコンクリートスラブをFinite Prism要素で、鋼桁をFinite Stripの要素で、すべり止めを橋軸方向に連続に配置されたばね要素でモデル化し、数値解析を行った。

不完全合成桁の有効幅は、コンクリートスラブの支持状態、断面の形状、および、荷重状態の違いによる影響が現われると考えられる。この解析では、単純T形ばり、無限並列ばり、および、コンクリートスラブの支持状態の適用範囲を広げるためII形ばり(対称および逆対称荷重)についてそれぞれ解式を導き、曲げモーメント分布が放物線分布(等分布荷重)、および、三角形分布(集中荷重)の場合について広範囲な計算を行い、その結果を図表化した。なお、断面の形状の違いによる影響については、断面に関するパラメーターを導入し、検討を行った。また、一例として現道路橋示方書の規定有効幅を用いた場合との比較計算を行った。

* 正会員 名古屋大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 Ph.D. 琉球大学助教授 理工学部土木工学科

*** 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

2. 定義および仮定

Fig. 1 に示すように、構造系および荷重が断面方向に対称な場合の不完全合成桁の有効幅は、次のように2通りの定義が考えられる。

$$\lambda_1 = \int_0^B \sigma_x dy / (\sigma_x)_{slab} \dots\dots\dots (1)$$

$$\lambda_2 = \int_0^B \sigma_x dy / (\sigma_x)_{girder} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

σ_x : コンクリートスラブに分布する橋軸方向の応力

$(\sigma_x)_{slab}$: 接合面位置におけるコンクリートスラブ

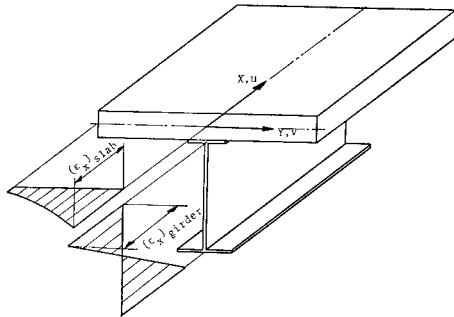


Fig. 1 Strain Distribution of a Composite Section

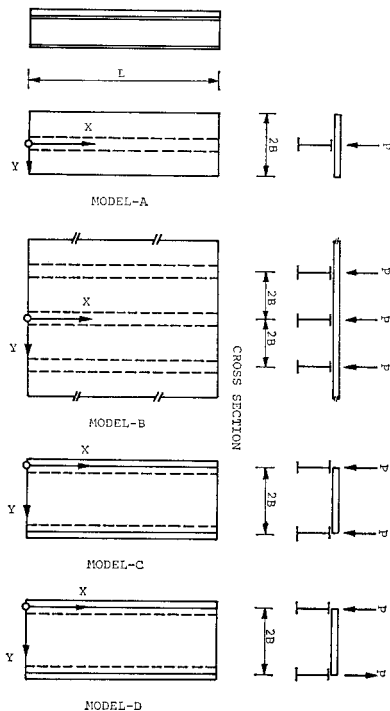


Fig. 2 Co-ordinate Systems and Cross Sections of Composite Girder

の応力

$(\sigma_x)_{girder}$: 接合面位置における鋼桁上面のひずみをコンクリートスラブの応力に換算した値である。しかし、式(1)の定義を用いると、応力計算で改ためて接合面のずれの影響を考慮する必要がある。そこで、この研究においては、不完全合成桁の有効幅を式(2)で定義し、コンクリートスラブと鋼桁の間のずれの影響を有効幅を低減することによって考慮する。一方、Fig. 2 に示す張り出し部がないII形ばりに逆対称荷重が作用する場合は、コンクリートスラブの断面中心線に沿って水平せん断力 $(\tau_{xy})_{y=B} dx$ が生じるため、有効幅は次のように定義される^{16), 17)}。

$$\lambda_3 = \left\{ \int_0^B \sigma_x dy + \int_0^x (\tau_{xy})_{y=B} dx \right\} / (\sigma_x)_{girder} \dots\dots\dots (3)$$

不完全合成桁の有効幅を解析するにあたり、次の仮定を設ける。

- (1) コンクリートスラブおよび鋼桁は、等断面であり、断面形状は左右対称である。
- (2) コンクリートスラブは、等方性の平板 (Scheibe) と考え、曲げ剛性は無視する。
- (3) 鋼主桁は、初等曲げ理論に従って挙動し、断面内の軸方向応力分布は直線と仮定する。
- (4) ずれ止めは、コンクリートスラブと鋼桁の間に密に連続で等分布に配置された結合ばね要素と仮定する。なお、実際にはコンクリートスラブと鋼桁との付着および摩擦が作用するが、これらの定量的な性質が判明していないので、その影響は無視する。
- (5) 荷重は、主桁の直上のみに作用するものとする。

3. 応力関数による有効幅の計算

(1) 応力関数

Fig. 1 に示す不完全合成桁において、コンクリートスラブを等方性の平板 (Scheibe) と仮定すると、これを支配する微分方程式は、

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

である。ここで、 $F(x, y)$ は Airy の応力関数である。式(4)の微分方程式を満足する応力関数は次のように表わされる^{18), 19)}。

$$F(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m (e^{-ky} + B_m e^{ky} + C_m y e^{-ky} + D_m y e^{ky}) \sin kx \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 A_m, B_m, C_m, D_m は積分定数であり、 $k = m\pi/L$ である。

(2) 積分定数 B_m, C_m , および D_m の決定

Fig. 2 に示すような幾何条件および荷重状態の異なる単純T形ばり (MODEL-A), 無限並列ばり (MODEL-B), 張り出し部がない II 形ばりに対称荷重が作用した場合 (MODEL-C), および, 逆対称荷重が作用した場合 (MODEL-D) の 4 種類の場合について解析を行う.

積分定数 B_m, C_m, D_m は, 構造系の幾何条件および荷重条件によって一義的に定まる境界条件を用いることによって決定できる. Table 1 に MODEL-A~D のそれぞれの場合の境界条件およびそれによって定まる積分定数 B_m, C_m, D_m を示す.

(3) 積分定数 A_m の決定

コンクリートスラブと鋼桁との接合面に配置されたずれ止めを接合面に連続に配置された結合ばねと仮定すると, Fig. 3 に示されたずれ止めに働く水平せん断力 $T(x)$ とずれ d_s の関係は,

$$T(x) = Qd_s \dots\dots\dots(6)$$

である. ここで, Q はずれ止めの剛性である. また,

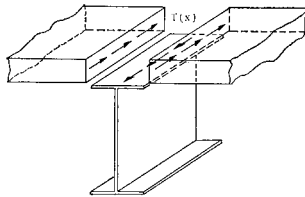


Fig. 3 Shear Force in a Composite Beam Element

ずれ d_s は, 接合面におけるコンクリートスラブおよび鋼桁上面の橋軸方向 (x) の変位をそれぞれ $(u_x)_{y=0}$, $(u_x)_{girder}$ とすると次のようになる.

$$d_s = (u_x)_{girder} - (u_x)_{y=0} \dots\dots\dots(7)$$

したがって, 式 (6), (7) より次の関係式が得られる.

$$T(x) = Qd_s = Q\{(u_x)_{girder} - (u_x)_{y=0}\} \dots\dots(8)$$

ここで, 式 (8) の両辺を変数 x で微分すると, コンクリートスラブと鋼桁の接合面で成立するひずみの適合条件式が得られる.

$$\frac{\partial T(x)}{\partial x} = Q\left\{\frac{\partial (u_x)_{girder}}{\partial x} - \frac{\partial (u_x)_{y=0}}{\partial x}\right\} = Q\{(\epsilon_x)_{girder} - (\epsilon_x)_{y=0}\} \dots\dots\dots(9)$$

ずれ止めの剛性が無限大, すなわち, 完全合成桁の場合には, ひずみの適合条件式は次のように表わされる.

$$(\epsilon_x)_{girder} = (\epsilon_x)_{y=0} \dots\dots\dots(10)$$

ここで, 接合面におけるコンクリートスラブのひずみ $(\epsilon_x)_{y=0}$ は,

$$(\epsilon_x)_{y=0} = \frac{1}{E_c} \sum_{m=1}^{\infty} \{k^2(1+\nu)(1+B_m) + 2k(D_m - C_m)\} \sin kx \dots\dots\dots(11)$$

となる. コンクリートスラブの力のつり合い式は, Fig. 3 に示すように荷重が対称に作用する場合は,

$$\int_0^x T(x) dx = -\bar{t} \int_0^B \sigma_x dy \dots\dots\dots(12 \cdot a)$$

であり, ここで, \bar{t} は MODEL-A, B の場合は $2t$, MODEL-C の場合は t である. なお, t はコンクリートスラブの厚さである. 一方, 逆対称荷重が作用した場合 (MODEL-D) は, 構造中心線に沿って水平せん断

Table 1 Boundary conditions and Integration constants for MODEL-A~D

	BOUNDARY CONDITION	INTEGRATION CONSTANT		
		B_m	C_m	D_m
MODEL-A	$(\sigma_y)_{y=B}=0$ $(\tau_{xy})_{y=B}=0$ $(v)_{y=0}=0$	$\frac{m(e^{-2kB}-1)+2kB(kB-m)}{m(e^{2kB}-1)+2kB(kB+m)}$	$\frac{-k\{2(kB+m)+1+e^{2kB}\}}{m(e^{2kB}-1)+2kB(kB+m)}$	$\frac{k\{e^{-2kB}+1-2(kB-m)\}}{m(e^{2kB}-1)+2kB(kB+m)}$
MODEL-B	$(v)_{y=B}=0$ $(\tau_{xy})_{y=0}=0$ $(v)_{y=0}=0$	$\frac{-2kBe^{2kB}-m(e^{2kB}-1)}{2kBe^{2kB}-me^{2kB}(e^{2kB}-1)}$	$\frac{ke^{2kB}(e^{2kB}-1)}{2kBe^{2kB}-me^{2kB}(e^{2kB}-1)}$	$\frac{-k(e^{2kB}-1)}{2kBe^{2kB}-me^{2kB}(e^{2kB}-1)}$
MODEL-C	$(v)_{y=B}=0$ $(\tau_{xy})_{y=B}=0$ $(\sigma_y)_{y=0}=0$	-1	$\frac{-(e^{2kB}+1)}{2B}$	$\frac{e^{-2kB}+1}{2B}$
MODEL-D	$(\sigma_x)_{y=B}=0$ $(\sigma_y)_{y=B}=0$ $(\sigma_y)_{y=0}=0$	-1	$\frac{e^{2kB}-1}{2B}$	$\frac{1-e^{-2kB}}{2B}$

$$m = (1-\nu)/(1+\nu)$$

力 $(\tau_{xy})_{y=B}$ が作用しており、コンクリートスラブの力のつり合い式は次のようになる。

$$\int_0^x T(x) dx = -t \int_0^B \sigma_x dy - t \int_0^x (\tau_{xy})_{y=B} dx \quad \dots\dots\dots(12 \cdot b)$$

一方、鋼桁の接合面のひずみは、仮定 (3) を適用すると、

$$(\epsilon_x)_{\text{girder}} = -\frac{1}{E_s I_s} \left\{ M(x) \cdot a - \left(a^2 + \frac{I_s}{A_s} \right) \cdot \int_0^x T(x) dx \right\} \quad \dots\dots\dots(13)$$

であり、 a は鋼桁断面重心軸から接合面までの距離である。ここで、曲げモーメント分布 $M(x)$ を Fourier 級数で展開すると、

$$M(x) = \sum_{m=1}^{\infty} M_m \sin kx \quad \dots\dots\dots(14)$$

となり、Fourier 係数 M_m は、

(a) 曲げモーメント分布が放物線分布 (等分布荷重 p が作用する) に対して、

$$M_m = 4 p L^2 / m^2 \pi^2 \quad (m=1, 3, 5, \dots) \quad \dots\dots(15 \cdot a)$$

(b) 曲げモーメント分布が三角形分布 (集中荷重 P が作用する) に対して、

$$M_m = (-1)^{(m-1)/2} 2 PL / m^2 \pi^2 \quad (m=1, 3, 5, \dots) \quad \dots\dots\dots(15 \cdot b)$$

である。よって、式 (9)、(11)~(13) および (14) の関係式を用いて積分定数 A_m を次のように決定することができる。

$$A_m = \frac{M_m}{\frac{\bar{t} k^2}{Qa} E_s I_s H_m + \frac{2 \bar{t}}{a} \left(a^2 + \frac{I_s}{A_s} \right) H_m - \frac{E_s I_s}{E_c a} R_m} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここで、 H_m, R_m, \bar{t} は次のように定義される。

$$\left. \begin{aligned} H_m &= (k B_m - k + C_m + D_m) \\ R_m &= \{ k^2 (1 + \nu) (1 + B_m) + 2 k (D_m - C_m) \} \\ \bar{t} &= \begin{cases} 2t & \text{MDOEL-A and MODEL-B} \\ t & \text{MODEL-C and MODEL-D} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(17)$$

(4) 有効幅

以上の結果より、式 (2)、(3) の定義式に基づくと、式 (14) の曲げモーメント分布に対応する不完全合成桁のコンクリートスラブの有効幅を次のように表わすことができる。

$$\lambda = \frac{-\sum_{m=1}^{\infty} A_m H_m \sin kx}{\left(-\frac{E_c}{E_s I_s} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ M_m a - \bar{t} \left(a^2 + \frac{I_s}{A_s} \right) H_m A_m \right\} \sin kx} \quad \dots\dots\dots(18)$$

ここで、コンクリートスラブと鋼桁の断面比およびずれ

止めの剛性を表わすパラメーターを、

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= n A_s / b \bar{t}, \quad K_2 = I_s / A_s a^2 \\ K_3 &= Q / E_c, \quad (n = E_s / E_c) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(19)$$

とすると、式 (18) の有効幅は、

$$\frac{\lambda}{b} = \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \{ M_m / (f_1 + f_2) \} \sin kx}{\sum_{m=1}^{\infty} \{ M_m f_1 / (f_1 + f_2) \} \sin kx} \quad \dots\dots\dots(20)$$

となる。ここで、 f_1 および f_2 は、

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= (\bar{t} B k^2 / K_3) + (R_m B / H_m) \\ f_2 &= (1 + K_2) / K_1 K_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

で与えられる。

4. Finite Prism, Finite Strip Method を用いた解析

二次元状態で考えられた応力関数による結果を検討するため、三次元の数値解析を行う。ここで考えられた不完全合成桁のモデル化は、コンクリートスラブを Finite Prism の要素で、鋼桁を Finite Strip の要素で分割し、ずれ止めは、橋軸方向に連続に配置されたばね要素と考える。また、接合面においてコンクリートスラブと鋼桁のたわみ、および、橋軸直角方向の変位は等しく、接合面の浮上りはないものと仮定する。Fig. 4, 5 に示す局部座標系において、Finite Prism の要素および Finite Strip の要素の変位は、それぞれ次のように示される^{20)~22)}。

(a) Finite Prism 要素 (コンクリートスラブ)

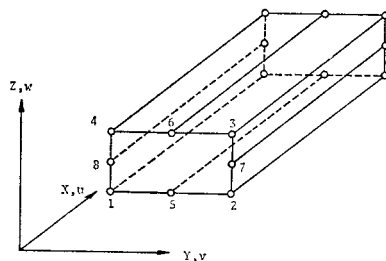


Fig. 4 Co-ordinate System and Nodal Lines for a Prism Element (Concrete Slab)

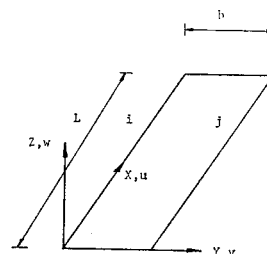


Fig. 5 Co-ordinate System and Nodal Lines for a Strip Element (Steel Beam)

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^8 N_n u_{nm} \cos kx \\ v &= \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^8 N_n v_{nm} \sin kx \\ w &= \sum_{m=1}^r \sum_{n=1}^8 N_n w_{nm} \sin kx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

(b) Finite Strip 要素 (鋼桁)

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^r \{(1-\beta)u_{im} - \beta u_{jm}\} \cos kx \\ v &= \sum_{m=1}^r \{(1-\beta)v_{im} - \beta v_{jm}\} \sin kx \\ w &= \sum_{m=1}^r \{(1-3\beta^2 + 2\beta^3)w_{im} \\ &\quad + y(-1+2\beta-\beta^2)\theta_{im} + (3\beta^2-2\beta^3)w_{jm} \\ &\quad + y(\beta-\beta^2)\theta_{jm}\} \sin kx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 $k=m\pi/L$ 、 $\beta=y/L$ であり、Finite Prism 要素の u_{nm} 、 v_{nm} 、 w_{nm} は n 節線における第 m 項の変位パラメーター、 N_n は形状関数である。この解析においては、この形状関数 N_n に 8 節点からなるアイソパラメトリック要素を用いた。一方、Finite Strip 要素の u_{im} 、 v_{im} 、 w_{im} 、 θ_{im} 、 u_{jm} 、 v_{jm} 、 w_{jm} 、 θ_{jm} は i 、 j 節線における第 m 項の変位パラメーターである。

仮想仕事の原理より、コンクリートスラブおよび鋼桁要素の内部仮想仕事は、

$$\begin{aligned} \delta W_G &= \delta W_c + \delta W_s = \int_{V_c} \sigma_c \delta \varepsilon_c dV_c + \int_{V_s} \sigma_s \delta \varepsilon_s dV_s \\ &= \{\delta u_c\}^T [K_c] \{u_c\} + \{\delta u_s\}^T [K_s] \{u_s\} \end{aligned} \dots\dots\dots (24)$$

である。これよりコンクリートスラブ要素 (Finite Prism)、および、鋼桁要素 (Finite Strip) の剛性マトリックスを求めることができる。式 (24) において、

- [K_c]: コンクリートスラブ (Finite Prism) の剛性マトリックス
- [K_s]: 鋼桁 (Finite Strip) の剛性マトリックス
- { u_c }: コンクリートスラブの変位パラメーター
- { u_s }: 鋼桁の変位パラメーター

である。なお、コンクリートスラブおよび鋼桁要素の第 m 項の変位パラメーターは次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} \{u_c\}_m &= \langle u_{1m}, v_{1m}, w_{1m}, \dots, u_{8m}, v_{8m}, w_{8m} \rangle^T \\ \{u_s\}_m &= \langle u_{im}, v_{im}, w_{im}, \theta_{im}, u_{jm}, v_{jm}, w_{jm}, \theta_{jm} \rangle^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ずれ止めをコンクリートスラブと鋼桁の接合面に連続に配置されたばね要素とし、接合面の浮上りがないものとする。ずれ止めに働く力 $T(x)$ とずれ d_s の関係は式 (6) より、

$$T(x) = Qd_s$$

であり、Fig. 6 に示すようにコンクリートスラブ要素の n 節線と鋼桁要素の i 節線にずれ止めが配置されて

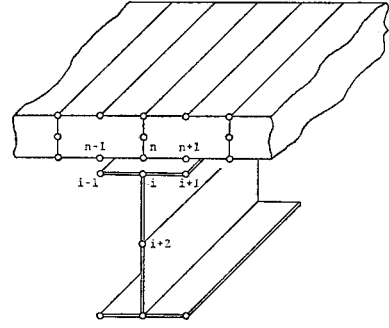


Fig. 6 Nodal Lines of Composite Beam Elements

いるものとし、 n 節線および i 節線の橋軸方向 (x) の変位を、それぞれ、 u_{nc} 、 u_{is} とすると、ずれ d_s は次のようになる。

$$d_s = u_{is} - u_{nc} \dots\dots\dots (26)$$

ここで、 n 、 i 節線の橋軸方向の変位 u_{nc} 、 u_{is} は、式 (22)、(23) より、

$$\left. \begin{aligned} u_{nc} &= \sum_{m=1}^r u_{nm} \cos kx \\ u_{is} &= \sum_{m=1}^r u_{im} \cos kx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

となる。よって、仮想仕事の原理より、ずれ止め要素の内部仮想仕事は次のようになる。

$$\begin{aligned} \delta W_{sc} &= \int_0^L Q d_s \delta d_s dx \\ &= \int_0^L Q (u_{is} - u_{nc}) (\delta u_{is} - \delta u_{nc}) dx \\ &= \{\delta u_{sc}\}^T [K_{sc}] \{u_{sc}\} \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

ここで、 $\{u_{sc}\} = \langle u_{n1}, u_{i1}, u_{n2}, u_{i2}, \dots, u_{nr}, u_{ir} \rangle^T$ である。また、 $[K_{sc}]$ はずれ止め要素の剛性マトリックスであり、次のように示される。

$$[K_{sc}] = \begin{bmatrix} [K_{sc}]_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [K_{sc}]_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & & & [K_{sc}]_{rr} \end{bmatrix} \dots (29)$$

$$[K_{sc}]_{mm} = \frac{QL}{2} \begin{bmatrix} 1, & -1 \\ -1, & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (30)$$

一方、不完全合成桁の接合面における変位の適合条件式は、コンクリートスラブと鋼桁要素の接合面の橋軸直角方向 (Y) の変位およびたわみを、それぞれ、 v_{nc} 、 v_{is} 、 w_{nc} 、 w_{is} とすると、

$$v_{nc} = v_{is}, w_{nc} = w_{is} \dots\dots\dots (31)$$

である。以上の結果より、不完全合成桁のつり合い式は、Fourer 級数で表わされた荷重項を $\{P\}$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} [K_{cG}] \{u\} &= \{P\} \\ [K_{cG}] &= [K_c] + [K_s] + [K_{sc}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

となる。

5. 計算結果および考察

(1) 断面の定数

計算に用いた各材料の定数は、弾性定数がコンクリートおよび鋼材、それぞれ、 $E_c=2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $E_s=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ であり、ポアソン比は、 $\nu_c=0.15$, $\nu_s=0.3$ である。ずれ止めはスタッドジベルを考え、これの剛性は、Mainston²³⁾ の押し抜き試験の結果より 1 本当たり 500 t/cm とした。計算には、合成桁に配置されたスタッドジベルの本数より単位長さ当たりのジベルの剛性を求め用いた。この解析では、設計断面²⁴⁾ から計算された $Q^*=60\,000 \text{ kg/cm/cm}$ を標準値と設定し、ジベルの剛性を変化させた場合について計算を行った。

(2) Finite Prism, Finite Strip Method を用いた解析との比較

コンクリートスラブを Finite Prism の要素で、鋼桁

を Finite Strip の要素で、また、ジベルを接合面に連続に配置された結合ばね要素でモデル化した解析結果(以下 F.P.S. と称する)と実験結果²⁵⁾との比較を Fig. 7 に示す。F.P.S. の計算結果は、完全合成桁($Q=\infty$)の場合とジベルの剛性が $Q=60\,000 \text{ kg/cm/cm}$ の場合について示している。また、Table 2 に示す断面を有する計算モデルについて、応力関数を用いた計算結果と F.P.S. の計算結果との比較を Table 3 に示す。表には、各計算モデルについて座標原点から片側スラブ幅 B の間を 2 モ分した各点の橋軸方向応力 σ_x の比較が示されている。応力関数を用いた解析では、コンクリートスラブを面内力のみを受ける平板 (Scheibe) と仮定し、曲げの影響が含まれないので、F.P.S. との比較では、コンクリートスラブの重心面の橋軸方向応力 σ_x を用いた。応力関数を用いた計算結果と F.P.S. による計算結果の値は比較的よく一致した。つまり、二次元状態で考えられた応力関数による結果は、三次元状態で考えられた数値実験的解析の結果とよく一致していることを示している。これより、応力関数による解析は、実際の解が容易に得られ、妥当なものと考えられる。

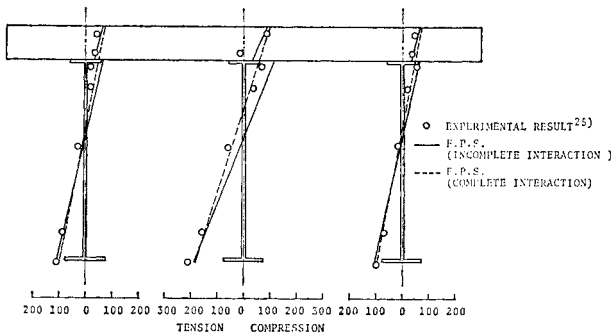


Fig. 7 Strain Distribution of Concrete Slab and Steel Beams

(3) 有効幅

応力関数を用いて計算された有効幅比は、級数解であるため当然のことながら収束状態が問題となる。Table 4 に MODEL-A と MODEL-D についての収束状態を示す。MODEL-A の場合、曲げモーメント分布が三角形分布 (集中荷重) の場合は最大 300 項 ($m=599$)、放物線分布 (等分布荷重) の場合は最大 100 項 ($m=199$) までを用いて満足した結果が得られた。また、MODEL-D の場合は MODEL-A に比較してよい収束が

Table 2 Summary of Span, Section Properties and Loading

	SPAN (m)	SECTION		LOAD		
		CONCRETE SLAB		STEEL GIRDER	p (kg/cm)	P (t)
		WIDTH (cm)	THICKNESS (cm)			
MODEL-A	32	320	20	Flg.PL. 300x19 Web.PL.1600x 9 Flg.PL. 500x28	10	20
MODEL-B	32	320	20		10	10
MODEL-C	32	320	20		5	10
MODEL-D	32	320	20		5	10

CONCRETE SLAB : Modulus Elasticity $E_c=2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$

Poisson's Ratio $\nu = 0.15$

STEEL GIRDER : Modulus Elasticity $E_s=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

Poisson's Ratio $\nu = 0.3$

Table 3 Comparison of Stresses Values Obtained from the Proposed Method and F.P.S.

		UNIFORMLY DISTRIBUTED LOAD		CONCENTRATED LOAD AT MID-SPAN	
		PROPOSED METHOD	F.P.S.	PROPOSED METHOD	F.P.S.
MODEL-A p=10kg/cm P=20t	1	6.61	6.62	8.37	8.33
	2	6.19	6.11	6.90	6.86
	3	6.02	5.94	6.36	6.37
MODEL-B p=10kg/cm P=10t	1	6.61	6.62	4.17	4.15
	2	6.20	6.12	3.45	3.43
	3	6.06	5.97	3.26	3.27
MODEL-C p= 5kg/cm P=10t	1	6.13	6.14	7.88	7.60
	2	5.73	5.69	6.38	6.28
	3	5.65	5.56	6.04	5.97
MODEL-D p= 5kg/cm P=10t	1	13.99	12.51	16.56	15.32
	2	6.85	6.69	7.64	6.91
	3	0.00	0.00	0.00	0.00

(kg/cm²)

Table 4 Convergence Study of Effective Width Ratios of Composite Girder ($B/L=0.1, K_1=0.5, K_2=0.4, K_3=\infty$)

m	CONCENTRATED LOAD AT MID-SPAN		UNIFORMLY DISTRIBUTED LOAD	
	MODEL-A	MODEL-D	MODEL-A	MODEL-D
1	0.926	0.926	0.329	0.329
19	0.751	0.939	0.311	0.330
39	0.715	0.938	0.306	0.330
59	0.701	0.938	0.304	0.330
79	0.693	0.938	0.302	0.330
99	0.688	0.938	0.302	0.330
119	0.685	0.938	0.301	0.330
199	0.678	0.937	0.300	0.330
299	0.674	0.937	0.300	0.330
399	0.673	0.937	0.299	0.330
499	0.671	0.937	0.299	0.330
599	0.670	0.937	0.299	0.330

得られており、一方、MODEL-BはMODEL-Aに、MODEL-CはMODEL-Dに類似した収束が得られた。なお、山村¹⁰⁾の研究においても同程度の項数を用いている。

MODEL-Aについて、断面に関するパラメーター K_1, K_2 を変化させた場合の有効幅比を Fig. 8 に示す。断面に関するパラメーターを変化させた場合の有効幅比に与える影響は、曲げモーメント分布が放物線分布(等分布荷重)の場合は小さいが、三角形分布(集中荷重)の場合は多少大きい。し

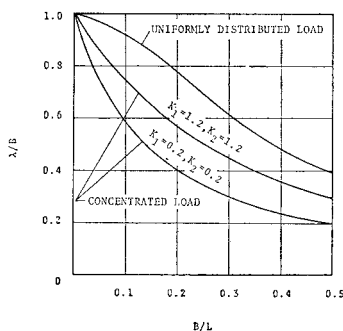


Fig. 8 Effective Width Ratios with K_1 and K_2

かし、通常の設計断面においては、パラメーター K_1, K_2 は一定範囲の値 (MODEL-A, B の場合, $K_1=0.3 \sim 0.7, K_2=0.3 \sim 0.5$, MODEL-C, D の場合, $K_1=0.6 \sim 1.4, K_2=0.3 \sim 0.5$) になるものが多いと考えられる。この解析においては、 $K_1=0.5$ (MODEL-A, B), $K_1=1.0$ (MODEL-C, D), $K_2=0.4$ を用いて計算を行ったが、実用上の計算においてはこれで十分な結果が得られるものと考えられる。一方、計算においては、コンクリートスラブと鋼桁の弾性係数比 $n=10$ を用いたが、弾性係数比の有効幅比に及ぼす影響は、完全合成桁の場合は小さいが、不完全合成桁の場合は、ジベルの剛性に関するパラメーター ($K_3=Q/E_c$) に関係するため影響が

あり注意する必要がある。

Fig. 9~16 に MODEL-A~D について、曲げモーメント分布が放物線分布(等分布荷重)および三角形分布(集中荷重)の場合を対象とした、各支間中央点における有効幅比 λ/B を示す。図には、ジベルの剛性が無限大(完全合成桁)の場合、標準値の場合 ($Q^*=60\,000$ kg/cm/cm)、標準値の 1/3, 1/10, 1/100 に低減した場合の各有効幅比が示されている。Fig. 9~16 から明らかなように、MODEL-A と MODEL-B はほぼ同様な結

果が得られた。一方、MODEL-C の場合は、水平せん断力が片側スラブのみにしか作用しないため、ジベル剛性が MODEL-A, B と比較して2倍になるものと考えられる。

以上の結果から明らかなように、ジベルの剛性を低下させた場合は、有効幅を低減しなければならないと考えられる。この研究においては、不完全合成桁の有効幅と完全合成桁の有効幅の比 λ/λ^* をもって低減率と定義し、これを Fig. 17, 18 に示す。

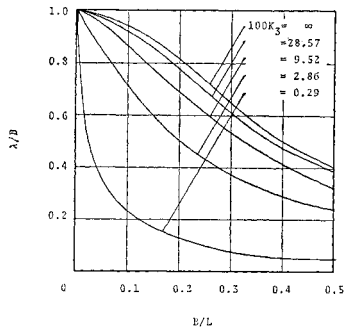


Fig. 9 Effective Width Ratios for Uniformly Distributed Load (MODEL-A, $K_1=0.5$, $K_2=0.4$)

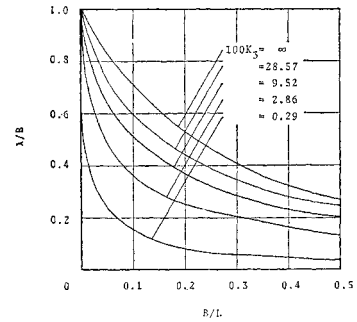


Fig. 12 Effective Width Ratios for Concentrated Load at Mid-span (MODEL-B, $K_1=0.5$, $K_2=0.4$)

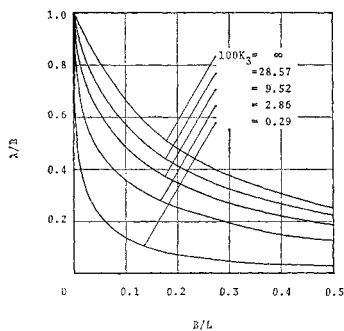


Fig. 10 Effective Width Ratios for Concentrated Load at Mid-span (MODEL-A, $K_1=0.5$, $K_2=0.4$)

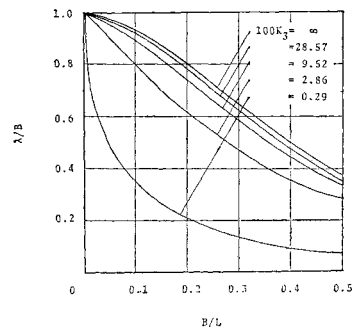


Fig. 13 Effective Width Ratios for Uniformly Distributed Load (MODEL-C, $K_1=1.0$, $K_2=0.4$)

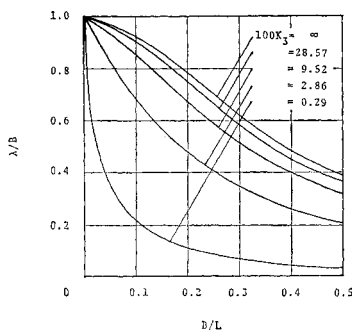


Fig. 11 Effective Width Ratios for Uniformly Distributed Load (MODEL-B, $K_1=0.5$, $K_2=0.4$)

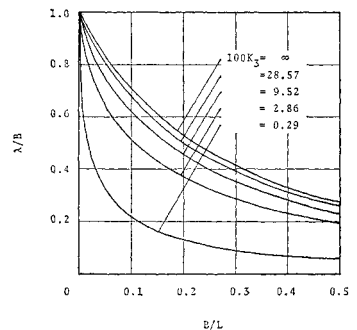


Fig. 14 Effective Width Ratios for Concentrated Load at Mid-span (MODEL-C, $K_1=1.0$, $K_2=0.4$)

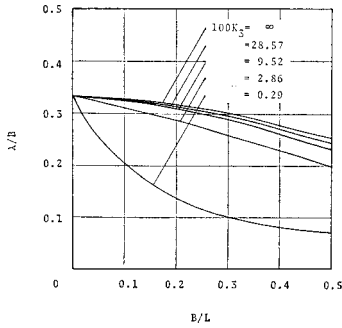


Fig. 15 Effective Width Ratios for Uniformly Distributed Load (MODEL-D, $K_1=1.0$, $K_2=0.4$)

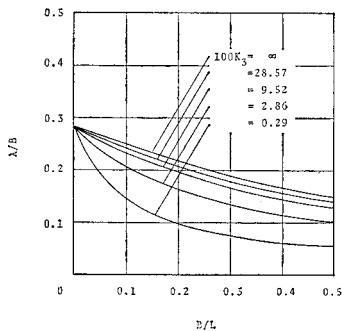


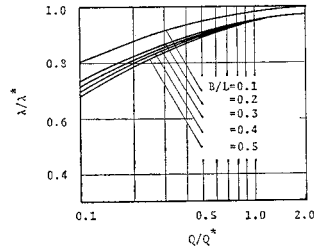
Fig. 16 Effective Width Ratios for Concentrated Load at Mid-span (MODEL-D, $K_1=1.0$, $K_2=0.4$)

(4) 計算例

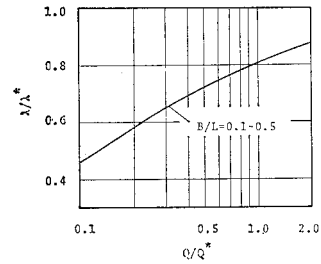
ここで提案した有効幅と道路橋示方書の規定有効幅を適用した場合との比較を **Table 5** に示す. ジベル剛性は $Q=6000 \text{ kg/cm/cm}$ であり, 同表には F.P.S. による不完全合成桁と参考までに完全合成桁の計算結果を示す. ここで提案した有効幅を用い, 初等ばり理論によって計算した応力と F.P.S. による不完全合成桁の応力とは, 鋼桁においてはよく一致している. 一方, ここで提案した有効幅を用いて計算された応力と, 道路橋示方書の規定有効幅を用いて計算された応力を比較すると, 鋼桁下フランジの応力は 10% 程度の差が生じており, 上フランジの応力は, 絶対値としては小さいが不完全合成桁の場合 20~40% 程度大きく現われている. 道路橋示方書の規定有効幅を用いた場合, 下フランジの応力は, ここで提案した有効幅を用いた場合と比較すると大きくなるので, 現示方書は安全側となるが, 上フランジでは逆となる.

6. あとがき

この研究では, コンクリートスラブと鋼桁の接合面に

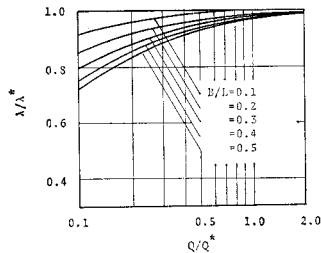


(a) Uniformly Distributed Load

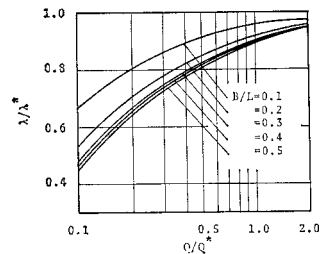


(b) Concentrated Load at Mid-span

Fig. 17 Reduction of Effective Width (MODEL-A)



(a) Uniformly Distributed Load



(b) Concentrated Load at Mid-span

Fig. 18 Reduction of Effective Width (MODEL-D)

ずれが生じる不完全合成桁の有効幅について応力関数を用いて解析を行い, さらに, 二次元状態の応力関数による結果を検討するため, 不完全合成桁のコンクリートスラブを Finite Prism の要素で, 鋼桁を Finite Strip の要素で, ずれ止めを接合面に連続に配置されたばね要素でモデル化し, 三次元の数値解析を行った. なお, 両者の結果は比較的よく一致している. これより, 応力関数による解析は, 実際的な解が容易に得られることが示された. 応力関数による有効幅の解析の結果, 次のような結論を得た.

Table 5 Comparison Effective Width and Stress Values

	EFFECTIVE WIDTH (a)/(b) (cm)	(a) UNIFORMLY DISTRIBUTED LOAD (p=10kg/cm)				(b) CONCENTRATED LOAD (P=10t)			
		(kg/cm ²)		(kg/cm ²)		(kg/cm ²)		(kg/cm ²)	
		σ_{cu}	σ_{cl}	σ_{su}	σ_{sl}	σ_{cu}	σ_{cl}	σ_{su}	σ_{sl}
PROPOSED METHOD	273.3/180.5	-16.6	-10.5	-105.5	410.9	-14.0	-9.6	-96.4	262.0
SPECIFICATION	320.0/320.0	-14.6	-8.6	-86.4	466.6	-9.1	-5.4	-54.0	291.6
F.P.S. (INCOMPLETE INTERACTION)	—	-15.1	-8.4	-106.0	413.6	-11.1	-3.8	-97.8	257.3
F.P.S. (COMPLETE INTERACTION)	—	-15.5	-8.8	-89.2	411.0	-11.7	-5.5	-56.7	252.0

NOTES: Span L=32m
Slab Width 2b=520cm
Slab Thickness t=20cm
Steel Sections Fig.PL. 500x19
Web.PL.1600x 9
Fig.PL. 500x28

σ_{cu} : Upper Fiber Stress of Concrete Slab
 σ_{cl} : Lower Fiber Stress of Concrete Slab
 σ_{su} : Upper Fiber Stress of Steel Girder
 σ_{sl} : Lower Fiber Stress of Steel Girder

(1) 単純T形ばり, 無限並列ばり, 張り出し部がないII形ばり(対称および逆対称荷重の場合)について解式を誘導し, ずれ止め(スタッドジベル)の剛性を変化させると Fig. 9~16 のような有効幅比 λ/B の値を得る。

(2) この解析では, 不完全合成桁を構成する材料の特性, 桁の形状とコンクリートスラブと鋼桁の断面比の影響が含まれている。断面の諸因子の有効幅に及ぼす影響は, 曲げモーメント分布が放物線分布(等分布荷重)の場合は小さく, 三角形分布(集中荷重)の場合は多少大きい。しかし, 通常の不完全合成桁の断面比(K_1, K_2)は, 一定範囲の値になるものが多いと考えられ, $K_1=0.5$ (MODEL-A, B), $K_1=1.0$ (MODEL-C, D), $K_2=0.4$ の値に対する有効幅を求めた。

(3) 不完全合成桁においては, コンクリートスラブと鋼桁の間に配置されずれ止めの変形によるずれが生じ, コンクリートスラブに作用する力が緩和され, コンクリートスラブの応力が減少することが知られているが, この研究により, コンクリートスラブと鋼桁の間のずれがコンクリートスラブの有効幅に大きな影響を与えることが明らかとなった。

(4) この研究で提案した有効幅を用いて初等ばり理論によって計算された応力と, 示方書の規定有効幅を用いて計算した応力を比較すると, 示方書による応力の方が, 下フランジで大きく, 上フランジで小さくなる。

この研究における数値解析は, 名古屋大学大型計算機センターの FACOM 230-75 を用いて行われた。

最後に, この研究をとりまとめるにあたり, 名古屋大学 成岡昌夫教授および岐阜大学 中川建治助教授から貴重な助言を賜ったことを記し, 謝意を表します。

参考文献

- 1) Newmark, N.M., C.P. Siess and I.M. Viest: Test and analysis of composite beams with incomplete interaction, Proc. of the Society for Experimental Stress Analysis, Vol. 9, No. 1, pp. 75-92, 1951.
- 2) Hoischen, A.: Verbundträger mit elastischer und unterbrochener Verdübelung, Der Bauingenieur, Vol. 7, pp. 241-244, 1954.
- 3) Yam, L.C.P. and J.C. Chapman: The inelastic behaviour of simple supported composite beams of steel and concrete, Proc. ICE, Vol. 41, pp. 654-683, 1968.
- 4) Moffatt, K.R. and P.T.K. Lim: Finite element analysis of composite box girder bridges having complete or incomplete interaction, Proc. ICE, Vol. 61, Part 2, pp. 1-22, 1976.
- 5) 浜田純夫・有住康則: 不完全連続合成桁の有限要素解析, 土木学会論文報告集, 第265号, pp. 1~9, 昭和52年9月。
- 6) 山本 稔: 不完全合成T型桁橋の曲げ理論とその応用, 土木学会論文集, 第72号, 別冊3-3, pp. 1~24, 昭和36年3月。
- 7) Heins, C.P. and H.M. Fan: Effective composite beam width at ultimate load, Proc. ASCE, Vol. 103, No. ST 11, pp. 2163-2179, 1976.
- 8) Adekola, A.O.: The effective width of composite beams of steel and concrete, Struct. Engr., Vol. 46, pp. 285-289, 1968.
- 9) Adekola, A.O.: The dependence of shear lag on partial interaction in composite beams, Int. J. Solids Struct., Vol. 10, pp. 389-400, 1974.
- 10) Adekola, A.O.: On shear lag effects in orthotropic composite beams, Int. J. Solids. Struct., Vol. 10, pp. 735-754, 1974.
- 11) Rose, E.A.: Ein weiterer Beitrag zur Berechnung der mitwirkenden Breite bei Plattenbalken, Bautechnik, Vol. 42, pp. 65-71, 1965.
- 12) 前田幸雄・岡村宏一・佐伯章美: 道路橋示方書における有効幅の改訂, 道路, No. 11, pp. 69~76, 昭和47年。
- 13) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 昭和48年。
- 14) 福田武雄: フランジ有効幅について(道路橋設計示方書

- の規定の解説として), 土木技術, Vol. 17, No. 3, pp. 5~14, 昭和 37 年.
- 15) 浜田純夫・宮里康則: 不完全合成桁の有限要素解析, 琉球大学理工学部紀要工学篇, 第 11 号, pp. 81~100, 昭和 51 年 3 月.
 - 16) 山村信道: 偏載荷重を受ける π 形断面桁橋の上フランジ有効幅に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 226 号, pp. 1~12, 昭和 49 年 6 月.
 - 17) Abdel, S.G.: Effective width of steel deck-plate in bridges, Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST 7, pp. 1459-1474, 1969.
 - 18) 鈴木俊男: 2-主桁並列型式の鋼床版橋の設計計算について (鋼床版の有効幅に関する理論的研究), 土木学会論文集, 第 15 号, pp. 41~50, 昭和 32 年 12 月.
 - 19) Chwalla, E.: Die Formeln zur Berechnung "der voll mitradenden Breite" dünner Gurt und Rippenplatten, Stahlbau Vol. 9, pp. 73-78, 1936.
 - 20) Cheng, Y.K.: Finite strip method analysis of elastic slab, Proc. ASCE, Vol. 94, No. EM 6, pp. 1365-1378, 1968.
 - 21) Cheung, Y.K.: Folded plate structures by finite strip method, Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST 12, pp. 2963-2979, 1969.
 - 22) Zienkiewicz, O.C. and T.J. Too: The finite prism in analysis of thick simply supported bridge boxes, Proc. ICE, Part 2, pp. 147-172, 1972.
 - 23) Mainstone, R.J. and J.B. Menzies: Shear connectors in steel-concrete composite beams for bridges, Concrete, Vol. 1, No. 9, pp. 291-302, 1967.
 - 24) 中村正平ほか: 鋼合成了た橋の設計計算例, 山海堂, 昭和 50 年.
 - 25) 奥村敏恵・佐藤政勝: 床組と横構の剛度を考慮した合成桁橋の解析, 土木学会論文集, 第 22 号, 昭和 49 年 2 月.

(1977.9.10・受付)